BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
25 H
11

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

12 - 1.

54
12

54. 1. 12

Digitized by Google

EVCLIDIS MEGArenſis mathematici clariſsimi Elementorum geometricorum libri XV.

Cum expoſitione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata, Campani in omnes, & Hypſiclis Alexandrini in duos poſtremos.

His adiecta ſunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini, & Data.

Poſtremùm uerò, Opuſculum de Leui & Ponderoſo, hactenus non uiſum, eiuſdem autoris.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Cum priuilegio Cæſareo.

BASILEAE, PER IOANNEM HERuagium, & Bernhardum Brand, Anno M. D. LVIII.

12-25 H 11

IOANNES HERVAGIUS
Lectori s. D.

QVONIAM inhumanum eſt repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem Latinam huius autoris in aliud tempus proferre: quod eo alacriùs ſumus perſecuti, ne aditum ad omnes diſciplinas (quod Plato teſtatur fieri, neglecta Geometria) Latinè tantum eruditis præcludere uelle uideamur. Collatum eſt itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulenſis ductu Pariſijs ante aliquot annos excuſum, ad fidem Græci exemplaris à doctiſsimo uiro Chriſtanno Herlino Mathematicarum diſciplinarum publico apud Argẽtinenſes profeſſore: cui acceptum feras quicquid hîc aut ad Gręcum exemplar, aut alioqui doctè reſtitutum uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriam Marini, & Data, argumentorum ſimilitudine inducti. Quumq́ eo ipſo tempore, quo opus abſolueretur, Libellum, ſiue potius Fragmentum (nam uidetur eſſe mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoſo, eum etiam addidimus: ut ſi quid hinc poſsit eſſe emolumenti, boni conſulas: ſin minus, ne mea fide in ſtudioſos deſiderata, tuo commodo alicubi uidear non ſtuduiſſe.

Vale.

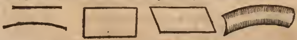
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMAticorum facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco cōmentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorū elementorum Liber primus.

Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primùm, Diffinitiones.

PVnctus eſt, cuius pars non eſt. 2 Linea, eſt lōgitudo ſine latitudine: 3 cuius quidē extremitates, ſunt duo pūcta. 4 Linea recta, eſt ab uno puncto ad aliū breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eā recipiens. 5 Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, ſunt lineę. 7 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſsima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

Punctus, aut ſignum. Linea. Su per fi ci es.



8 Angulus planus, eſt duarū linearū alternus contactus, quarū expāſio eſt ſuper ſuperficiē, applicatióqꝫ nō directa. 9 Quādo autem angulū continent duæ lineæ rectę, rectilineus angulus nominatur. 10 Quādo recta linea ſuper rectā ſteterit, duóqꝫ anguli utrobiqꝫ fuerint ęquales, eorū uterqꝫ rectus erit, lineáqꝫ lineæ ſuperſtās, ei cui ſuperſtat, perpēdicularis uocat̃. 11 Angulus uerò qui recto maior eſt, obtuſus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.

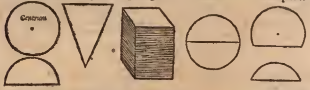


13 Terminus eſt, q̄d uniuſcuiuſqꝫ finis eſt. 14 Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, eſt figura plana, una quidē linea cōtenta, quę circūferentia nominatur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineę rectę & ad circūferentiā exeūtes, ſibi inuicem

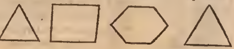
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

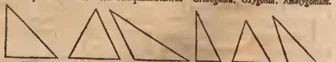
ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta, quę ſuper eius centrũ tranſiens, extremitatesq́ ſuas circũferẽtię applicãs, circulũ in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli, & medietate circũferẽtię contẽta. 19 Portio circuli, eſt figura plana, recta linea & parte circũferentię cõtenta, ſemicirculo quidẽ aut maior aut minor.

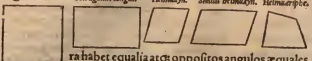


20 Rectilineę figuræ ſunt, quę rectis lineis continẽtur. 21 Quarum quędã trilateræ, quę tribus rectis lineis: 22 Quędam quadrilaterę, q̃ quatuor rectis lineis: 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis cõtinent. 24 Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triãgulus, habẽs tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habẽs ęqualia latera: 26 Alia triangulus triũ inęqualiũ laterũ. 27 Harũ iterũ alia eſt orthogoniũ, unũ ſcilicet rectũ angulũ habẽs. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulũ habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.





30 Figurarũ autẽ quadrilaterarũ, alia eſt quadratũ, quod eſt æquilaterũ rectãgulũ: 31 Alia eſt tetragonus lõgus, quę eſt figura rectangula, ſed ęquilatera nõ eſt: 32 Alia eſt helmuayn, quę eſt ęquilatera, ſed rectãgula nõ eſt: 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppoſita latera habet ęqualia atq́ oppoſitos angulos æquales, idẽ tamen nec rectis angulis nec ęquis laterib. cõtinetur.



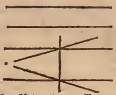
Præte

34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ ſunt, quæ in eadem ſuperficie collocatę atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A' quolibet puncto in quemlibet punctum, rectam lineam ducere, atq; lineã definitam, in cõtinuum rectumq́;, quantumlibet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando ſpaciũ, circulum deſignare.





3 Omnes rectos angulos ſibijnuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq́; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibijnuicem ſunt æqualia.

2 Et ſi æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia.

3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erũt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoque fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q́; ei, nec excedat altera alteram, illæ ſibijnuicem erunt æquales. 9 Omne totum, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quòd præter has communes animi conceptiones, ſiue communes ſententias, multas alias, quæ numero ſunt incomprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hęc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparentur, ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut ſimul ęquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æquè ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

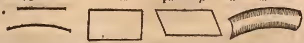
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILO SOPHI ELEMENTA, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete. *Triplex principiorum genus.*

Primùm, Diffinitiones.

SIgnum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autem limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinem latitudinemq́; tantum habet. 6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex ęquali, ſuas interiacet lineas. Planus angulus, eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Punctus, aut ſignum. Linea. *Su per fi ci es.*



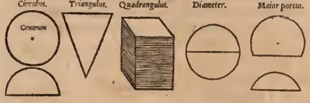
9 Quando autem quæ angulū continent, rectę lineę fuerint, rectilineus angulus nūcupat̃. 10 Cum uerò recta linea ſuper rectā cōſiſtēs lineā, utrobiq; angulos ęquales adinuicē fecerit, rectus eſt uterq; æqualiū angulorū: & quæ ſupſtat recta linea, perpēdicularis uocitat̃, ſuper quā ſteterit. 11 Obtuſus angulus maior eſt recto. 12 Acutus uerò, minor eſt recto. 13 Terminus eſt, quod cuiusq; finis eſt.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.

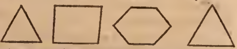


14 Figura eſt, quę ſub aliquo, uel aliquib. terminis cōprehenditur. 15 Circulus, eſt figura plana una linea cōtenta, quę circūferentia appellatur, ad quā ab uno ſigno introrſum medio exiſtēte omnes prodeūtes lineę, in ipſiusq́; circuli circūferentiā incidētes, adinuicē ſunt ęquales. 16 Cētrū uerò ipſius circuli id ſignū appellat̃. 17 Dimetiēs circuli, eſt recta quædā linea per centrū acta, & ex utraq; parte in circuli circunferentiā terminata, quę circulū bifariā diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quę ſub dimetiēte & ea quę ex ipſa circuli circunferentia

ferẽtia ſublata eſt,cõtinetur. 19 Sectio circuli,eſt figura q̃ ſub recta linea et circuli circũferẽtia aut maiore aut minore ſemicirculo cõtinet.



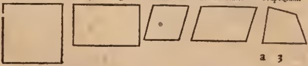
20 Rectilineę figuræ ſunt,quę ſub rectis lineis continẽtur. 21 Trilateræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis cõtinentur lineis. 22 Quadrilaterę figurę ſunt,q̃ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 23 Multilaterę figurę ſunt,quæ ſub plurib. q̃ quatuor rectis lineis cõprehendũtur.



24 Trilaterarũ porrò figurarũ, ęquilaterũ eſt triangulũ,quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur. 25 Iſoſceles autem, eſt quod ſub binis tãtum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenũ uerò eſt quod ſub tribus inęqualibus lateribus cõtinetur. 27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem,quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygoniũ uerò, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autẽ figurarum,quadratũ quidẽ eſt,quod & æquilaterũ ac rectangulũ eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod rectangulum quidẽ,at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera,ſed rectãgula nõ eſt. 33 Rhomboides uerò eſt,quæ ex oppoſito latera & angulos habẽs ęquales,neq; ęquilatera neq; rectangula eſt. 34 Pręter hęc aũt,reliqua quadrilatera,trapezia appellant.



35 Parallelæ, rectę lineæ ſunt, quæ in eodem exiſtentes plano, & ex utracꝫ parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Poſtulata.

1 Ab omni ſigno in omne ſignum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectum'que producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum deſcribere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales eſſe. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere neceſſe eſt ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores exiſtunt.



Tertium. Communes ſententiæ.

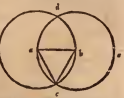
1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia adijciātur, omnia erunt æqualia. 3 Et ſi ab ęqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur, æqualia erunt. 4 Et ſi inæqualibus æqualia adiungātur, omnia erunt inæqualia. 5 Et ſi ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiuſdem duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia. 7 Et quæ eiuſdem ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicem. 8 Et quæ ſibimetipſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem. 9 Totum, eſt ſua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, * ſuperficiem non concludunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GEOMETRICA ELEMENTA,
EX CAMPANO.

Primi libri propoſitio prima.

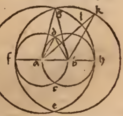
Triangulum æquilaterũ, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b. & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datę, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicet punctum h facíam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdẽ quantitatẽ, lineabo circulum c a d h. qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarum ſectionum, ſicut ſectionem d, continuabo cũ ambabus extremitatibus datę lineę: protractis lineis d a. d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrum circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;, quia à puncto b, quod eſt centrũ circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſq; ad eius circunferentiam, ipſæ erunt etiam æquales.



Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt, ipſę erunt æquales inter ſe, per primam communem animi cõceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.

CAMPANI additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, uſq; quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundũ quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto b, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autem circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quę ſunt e g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineę cum altera dictarum ſectionũ, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circunferentiam, ipſę erunt æquales. Similiter quoq; a b & b h, quia exeũt a centro circuli c a d h, uſq; ad ipſius circunferentiam, ipſæ erũt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a f & b h ęqualis eſt lineę a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b, communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraq; earum eſt maior a b, eo quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b.

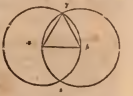


Quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorum ęqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum, quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h, cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protraham ergo lineas a k & b k: & ſecabit linea a k: circunferentiam circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 communem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a k eſt maior b k. Sed & b k, eſt maior a b: triangulus ergo a b k, eſt trium inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.

Euclides ex Zamberto. *Problema* 1. *Propoſitio* 1.

Super data recta linea terminata, triangulũ æquilaterũ conſtituere. 1

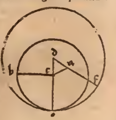
THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea, α β. Oportet ſuper α β, triangulũ æquilaterum conſtituere. Centro quidem α, ſpacio uerò α β, circulus deſcribatur β γ δ (per 1 poſtulatum) & rurſus (per idem) cẽtro quidem β, ſpacio uerò β α, alter circulus deſcribatur α γ ε. Et (per 1 poſtulatum) à ſigno γ, in quo ſe circuli adinuicem ſecant, ad α β, ſigna connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniam α ſignum, centrum eſt circuli γ β δ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) α γ ipſi α β. Rurſus quoniam β ſignum, centrum eſt circuli γ α ε, æqualis eſt β γ ipſi β α (per 15 diffinitionem). At oſtenſa eſt linea α γ, ipſi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipſi α β eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem ſunt æqualia (per 1 communem ſententiam) & γ α igitur ipſi γ β eſt æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicem ſunt. Aequilaterum igitur eſt triangulum α β γ, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata α β, quod feciſſe oportuit.*



Euclides ex Campano. *Propoſitio* 2.

Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere. 2

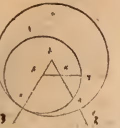
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data, uolo à puncto a ducere unam lineam æqualem lineæ b c: in quãcunq; partem contingat. Cõiungam ergo punctũ a, cum altera extremitate lineę b c: cum qua uoluero: & cõiungam ipſum a, cum extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulũ æquilaterum ſecundum doctrinam præcedentis, qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a ſcilicet: in extremitate c, ponam pedem circini immobilem, deſcribamq; ſuper ipſum (per 3 petitionẽ) circulum ſecundum quantitatẽ ipſius datæ lineę: qui ſit circulus e b & latus trianguli ęquilateri quod opponitur puncto dato, ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti uſque ad eius circunferentiam: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum. poſito centro in d, qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a uſq; ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipſius in puncto f. Dico igitur quòd a f, eſt ęqualis b c. nam b c, & c e ſunt ęquales quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quę ſunt æquales, erunt reſidua, quæ ſunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 communem animi conceptionem, adinuicem ſunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema* 2. *Propoſitio* 2.

Ad datum ſignum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. *Sit datũ ſignum α: data autẽ recta linea, β γ oportet ad ipſum α, ipſi β γ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α ſigno, in β ſignum, recta linea α β (per 1 poſtulatum) & conſtituatur ſuper ea (per 1 propoſitionẽ) triangulum æquilaterum: ſitq; illud δ α β, & producãtur (per 2 poſtulatum) in rectum ipſis δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 poſtulatum) cẽtro β, ſpacio uerò β γ, circulus deſcribatur γ η θ. & rurſus (per idem) cẽtro δ, ſpacio uerò δ η, circulus deſcribatur η κ λ. Quoniã igitur β ſignum, centrũ eſt circuli γ η θ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) β γ ipſi β η: & quoniam δ ſignum, centrum eſt circuli η κ λ: æqualis eſt (per eandem) δ λ ipſi δ η, quarũ δ α, ipſi δ β eſt æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β η (per 3 communem ſententiam) eſt æqualis.*



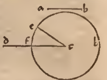
Oſten-

Oſtenſum eſt autem, quòd βγ ipſi βκ eſt æqualis, utraq; igitur & αλ & βγ, ipſi βκ eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, (per primam communem ſententiam) & adinuicem ſunt æqualia, & linea αλ, igitur ipſi βγ eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum α, datæ rectæ lineæ βγ, æqua recta linea collocata eſt αλ, quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 PRopoſitis duabus lineis inæqualibus, de lõgiori earum, breuiori æqualem abſcindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & ſit a b minor: uolo ex c d abſcindere unam, quæ ſit æqualis a b. Duco primò à pũcto c unam lineam æqualem a b, ſecundũ quod docuit præcedens, quæ ſit c e: poſito ergo centro in puncto c, deſcribam circulum ſecundum quantitatem c, qui ſecabit lineam c d: ſit ergo ut ſecet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e; quia ambæ exeunt à centro eiuſdem circuli ad circunferentiã, & quia utraque duarum linearum a b & c f eſt æqualis c e, ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionem ſunt inter ſe æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 3.*

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abſcindere.

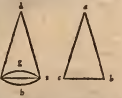
THEON *ex Zamberto.* *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales αβ γ, quarum maior ſit αβ: oportet ab ipſa αβ maiore, ipſi γ minori æqualem rectã lineam abſcindere. Ponatur (per ſecundam propoſitionem) ad ſignum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis αδ, & centro quidẽ α, interuallo uerò αδ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur δεζ. Et quoniam α ſignum, centrum eſt circuli δεζ, æqualis eſt αε ipſi αδ. At linea γ, ipſi αδ eſt æqualis: utraq; igitur & αε & γ, ipſi αδ eſt æqualis: quare & linea αε, ipſi γ eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus αβ γ, ab ipſa αβ maiore, ipſi γ minori æqualis abſciſſa eſt αε, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 OMnium duorum triãgulorum, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua ſeſe reſpicientia æqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd baſis b c, eſt æqualis baſi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponã triangulũ a b c, triãgulo d e f, ita q; angulus a, cadat ſuper angulũ d, & latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autẽ per penultimã conceptionẽ, q; nec anguli nec latera ſeſe excedent, eòq; angulus a, eſt æqualis angulo d, & latera ſuperpoſita ijs, quibus ſuperponuntur, per hypotheſin: pũcta ergo b c, cadẽt ſuper puncta e f. Si ergo linea b c cadit ſuper lineã e f, patet propoſitum, quia cum linea b c ſuperpoſita lineæ e f, non excedat eã, nec excedatur ab ea, eſt ei æqualis per conuerſionem penultimæ conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autẽ linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra triangulum ſicut linea e g f, aut extrà, ſicut linea e h f, tunc duæ lineæ rẽtẽ concludunt ſuperficiem, quod eſt contra ultimam petitionẽ.

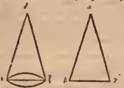


Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema primum.* *Propoſitio 4.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint 4
alterũ alteri,& angulum angulo æqualẽ ſub æqualibus rectis lineis contentum,& baſin baſi ęqualem habebunt,& triangulum triangulo æquum erit,ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri,ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

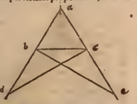
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε: & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ, ipſi δ ε ζ: & α γ β, ipſi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α β, recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eo quia linea α β, ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruente linea α β ipſi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ, ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignum ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duę rectæ lineæ ſuperficiem concludunt, quod (per 10 communem ſententiam) eſt impoſsibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α β γ toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

OMnis trianguli duum ęqualium laterum angulos, qui ſuper baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quòd ſi eius duo latera directè protrahantur, fient quoque ſub baſi duo anguli inuicem æquales. 5

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquale lateri a c. Dico quòd angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quòd ſi ꝓtrahãtur a b & a c, uſq; ad d & e, fiet angulus d b c ęqualis angulo e c b. quod ſic probatur: Protractis a b & a c, ponã per tertiam propoſitionẽ, lineã a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utrique: ergo per præmiſſam, baſis b e, eſt æqualis baſi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, ęqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundũ propoſitum, ſcilicet, quòd anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, eſt æqualis toti a c d, ut probatũ fuit ſuprà: ergo angulus a b c reſiduus eſt (per tertiam cõmunem animi cõceptionem) æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterq; eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primũ propoſitum.



Euclid.

Euclid.ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5.

Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicem ſunt ęquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum iſoſceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur (per 2 poſtulatũ) in rectũ ipſis α β, α γ, rectæ lineæ β δ, γ ε. Dico quòd angulus α β γ, angulo α γ β, eſt æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ, cõtingens ſignum, ſitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionem) à linea α ε, maiore, ipſi α ζ, minori æqualis, ſitq; illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipſi α η: & α β, ipſi α γ, ſunt æquales: duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β ſunt æquales altera alteri, & communem angulũ concludũt, qui ſub ζ α η continetur. Baſis igitur ζ γ, baſi η β (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & triangulum α ζ γ, triangulo α η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt, angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η eſt æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ eſt æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, q. ζ γ ipſi β η eſt æqualis. Duæ autẽ β ζ, ζ γ, duabus γ η, η β æquales ſunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & β γ, baſis eorũ communis eſt. Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β, & angulus β γ ζ angulo γ β η ſunt æquales. Quoniã igitur totus angulus α β η, toti angulo α γ ζ (ut oſtenſum eſt) æqualis eſt, quorum γ β η, angulo β γ ζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β (per 3 communẽ ſententiã) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli α β γ. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus ζ β γ, angulo η γ β, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorum, qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicẽ. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoque latera eius illos angulos reſpicientia, æqualia erunt.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, quantũ ad primam partẽ ipſius. Sit enim trĩagulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quòd latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatẽ a c per 3 propoſitionẽ, ut ſuperfluũ ſit a d, ad partem a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos trĩagulos a c b & d b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, ęqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b, per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c, per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile.



Euclid.ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

6 Si trĩaguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, ęquales quoq; angulos ſubtẽdẽtia latera ęqualia adinuicẽ erũt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, æquũ habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quòd & latus α β, æquũ eſt lateri α γ. Si enim æquale nõ eſt latus α β ipſi lateri α γ, alterũ eorũ erit maius. Sit maius α β, & auferatur (per 3 propoſitionẽ) ab ipſo α β, maiore, ipſi α γ minori linea æqualis: ſitq; illa δ β, protrahatur linea δ γ, (per 1 poſtulatum). Igitur quoniam latus δ β eſt æquale lateri α γ, communis uerò linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α γ β (per hypotheſin). Baſis igitur δ γ (per 4 propo-*

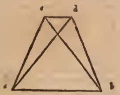


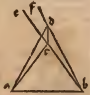
ſitionem) baſis α β, eſt æqualis: & triangulum δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Latus igitur α β, lateri α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eiſdem punctis alias duas lineas ſingulas ſuis conterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſsibile. 7

CAMPANVS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahātur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut ſint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliç duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad aliū punctum, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, ſit æqualis a c, & quç egredietur à puncto b ſit ſimul æqualis lineæ b c: quod ſi fuerit poſsibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrāt in puncto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulū a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nō cadet, quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearū a d, & b d ſecabit alterā linearū a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primò altera alterā, & protrahatur linea c d. Quia ergo triāguli a c d duo latera a c & a d ſunt çqualia: erit angulus a c d çqualis angulo a d c (per 5 propoſitionē.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. & quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partem ſcilicet toto, quod eſt impoſsibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c, ita quòd lineæ ſe non ſecent, protraham lineam d c, & producā b d & b c ſub baſi uſque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſunt çquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi, qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdem. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d, ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſsibile. eodem modo ducetur aduerſarius ad incōueniens, ſi d punctus cadat intra triangulū a b c.

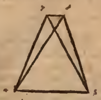




Euclides ex Zamberto. Theorema 4. Propoſitio 7.

Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectç lineç çquales altera alteri non cōſtituentur, ad aliud atq; aliud ſignū ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſsidentes. 7

THEON ex Zamb. *Si enim eſt poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atque aliud ſignum, hoc eſt γ & δ, ad eaſdem partes ſcilicet γ δ eoſdem fines, hoc eſt α β, poßidentes: ut æqualis ſit γ α, ipſi δ α, eundem finem habens, hoc eſt α & γ β, ipſi δ β, eundem finem habens, hoc eſt β, connectatur γ δ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α δ, æqualis erit quoque angulus α γ δ angulo α δ γ. Minor igitur eſt angulus α γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ δ angulo β δ γ. Rurſus quoniam β γ, ipſi δ β eſt æqualis, æquus eſt igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Oſtenſum eſt autem quod admodum minor, quod impoßibile. Super igitur eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non conſtituentur ad aliud atque aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poßidentes, quod demonſtraſſe oportuit.*

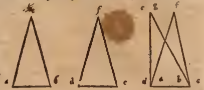


Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

8 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſisq́ue unius baſi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſitq́ue a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c eſt æqualis angulo f: & angulus a, angulo d: & angulus b, angulo e. Superponã baſin a b, baſi d e, quæ cum ſint æquales, neutra excedit alteram per conuerſionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet ſuper punctum f, aut non. Si ſic, tunc quia angulus c ſuperpoſitus eſt angulo f, & neuter excedit alterum, eo quòd a c ſuper d f & b c ſuper e f cadunt, ipſi ſunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales. Si autem punctus c non cadat ſuper f, cadat ſuper quemlibet alium qui ſit punctus g, quia e g eſt æqualis b c, imò eadem: itemq́ue quia d g eſt æqualis a c, erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod eſt impoſsibile per præcedentem,



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 8.

8 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & baſin quoque baſi æqualem: angulũ quoque angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

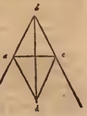
THEON ex Zamb. *Sint bina triãgula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterũ alteri, hoc eſt α β ipſi δ ε & α γ ipſi δ ζ: habeantq́; baſim β γ baſi ε ζ æqualẽ. Dico quòd angulus β α γ, angulo ε δ ζ eſt æqualis. Congruente enim triangulo α β γ ipſi triãgulo δ ε ζ. & poſito quidem β ſigno, ſuper ε ſignum, & recta linea β γ ſuper ε ζ: congruit quoq; ſignum γ ipſi ζ ſigno, quoniam β γ æqualis eſt ipſi ε ζ: congruente uerò β γ ipſi ε ζ, congruit quoque & β α, α γ ipſis ε δ, δ ζ. Si enim baſis β γ baſi ε ζ congruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, ſed differẽt, ſicut ε η, η ζ: conſtituentur ſuper eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud ſignum, ad eaſdem partes eoſdemq́; fines poßidentes. Non conſtituuntur autem (per 7 propoſitionem,) Non igitur congruente baſi β γ baſi ε ζ, non congruunt quoq; & β α, α γ, latera ipſis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſimq́; baſi æqualem, angulum quoque angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAtum angulum per æqualia ſecare.

CAMPANVS. Si datus angulus, quem oportet diuidere, angulus a b c, lineas ipſum continentes, quæ ſunt a b, & b c, ponam æquales, per 3 propoſitionem, & producã lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propoſitionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipſa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d ſunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & baſis

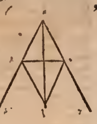


b a d baſi

a d baſi e d. ergo per præcedentē angulus a b d eſt æqualis angulo b e d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 9.

Datum angulũ rectilineũ, bifariam ſecare. 9



THEON ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipſum bifariam ſecare. Suſcipiatur ſuper linea α β contingens ſignum, ſitq; illud δ, & à linea α γ (per 3 propoſitionē) auferatur α ε, ipſi α δ æqualis. & per 1 poſtulatum connectatur linea δ ε: conſtituaturq; (per 1 propoſitionē) ſuper δ ε, triangulũ æquilaterum, ſitq; illud δ ζ ε, & connectatur (per primũ poſtulatum) linea α ζ. Dico quòd angulus β α γ, à linea α ζ bifariã ſecatur. Quoniam α δ eſt æqualis ipſi α ε, cõmunis uerò α ζ: binæ igitur δ α, α ζ duabus ε α, α ζ, ſunt altera alteri æquales. At baſis δ ζ, baſi ε ζ (p 1 propoſitionē) eſt æqualis: angulus igitur δ α ζ, angulo ζ α ε (p 8 propoſitionē) eſt æqualis. Datus igitur angulus rectilineus q ſub β α γ, bifariã ſectus eſt à recta linea α ζ, quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

PRopoſita recta linea, eam per æqualia diuidere. 10



CAMPANVS. Sit propoſita linea quam oportet diuidere per æqualia, linea a b: ſuper ipſam conſtituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d. & argumentor ſic: duo latera a c & c d trianguli a c d, ſunt æqualia duobus lateribus b c, & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) baſis a d, baſi b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 10.

Datam rectam lineam terminatam, bifariam ſecare. 10



THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet lineã α β bifariàm ſecare. Cõſtituitur (per 1 propoſitionē) ſuper ea, triangulum æquilaterũ α β γ. Et (per 9 propoſitionem) ſecetur angulus α γ β bifariàm, à recta linea γ δ. Dico quòd linea recta α β, bifariam ſecatur in ſigno δ. Quoniã enim (per 1 propoſitionē) α γ ipſi γ β eſt æqualis, communis uerò γ δ: duæ igitur α γ, γ δ, duabus β γ, γ δ ſunt æquales altera alteri, & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus eſt. baſis igitur α δ, (per 4 propoſitionē) δ β eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariàm ſecta eſt in ſigno δ: quod faciendũ fuerat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

DAta linea recta, à pũcto in ea ſignato ꝑpẽdicularẽ extrahere, duobus q̇dẽ angulis æqualib. ac rectis utrinq; ſubnixã.



CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua ſit datus pũctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem, lineam b c æqualẽ lineæ a c. & ſuper totã a b cõſtituo triangulũ æquilaterũ a b d. & protraho lineam c d, de qua dico quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper lineã a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionē angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterq; eorum erit rectus, per diffinitionē anguli recti: & linea c d perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 11.

Data recta linea, à ſigno in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datũ uerò in ea ſignum ſit γ. Oportet ab ipſo ſigno γ, ipſius rectæ lineæ α β, ad angulos rectos rectã lineam excitare. Suſcipiatur in ipſa α γ contingens ſignum, ſitq; illud δ: & ponatur ipſi δ γ (per 3 propoſitionē) æqualis linea γ ε, & ſuper δ ε, (per 1 propoſitionem)*

conſtrua-

cõſtruatur triangulũ æquilaterũ ζ δ ε, & rõnectatur linea ζ γ. Dico q. datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipſo ſigno quod eſt γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitatur. Quoniã enim δ γ æqualis eſt ipſi γ ε, cõmunis uerò linea γ ζ. duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ & γ ζ altera alteri ſunt æquales: & baſis δ ζ (per 1 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſt æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis, & ſunt utrobiq;. Cum aũt recta linea ſuper recta linea conſiſtẽs, utrobiq; angulos adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualiũ angulorum rectus eſt (per 10 diffinitionẽ.) Igitur angulus δ γ ζ & angulus ζ γ ε ſunt recti. Datæ igitur rectæ



12 *lineæ α β, à dato in ea ſigno γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata eſt: quod feciſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

Puncto extrà ſignato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

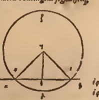
CAMPANVS. Sit a, punctus ſignatus extra lineam b c, à quo ad ipſam oportet deducere perpẽdicularem. Protrahã ergo lineam b c in utrãq; partẽ, quantũ libuerit. & ſuper punctũ a, deſcribã circulum b c, ſic ut ſecet lineam datã in punctis b c, & protraham lineas a b & a c, & diuidã angulum b a c per æqualia, per lineam a d (per 9 propoſitionem.) Dico quòd a d eſt perpendicularis ſuper lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d: & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, ſunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propoſitionem baſis b d æqualis baſi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis ſuper lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod eſt propoſitum.



12 Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato ſigno quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

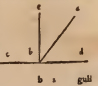
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea infinita, ſitq; illa α β, datum uerò ſignum quod in ea non eſt, ſit γ. Oportet ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim in altera parte ipſius α β rectæ lineæ contingens ſignũ, ſitq; illud δ, centro quidem γ, interuallo uerò γ δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε ζ η. Seceturq; (per 10 propoſitionem) ε η bifariam, in ſigno θ, & connectatur (per 1 poſtulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quòd ſuper datam rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno quod in ea non eſt, uidelicet γ, perpendicularis, ducta eſt recta linea γ θ. Quoniã η θ ipſi θ ε eſt æqualis, communis uerò θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ ſunt altera alteri æquale, & baſis γ η, baſi γ ε (per 10 diffinitionem) eſt æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis, ſuntq; utrobiq;. Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & ſuperſtans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato ſigno γ quod in ea non eſt, perpendicularis ducta eſt γ θ, quod feciſſe oportuit.*



13 Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

Omnis rectæ lineæ ſuper rectam lineam ſtantis, duo utrobiq; anguli, aut ſunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſuperſtet lineę c d, quę ſi fuerit ſuper eã perpendicularis, faciet duos ãgulos rectos per cõuerſionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit ſuper eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis ſuper c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per cõuerſionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipſi cũ angulo c b e, erũt ęquales duobus rectis: quare tres anguli, qui ſunt d b a, a b e, & c b e, ſunt æquales duobus rectis, ſed angulus c b a eſt ęqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli

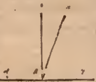


guli c b a & a b d ſunt ęquales duobus rectis, quod eſt propoſitũ. ex quo patet totũ ſpaciũ quod in qualibet ſuperficie plana punctum quodlibet circunſtat, quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 13.

Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13

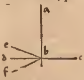
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, ſuper rectam lineam γ δ conſiſtens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quòd γ β α & α β δ anguli, aut duo recti ſunt, aut duobus rectis æquales. Quòd ſi angulus γ β α, eſt æqualis angulo α β δ, iam duo recti ſunt. At ſi non excitetur (per 11 propoſitionẽ) à dato ſigno β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionem) ſunt recti. At quoniam angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis eſt æqualis, communis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc eſt γ β α, α β ε, ε β δ, ſunt æquales. Rurſus quoniam angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α eſt æqualis, communis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ ſunt æquales. Oſtenſum eſt autem, quòd anguli γ β ε, ε β δ, eiſdem tribus ſunt æquales: quæ autem eidem ſunt æqualia, (per 1 communem ſententiam) & ſibi inuicem ſunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ ſunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ ſunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis ſunt æquales. Cum igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

SI duę lineę à pũcto unius lineę in diuerſas partes exierint, duosq́ circa ſe angulos rectos, aut duobus rectis æquales, fecerint, illæ duæ lineæ ſibi directè coniũctæ ſunt, & linea una. 14

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppſitas partes, quæ ſint b c & b d, & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b ſunt ſibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Quòd ſi non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuum & directum, quæ quia non eſt linea una cum d b, tranſibit ſuper eam ut b e, aut ſub ea ut b f. Quia ergo ſuper lineam rectam quę eſt c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a ęquales duobus rectis per præcedẽtem: & quia omnes recti ſunt adinuicẽ ęquales per 3 petitionem, anguli quoq́ c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſim, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a ęqualis angulo d b a, pars toti, quod eſt impoſsibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulum d b a eſſe ęqualem angulo f b a, ſi fortè diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Euclid. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 14.

Si ad aliquam rectam lineam atq; ad eius ſignum duæ rectæ lineę 14
ipſi ſit non ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

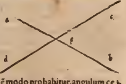
THEON ex Zamb. *Ad aliquam enim rectã lineã α β, ſignumq́; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non*
ipſi ſit *ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quòd ipſi γ β, recta linea β δ in directum eſt conſtituta. Si enim ipſi γ β recta linea β δ non eſt in directum, ſit ipſi γ β recta linea β ε in directũ conſtituta. Quoniam igitur recta linea α β ſuper rectã lineam γ β ε ſtetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ ſunt æquales. Cõmunis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoſsibile. Linea igitur β ε ipſi β γ in directum minimè eſt. Similiter quoq; oſtẽdemus, quòd nec aliqua præter lineã β δ. In directum igitur eſt ipſi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad ſignumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipſæ rectæ lineæ ſibi inuicem erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclides

Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

15 OMniũ duarũ linearũ ſe inuicẽ ſecantiũ, oẽs anguli cõtra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cũ duæ lineę rectę ſe inuicẽ ſecant, quatuor qui fiũt angulos, quatuor rectis eſſe ęquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b eſt ęqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b ęquales duobus rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eãdem: quare duo primi ſunt ęquales duobus poſtremis, eo quòd omnes recti ſunt adinuicẽ ęquales (per 4 propoſitionẽ) dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodẽ modo probabitur, angulum c e b eſſe æqualem angulo a e d: quod eſt propoſitũ.



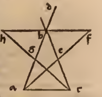
Euclid ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

15 Si duę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, ãgulos q circa uerticẽ ſunt ęq̃s adinuicẽ efficiẽt. THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe adinuicem ſecent in ſigno ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε ſuper rectam lineam γ δ ſtetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniam recta linea δ ε ſuper rectã lineã α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β. igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eãdẽ 13 propoſitionẽ.) Oſtẽſum aũt eſt, q anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq; oſtẽdetur q et anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt, adinuicẽ æquales efficiẽt, quod oportuit demõſtraſſe.*



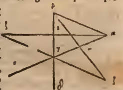
Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

16 SI q̃dlibet laterũ triãguli directè ꝓtrahat̃, faciet angulũ extrinſecũ utroq; ãgulo triãguli ſibi intrinſecus oppoſito maiorẽ. CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſque ad d, dico quòd angulus d b c, maior eſt utroq; duorum angulorum intrinſecorum ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propoſitionem) lineam c b per æqualia in puncto e. & protraham a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protraham lineã f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triãguli a e c ſunt ęqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, erit (per 4 propoſitionẽ) angulus e c a, ęqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabit̃, quòd eſt maior angulo c a b. Nã diuidã a b per æqualia in puncto g, (per 10 propoſitionẽ) & protrahã lineã g h, ęqualem lineæ c g (per 3 propoſitionẽ) poſtea protrahã h b k, eũrũq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus g c a, eſt ęqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d, erit etiã maior angulo b a c quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.

16 Omnis triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito maior eſt. THEON ex Zamb. *Sit triãgulũ α β γ, et producatur ipſius latus unũ (ſitq; illud β γ) uſq; in δ. Dico q exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito conſtituto, hoc eſt angulo γ β α, & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (p 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, et protracta linea β ε (p 2 poſtulatũ) extẽdatur in ſignũ ζ: collocetur q; ipſi β ε (p 2 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (p 1 poſtulatũ) ζ γ, et extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in η. Quoniã igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, et angulus α ε β (p 15 propoſitionẽ) angulo ζ ε γ eſt æqua-*



nor eſſet, at non eſt: latus igitur α γ latere α β minus minimè eſt. Maius igitur eſt latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 20.

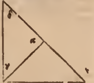


20 OMnis triãguli duo quęlibet latera ſimul iuncta, reliq̃ ſunt longiora.

CAMP. Sit triãgulus a b c, dico quod duo latera a b & a c, ſunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a uſq; ad d, ita ut a d ſit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propoſitionẽ) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d eſt maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, eſt maius latere b c: ſed b d, eſt æquale a b & a c, quare b a & a c ſimul iuncta, ſunt maiora b c. Euclid. ex Zamb. *Theorema* 13. *Propoſitio* 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliq̃ ſũt maiora quomodocũq; aſſũpta.

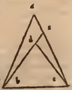
THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ: Aio ipſius α β γ triãguli bina latera, reliquo eſſe maiora quomodocũq; ſuſcepta, hoc eſt β α, α γ, ipſo β γ & α β: β γ, ipſo α γ & β γ: γ α ipſo α β. Producatur namq; (per 2 poſtulatũ) β α ad δ ſignũ: & ponãtur (per 2 propoſitionẽ) ipſi α γ æqualis α δ, connectaturq; δ γ. Quoniã igitur δ α ipſi α γ eſt æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propoſitionẽ) angulo α γ δ eſt æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ, maior eſt: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior eſt. Et quoniã triangulũ eſt δ γ β, maiorẽ habens angulũ β γ δ angulo α δ γ, atq; maiorẽ angulũ maius latus ſubtendit (per 18 propoſitionẽ) ergo δ β ipſo β γ maius eſt. Aequale autẽ eſt δ β ipſis α β, α γ: maiora igitur ſunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autẽ eſt δ α ipſi α γ: maiora igitur ſunt latera β α, α γ, ipſo β γ. Similiter uerò demõſtrabimus, quòd etiã latera α β & β γ, ipſo γ α ſunt maiora. Sed β γ, γ α, ipſo α β. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora ſunt, quoquo modo aſſumpta, quod demonſtraſſe oportuit.*



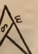
Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ lineæ excũtes, intra triangulũ ipſum ad punctũ unum cõueniant, eædẽ duabus quidẽ reliquis triãguli lineis breuiores erunt, & maiorẽ angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c cõcurrãt duæ lineæ b d & c d, ad punctũ d, intra triangulũ a b c. Dico quod ipſæ lineæ b d & c d ſimul iunctæ, ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis, & quòd angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d, uſq; quo ſecet latus a c in pũcto e, eruntq; (per 20 propoſitionẽ) b a & a e ſimul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, ſunt maiores b e & e c. At uerò d e & e c ſimul iunctæ, per eandẽ ſunt maiores d c, quare b e & e c ſunt maiores b d & d c: & quia b a & a e ſunt maiores b e & e c, ut probatũ eſt prius, erũt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod eſt 1 propoſitũ. At quoniã angulus b d c eſt maior angulo d e c (per 16 propoſitionẽ) & angulus d e c eſt maior angulo c a b (per eandẽ) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod eſt 2 propoſitum. Euclid ex Zamb. *Theorema* 14 *Propoſitio* 21.



21 Si triãguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum cõſtituantur, quæ cõſtituuntur, reliquis triãguli binis lateribus minores quidẽ erunt, maiorem uerò angulum continebunt.



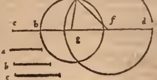
THEON ex Zamb. *Trianguli enim α β γ ſuper latere β γ, à terminis ipſius β γ, duæ rectæ lineæ interius conſtituãtur β δ & γ δ. Dico q̃ β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α et α γ ſunt minores: angulũ uerò β δ γ maiorẽ, ipſo α β γ cõprehendũt. Producatur enim (per 2 poſtulatũ) linea β δ ad ε. Et (per 20 propoſitionẽ) quoniã omnis triãguli bina latera reliquo ſunt maiora: triãguli, α β ε (per 20 propoſitionẽ) duo latera α β & α ε ipſo β ε ſunt maiora. Communis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε et ε γ ſunt maiores. Rurſus quoniã (per eandẽ) triãguli γ ε δ bina latera γ ε et ε δ ipſo δ γ ſunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε et ε β, lineis γ δ et δ β ſunt maiores. Sed oſtẽſum eſt quòd β α & α γ, ſunt maiores ipſis β ε & ε γ: lõgè igitur maiores ſunt β α et α γ lineæ, ipſis β δ et δ γ. Rurſus quoniã (p 16 propoſit.) omnis triãguli exterior angulus interiore et oppoſito maior eſt, triãguli ergo γ δ ε, ãgulus β δ γ exterior maior eſt.*

angulo γεδ, quare & trianguli κβε, angulus γεβ exterior, maior eſt angulo βαγ. Sed oſtenſum eſt quòd angulus βδγ, eo qui ſub γεβ, eſt maior: longè igitur maior eſt angulus βδγ, angulo βαγ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

Propoſitis tribus lineis rectis, quarũ duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum conſtituere. 22

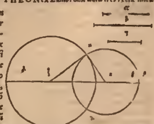
CAMP. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus nõ poſſet cõſtitui (per 20 propoſitionẽ) Cùm ergo ex illis trib. prædictis uolo cõſtituere triangulũ, ſumo lineã rectam quæ ſit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finem, de qua ſumo (per 3 propoſitionẽ) d f æqualẽ a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq́ puncto f cẽtro, deſcribo ſecundum quantitatẽ lineæ f d, circulũ d k: itemq́ facto g cẽtro, deſcribo ſecundũ quantitatem lineæ g h, circulũ k h, qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis: quorũ unum ſit k: alioquin ſequeretur, unã dictarum linearũ eſſe æqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod eſt contrarium poſitioni. Duco ergo lineam k f & k g, eritq́ triangulus k f g, conſtitutus ex tribus lineis ęqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f k æquales, quoniam ſunt à centro ad circunferentiam, quare f k, eſt æqualis a. Similiterq́ g h & g k ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circunferentiam: quare g k, eſt æqualis c. & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitum manifeſtè.



Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 22.*

Ex tribus rectis lineis, quæ ſunt trib. datis rectis lineis ęquales, triãgulum cõſtruere. Oportet aũt duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocũq; aſſumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocũq; aſſumpta, reliquo ſunt maiora. 22

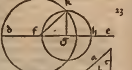
THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, quarũ duæ reliqua ſint maiores quomodocũq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſam β, & β, γ, ipſa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq́; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea δζ, ipſi uerò β, linea ζη, ipſi uerò γ, linea ηθ. Et centro quidẽ ζ, ſpacio uerò ζδ (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur δκλ: rurſus cẽtro quidẽ η, ſpacio uerò ηθ (per idẽ) circulus deſcribatur θκλ, & cõnectantur (per 1 poſtulatũ) κζ & κη. Dico quòd ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ κζη cõſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli δκλ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) ζδ ipſi ζκ. Sed α, ipſi ζδ eſt æqualis, & κζ, igitur (per cõmunẽ ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignũ, centrũ eſt circuli λκθ, æqualis eſt (per eandẽ diffinitionẽ) ηκ ipſi ηθ, ſed γ ipſi ηθ eſt æqualis, & ηκ, igitur (per 1 communẽ ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζη ipſi β eſt æqualis (per hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ κζ, ζη, ηκ, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex trib. igitur rectis lineis, hoc eſt κζ, ζη, ηκ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt, α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ κζη conſtructũ eſt, quod feciſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

Data recta linea, ſup terminũ eius cuilibet angulo propoſito æquũ angulũ deſignare. 23

CAMP. Sit data linea f e, quę eſt in ſuperiori figura, & ſint lineę b a cõtinentes angulũ datũ, cui ſubtendã baſin c. Super punctũ f lineæ e f, iuberẽ facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualẽ lineæ a, & ex f e ſumo f g æqualẽ b, & ex g e ſumo g h æqualem c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h, ſecundum quantitatem

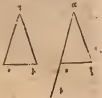


tatem duarum linearum f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq́ lineis k f & k g, erũt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g k æqualis baſi c: ergo (per 8) angulus k f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq́ in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

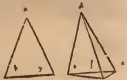
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq́; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus ſit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineã α β, ad datumq́; in ea ſignũ α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualẽ angulũ rectilineũ collocare. Sint in utriſq́; lineis et γ δ et γ ε contingẽtia ſigna, ſintq́; illa δ ε, et connectatur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, ε γ, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulum conſtruatur, ſitq́; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis ſit α ζ, & γ ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniam duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſunt æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq́; in ea ſignum α dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt: quod feciſſe oportuit.*

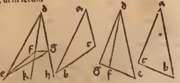


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 OMnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorum ſub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior, baſis quoq́ eiuſdem, baſi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trĩãguli a b c, & e d f, ſintq́ duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque ſuo correlatiuo, dextrum ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq́ ſiniſtro, ſitq́ angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd baſis b c, maior erit baſi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum e d g æqualem angulo a, eritq́ angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut tranſibit ſupra e f, ut ſecet lineam d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primò ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propoſitionem) baſis b c æqualis baſi e g. At uerò quia d g & d f ſunt æquales (nam utraque eſt æqualis a c) erit (per 5 propoſitionẽ) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo (per 18 propoſitionẽ) latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Si uerò e g tranſeat ſuper e f, & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propoſitum. Si uerò e g trãſeat infra e f, protrahantur duæ lineæ d f & d g, quæ ſunt æquales, ut probatum eſt, uſq́ ad k & ad h: fientq́ per ſecundam partem 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propoſitionem) latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f: quod eſt propoſitum. Iſtud ultimum membrum poſſet etiam probari (per 21 propoſitionem) per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiore duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitum. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo, ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.





Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 24.*

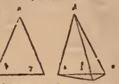
24 Si bina triãgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint

alterum

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem ſub ęquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

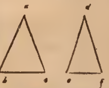
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε, δ ζ æqualia habentia, alterũ alteri, hoc eſt latus α β lateri δ ε, & latus α γ lateri δ ζ, angulus uerò qui ſub β α γ, angulo ε δ ζ eſto maior. Dico q; & baſis β γ, baſi ε ζ maior eſt. Quoniã enim angulus β α γ maior eſt angulo ε δ ζ, collocetur (per 23 propoſitionẽ) ad rectã lineã δ ε, ad datũq; in ea ſignũ δ, dato angulo β α γ æquus angulus ε δ η. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ α γ uel δ ζ, æqualis ipſa δ η: & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) η ε & ζ η. Quoniã igitur α β æqualis eſt ipſi δ ε, et α γ ipſi δ η, binæ lineæ β α et α γ duab. lineis ε δ et δ η ſunt æquales altera alteri, & angulus β α γ (per 23 propoſitionẽ) angulo ε δ η eſt æqualis: baſis igitur β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε η eſt æqualis. Rurſus quoniã æqualis eſt δ η ipſi δ ζ: angulus igitur δ η ζ, angulo δ ζ η eſt æqualis. Angulus igitur δ ζ η, angulo ε η ζ maior eſt: lõgè maior igitur eſt angulus ε ζ η, angulo ε η ζ. At quoniã triangulũ eſt ε ζ η habens angulũ ε ζ η maiorẽ angulo ε η ζ, maiorem autem angulũ (per 18 propoſitionem) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus ε η latere ε ζ. Aequale autem eſt latus ε η, lateri β γ: latus igitur β γ, maius eſt latere ε ζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus laterib. æqualia habuerint, et quæ ſequũtur reliqua, ut in propoſitione, quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

OMniũ duorũ triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus laterib. alterius fuerint ęqualia, baſis uerò unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus triãguli maioris baſis illis æquis laterib. cõtẽtus, angulo alterius ſe reſpiciẽte maior. 25

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f ſecundi, unumquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim eſſet (per 4) baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt contra hypotheſin. Sed nec minor, quia ſic eſſet d maior: & ita per præcedentem baſis e f, erit maior baſi b c, quod eſt contrarium poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitum aſtruitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſin uerò baſi maiorem, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, & α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε & δ ζ æqualia habentia alterũ alteri, α β ſcilicet, ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ζ: baſis autẽ β γ, baſi ε ζ maior eſto: dico quòd angulus β α γ, maior eſt angulo ε δ ζ. Si autem non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſſet æqualis: at nõ eſt: angulus igitur β α γ, angulo ε δ ζ æqualis minimè eſt. Neq; etiam minor eſt angulus β α γ eo qui ſub ε δ ζ: nã baſis β γ, baſi ε ζ minor eſſet: at nõ eſt: minor igitur non eſt angulus β α γ, eo qui ſub ε δ ζ: oſtenſum autẽ eſt quòd neq; æqualis: maior igitur eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate: quod oſtendere oportuit.*



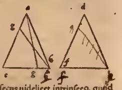
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

OMnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterq; ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoq; unius lateri alterius æquale, 26

fueritq;

fueritq́; latus illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppoſitum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; ſe reſpicienti æqualia, anguluſq́; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq́; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, ſitq́; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b ſit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, ſuper quod iacent anguli b c, ſit æquale lateri e f, ſuper quod iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non ſit æquale lateri d e, alterum erit maius: ſit ergo maius d e, quod reſecabo ad æqualitatem a b, ſitq́; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq́; per 4 propoſitionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod eſt impoſsibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod eſt primum membrum diuiſionis propoſitæ. Sint rurſus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: ſitq́; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico; quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: ſit ergo e f, maius. ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq́; per 4 propoſitionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinſecus uidelicet, intrinſeco, quod eſt impoſsibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propoſitionē, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitę. Quare totum manifeſtè patet.

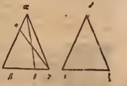


Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 26.*

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq́; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum ſubtēditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

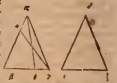
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc eſt, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc eſt δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc eſt angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq́; latus uni lateri æquū: & primū id quod æquis adiacet angulis, hoc eſt latus β γ lateri ε ζ. Aio quòd & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc eſt latus α β, lateri δ ε: & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquū angulum reliquo angulo æqualem, hoc eſt β α γ ipſi ε δ ζ. Si enim α β ipſi δ ε eſt non æqualis, earum altera maior eſt: eſto maior α β, & η collocetur (per 3 propoſitionem) ipſi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis eſt ipſi δ ε, & β γ ipſi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri ſunt æquales & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus eſt: baſis igitur η γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis, & triangulum η γ β triangulo δ ε ζ æquū eſt: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: æqualis igitur eſt angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipſi β γ α ſupponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam communem ſententiam) angulo β γ α eſt æqualis minor maiori: quod eſt impoſsibile. Inæqualis igitur non eſt α β, ipſi δ ε. æqualis igitur. Eſt autē & β γ, ipſi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ ſunt altera alteri æquales: & angulus qui ſub α β γ, angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: et reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis.*

ἑκάσῳ, ponatur, ſit.



Rurſus

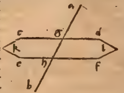
Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa, æqualia, ſintq́; αβ & δε. Dico rurſus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri δζ: & inſuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ æqualis erit. Si enim βγ ipſi εζ æquale non eſt, alterũ eorum maius erit: ſit igitur (ſi poßibile eſt) maius latus βγ: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi εζ æqualis linea βθ: & connectatur (per 1 poſtulatũ) αθ. Et quoniam æqualis eſt βθ ipſi εζ, & αβ ipſi δε: duæ igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur αθ, (per 4 propoſitionem) baſi δζ eſt æqualis: & triangulũ αβθ, triangulo δεζ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quib. æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur βθα, angulo εζδ eſt æqualis. Sed angulus εζδ, angulo βγα eſt æqualis. Angulus igitur βθα, angulo βγα eſt æqualis: trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Latus igitur εζ, ipſi βγ inæquale nõ eſt, æquale igitur. Eſt autem αβ, ipſi δε æqualis: duæ igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur αγ (per 4 propoſitionem) baſi δζ eſt æqualis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ eſt æquale: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duosq́ angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illę duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

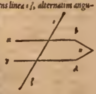
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f, & ſecet lineã c d in puncto g. & lineam e f in puncto h: ſitq́ angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quòd lineę c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Si enim non concurrant, aut ad partem c, e, ſuper punctum k, aut ad partem d f, ſuper punctum l: & qualitercunq́ fuerit, accidet impoſsibile per 16. uidelicet angulum extrinſecum, eſſe ęqualem intrinſeco & oppoſito. nam unus dictorum angulorum coalternorum, qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſsibile eſt eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipſę per ultimam diffinitionem erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos ęquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſę rectę lineę erunt. 27

THEON ex Zamberto. *In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ, & εζδ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus eſt αβ, ipſi γδ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes βδ, aut ad αγ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in ſigno η, ſi eſt poßibile. Trianguli ergo ηεζ, angulus αεζ exterior, æqualis eſt angulo εζη interiori & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Igitur αβ & γδ productæ, ad partes βδ, minimè concurrunt: ſimiliter quoque oſtendetur, quòd neque ad partes αγ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt αβ, ipſi γδ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*



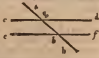
Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq́ angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito ęqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus anlis rectis ęquales, illę duę lineę æquidiſtantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſecet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: ſitq́ angu-

lus

lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint ęquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineę c d & e f ſunt ęquidiſtãtes. Sit ergo primò angulus d g a, ęqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per pręmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, ęquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter ęquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 28.

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ ãgulũ interiori & oppoſito ad eaſdẽ partes ęqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis ęquales, parallelę erũt adinuicẽ ipſę rectæ lineę.

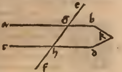
THEON ex Zamb. *Si in binas rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales: dico quòd parrallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniã angulus ε η β (per hypotheſim) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, & ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniam anguli β θ η & η θ δ (per hypotheſim) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI duabus lineis æquidiſtãtibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, anguluſq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis: itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti, duobus rectis angulis ęquales.

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quòd angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & quòd anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt ęquales duobus rectis. Et hęc eſt conuerſa duarum pręcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt ęqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt ęquales duobus rectis, ergo per 15 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineę a b & c d ſi protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctũ aliquem, ut ad k: non ergo ſunt ęquidiſtantes per ultimã diffinitionem, quod eſt cõtra hypotheſim: & quia hoc eſt impoſsibile, erunt duo anguli coalterni b g h & e h g æquales, quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionem duo anguli a g e & a g h, ęquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

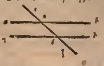


Euclides ex Zamberto. Theorema 20. Propoſitio 29.

29 In parallelos rectas lineas recta incidẽs linea, & alternatim angulos adinuicẽ ęquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æqlẽ, & interiores & ad eaſdẽ partes duob. rectis ęquales efficit.

THEON ex Zamb. *In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ: dico quòd & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & oppoſito & ad*

eaſdē partes, hoc eſt ipſi η θ δ æqualē, & interiores & ad eaſdē partes, hoc eſt β η θ & η θ δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non eſt α η θ ipſi η θ δ, alter eorū maior eſt. Sit maior α η θ. Quoniā igitur α η θ maior eſt ipſo η θ δ, communis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores ſunt ipſis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & θ η β (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales, anguli igitur β η θ & η δ θ duobus rectis ſunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitū, concurrunt (per 1 poſtulatum) Rectæ igitur lineæ α β & γ δ, in infinitū productæ, concurrunt: nō concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypotheſim. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inæqualis non eſt:

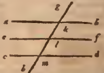


æqualis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η β (per 15 propoſitionem) eſt æqualis, angulus igitur ε η β (per 1 communem ſententiam) angulo η θ δ eſt æqualis, communis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ, igitur angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI fuerint duæ lineæ uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem diſtantes erunt. 30

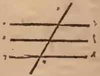
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d. quarum utraq; ęquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum, ſiue duę lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecundum quod omnes ſunt in ſuperficie una. ſecundum enim quòd ſunt in diuerſis ſuperficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd ſunt ęquidiſtantes. Sint igitur omnes in ſuperficie una: protraham autem lineam g h, ſecantem lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b ęquidiſtat e f, erit angulus b k l, æqualis angulo e l k per primam partem præcedētis, cum illi ſint coalterni: at quia a b æquidiſtat e f, erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecundā partem præcedentis. ergo angulus b k l, eſt ęqualis angulo c m l: qui cū ſint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d ęquidiſtātes: quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 31.*

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem ſunt paralleli. 30

THEON ex Zamb. *Sint α β & γ δ, ipſi ε ζ paralleli, dico quòd α β, ipſi γ δ eſt parallelus. Incidat enim in eas rectas lineas η θ κ, & quoniam in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ κ incidit: æqualis eſt igitur angulus α η θ ipſi η θ ζ (per 29 propoſitionem.) Rurſus quoniam in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea η κ incidit (per eandem) æqualis eſt η θ ζ, ipſi η κ δ. patuit autem, quòd α η θ ipſi η θ ζ eſt æqualis, & quòd η κ δ eſt æqualis η θ ζ, α η κ igitur, ipſi η κ δ eſt æqualis, & ſunt alterni, parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ: quod oſtendendum erat.*



Euclides ex Camp. *Propoſitio 31.*

A Pūcto extra lineā dato, lineæ propoſitę æqdiſtātē ducere. 31

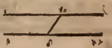
CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur, cum linea utrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineā æquidiſtātem ipſi b c, protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantē qualitercunq; cōtingat, & ſuper punctū a, qui eſt extremitas lineę a d, cōſtituo angulum e a d, per doctrinam 23 propoſitionis, ęqualem angulo b d a ſibi coalterno, eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionem: quod eſt propoſitum.



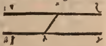
Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 31.*

Per datū ſignum datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum ſignum α, data uerò recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignum α ipſi β γ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ, contingens*



contingens ſignum,ſitq́; illud δ, & connectatur (per 1 poſtulatum) α δ, & cõſtituatur (per 23 propoſitionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq́; in ea ſignum α, dato angulo α δ γ, æqualis angulus δ α ε, et producatur (per 14 propoſitionẽ) in rectum ipſius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicem fecit, parallelus eſt igitur ε ζ ipſi β γ (per 27 propoſitionẽ.) Per datũ ergo ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta eſt: quod fecisse oportuit.



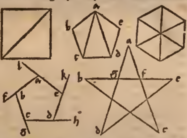
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

32 Omnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

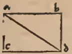
CAMPANVS. Sit trianglus a b c, cuius latus b c protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A' puncto c protraham c f ęquidiſtantem a b, ſecundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primam partem 29 propoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundam partem eiuſdem: quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primum. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.



CAMPANI additio. Ex hac antem patet, quòd omnes figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt ęquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, eſt triangula prima: quia ſi eſſet duarũ linearum, cum figura ſit clauſio linearum, tunc duę lineæ rectæ includerent ſuperficiem, quod eſt impoſsibile per ultimã petitionem. Quadrilatera, ſecunda: pentagona, tertia. Similiter autem quęlibet tora erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triãgulę (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis: quadrilaterę (quæ eſt ſecunda) erunt ęquales quatuor rectis: & pentagonę (quę eſt tertia) erũt æquales ſex rectis. Hoc autẽ manifeſtũ eſt, quoniam cum quælibet talis figura ſit in tot triangulos reſolubilis, quota ipſa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figurę omnes anguli bis tot rectis ęquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitum. Sit enim exempli gratia pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e: quorũ cum cuiuslibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorum aut laterum eius, inde dẽpto binario. Poſſumus quoq; & ſic idem proponere, dicentes quòd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicãt, inde dẽptis quatuor: pũcto enim quouis intra figurã ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis ꝓtractis, erit ipſa figura in tot triãgulos reſoluta quoti fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorũ triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quãtus eſt numerus quem duplicant anguli propoſitæ figuræ. Cum itaq; ſint omnes anguli triangulorum, in quos ipſa reſoluta eſt, punctum mediũ circunſtantes, quatuor rectis æquales per 13 propoſitionem, manifeſtum conſtat propoſitum. Similiter quoq; patet, quòd omnis figuræ polygoniæ

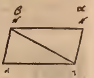


gulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimamſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe ęquales, patet propoſitum utrunque.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 33.*

33 Æquos & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.



THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipſas cõiungãt ad eaſdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ ad inuicem ſunt æquales, (per uiceſimam nonam propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionem) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod ſub) β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quib. æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ: & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimamſeptimam propoſitionem. Oſtenſum autem eſt, quòd & ei æqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

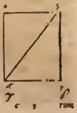
34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contẽta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.



CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c d ęquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe ęqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cum a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimamnonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes, erunt anguli c a d & d b a, qui ſunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c: & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroque triangulo eſt commune, erit per uiceſimamſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali, per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 34.*

34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt ad inuicem, & dimetiens ea bifariam ſecat. *χωρίων.

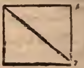


THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq́; illius β γ eſto. Dico quòd parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex oppoſito, ad inuicem ſunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariam ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ſunt ad inuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui ſub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 26 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*

rum

rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ eſt æquale lateri γδ, & αγ ipſi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ eſt æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis eſt angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui ſub αγβ: totus igitur angulus αβδ, toti angulo αγδ (per 2 communem ſententiam) eſt æqualis. Oſtēſum eſt autem, quòd angulus βαγ angulo γδβ eſt æqualis. Parallelogrammorū igitur oppoſitorū anguli & latera ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea biſariam ſecat. Quoniam enim αβ æquum eſt ipſi γδ, & βγ communis eſt, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ ſunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ eſt æqualis: baſis igitur αγ (per 4 propoſitionem) baſi βδ eſt æqualis, & triangulum αβγ triangulo βγδ eſt æquale. Dimetiens igitur βγ, biſariam ſecat parallelogrammum αβγδ: quod erat oſtendendum.

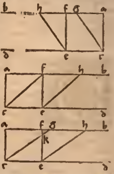
διάμ



Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

OMnes ſuperficies æquidiſtātiū laterū ſuper unā baſin atque in eiſdē alternis lineis conſtitutæ, æquales eſſe probātur. 35

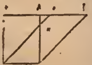
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, inter quas fiat a c f e ſuperficies æquidiſtātiū laterū ſuper baſim c e, & ſuper eandē baſim, & inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e, ſimiliter æquidiſtātium laterū: dico duas prædictas ſuperficies, eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineā a b in aliquo puncto lineæ a f aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarū linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29, uidelicet extrinſecus intrinſeco, erit per 4, triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ eſt g c f e, addita utrique, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitū. Secet ſecundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in ſecunda figuratione apparet, eruntque ſimili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, æquales: quare utrobique addito triangulo f c e, patet propoſitum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta f, b, ut in tertia figuratione apparet, ſecabitque lineam f e, ſit ut in puncto k, & quia ſimili argumentatione priori, linea a f eſt æqualis lineæ g h, facta communi linea g f erit g h æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroque triāgulo f k g erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt oppoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 35.

Parallelogramma in eadem baſi & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia. 35

THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem baſi exiſtentia, hoc eſt βγ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt, αζ & βγ. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, æquale eſt parallelogrammo εβγζ. Quoniā enim parallelogrammū eſt αβγδ, æqualis eſt αδ ipſi βγ (per 34 propoſitionē,) & id propterea etiā εζ ipſi βγ eſt æqualis: quare & αδ ipſi εζ eſt æqualis, et communis δε: tota igitur αε, toti δζ eſt æqualis. At αβ ipſi δγ eſt æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ ſunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ eſt æqualis, exterior interiori. Baſis igitur εβ, (per quartam propoſitionem) baſi ζγ eſt æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ eſt æquale. Cōmune auferatur triangulū δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ trapezio εηγζ eſt æquale. Cōmune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammum αβγδ, toti parallelogrammo εβγζ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportuit.*

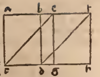


Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

OMnia parallelogramma in baſibus æqualibus atque in eiſdem lineis conſtituta, æqualia eſſe neceſſe eſt. 36

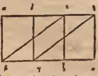
CAM-

CAMP. Parallelogrammum, dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantiũ laterum conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protraham duas lineas c e & d f, eritq́ per 33, ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d: nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per pręmiſſum utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdẽ parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

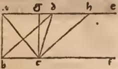


THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma αβγδ & εζηθ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & ζη, & in eiſdem parallelis, hoc eſt αθ & βη. Dico quòd parallelogrammum αβγδ eſt æquale parallelogrammo εζηθ. Connectantur enim βε & γθ. Quoniam æqualis eſt βγ ipſi ζη, ſed ζη æqualis eſt ipſi εθ, & βγ igitur ipſi εθ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas βε & γθ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli ſunt (per 33 propoſitionem.) Igitur εβ & γθ æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt εβγθ, & eſt æquale Parallelogrammo αβγδ: baſin enim eandem habet, hoc eſt βγ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt βγ & αθ: ac per hoc etiam εζηθ, ipſi εβγθ eſt æquale. Quare parallelogrammum αβγδ parallelogrammo εζηθ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

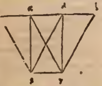
37 AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quę ſint æquidiſtãtes, dico eos eſſe ęquales. Protrahã enim c g ęquidiſtantẽ a b, & c h æquidiſtantẽ d b per 31, erũtq́ duę ſuperſicies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti triãguli ſunt earum dimidia per corellariũ 34 propoſitionis, ipſi erũt æquales per cõmunẽ ſcientiã quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ſicq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 37.* *Propoſitio 37.*

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.



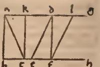
THEON ex Zamb. *Sint triangula αβγ & δβγ, in eadem baſi βγ, & in eiſdem parallelis αδ & βγ conſtituta. Dico quòd triangulum αβγ, eſt æquale triangulo δβγ. Producatur (per 2 poſtulatum) αδ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γα (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus βε, & per γ, ipſi βδ (per eandem) parallelus excitetur γζ. Parallelogramma igitur ſunt εβγα & δβγζ, & parallelogrammum εβγα, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δβγζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi βγ, & in eiſdem parallelis βγ & εζ. At parallelogrammi εβγα, triãgulum αβγ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam αβ dimetiens, illud bifariàm ſecat, parallelogrammi uerò δβγζ (per eandem) triangulum δβγ dimidium eſt. nam βγ dimetiens illud bifariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam communem ſententiam) triangulum igitur αβγ, triangulo δβγ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes b c & e f æquales, & inter lineas

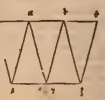
a g & b h æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c k æquidiſtantem a b, & f l æquidiſtantem e d, eruntq́ duæ ſuperficies a b c k & d e f æquales (per 36) & quia dicti trianguli ſunt earũ dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſententiam.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 28* *Propoſitio 38.*

Triangula in æquálibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia. 38

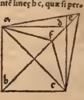
THEON ex Zamb. *Sint trianguli α β γ & δ ε ζ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & α δ. Dico quòd triangulum α β γ, æquũ eſt triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) α δ, ex utraq; parte in η θ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipſi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandẽ) Parallelogrammum igitur eſt, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammum η β γ α (per 36) æquum eſt ipſi δ ε ζ θ parallelogrammo, in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propoſitionem) triangulum α β γ, medietas eſt, α β enim dimetiens, illud bifariàm ſecat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ medietas eſt (per eandem), nam dimetiẽs ζ δ, illud ſecat bifariàm. Aequaliũ uerò ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 communem ſententiam). Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. quod oportuit demonſtraſſe*



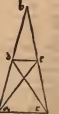
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

OMnes duo trianguli æquales, ſi in eandem baſin & ex eadẽ parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtãtes erũt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex una eademq́ parte, ſintq́ æquales: dico eos eſſe inter lineas ęquidiſtãtes. Et hęc eſt cõuerſa 37. A puncto a, protraham lineam æquidiſtantẽ lineę b c, quæ ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertrãſibit ſupra aut infra. Tranſeat primò ſuprà, & ſit a e, producam b d, uſq; quo ſecet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c eſt æqualis triangulo a b c (per 37) & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c, erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Non igitur pertrãſibit linea quę à puncto a ducitur ęquidiſtanter b c, ſupra d. Trãſeat ergo infrà, & ſit a f, ſecans lineã d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37 triangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c, ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod eſt impoſsibile. Quia ergo à puncto a, æquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.



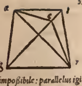
CAMPANI additio. Ex hac autem & pręmiſſa, nota quòd ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertio æquidiſtãs, quod ſic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quę ſunt a b & b c, ſecet linea d e per ęqualia, a b quidem in puncto d, & b c in puncto e, dico quòd linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipſi a b æquidiſtante, erit per 38 triangulus a e d ęqualis triangulo d e b, propter id quòd linea a d baſis trianguli a e d poſita eſt æqualis lineę d b baſi trianguli d e b. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtante, per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quòd linea c e poſita eſt æqualis lineæ e b, triangulus a e d eſt æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin, uidelicet lineam e d, & ex eadem parte, ipſi erunt per hanc 39 inter lineas ęquidiſtantes: ergo linea d e, eſt æquidiſtans lineę a c. Quod quidem propoſitum ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 39.*

Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis. 39

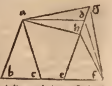
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δγβ, cõſtituta in eadẽ baſi βγ, & ad eaſdem partes, dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur αδ. Dico quòd αδ ipſi βγ eſt parallelus. Si autem nõ, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ſignum, ipſi βγ rectæ lineæ parallelus αε, & cõnectatur εγ. Triangulum igitur εβγ (per 37 propoſitionem) æquale eſt triangulo αβγ: in eadem enim ſunt baſi βγ in eiſdemq́; parallelis αε & βγ. At triangulum igitur δβγ, ipſi triangulo αβγ eſt æquale per hypotheſin. Triãgulum igitur δβγ, triangulo εβγ eſt æquale, maius uidelicet minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt αε ipſi βγ. Similiterq́; oſtendemus, quòd nulla alia præter αδ: parallelus igitur eſt αδ ipſi βγ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 40.*

40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq́ lineæ ex eadem parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquidiſtantes neceſſe eſt contineri.

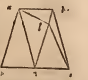
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f æquales conſtituti ſuper duas baſes, quæ ſunt b c & e f, ex eadẽ parte: dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtantes, & hæc eſt conuerſa 38. Et probatur per ipſam, ſicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitum: ſin autem, pertranſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut fit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſsibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq́ lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod eſt impoſsibile Quia ergo non tranſibit, niſi per punctum d, patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 40.*

40 Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.

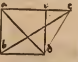
THEON ex Zamberto. *Sint triangula æqualia αβγ & γδε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & γε, & ad eaſdem partes α. Dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per primum poſtulatum) αδ. Dico quòd αδ ipſi βε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ipſi βε parallelus αζ, & connectatur ζε. Triangulum igitur αβγ, triangulo γζε eſt æquale (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta βγ & γε, & in eiſdem parallelis βε & αζ, ſed triangulum αβγ, triangulo δγε eſt æquale. Triangulum igitur δγε, æquum eſt triangulo ζγε, maius minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt αζ ipſi βε. Similiterq́; oſtendemus quòd nulla præter αδ. Parallelus igitur eſt αδ ipſi βε, quod oſtendere oportebat.*

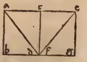


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI parallelogrammum triangulusq́ in eadem baſi atque in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.

CAMPANVS. Sit parallelogrãmũ a b e d, & triãgulus e b d ſuper baſin b d, & inter lineas a e & b d, quæ ſint æquidiſtãtes. Dico parallelogrammũ, duplũ eſſe triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrũ a d, erit triãgulus a b d, dimidiũ parallelogrammi per correlariũ 34, & quia triãgulus e b d eſt æqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, eſſe dimidiũ parallelogrãmi a b e d, quod eſt propoſitũ. Similiter quoq; poteſt probari, quòd ſi parallelogrammũ triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquidiſtãtes fuerint cõſtituta, parallelogrammũ duplũ erit triãgulo. Quod ideo nõ poſuit Euclides,

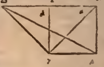




des, quia leuiter patet ex hac præcedente corollarium, & 38, diuiſo parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel ſuper baſin parallelogrammi inter eaſdē lineas æquè diſtantes triangulo cōſtituto, ad quē duplum erit parallelogrammum per hāc præcedentē, & ipſe ęqualis alteri dato triangulo, per 38. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 31.* *Propoſitio 41.*

Si parallelogrammum & triangulum eandem baſin habuerint, in eiſdemq́; fuerint parallelis, trianguli parallelogramū duplum erit. 41

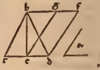
THEON *ex Zamb. Parallelogrammum enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant baſin β γ, in eiſdemq́; ſint parallelis β γ & α ε. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, trianguli β ε γ duplum eſt. Connectatur enim (per 1 poſtulatum) α γ. Triangulū igitur α β γ (per 37) æquale eſt triangulo ε β γ: in eadem ſunt baſi β γ, & in eiſdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammum α β γ δ, duplū eſt ipſius trianguli α β γ (per 34 propoſitionem) etenim dimetiens α γ illud biſariàm ſecat. Quare parallelogrammum α β γ δ, ipſius trianguli ε β γ duplum eſt. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod ſequitur reliquum, quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 42.*

A Equidiſtantium laterum ſuperficiem deſignare, cuius angulus ſit angulo aſsignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis. 42

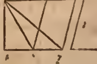
CAMPANVS. Sit aſsignatus angulus a, & aſsignatus triangulus b c d, uolo deſcribere ſuperficiem æquidiſtantium laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum ex aduerſo poſitorum ſit æqualis a. Diuido baſin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidiſtantem c d, eritq; (per 38) triangulus b e d æqualis triangulo b e c, quare triangulus b e d, eſt dimidium totalis trianguli b c d. Igitur ſuper punctum e lineæ d e, conſtituo (per 23) angulum d e g æqualem angulo a, & perficio parallelogrammum g e d f, quod etiam quia per præcedentem eſt duplum ad triangulum b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; ſunt æqualia: eſt enim triangulus b e d, utriuſq; dimidium. Quare deſcripſimus parallelogrammum g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerſo poſitorum eſt æqualis angulo a, quod fuit propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 42.*

Dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo. 42

THEON *ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ, datus uerò angulus rectilineus ſit δ, oportet iam ipſi triangulo α β γ æquale parallelogrammum cōſtruere in angulo rectilineo æquali ipſi δ. Secetur (per 10 propoſitionem) linea β γ biſariàm, in ſigno ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) α ε. Conſtituaturq́; (per 23 propoſitionem) ad datā rectam lineam ε γ, ad datumq́; in ea ſignum ε, ipſi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propoſitionem) per α, ipſi ε γ excitetur parallelus α η & (per eandem) per γ ipſi ε ζ, parallelus excitetur γ η: parallelogrammū igitur eſt ζ ε γ η. Et quoniam æqualis eſt β ε ipſi ε γ, triangulum α β ε (per 38) triangulo α ε γ eſt æquale: in æqualibus enim ſunt baſibus β ε & ε γ, & in eiſdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur eſt triangulum α β γ, trianguli α ε γ: baſin enim eandē habet, in eiſdemq́; parallelis eſt: parallelogrammum igitur ζ ε γ η æquum eſt ipſi triangulo α β γ, & habet angulum γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triangulo α β γ, æquale conſtitutum eſt parallelogrammum ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis ipſi δ, quod fecisſe oportuit.*

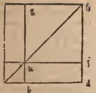


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 43.*

O Mnis parallelogrāmi ſpacij, eorū quæ circa diametrū ſunt parallelogrāmorū ſupplemēta, æqua ſibi inuicē eſſe neceſſe eſt. 43

CAMPANVS. Sit parallelogrammum a b c d, in quo protraham diametrum b c, & protraham e f æquidiſtantē utriq; duorum laterum a b & c d, quę ſecet diametrum in puncto k, à quo ducam k g æquidiſtantem utriq; duorū laterum a c & b d, & producā eam quouſq;

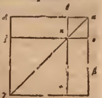
ſecet



a b & c d, ſitq́ tota g k h. Erit totum parallelogrammum a b c d diuiſum in quatuor parallelogramma, quorum duo, ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo quòd diameter tranſit per medium eorum, & ideo ſunt circa diametrum: reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d, dicuntur ſupplementa. Hæc duo ſupplementa dicuntur eſſe æqualia: ſunt enim duo trianguli a b c & d c b, æquales per correl. 34 propoſitionis: ſimiliter quoq́ duo trianguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlàrium: at duo trianguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlarium. Demptis igitur duobus triãgulis b f k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b k & k c h de tótali triangulo reliquo c d h, erunt per 3 communem animi conceptionem reſidua, quę ſunt duo dicta ſupplementa, æqualia: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 43.*

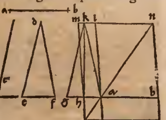
43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.



THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius ſit α γ, circa uerò κ γ parallelogramma ε θ & η ζ, ſupplementa uerò ſint β κ & κ δ. Dico quòd ſupplementum β κ, æquale eſt ſupplemẽto κ δ. Quoniam enim parallelogrammum eſt α β γ δ, dimetiens uerò illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionem) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammum eſt α ε κ θ, dimetiens uerò illius eſt α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum eſt triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulum κ ζ γ, æquum eſt triangulo κ η γ. At quoniam triangulum α ε κ triangulo κ θ κ eſt æquale, & triangulum κ ζ γ triangulo κ η γ eſt æquale, triangula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ ſunt æqualia: eſt autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur ſupplementum β κ (per 3 communem ſententiam) reliquo ſupplemento κ δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

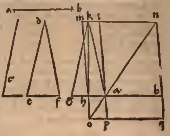
44 PRopoſita linea recta, ſuper eam ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ, cuius angulus ſit angulo adſignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis deſignare.



CAMPANVS. Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterum ſuper lineam aliquam, eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiẽ unam æquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b ſit unum ex lateribus eius, cuius uterq́ duorũ angulorum ex aduerſo poſitorũ ſit æqualis angulo c, & ipſa totalis ſuperficies ſit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hęc à 42. quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribẽdę, ſcilicet linea a b, ibi autẽ nullum. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineę a b ſecundum rectitudinẽ, quã pono ęqualẽ lineę e f baſi triãguli dati, ſuper quã conſtituto triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulũ a k g æqualẽ angulo e, & angulũ g a k æqualẽ angulo f per 23: & quia g a poſita fuerat ęqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam à puncto k lineã m k n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq́ per 38 triangulus a h k æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctũ lineę g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ m l h a, quę per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.

Protraham

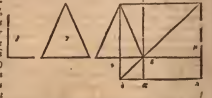
Protraham ergo b n æquidiſtantẽ a l, & produ cam diametrũ n a, quam protraham quouſque concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum m o n q, & protraham l a uſque ad p punctum lineæ o q, eritque per præcedentem, ſupplementũ a b p q, æquale ſupplemento m l h a, quare & triãgulo d e f, & quia (per 15) angulus l a h eſt æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p eſt æqualis angulo c, patet ſuper datã lineam a b deſcriptam eſſe ſuperficiem æquidiſtantium laterum a b p q æqualem dato triãgulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerſo poſitorum, qui ſunt a & q, eſt æqualis dato angulo c, quod fuit propoſitum.



Euclid ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 44.*

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogram- 44
παραβαλεῖν mum * conſtruere in dato angulo rectilineo.

THEON *ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datum uerò triangulum, ſit γ: datus autem angulus rectilineus ſit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum*
παραβάλλειν ** prætendere in angulo qui æqualis δ. Conſtituatur (per 42) ipſi γ triangulo æquale parallelogrammum β ε ζ η, in angulo ε β η, qui ipſi δ eſt æqualis. Et (per 2 poſtulatum) ponatur, ut β ε ſit in rectum ipſi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propoſitionem) utriſque & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per primum poſtulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli uerò β θ η & η ζ ε, duobus rectis ſunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producũtur, (per 5 poſtulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et*

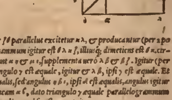


(per 31 propoſitionem) per κ ſignum utriſque ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 poſtulatum) lineæ θ α & η β ad λ μ ſigna. Parallelogrammum igitur eſt θ λ κ ζ, illiusque dimetiens eſt θ κ, circa uerò ipſum dimetientem θ κ parallelogramma ſunt α η & μ ε, ſupplementa uerò λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipſi β ζ eſt æquale, ſed β ζ (per 42) ipſi triangulo γ eſt æquale, igitur & λ β, ipſi γ eſt æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ eſt æqualis, ſed angulus η β ε, ipſi δ eſt æqualis, angulus igitur α β μ ipſi δ eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum
παραβέβληται ** prætenditur λ μ, in angulo α β μ, qui ipſi δ eſt æqualis, quod feciſſe oportuit.*

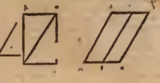
Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 45.*

DAto rectilineo, æquale parallelogrammum conſtituere 45
in dato angulo rectilineo.

THEON *ex Zamberto.*
Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uerò angulus rectilineus ſit ε, oportet iam ipſi α β γ δ rectilineo æquale cõſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Cõnectatur enim (per 1 poſtulatum) δ β, & cõſtituatur (per 42) triãgulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipſi ε eſt æqualis, & * *præ-*
παραβεβλήσθω *tendatur (per 44) ad rectã lineã η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammũ η μ, in angulo η θ μ, qui ipſi ε eſt æqualis. Et quoniã angulo ε, angulus θ κ ζ &*
angulus



angulus γ θ μ eſt æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo κ θ μ æqualis. Communis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ γ & γ θ μ ſunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur κ θ η & κ θ μ, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquã igitur rectã lineã η θ (per 14 propoſitionẽ) ad aliquodq́; in ea ſignũ θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ nõ in eiſdem partibus exiſtentes, κ utrobiq; angulos binis rectis æquales efficientes. In rectũ igitur eſt κ θ ipſi η θ. At quoniã ipſas in parallelos κ μ & ζ κ recta linea incidit θ κ, alterni anguli μ θ κ & θ κ ζ (per 29 propoſitionẽ) ſibi inuicẽ ſunt æquales. Cõmunis ponatur angulus θ κ λ. Anguli ergo μ θ κ et θ κ λ, angulis θ κ ζ et θ κ λ ſunt æquales. Sed ãguli μ θ κ et θ κ λ (per eãdẽ) duob. rectis ſunt æquales. In rectũ eſt igitur linnea ζ κ, lineæ κ λ. At quoniã ζ ipſi θ η (per 34) æqualis eſt & parallelus, & ipſi θ η ipſa μ λ, igitur (per 1 cõmunẽ ſententiam.) ζ η ipſi μ λ æqualis eſt et parallelus (per 30 propoſitionẽ.) Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propoſitionẽ) æquales & paralleli ſunt: parallelogrãmum igitur eſt κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ eſt æquale, & triangulũ δ β γ parallelogrammo κ μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrammo eſt æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquum parallelogrãmum conſtitutum eſt κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipſi ε dato æquali, quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 EX data linea, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum deſcribere. A' punctis a & b lineę a b educo, per 11, lineas a c & b d perpẽdiculares ad lineã a b, quę erunt æquidiſtantes, per ultimã partẽ 28, & pono utrãq; earum, eidẽ a b per 3 ęqualem, & protraho lineã c d, eritq́; ipſa æqualis & æquidiſtans lineę a b, per 33. Et quia uterq; duorum angulorum a & b eſt rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d eſt quadratum: quod eſt propoſitum.



Idem aliter oſtendere. Sit a c perpendicularis ſuper lineam a b per 11, & ſit ei ęqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidiſtans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & ęquidiſtans a c, & omnes anguli recti, per ultimã partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 46.

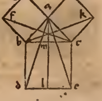
46 Ex data recta linea quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum deſcribere. Excitetur (per 11 propoſitionem) ipſi rectæ lineæ α β, à dato ſigno α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propoſitionem) ipſi α β æqualis α δ. Et (per 31 propoſitionẽ) per ſignum δ, ipſi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per ſignũ β, ipſi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrãmum igitur eſt ipſum α δ ε β, æqualis igitur eſt α γ ipſi δ ε, & α δ ipſi β ε. Sed α β ipſi α δ eſt æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterũ igitur eſt α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulũ eſt. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε (per 29 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: angulus autẽ β α δ eſt rectus, angulus igitur α δ ε eſt etiã rectus, parallelogrammorum κ locorum autem latera & anguli ex oppoſito, ſibi inuicẽ ſunt æqualia (per 34 propoſitionem.) Ex oppoſito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, ſunt recti. Rectangulum igitur eſt α β ε δ, oſtenſum autem eſt, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur eſt, atque ex data recta linea α β deſcriptum, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

46 IN omni triangulo rectangulo quadratum quod à latere rectãgulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitũ, æquum eſt duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis laterib. conſcribũtur.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c æquum eſt quadrato lateris a b, & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, ſecundũ doctrinam præcedẽtis, ſitq́ quadratũ b c, ſuperficies b c d e, & quadratũ b a, ſuperficies b f g a, & quadratũ a c, ſuperficies a c h k. Ab angulo a recto, ducã ad baſim d e baſim maximi quadrati. tres lineas, ſcilicet a l ęquidiſtantẽ utriq́ lateri b d & c e, quę ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e. Itemq́ à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorũ, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b k & c f. Et quia uterq́ duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterq́ duorum angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſim b f, & inter duas lineas æquidiſtantes, quæ ſunt c g & b f, conſtituta ſunt, parallelogrãmum b f g a & triangulo b f c, erit per 14 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi, eo quòd uterq́ conſtat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſim, ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l: ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrãmum b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis k b c & a e c, probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 47.*

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus. 47



THEON *ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex β γ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Deſcribatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata α β ζ η & α γ κ θ. Et per α, ipſis β δ & γ ε, (per 31 propoſitionẽ) parallelus excitetur α λ, & cõnectãtur (per 1 poſtulatũ) α δ et γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α, ad datumq́; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non*

ἐφεξῆς *in eaſdẽ partes protectæ, angulos + utrobiq́; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt α γ ipſi α η. Ac per hoc & β α ipſi α θ eſt in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis eſt angulo ζ β α, rectus enim uterq́; eſt, cõmunis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ eſt æqualis. Et quoniã duæ α β & β δ duabus ζ β & β γ ſunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ eſt æqualis, baſis igitur α δ baſi ζ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ eſt æquale. Triãguli uerò α β δ (per 41) parallelogrammũ β λ duplum eſt: baſim enim habet eandem, hoc eſt β δ, in eiſdemq́; eſt parallelis, hoc eſt β δ & α λ. Et trianguli quoq́; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum eſt, baſim namq́; eandem habet, hoc eſt β ζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ β & η γ: quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 communem ſententiam) ad inuicem ſunt æqualia: parallelogrammum igitur β λ æquum eſt quadrato η β. Similiterq́; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) α ε & β κ, oſtendetur parallelogrammum γ λ, æquale eſſe quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum eſt. Et quadratum β δ ε γ, eſt deſcriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, ſunt deſcripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 47.*

SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, ęquum fuerit duobus quadratis, quę à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus, cui latus illud opponitur. 47

CAMPANVS. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratũ deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq́ quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b c ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectũ. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto extraho lineam b d per

b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono ęqualem a b, & produco lineam d c, erit per pręcedẽtem, quadratũ d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt ęqualis b a, erſit per cõmunem ſcientiam, quæ eſt, linearũ æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quæ eſt cõuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c ęqualis a c: quare per 8 angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 48.*

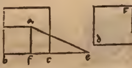
41 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus, quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON *ex Zamb.* *Trianguli namq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propoſitionem) ponatur ipſi α β æqualis α δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, quadratum quod ex δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex δ γ. Rectus enim eſt angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſim) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis. At angulus δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*

CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunque quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.



Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, ęqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit ęquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: ſit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratum e a eſt tãtum, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt ęquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt ęquale eiſdem. Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM Elementorum, *Liber ſecundus.*

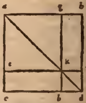
Euclides ex Campano.

Mne parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum, habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi ſpacij, ea quidẽ quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorum uerò parallelogrammorum, quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecantes ſe ſuper diametrũ a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorum quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa: quæ duo ſupplementa, cum utroq; dictorum parallelogrammorum conſiſtentium circa diametrum, componunt figuram quandam, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.



Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammon rectangulum.*

Mne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

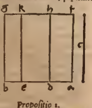
γνώμων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quę circa dimetiẽtem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplementis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

I fuerint duæ lineæ, quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineã in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duę lineæ a b & c, quarum una

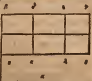
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, ęquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quę nunc ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtantes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e k, ex c in d e, & rectangulum e k b g, ex c in e b. Et quia hęc rectãgula ſimul iũcta ſunt ęqualia toti rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si fuerint binę rectę lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in q̊tcũq; ſegmenta, rectangulũ cõprehẽſum ſub duabus rectis lineis, ęquũ eſt eis quę ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

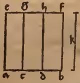
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & β γ, ſeceturq; earum altera β γ utcunq; in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α & β γ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & etiam ei quod ſub α & ε γ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi β γ ad angulos rectos β ζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis β η, & per η ipſi β γ (per 31 primi) parallelus excitetur η θ, & (per eandẽ) per δ ε γ, ipſi β η excitentur paralleli δ κ, ε λ, γ θ. Aequũ eſt iam β θ ipſis β κ, δ λ, & ε θ, & β θ ei quod ſub α & β γ: cõprehẽditur enim ſub η β & β γ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β κ ei quod ex α & β δ: cõprehẽditur nãq; ſub η β & β δ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β κ, ei quod ex α & β δ, cõprehẽditur nãq; ſub γ β & β δ, æqualis autẽ eſt β γ ipſi α. At δ λ ei quod ſub α & δ ε: æqualis nãq; δ κ, hoc eſt β η ipſi α. Et inſuper ſimiliter ε θ ei quod ſub α & ε γ, quod igitur ſub α & β γ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & ei inſuper quod ſub α & ε γ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earum altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud q̊d ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs q̃ ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

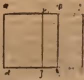
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico quòd illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquamq; dictarum partiũ. quod palàm patebit, ductis c g & d h ęquidiſtãter a e & b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per premiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quãtũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod k & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.



Euclides ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

2 Si recta linea ſecetur utcũq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorũ rectãgula cõprehẽdunt, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

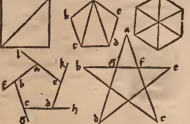
THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſecetur utcũq; in ſigno γ. Dico q. rectãgulũ comprehẽſum ſub α β & β γ, cũ rectangulo cõprehenſo ſub β α & α γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ε β, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & α δ & β ε parallelus γ ζ, æquũ eſt igitur α ε ipſis α ζ & γ ε, eſt autẽ α ε ex α β quadratũ. Et α ζ ſub β α & α γ rectangulũ cõtentũ, cõprehenditur enim ſub δ α et α γ, æqualis autẽ eſt α δ ipſi α β. Et γ ε ei quod ſub α β, β γ: æqualis enim eſt β ε ipſi α β. Quod igitur ſub β α & α γ cum eo quod ſub α β et β γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem par-

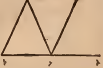
anguli omnes extrinſeci quatuor rectis angulis ſunt ęquales. ſunt enim intrinſeci & extrinſeci bis tot rectis ęquales, quot habuerit angulos, per 13 propoſitionem. Intrinſeci autem ſunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, dēptis inde quatuor: ergo extrinſeci ſunt quatuor rectis æquales: quod eſt propoſitum. Exempli gratia, propoſiti pentagoni latera protrahantur, ut fiant anguli extrinſeci, a b quidem protrahatur uſq; ad f, b c uſq; ad g, c d uſq; ad h, d e uſq; ad k, e a uſq; ad l: eruntq; per 13 propoſitionem duo anguli, a intrinſecus & a extrinſecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinſecus & b extrinſecus: ſic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinſeci & extrinſeci decem rectis ęquantur. demptis igitur intrinſecis qui ſunt æquales ſex rectis, erunt extrinſeci, uidelicet b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. Patet etiam, quòd omnis pētagonus, cuius unumquodq; latus duo ſecat, ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & ſecet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g ęqualis duobus angulis b & d, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triãgulo g c e, ſed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, ſunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, ſunt cum angulo a ęquales duobus rectis, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 32.*

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex oppoſito eſt æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis ſunt rectis æquales. 32

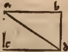
THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, & producatur unum illius latus (ſitq; β γ) uſq; in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ ipſis γ α β & α β γ duobus interioribus ex oppoſito, eſt æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc eſt α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis ſunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per ſignum γ, ipſi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in ipſas incidit lineas α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales ſunt ad inuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ (per 27, 28, 29 propoſitiones) æqualis eſt angulo α β γ interiori & oppoſito: patuit autem, quòd α γ ε ipſi β α γ eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis, hoc eſt ipſis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, ſunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propoſitionem) ſunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oportuit oſtendere.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

SI in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipſæ quoque æquales & æquidiſtantes erunt. 33

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes: protraham etiam lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes, erit angulus b a d ęqualis angulo a d c, per primam partem uiceſimęnonę propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d ſecundi: ergo per quartam propoſitionem baſis b d primi, eſt æqualis baſi a c ſecundi, & anguli a d b primi, ęqualis angulo

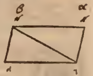


gulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimamſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe ęquales, patet propoſitum utrunque.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 33.*

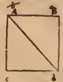
33 Æquos & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.



THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipſas cōiungāt ad eaſdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ ad inuicem ſunt æquales, (per uiceſimam nonam propoſitionem. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionem) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod ſub) β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quib. æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ: & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimamſeptimam propoſitionem. Oſtenſum autem eſt, quòd & ei æqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

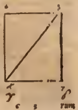
34 OMnis ſuperficies æquidiſtantibus contēta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.



CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c d ęquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe ęqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cum a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimamnonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes, erunt anguli c a d & d b a, qui ſunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c: & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroque triangulo eſt commune, erit per uiceſimamſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali, per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 34.*

34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt ad inuicem, & dimetiens ea biſariam ſecat. χωρίων



THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq́; illius β γ eſto. Dico quòd parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex oppoſito, ad inuicem ſunt æqualia, & illud β γ δ dimetiens biſariam ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ſunt ad inuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui ſub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera igitur (per 26 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum*

rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β eſt æquale lateri γ δ, & α γ ipſi β δ, & angulus β α γ angulo β δ γ eſt æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis eſt angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui ſub α γ β: totus igitur angulus α β δ, toti angulo α γ δ (per 2 communem ſententiam) eſt æqualis. Oſtēſum eſt autem, quòd angulus β α γ, angulo γ δ β eſt æqualis. Parallelogrammorū igitur locorū anguli & late-



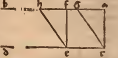
χωρίων

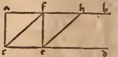
ra ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea biſariam ſecat. Quoniam enim α β æquum eſt ipſi γ δ, & β γ communis eſt, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ eſt æqualis: baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi β δ eſt æqualis, & triangulum α β γ triangulo β γ δ eſt æquale. Dimetiens igitur β γ, biſariam ſecat parallelogrammum α β γ δ: quod erat oſtendendum.

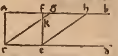
Euclid. ex Camp. Propoſitio 35.

OMnes ſuperficies æq̄diſtātiū laterū ſuper unā baſin atq; in eiſdē alternis lineis conſtitutę, æquales eſſe probātur. 35

CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d ęquidiſtantes, inter quas fiat a c f e ſuperficies æquidiſtātiū laterū ſuper baſim c e, & ſuper eandē baſim, & inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e, ſimiliter æquidiſtātium laterū: dico duas prædictas ſuperficies, eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineā a b in aliquo puncto lineæ a f aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarū linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit ęqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g ęqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c ęqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecundam partem 29, uidelicet extrinſecus intrinſeco, erit per 4, triangulus a c g ęqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ eſt g c f e, addita utriq;, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitū. Secet ſecundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in ſecunda figuratione apparet, eruntq; ſimili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, ęquales: quare utrobique addito triangulo f c e, patet propoſitum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta f, b, ut in tertia figuratione apparet, ſecabitq; lineam f e, ſit ut in puncto k, & quia ſimili argumentatione priori, linea a f eſt æqualis lineæ g h, facta communi linea g f erit g h æqualis f h. & triangulus a g c, ęqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique triangulo c k e, & detracto ab utroq; triāgulo f k g erit ſuperficies a c f e ęqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt oppoſitum.



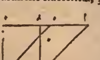




Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 35.

Parallelogramma in eadem baſi & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia. 35

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem baſi exiſtentia, hoc eſt β γ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt, α ζ & β γ. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ, æquale eſt parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniā enim parallelogrammū eſt α β γ δ, æqualis eſt α δ ipſi β γ (per 34 propoſitionē,) & id propterea etiā ε ζ ipſi β γ eſt æqualis: quare & α δ ipſi ε ζ eſt æqualis, et communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ eſt æqualis. At α β ipſi δ γ eſt æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ ſunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α β eſt æqualis, exterior interiori. Baſis igitur ε β, (per quartam propoſitionem) baſi ζ γ eſt æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ eſt æquale. Cōmune auferatur triangulū δ η ε, reliquum igitur trapezium α β η δ trapezio ε η γ ζ eſt æquale. Cōmune autem ponatur triangulum η β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrammo ε β γ ζ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportuit.

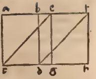


Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

OMnia parallelogramma in baſibus æqualibus atq; in eiſdem lineis conſtituta, æqualia eſſe neceſſe eſt. 36

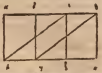
CAM-

CAMP. Parallelogrammum, dicitur ſuperficies æquidiſtantium laterum. Sint duæ ſuperficies a b e d & e f g h, æquidiſtantiū laterum conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quę ſunt c d & g h, dico eas eſſe ęquales: nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33. ſuperficies e d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d: nam utraq; earum eſt æqualis g h. Quia ergo per pręmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b e d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdē parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

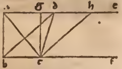


THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ε ζ η θ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ζ η, & in eiſdem parallelis, hoc eſt α θ & β η. Dico quòd parallelogrammum α β γ δ eſt æquale parallelogrammo ε ζ η θ. Connectantur enim β ε & γ θ. Quoniam æqualis eſt β γ ipſi ζ η, ſed ζ η æqualis eſt ipſi ε θ, & β γ igitur ipſi ε θ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas β ε & γ θ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli ſunt (per 33 propoſitionem.) Igitur ε β & γ θ æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt ε β γ θ, & eſt æquale parallelogrammo α β γ δ: baſim enim eandem habet, hoc eſt β γ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt β γ & α θ: ac per hoc etiam ε ζ η θ, ipſi ε β γ θ eſt æquale. Quare parallelogrammum α β γ δ parallelogrammo ε ζ η θ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

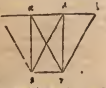
37 AEquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

CAMP. Sint duo trianguli a b e & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quę ſint æquidiſtātes, dico eos eſſe ęquales. Protrahā enim e g ęquidiſtantē a b, & c h æquidiſtantē d b per 31, erūtq; duę ſuperficies a b e g & d b e h ęquales per 35. Et quia dicti triāguli ſunt earum dimidia per corellariū 34. propoſitionis, ipſi erūt æquales per cōmunē ſcientiā quę eſt, quorum tota ſunt æqualia & dimidia, ſicq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 37.* *Propoſitio 37.*

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.



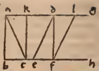
THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ β γ, in eadem baſi β γ, & in eiſdem parallelis α δ & β γ conſtituta. Dico quòd triangulum α β γ, eſt æquale triangulo δ β γ. Producatur (per 2 poſtulatum) α δ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus β ε, & per γ, ipſi β δ (per eandem) parallelus excitetur η ζ. Parallelogramma igitur ſunt ε β γ α & δ β γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi β γ, & in eiſdem parallelis β γ & ε ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triangulum α β γ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam α β dimetiens, illud bifariàm ſecat, parallelogrammi verò δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ β γ dimidium eſt. nam β γ dimetiens illud bifariàm ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam communem ſententiam) triangulum igitur α β γ, triangulo δ β γ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes b c & e f æquales, & inter lineas

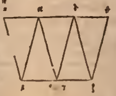
ag & bh æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim ck æquidiſtantem ab, & fl æquidiſtantem cd, eruntq́ duæ ſuperficies abck & dcf æquales (per 36) & quia dicti trianguli ſunt earũ dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſententiam.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 28* *Propoſitio 38.*

Triangula in æquálibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia. 38

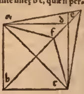
THEON ex Zamb. *Sint trianguli αβγ & δεζ in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt βγ & εζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt βζ & αδ. Dico quòd triangulum αβγ, æquũ eſt triangulo δεζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) αδ, ex utraq; parte in ηθ, & per β, ipſi γα (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur βη, & per ζ, ipſi δε parallelus excitetur ζθ (per eandẽ) Parallelogrammum igitur eſt, & ηβγα & δεζθ. At parallelogrammum ηβγα (per 36) æquum eſt ipſi δεζθ parallelogrammo, in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt βγ & εζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt βζ & ηθ. At parallelogrammi ηβγα (per 34 propoſitionem) triangulum αβγ, medietas eſt, αβ enim dimetiens, illud bifariàm ſecat: & triangulum δεζ, parallelogrammi δεζθ medietas eſt (per eandem), nam dimetiẽs ζδ, illud ſecat bifariàm. Aequaliũ uerò ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 communem ſententiam). Triangulum igitur αβγ, triangulo δεζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. quod oportuit demonſtraſſe*



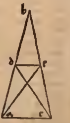
Euclid.ex Camp. *Propoſitio 39.*

OMnes duo trianguli æquales, ſi in eandem baſin & ex eadẽ parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtãtes erũt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli abc & dbc, conſtituti ſuper baſin bc ex una eademq́ parte, ſintq́ æquales: dico eos eſſe inter lineas ęquidiſtãtes. Et hęc eſt cõuerſa 37. A' puncto a, protraham lineam æquidiſtantẽ linęę bc, quæ ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertrãſibit ſupra aut infra. Tranſeat primò ſuprà, & ſit ae, producam bd, uſq; quo ſecet lineam ae in puncto e, & pratraham lineam ec. Et quia triangulus ebc eſt æqualis triangulo abc (per 37) & triangulus dbc poſitus eſt æqualis triangulo abc, erit triangulus dbe æqualis triangulo ebc, pars toti, quod eſt impoſsibile. Non igitur pertrãſibit linea quę à puncto a ducitur ęquidiſtanter bc, ſupra d. Trãſeat ergo infrà, & ſit af, ſecans lineã db in puncto f. Protraham ergo lineam fc, & quia per 37 triangulus fbc eſt æqualis triangulo abc, ipſe etiam erit æqualis triangulo dbc, pars toti, quod eſt impoſsibile. Quia ergo à puncto a, æquidiſtans bc non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.



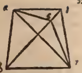
CAMPANI additio. Ex hac autem & pręmiſſa, nota quòd ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertio æquidiſtãs, quod ſic probatur. Sit triangulus abc, cuius duo latera quę ſunt ab & bc, ſecet linea de per ęqualia, ab quidem in puncto d, & bc in puncto e, dico quòd linea de eſt æquidiſtans ac. Protraham enim in quadrilatero aced, diametros ae & dc. Ductaq́ per 31 à puncto e ipſi ab æquidiſtante, erit per 38 triangulus aed ęqualis triangulo deb, propter id quòd linea ad baſis trianguli aed poſita eſt æqualis linęę db baſi trianguli deb. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi bc æquidiſtante, per eandem triangulus ced erit æqualis eidem triangulo deb, propter id quòd linea ce poſita eſt æqualis lineæ eb, triangulus aed eſt æqualis triangulo ced. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin, uidelicet lineam ed, & ex eadem parte, ipſi erunt per hanc 39 inter lineas ęquidiſtantes: ergo linea de, eſt æquidiſtans linęę ac. Quod quidem propoſitum ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 39.*

Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis. 39

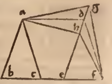
THEON



THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ γ β, cōſtituta in eadē baſi β γ, & ad eaſdem partes, dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quòd α δ ipſi β γ eſt parallelus. Si autem nō, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ſignum, ipſi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & cōnectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propoſitionem) æquale eſt triangulo α β γ: in eadem enim ſunt baſi β γ in eiſdemq́; parallelis α ε & β γ. At triangulum igitur δ β γ, ipſi triangulo α β γ eſt æquale per hypotheſim. Triā gulum igitur δ β γ, triangulo ε β γ eſt æquale, maius uidelicet minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ε ipſi β γ. Similiterq́; oſtendemus, quòd nulla alia præter α δ: parallelus igitur eſt α δ ipſi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 40.

40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq́; lineæ ex eadem parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquidiſtantes neceſſe eſt contineri.



CAMPANVS. Sint duo trīguli a b c, d e f ęquales conſtituti ſuper duas baſes, quæ ſunt b c & e f, ex eadē parte: dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtantes, & hæc eſt conuerſa 38 Et probatur per ipſam, ſicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtans lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitum: ſin autem pertranſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut ſit e g. & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſſibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod eſt impoſſibile Quia ergo non tranſibit, niſi per punctum d, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 30. *Propoſitio* 40.

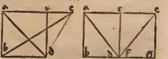
40 Triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.



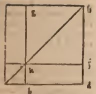
THEON ex Zamberto. *Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & γ ε, & ad eaſdem partes α. Dico quòd & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per primum poſtulatum) α δ. Dico quòd α δ ipſi β ε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionem) per α ipſi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triangulo γ ζ ε eſt æquale (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta β γ & γ ε, & in eiſdem parallelis β ε & α ζ, ſed triangulum α β γ, triangulo δ γ ε eſt æquale. Triangulum igitur δ γ ε, æquum eſt triangulo ζ γ ε, maius minori, quod eſt impoßibile: parallelus igitur minimè eſt α ζ ipſi β ε. Similiterq́; oſtendemus quòd nulla præter α δ. Parallelus igitur eſt α δ ipſi β ε, quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 41.

41 SI parallelogrammum triangulusq́; in eadem baſi atque in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammum triangulo duplum eſſe conueniet.



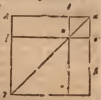
CAMPANVS. Sit parallelogrā mū a b c d, & trīgulus e b d ſuper baſin b d, & inter lineas a e & b d, quę ſint ęquidiſtātes. Dico parallelogrammū, duplū eſſe trīgulo. Protrahā in parallelogrāmo diametrū a d, erit trīgulus a b d, dimidiū parallelogrammi per corellariū 34, & quia trīgulus e b d eſt ęqualis trīgulo a b d per 37, patet triangulū e b d, eſſe dimidiū parallelogrāmi a b c d, quod eſt propoſitū. Similiter quoq; poteſt probari, quòd ſi parallelogrammū triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquidiſtātes fuerint cōſtituta, parallelogrammū duplū erit trīgulo. Quod ideo nō poſuit Euclides,



a b & c d, ſitq́ tota g k h. Erit totum parallelogrammum a b c d diuiſum in quatuor parallelogramma, quorum duo, ſcilicet e c k h & g k b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo quòd diameter tranſit per medium eorum, & ideo ſunt circa diametrum: reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d, dicuntur ſupplementa. Hæc duo ſupplementa dicuntur eſſe æqualia: ſunt enim duo trianguli a b c & d c b, æquales per correl. 34 propoſitionis: ſimiliter quoq; duo trianguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlàrium: at duo trianguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlarium. Demptis igitur duobus triãgulis b f k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis b k & k c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem reſidua, quę ſunt duo dicta ſupplementa, æqualia: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 43.*

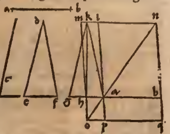
43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.



THEON *ex Zamb. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius ſit α γ, circa uerò α γ parallelogramma ε θ & ζ η, ſupplementa uerò ſint β κ & κ δ. Dico quòd ſupplementum β κ, æquale eſt ſupplemẽto κ δ. Quoniam enim parallelogrammum eſt α β γ δ, dimetiens uerò illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionem) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammum eſt α ε κ θ, dimetiens uerò illius eſt α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum eſt triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulum κ ζ γ, æquum eſt triangulo κ η γ. At quoniam triangulum α ε κ triangulo α θ κ eſt æquale, & triangulum κ ζ γ triangulo κ η γ eſt æquale, triangula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ ſunt æqualia: eſt autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur ſupplementum β κ (per 3 communem ſententiam) reliquo ſupplemento κ δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

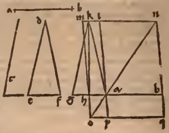
44 PRopoſita linea recta, ſuper eam ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ, cuius angulus ſit angulo adſignato æqualis, ipſa uerò ſuperficies triangulo aſsignato æqualis deſignare.



CAMPANVS. Deſignare ſuperficiem æquidiſtantium laterum ſuper lineam aliquam, eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiẽ unam æquidiſtantium laterum, ita quòd linea a b ſit unum ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorum ex aduerſo poſitorũ ſit æqualis angulo c, & ipſa totalis ſuperficies ſit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hęc à 42. quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribẽdę, ſcilicet linea a b, ibi autẽ nullum. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineę a b ſecundum rectitudinẽ, quã pono ęqualẽ lineę e f baſi triãguli dati, ſuper quã conſtituto triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulũ a k g æqualẽ angulo e, & angulũ g a k æqualẽ angulo f. per 23: & quia g a poſita fuerat ęqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam à puncto k lineã m k n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctũ lineę g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ m l h a, quę per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.

Protraham

Protraham ergo b n æquidiſtantē a l, & producam diametrū o a, quam protraham quouſq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo ſuperficiē æquidiſtantium laterum m o n q, & protraham l a uſq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, ſupplementū a b p q, æquale ſupplemento m l h a, quare & triãgulo d e f, & quia (per 15) angulus l a h eſt æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p eſt æqualis angulo c, patet ſuper datā lineam a b deſcriptam eſſe ſuperficiem æquidiſtantium laterum a b p q æqualem dato triãgulo d e f, cuius uterq; duorum angulorum ex aduerſo poſitorum, qui ſunt a & q, eſt æqualis dato angulo c, quod fuit propoſitum.



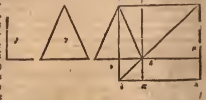
Euclid ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum * conſtruere in dato angulo rectilineo. 44

παραβαλεῖν

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò triangulum, ſit γ: datus autem angulus rectilineus ſit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætendere in angulo qui æqualis δ. Conſtituatur (per 42) ipſi γ triangulo æquale parallelogrammum β ε ζ η, in angulo ε β η, qui ipſi δ eſt æqualis. Et (per 2 poſtulatum) ponatur, ut β ε ſit in rectum ipſi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propoſitionem) utriſq; & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per primum poſtulatum) θ β.*

παραβαλεῖν



*Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli uerò β θ η & η ζ ε, duobus rectis ſunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producūtur, (per 5 poſtulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propoſitionem) per κ ſignum utriſq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 poſtulatum) lineæ θ α & η β ad λ μ, ſigna. Parallelogrammum igitur eſt θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens eſt θ κ, circa uerò ipſum dimetientem θ κ parallelogramma ſunt α η & μ ε, ſupplementa uerò λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipſi β ζ eſt æquale, ſed β ζ (per 42) ipſi triangulo γ eſt æquale, igitur & λ β, ipſi γ eſt æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ eſt æqualis, ſed angulus η β ε, ipſi δ eſt æqualis, angulus igitur α β μ ipſi δ eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætenditur λ μ, in angulo α β μ, qui ipſi δ eſt æqualis, quod feciſſe oportuit.*

παραβέβληται

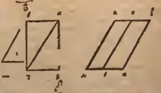
Euclid. ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 45.

DAto rectilineo, æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo. 45

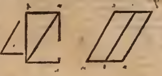
THEON ex Zamberto.

*Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uerò angulus rectilineus ſit ε, oportet iam ipſi α β γ δ rectilineo æquale cōſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 poſtulatum) δ β, & cōſtituatur (per 42) triãgulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipſi ε eſt æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectā lineā κ θ, triangulo δ β γ quale parallelogrammū κ μ, in angulo η θ μ, qui ipſi ε eſt æqualis. Et quoniā angulo ε, angulus θ κ ζ & angulus*

παραβεβλήσθω



angulus γ θ μ eſt æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo κ θ μ æqualis. Communis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ γ & γ θ μ ſunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propoſitionē) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur κ θ η & κ θ μ, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquā igitur rectā lineā η θ (per 14 propoſitionē) ad aliquodq; in ea ſignū θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ nō in eiſdem partibus exiſtentes, & utrobiq; angulos binis rectis æquales efficientes. In rectū igitur eſt κ θ ipſi η θ. At quoniā ipſas in parallelos κ μ & ζ η recta linea incidit θ κ, alterni anguli μ θ κ & θ κ ζ (per 29 propoſitionē) ſibi inuicē ſunt æquales. Cōmunis ponatur angulus θ κ λ. Anguli ergo μ θ κ et θ κ λ, angulis θ κ ζ et θ κ λ ſunt æquales. Sed āguli μ θ κ et θ κ λ (per eādē) duob. rectis ſunt æquales. In rectū eſt igitur linnea ζ κ, lineæ κ λ. At quoniā ἑ ζ ipſi θ η (per 34) æqualis eſt & parallelus, & ipſi θ η ipſa μ λ, igitur (per 1 cōmunē ſentētiam.) ζ η ipſi μ λ æqualis eſt et parallelus (per 30 propoſitionē.) Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propoſitionē) æquales & paralleli ſunt: parallelogrāmum igitur eſt κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ eſt æquale, & triangulū δ β γ parallelogrammo κ μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrammo eſt æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquum parallelogrāmum conſtitutum eſt κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipſi ε dato æquali, quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 45.

45 EX data linea, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum deſcribere. A punctis a & b lineę a b educo, per 11, lineas a c & b d perpēdiculares ad lineā a b, quę erunt æquidiſtantes, per ultimā partē 28, & pono utrāq; earum, eidē a b per 3 ęqualem, & protraho lineā c d, eritq; ipſa æqualis & æquidiſtans lineę a b, per 33. Et quia uterq; duorum angulorum a & b eſt rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d eſt quadratum: quod eſt propoſitum.



Idem aliter oſtendere. Sit a c perpendicularis ſuper lineam a b per 11, & ſit ei ęqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidiſtans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & ęquidiſtans a c, & omnes anguli recti, per ultimā partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 46.

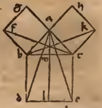
46 Ex data recta linea quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum deſcribere. Excitetur (per 11 propoſitionem) ipſi rectæ lineæ α β, à dato ſigno α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propoſitionem) ipſi α β æqualis α δ. Et (per 31 propoſitionē) per ſignum δ, ipſi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per ſignū β, ipſi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrāmum igitur eſt ipſum α δ ε β, æqualis igitur eſt α γ ipſi δ ε, & α δ ipſi β ε. Sed α β ipſi α δ eſt æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterū igitur eſt α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulū eſt. Quoniā enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε (per 29 propoſitionē) duobus rectis ſunt æquales: angulus autē β α δ eſt rectus, angulus igitur α δ ε eſt etiā rectus, parallelogrammorum ꝙ locorum autem latera & anguli ex oppoſito, ſibi inuicē ſunt æqualia (per 34 propoſitionem.) Ex oppoſito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, ſunt recti. Rectangulum igitur eſt α β ε δ, oſtenſum autem eſt, quòd & æquilaterum. Quadratum igitur eſt, atque ex data recta linea α β deſcriptum, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

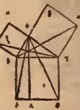
46 IN omni triangulo rectangulo quadratum quod à latere rectāgulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur, æquum eſt duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis laterib. conſcribūtur.



CAMPANVS. Sit trãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c æquum eſt quadrato lateris a b, & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, ſecundũ doctrinam præcedẽtis, ſitq́ quadratũ b c, ſuperficies b c d e, & quadratũ b a, ſuperficies b f g a, & quadratũ a c, ſuperficies a c h k. Ab angulo a recto, ducã ad baſim d e baſim maximi quadrati, tres lineas, ſcilicet a l æquidiſtantẽ utriq; lateri b d & c e, quę ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e. Itemq́ à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorũ, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterq; duorum angulorum c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſim b f, & inter duas lineas æquidiſtantes, quæ ſunt c g & b f, conſtituta ſunt, parallelogrãmum b f g a & triangulo b f c, erit per 14 parallelogrammum b f g a, duplum triangulo b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi, eo quòd uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c communi: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammum b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſim, ſcilicet b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l: ergo per communem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrãmum b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis k b c & a e c, probabimus quadratum a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m: quare patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 47.*

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus. 47



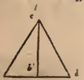
THEON *ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ angulum. Dico quòd quadratum quod fit ex β γ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Deſcribatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata α β ζ η & α γ κ θ. Et per α, ipſis β δ & γ ε, (per 31 propoſitionẽ) parallelus excitetur α λ, & cõnectãtur (per 1 poſtulatũ) α δ et γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α, ad datumq; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in eaſdẽ partes protectæ, angulos utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt α γ ipſi α η. Ac per hoc & β α ipſi α θ eſt in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis eſt angulo ζ β α, rectus enim uterq; eſt, cõmunis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ eſt æqualis. Et quoniã duæ α β & β δ duabus ζ β & β γ ſunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ eſt æqualis, baſis igitur α δ baſi ζ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ eſt æquale. Triãguli uerò α β δ (per 41) parallelogrammũ β λ duplum eſt: baſim enim habet eandem, hoc eſt β δ, in eiſdemq; eſt parallelis, hoc eſt β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum eſt, baſim namq; eandem habet, hoc eſt β ζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ β & η γ: quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 communem ſententiam) ad inuicem ſunt æqualia: parallelogrammum igitur β λ æquum eſt quadrato η β. Similiterq; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) α ε & β κ, oſtendetur parallelogrammum γ λ, æquale eſſe quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum eſt. Et quadratum β δ ε γ, eſt deſcriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, ſunt deſcripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 47.

SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, ęquum fuerit duobus quadratis, quę à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus, cui latus illud opponitur. 47

CAMPANVS. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratũ deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq́ quadratum lateris a c, æquale quadratis duorum laterum a b & b c ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectũ. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto extraho lineam b d per

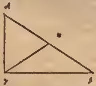
b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono ęqualem a b, & produco lineam d c, erit per pręcedētem, quadratū d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt ęqualis b a, erũt per cōmunem ſcientiam, quæ eſt, linearū æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quæ eſt cōuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c ęqualis a c: quare per 8 angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 48.*

41 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus, quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

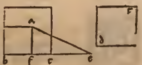
THEON *ex Zamb. Trianguli nanq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propoſitionem) ponatur ipſi α β æqualis α δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, quadratum quod ex δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex δ γ. Rectus enim eſt angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſim) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β (per 8 propoſitionē) eſt æqualis. At angulus δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*



CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunque quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, ęqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit ęquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: ſit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratum e a eſt tãtum, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt ęquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt ęquale eiſdem. Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



LIBRI PRIMI FINIS.

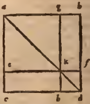
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM Elementorum, *Liber ſecundus.*

Euclides ex Campano.

Omne parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum, habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi ſpacij, ea quidē quæ diameter ſecat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum conſiſtere dicuntur. Eorum uerò parallelogrammorum, quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet unà cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur conſiſtere circa diametrum, & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſuprà in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi, ſecantes ſe ſuper diametrū a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorum quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa: quæ duo ſupplementa, cum utroq; dictorum parallelogrammorum conſiſtentium circa diametrum, componunt figuram quandam, qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in Prædicamentis.

Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammon rectangulum.*

Omne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

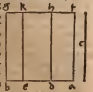
Omnis parallelogrammi * loci eorum, quę circa dimetiētem illius ſunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis ſupplementis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

Si fuerint duæ lineæ, quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineā in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantium laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duę lineæ a b & c, quarum una

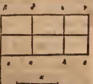
rum una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, ęquum eſt illis parallelogrammis rectangulis ſimul iunctis, quę nunc ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a b, erigam lineaa a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarum utraq; ſit æqualia lineæ c, & complebo rectangulam ſuperficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidiſtantes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum eſt æqualis a f. per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e k, ex c in d e, & rectangulum e k b g, ex c in e b. Et quia hęc rectãgula ſimul iũcta ſunt ęqualia toti rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Si fuerint binę rectę lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in q̊tcũq; ſegmenta, rectangulũ cõprehẽſum ſub duabus rectis lineis, ęquũ eſt eis quę ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

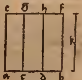
THEON *ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & β γ, ſeceturq; earum altera β γ utcunq; in δ ſcilicet, & ε ſignis. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub α & β γ æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & etiam ei quod ſub α & ε γ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionem primi) ex β, ipſi β γ ad angulos rectos β ζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipſi α æqualis β η, & per η ipſi β γ (per 31 primi) parallelus excitetur η θ, & (per eandẽ) per δ ε γ, ipſi β η excitentur paralleli δ κ, ε λ, γ θ. Aequũ eſt iam β θ ipſis β κ, δ λ, & ε θ, & β θ ei quod ſub α & β γ: cõprehẽditur enim ſub η β & β γ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β κ ei quod ex α & β δ: cõprehẽditur nãq; ſub η β & β δ, æqualis autẽ eſt β η ipſi α. At β κ, ei quod ex α & β δ, cõprehẽditur nãq; ſub γ β & β δ, æqualis autẽ eſt β γ ipſi α. At δ λ ei quod ſub α & δ ε: æqualis nãq; δ κ, hoc eſt β η ipſi α. Et inſuper ſimiliter ε θ ei quod ſub α & ε γ, quod igitur ſub α & β γ cõprehẽditur, æquũ eſt ei quod ſub α & β δ, & ei quod ſub α & δ ε, & ei inſuper quod ſub α & ε γ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earum altera, & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SI fuerit linea in partes diuiſa, illud q̊d ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs q̃ ex ductu eiuſdẽ in oẽs ſuas partes.

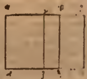
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico quòd illud quod fit ex ductu totius a b in ſe quod ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiũt ex ipſa tota in unãquamq; dictarum partiũ. quod palàm patebit, ductis c g & d h ęquidiſtãtẽr a e & b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmiſſam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quãtũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quãtũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id quod k & a b ſunt æquales: patet uerum eſſe propoſitum.



Euclides ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Si recta linea ſecetur utcũq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorũ rectãgula cõprehẽdunt, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

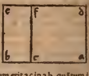
THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur uteũq; in ſigno γ. Dico q, rectãgulũ comprehẽſum ſub α β & β γ, cũ rectangulo cõprehenſo ſub β α & α γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ε β, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & α δ & β ε parallelus γ ζ, æquũ eſt igitur α ε ipſis α ζ & γ ε, eſt autẽ α ε ex α β quadratũ. Et α ζ ſub β α & α γ rectangulũ cõtentũ, cõprehenditur enim ſub δ α et α γ, æqualis autẽ eſt α δ ipſi α β. Et γ ε ei quod ſub α β, β γ: æqualis enim eſt β ε ipſi α β. Quod igitur ſub β α & α γ cum eo quod ſub α β et β γ, æquũ eſt quadrato quod ex α β. Si recta igitur linea, et quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod oſtẽdere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiuſdem par-

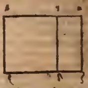
tis in ſeipſam, & alterius in alteram.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partē a c, æquum eſt quadrato eiuſdē a c partis, & ei quod fit ex eadē parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq́ propoſitū. Aliter. Sumatur g æqualis a c, & quia b a in a c tantū eſt quantū a c in a b, & econuerſo, & a c in a b, itē & in c b & in ſeipſam quantū g in eaſdē, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius: patet propoſitū, ſcilicet & quód tantum erit a c in a b, quātum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

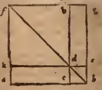
Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulū ſub tota & uno ſegmētorum cōprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmētis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato. 3



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectāgulū cōprehēſum ſub α β & β γ, æquū eſt rectāgulo cōprehēſo ſub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratū γ δ ε β, & extēdatur ε δ in ζ, (per 2 poſtulatū.) Et per α, utriq; γ δ & β ε (p 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequū iam eſt α ε, ipſis α δ & γ ε, eſtq; α ε rectāgulum cōprehēſum ſub α β & β γ. cōprehēditur etenim ſub α β et β ε, et æqualis eſt β ε ipſi β γ. Et α δ eſt quod ſub α γ et γ β, æqualis enim eſt δ γ ipſi γ β at δ β quadratū eſt quod fit ex γ β. Rectāgulū igitur cōtentū ſub α β et β γ, æquū eſt rectāgulo cōprehenſo ſub α γ et γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequūtur reliqua ut in theoremate, quod demōſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud q̊d ex ductu totius in ſeipſā fit, æquū eſt ĳs quæ ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterā bis: ex hoc manifeſtū eſt, q; in om̄i quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat p̱ mediū, ſunt ābæ quadratę. 4



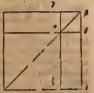
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratū totius a b, æquum eſt duob. quadrans duarū linearū a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Deſcribā quadratū alterius partiū, ſitq; c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungā gnomonē ſecundū ductū directiuū lineę alterius, ſcilicet a c, quē faciā hoc modo. In quadrato deſcripto protrahā diametrū b d, & à puncto a e ducā perpendicularē ſuper lineam a b, quę ſit a k, quā à k & diametrum b d, producā uſquequo per penultimā petitionē concurrāt in puncto f, & à puncto f producā f h æquidiſtantē lineæ a b, quam f h & b e, producā uſqueqno cōcurrant in puncto g, & producā c d uſq; ad h, & e d uſq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorū medietas recti, eadē ratione uterq; duorū angulorū c d b & e b d, erit medietas recti. Quare per ſecundā partē 29 primi, & 15 eiuſdē, erit unuſquiſq; quatuor angulorū qui ſunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt æquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq́; f k & k d, quare utraq; duarū ſuperficierū a b g f & k d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratū a b f g quod eſt quadratū lineæ a b, conſtat ex duobus quadrans quę cōſiſtunt circa diametrū quæ ſunt quadrata duarū linearum a c & c b, & ex duobus ſupplemētis quorū unūquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitū noſtrū. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; per 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquū ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantū fit quātū ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantū fit quantū ex c b in ſe & ex c b in a c per eandē, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquū eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitum. Sed hac uia nō patet correlariū, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis cōſona.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

Si recta linea ſecet̃ utcūq;, q̄dratū q̊d fit ex tota, ęquū eſt quadratis quę fiūt ex ſegmētis, & ei q̊d bis ſub ſegmētis cōprehēdit̃ rectāgulo. 4

THEON

THEON ex Zāb. Recta enim linea α β, ſecetur utcūq; in ſigno γ. Dico q̄, quadratū α β, æquū eſt quadratis quæ fiūt ex α γ et γ β, et bis ſub α γ et γ β cōtento rectāgulo. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ ε β, et cōnectatur β δ, et (per 31 primi) per γ, utriſq; α δ et β ε parallelus excitetur γ ζ, diſpeſcēs diametrū β δ in η ſigno, (per eandē) per η, utriſq; α β et δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniā parallelus eſt γ ζ ipſi α δ, et in eas incidit β δ α (p 28 et 29 primi) āgulus exterior γ η β æqualis eſt interiori et oppoſito α δ β. Sed āgulus α δ β, ei q̄ ſub α β δ (per 5 primi) eſt æqualis, quoniā latus β α, lateri α δ eſt æquale. Igitur āgulus γ η β, angulo η β γ eſt æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ η eſt æquale. Sed γ β ipſi η κ eſt æquale, et γ α ipſi κ β: igitur η κ ipſi κ β eſt æquale: æquilaterū igitur eſt γ η κ β. Dico etiā q̄, rectāgulū, quoniā parallelus eſt γ η ipſi β γ, et in eas incidit linea κ β, āguli igitur κ β γ et η γ β (p 29 primi) duob. rectis ſūt æquales, āgulus aūt κ β γ rectus eſt: rectus igitur eſt et āgulus β κ η. Quare (per 34 primi) & ex oppoſito āguli γ η κ et η κ β ſūt recti. Rectāgulū igitur eſt γ η β. Oſtēſū aūt eſt q̄, et æquilaterū, quadratū igitur eſt, eſtq; ex β γ, ac p hoc etiā θ ζ quadratū eſt, et eſt ex α η, hoc eſt α γ. Quadrata enim θ ζ et γ κ, ſūt ex lineis α γ et γ β. Et quoniā α η æquū eſt ipſi η ε, eſtq; α η id quod ſub α γ et γ β, æqualis nāq; eſt η γ ipſi γ β, igitur η ε (p 43 primi) æquū eſt ei qđ ſub α γ et γ β. Igitur et α η et η ε, æqualia ſūt ei qđ bis eſt ſub α γ et γ β. Quadrata aūt θ ζ et γ κ, ſūt ex α γ et γ β. Quatuor enim α ζ, β κ, γ η et η ε, ſūt eis æqualia q̄ fiūt ex α γ et γ β quadratis, et ei qđ fit bis ſub α γ et β γ rectāgulo. Sed θ ζ, γ κ, α γ, et η ε, ſūt totū α δ ε β, qđ eſt quadratū quod ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū eſt eis q̄ fiūt ex α γ, et γ β quadratis, et ei quod bis ſub α γ et γ β cōprehēditur rectāgulo. Si recta igitur linea ſecetur utcūq; quadratū quod fit ex tota, æquū eſt eis q̄ ex ſectionib. fiūt quadratis, & ei qđ bis cōprehēditur ſub ſectionib. rectāgulo: qđ demōſtraſſe oportuit.

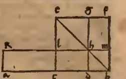


ALITER idē oſtendere. Dico q̄, quadratū α β, æquū eſt eis quæ fiunt ex α γ et γ β quadratis ei quod bis ſub α γ et γ β cōprehēditur rectāgulo. In eadē enim deſcriptione, quoniā æquale eſt α β ipſi α δ, æqualis eſt angulus α β δ ei qui ſub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniā omnis triāguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis ſunt æquales (per eandē) Rectus autem eſt angulus β α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto ſunt æquales, & ſunt æquales alter alteri, uterq; igitur α β δ & α δ β, dimidiū eſt recti. Angulus aūt β γ η, rectus eſt, æquus enim eſt ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ η β, dimidium eſt recti. Angulus igitur γ η β, angulo γ β η eſt æqualis, quare & latus β γ, æquale eſt ipſi γ η, ſed β γ ipſi η κ eſt æquale, & γ η ipſi β κ eſt æquale. Aequilaterum igitur eſt γ κ, habet autē & angulum γ β κ, rectū: quadratum eſt igitur γ κ, & eſt ex β γ, & ob id etiā θ ζ quadratum eſt, & æquum eſt ei quod ex α γ: igitur γ κ & θ ζ, ſunt quadrata, & æqualia ſunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniā æquū eſt α η ipſi ε η, eſtq; α η id quod ſub α γ & γ β: æqualis enim eſt η γ ipſi γ β, & ε η igitur æquū eſt ei quod fit ſub α γ & γ β: igitur α η & ε η, ſunt æqualia ei quod bis fit ſub α γ & γ β. Sunt autē γ κ & θ ζ, æqualia eis quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ κ, θ ζ, α η, & η ε, ſunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit ſub α γ & γ β: ſed γ κ, θ ζ, α η, & η ε, totum ſunt α ε quadratū, quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex α β, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur ſub α γ & β γ: quod oſtendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtum eſt, quod in quadratis * areis parallelogramma quæ circa dimetientem, quadrata ſunt. χωρίοις

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

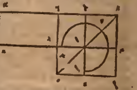
SI linea recta p̄ duo ęqualia duoq́ꝫ inęqualia ſecet̄, quod ſub inęqualib. totius ſectionis rectangulū cōtinetur cū eo quadrato quod ab ea q̄ inter utraſq; eſt ſectiones deſcribitur, ęquū eſt ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur. CAMP. Sit linea a b diuiſa per ęqualia in pūcto c, & per inæqualia in pūcto d, dico quadratū c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Deſcribā quadratum c b, quod ſit c b f e, in quo protrahā diametrum e b, & ducā d g ęquidiſtantē b f, quæ ſecet diametrum e b in puncto h, & à puncto h educam ęquidiſtantē lineæ a b, quæ ſit h k ſecās lineā b f in puncto m, & lineā c e in puncto l, & protrahā a k, ęquidiſtantē c e. Eritq; per correl. præmiſſæ, utraq; duarū ſuperficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplementa c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrāmū c m æquale parallelog. d f, & q̄a a l eſt ęquale c m per 36 primi, erit a h ęquale gnomoni q̄ circūſtat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g: erit a h cū quadrato l g ęquale q̄drato e f, quod eſt ꝓpoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si recta linea ſecetur inæqualia & nō æqualia, rectangulū cōprehenſum ſub inæqualibus ſegmētis totius, unà cū quadrato eius quæ media eſt ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato. 5

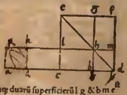
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædā αβ ſecetur quidē in æqualia in γ, & in nō æqualia in δ. Dico quod rectangulum comprehenſum ſub αδ & δβ unà cū quadrato quod ex γδ, æquum eſt ei quod fit ex γβ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratum γεζβ, & (per primū poſtulatū) connectatur βε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; & γε & βζ parallelus excitetur δη, ſecans βε in puncto θ, & rurſus (per eandē) per θ, utriſq; αβ & εζ parallelus excitetur κμ æqualis ipſi αβ: & rurſus (per eandē) per α, utriſq; γλ & βμ parallelus excitetur ακ. Et quoniā (per 43 primi) ſupplementum γθ æquum eſt ſupplemēto θζ, cōmune ponatur δμ: totū igitur γμ, toti δζ, eſt æquale. Sed γμ ipſi αλ eſt æquale, quoniā αγ ipſi γβ eſt æqualis, & αλ igitur ipſi δζ eſt æquale. Commune ponatur, γθ, totū igitur αθ ipſis δλ & δζ eſt æquale. Sed αθ æquū eſt ei quod ſub αδ & δβ, æqualis enim eſt δθ ipſi δβ, & ζδλ eſt μνξ gnomon. Gnomon igitur μνξ, æqualis eſt ei quod ſub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquū eſt ei quod fit ſub γδ: gnomon igitur μνξ, & λη, ſunt æqualia rectangulo comprehēſo ſub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μνξ & λη, totū ſunt quadratum γεζβ quod eſt ex βγ. Rectangulū igitur comprehenſum ſub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ fit, æquū eſt ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uerò ei linea in lōgū addatur, quod ex ductu totius iam cōpoſitæ, in eā quæ iam adiecta eſt, cū eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquum eſt ei quadrato quod ab ea quę cōſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur. 6

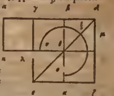
CAMP. Sit linea ab diuiſa per ęqualia in puncto c, eiq; addatur linea bd: dico quòd quadratū cd. quod ſit cdef, ęquale eſt ei quod fit ex tota ad in bd et quadrato cb. Producam in quadrato prędicto cd. diametrū de, & ducā lineā bg æquidiſtantē df, quę ſecet diametrum de in puncto h, à quo h, producā ęquidiſtantē lineæ ab, quæ ſit hk, ſecās df in puncto m, & ce in puncto l, & producā ak, æquidiſtantē el, eritq; per 36 primi, al, ęquale ch. At ch erit æquale hf, per 42 primi, quare al, eſt æquale hf. Ergo addito cm utrobiq;, erit am, æquale toti gnomoni circunſtanti lg, quare lg addito utrobiq;. erit am cū lg, æquale toti quadrato dc. Et quia utraq; duarū ſuperficierū lg & bm eſt quadrata per correl. 4 huius: patet propoſitū.



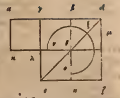
Euclid. ex Zamb. Theor. 6. Propoſit. 6.

Si recta linea bifariā ſecetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectū, rectangulū comprehēſum ſub tota cū appoſita & appoſita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquū eſt ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & appoſita, tanquam ex una deſcripto quadrato. 6

THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ ſecetur bifariam in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectū βδ. Dico quòd rectāgulū comprehenſum ſub αδ & δβ, unà cū quadrato quod fit ex βγ, æquū eſt ei quod fit ex δγ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γδ quadratū γεζδ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δε, & (per 31 primi) per β ſignum, utriq; earū εγ et δζ, parallelus excitetur βη, ſecans δε in puncto θ, & (per eandem) per θ ſignum, utriq; ipſarum αδ & εζ, parallelus excitetur κμ & inſuper (per eandē) per α, utriq; earum γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis eſt αγ ipſi γβ, æquum eſt αλ ipſi γθ. Sed (per 34 primi) γθ æquum eſt ipſi θζ, igitur & αλ ipſi θζ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γμ: totum igitur αμ, gnomoni νξο eſt æquale.*



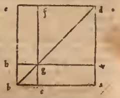
Sed α ν eſt id quod fit ſub α δ & δ β, æqualis enim eſt δ μ ipſi δ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub α δ & δ β. Commune apponatur λ π, quod æquũ eſt quadrato quod fit ex γ β. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α δ & δ β, unà cum eo quod ex β γ quadrato, æquũ eſt ipſi, ν ξ ο gnomoni. & ipſi λ π, ſed gnomon ν ξ ο, & λ π, totum ſunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α δ & δ β, unà cum quadrato, quod ex β γ, æquum eſt quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

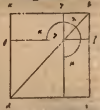
7 Si linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in ſeipſam, cum eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſe ipſam, æquum eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquum eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratum totius, quod ſit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidiſtans, b e ſecans diametrum in puncto g, & ducatur k g h ęquidiſtans a b. Et quia quadratum a e cum quadrato c h tantum ſunt, quantum quadratum k f cũ duabus ſuperficiebus a h & c e: patet propoſitum.



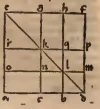
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

7 Si recta linea ſecetur utcunque, & quod ex tota & quod ex uno ſegmentorum utraque fiunt quadrata, æqualia ſunt, rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico q. quadrata ex α β et β γ, æqua ſunt rectãgulo cõtento bis ſub α β & β γ, et ei quod fit ex α γ quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β quadratũ α δ ε β, deſcribaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ eſt α ζ ipſi ν ε, cõmune apponatur γ ζ: totũ enim α ζ, toti γ ε eſt æquale. Igitur α ζ et γ ε, duplũ eſt ipſius α ζ: ſed α ζ et γ ε ſunt κ λ μ gnomon, et γ ζ quadratũ, et κ λ μ igitur gnomon et γ ζ duplũ eſt ipſius α ζ. Eſt aũt ipſius α ζ duplũ, etiam id quod bis ſub α β et β γ fit, æqualis enim eſt β ζ ipſi β γ, ergo κ λ μ gnomon, et quadratũ γ ζ, æquũ eſt rectãgulo cõtento bis ſub α β et β γ, cõmune apponatur δ κ, quod eſt quadratũ ex α γ: gnomon igitur κ λ μ, et β α et ν δ quadrata, æqualia ſunt & ei quod bis ſub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomon, et quadrata β κ & δ κ, totũ ſunt β α δ ε & γ ζ, quæ ſunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia ſunt rectangulo bis ſub α β & β γ comprehenſo, cũ eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſit. 8.*

8 Si linea in duas partes diuidatur, eique in longũ ęqualis uni diuidentiũ adiungatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in ſeipſam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineę in eã adiectã quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

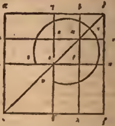


CAMP. Sit a b diuiſa in pũcto c, qualitercũque cõtingat, cui addatur b d ęqualis c b, dico quòd quadratum totius a d quod ſit a d e f, eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtantibus lineę d f, & ſecantibus diametrum in punctis k l, per quæ puncta ducãtur p q k r, & m l n o, æquidiſtantes a d. Erit enim per correl. 4. huius, unaquæque ſuperficierũ r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b poſita eſt

ta eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierum e l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum e p, æqualia: & quia totus gnomo circunſtans quadrato r g, eſt per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l: patet propoſitum.

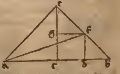
Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si recta linea ſecetur utcūq;, rectangulum comprehenſum quater ſub tota & uno ſegmentorum cū eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab una deſcripto quadrato. 8



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quòd quater ſub α β & β γ comprehenſum rectangulū, unà cū eo quod ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α β et β γ, tanquā ab una deſcripto quadrato. Producantur enim (per 6 ſecundi) in rectā lineā ipſi α β recta linea β δ, & ponatur ipſi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratū α ε ζ δ, & deſcribatur dupla figura. Quoniā igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi κ η, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi η ρ eſt æqualis, & κ η igitur ipſi η ρ eſt æqualis. & perinde π ς ipſi ς ο eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt β γ ipſi β δ, et κ η ipſi η ρ, æquū eſt igitur γ η ipſi η δ, & ο ς ipſi ς ρ, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ η ipſi ς ρ eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrāmi γ ο, & η δ, igitur ipſi ο ς eſt æquale. Igitur δ η, γ η, η ς, & ς ρ, ſibi inuicē ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ η. Rurſus quoniā æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidē ipſi β η, hoc eſt ipſi γ η eſt æqualis, & γ β igitur, hoc eſt η κ ipſi η π eſt æqualis: & γ η igitur ipſi η π eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt γ η ipſi η π et π ς ipſi ς ο, æquum eſt η κ ipſi μ π, & π λ ipſi ς ζ, ſed μ π ipſi π λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplemēta enim ſunt parallelogrāmi μ λ: et α η igitur ipſi ς ζ (per 43 eiuſdē) eſt æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, et ς ζ, ſibi inuicē ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α η. Oſtēſum autē eſt q; quatuor γ η, η δ, η ς, et ς ρ ipſius γ η quadruplicata: octo igitur quæ gnomonē σ τ υ cōplectūtur, quadruplicata ſunt ipſius α η. Et quoniā α η eſt quod ſub α β et β δ, æqualis enim eſt β η ipſi β δ, quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatū eſt ipſius α η: oſtēſum eſt aūt q; ipſius α η quadruplicatū, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquū eſt. Cōmune apponatur ξ θ, quod æquum eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulū igitur quater ſub α β et β δ cōprehenſum, cū quadrato quod ex α γ, æquū eſt gnomoni σ τ υ et (ei quod eſt) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon et ξ θ, totū ſunt α ε ζ δ quadratū, quod eſt ex α δ: quod igitur quater ſub α β & β δ, unà cū eo quod fit ex α γ, æquū eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autē eſt β δ ipſi β γ. Rectangulū igitur comprehēſum quater ſub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato: æquū eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanq̄ ab una deſcriptū eſt quadrato. Si recta igitur linea, et quæ ſequūtur reliqua: quod erat oſtendendū.* Euclid. ex Camp. Propoſit. 9.

SI linea in duo æqualia duoq; inęqualia diuiditur, q̄ fiunt ex ductu utriuſq; inæqualiū ſectionū in ſeipſā pariter accepta, duplū ſūt utriſq; pariter acceptis, q̄ quidē ex dimidia, eaq; q̄ utriq; ſectioni interiacet q̄dratis, deſcribunt. 9



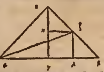
CAMP. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & per inęqualia in d. Dico q; quadratū a d & quadratū d b ſimul iūcta, dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineā a b, erigo lineā c e, perpendicularem & æqualem utriq; earū linearū a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorū a & b, & uterq; angulorū partialiū qui ſunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidiſtantē c e, & perpendicularē ſuper lineā a b, eritq; uterq; angulorū d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi, ſiue 2 partē 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A` puncto f duco f g, æquidiſtantē a b: eritq; per 2 partē 29 primi, & per 32 eiuſdem, uterq; augulorū g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdē, latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimā eiuſdē, quadratum e f eſt æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipſum erit duplū ad quadratū g f, quare ad quadratū c d. Itē quia per eandē quadratū e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e, ipſum erit duplū ad quadratū a c: & quia quadratum

a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem, ipſum erit duplũ ad quadratũ a c & ad quadratum c d. Sed quadratum a f, eſt iterum æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum d & quadratum d f, dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f eſt æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ ſunt a c & c d, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

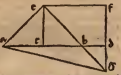
Si recta linea ſecetur in ęqualia & non ęqualia, quæ ab inęqualib. totius ſegmentis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media eſt ſectionum fit, quadratorum.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, ſecetur in æqualia in ſigno γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ ſunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ ſigno ipſius α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarũ α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipſi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipſi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 poſtulatũ) connectatur α ζ. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, æqualis eſt (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniã rectus eſt angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto ſunt æquales: uterq; igitur eorum qui ſub α ε γ & ε α γ, recti dimidius eſt. Ob id quoq; & uterq; ipſorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius eſt. Totus igitur α ε β, rectus eſt. Et quoniam qui ſub η ε ζ recti dimidius eſt, rectus autẽ qui ſub ε η ζ, æqualis enim interiori eſt oppoſito (per 29 primi) hoc eſt ipſi ε γ β, reliquus igitur qui ſub ε η ζ, recti dimidius eſt. Aequus igitur eſt (per 6 communẽ ſententiam) qui ſub η ε ζ, ei qui ſub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η eſt æquale. Rurſus quoniã angulus qui ad β, recti dimidius eſt, rectus autẽ eſt qui ſub ζ δ β, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui ſub β ζ δ, recti dimidius eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ad β ipſi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β eſt æquale. Et quoniã α γ æqualis eſt ipſi γ ε, & æquum eſt quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ ſunt ex γ α & γ ε, eius ſunt dupla quod eſt ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ ſunt ex α γ & γ ε, æquum eſt quod ex ε α fit quadratũ: angulus enim qui ſub α γ ε, rectus eſt. Igitur quod ex α ε fit eius quod eſt ex α γ, duplum eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt ε η ipſi η ζ, æquum eſt id quod ex ε η, ei quod ex η ζ. quadrata igitur quæ ſunt ex η ε & ε ζ, dupla ſunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autẽ quæ fiunt ex ε η, et η ζ æquũ eſt id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratũ igitur quod ex ε ζ, duplum eſt eius quod ex η ζ. Aequalis autem eſt η ζ ipſi γ δ: igitur quod ex ε ζ duplum eſt eius quod ex γ δ. Eſt autẽ & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur, quæ ex η ε & ε ζ, quadratorum quæ fiunt ex α ε & γ δ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum eſt id quod ex α ζ fit quadratũ (per 47 primi.) Rectus enim eſt angulus qui ſub α ε ζ. Quadratum igitur ex α ζ, eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum eſt. Ei autẽ quod fit ex α ζ, æqualia ſunt ea quæ fiũt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla ſunt eorũ quæ ex α γ & γ δ fiunt quadratorũ. Aequalis autẽ eſt δ ζ ipſi δ β. quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiũt, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiũt quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia, & ex medio ſegmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonſtrare.*



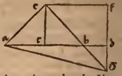
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod deſcribitur à tota cũ addita, & quadratum quod ab ea quæ addita eſt utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; conſiſtit, utriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & addita ſibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarũ linearum a d & b d, pariter accepta, dupla ſunt duobus quadratis duarum linearũ a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularẽ ſuper lineã a b, & æqualẽ utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmiſſa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui ſunt ad e, medietas recti per 32 primi

totusq; e eſt rectus. A' puncto e, produco e f, æqualem & æquidiſtantẽ c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrãt in puncto g, & produco lineã a g. Eritq; per ultimã partẽ 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti: & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtãs c e, erit per 34 eiuſdẽ, angulus f rectus: ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandẽ, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q; angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdem duo latera e f & f g ſunt æqualia: item duo latera d b & d g ſunt ęqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratũ e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratum a c. Et quia quadratum a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g. ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt ęquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarũ linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarũ linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autẽ & omnes præmiſſæ, ueritatẽ habẽt in numeris ſicut & in lineis.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

Si recta linea ſecetur bifariàm, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectũ, quod ex tota cũ appoſita & quod ex appoſita utraq; quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una deſcriptorum quadratorũ.

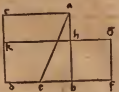
THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariàm in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quòd quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorum quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipſo γ ſigno, ipſi α β δ ad angulos rectos γ ε, et ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, et (per 1 poſtulatũ) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, (& per eandem) per δ, ipſi γ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β δ coincidunt: producantur, & coincidant in η, & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterque qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim: reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 communem ſententiam primi) angulus δ η β, ei qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) et latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſitio ei qui α δ γ: reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex γ α quadrato, æquum eſt: quadrata igitur ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α (per 47 queſt. primi) æquum eſt id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratũ quod fit ex η ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quòd & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiũt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplũ eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum. Si recta igitur linea ſecetur bifariàm, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*



Euclides

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 11.

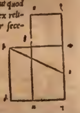
11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum continetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.



CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus ſic diuidere, ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratum ipus a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f: ita quód e f ſit æqualis a e. Et ex b f portione extrinſeca, deſcribo quadratum quod ex latere a b reſecat portionem ęqualem b f, quæ ſit b h: & quadratũ deſcriptum ſit b f h g. Dico quód a b ſic eſt diuiſa in puncto h, quód illud quod ſit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b. Produco g h uſq; ad k, quæ erit æquidiſtans a c. Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarũ linearum e b & b a. Ergo dẽpto ab utriſq; quadrato lineæ e b, erit quod ſit ex d f in b f, & ipſum eſt ſuperficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſq; parallelogrammo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ eſt ęqualis a b, in a h patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autẽ faciendum in numeris, non labores: quia impoſsibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.

Euclid. ex Zamb. *Problema* 1. *Propoſitio* 11.

11 Datam rectam lineam ſecare, ut quod ſub tota & alterno ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.



THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipſam α β ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmẽto, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & ſecetur (per 10 primi) α γ biſariam, in ε, ſigno, & connectatur β ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γ α, in ζ, et ponatur (per 3 primi) ipſi β ε, æqualis ε ζ. Et (per 46 primi) ex α ζ deſcribatur quadratũ ζ η α θ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) η θ, in κ. Dico quòd α β, ſecatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ ſecta eſt biſariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, unà cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ quadrato, æqualis autem eſt ε ζ, ipſi ε β: rectangulum igitur comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, unà cum eo quod fit ex ε α quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε β quadrato. Sed ei quod fit ex ε α, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum eſt eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α: æquum eſt ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod fit ſub γ ζ, & ζ α, eſt ipſum ζ κ: æqualis enim eſt ζ α, ipſi ζ η. id autem quod fit ex α β, eſt ipſum α δ. igitur ζ κ æquum eſt ipſi α δ. Commune auferatur α κ, reliquum igitur ζ θ, ipſi θ δ, eſt æquale. Eſt autem θ δ, id quod ſub α β, & β θ, æqualis enim eſt α β, ipſi β δ. At ζ θ, id eſt quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α β & β θ, æquum eſt ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub α β, & β θ comprehenſum, æquum ſit ei quod ex α θ fit quadrato: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 12.

12 IN his triãgulis qui obtuſum habẽt angulũ, tanto ea quæ obtuſum ſubtẽdit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum cõtinent angulũ amplius poteſt, quãtum eſt quod continetur bis ſub uno eorũ, atq; ea quę ei directè iuncta ad obtuſum angulũ, à perpẽdiculari extrà deprehẽditur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtuſum. A puncto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quę neceſſariò cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtuſus eſſet rectus aut minor recto per 16 primi: ſit ergo c d perpēdicularis ſuper lineam a b productam uſq; ad d. Dico quòd quadratum lateris b c quod ſubtenditur angulo obtuſo, tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipſum angulum obtuſum, quantum eſt illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ, reſpectu quadrati ſui eſt, unde tantum dicitur poſſe linea quælibet, quantum in ſe ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi eſt ęquale quadrato b d & quadrato d c: ipſum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c, eſt æquale quadratis a d & d c. Ergo quadratum b c eſt æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius, quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius poteſt duabus lineis b a, a c, quantum eſt duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus, quòd tantum dicitur poſſe linea quælibet, quantum in ſe ducta, producit: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12.*

12 In obtuſi anguli triangulis, quod ad obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum, maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenſo bis ſub uno eorum qui ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum.

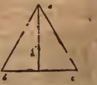
THEON ex Zamb. *Sit obtuſi anguli triangulum α β γ, obtuſum habens angulum β α γ, & ducatur ex β ſigno, in γ α, productam (per 12 primi) perpendicularis β δ. Dico quòd quadratum quod ex β γ, maius eſt eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis ſub γ α, & α δ, comprehenſo rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, ſecta eſt utcunq; in α, ſigno: igitur (per 4 ſecudi) quod fit ex γ δ æquum eſt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis ſub γ α & α δ comprehenſo rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ ſunt ex γ δ, & δ β, æqua ſunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis ſub γ α & α δ, cõprehenſo rectangulo. Sed eis quæ ſunt ex γ δ & δ β: æquum eſt id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum eſt id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum eſt eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis, (per eandem) & bis ſub γ α, & α δ, comprehenſo rectangulo. Quare quadratũ quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius eſt: bis ſub γ α, & α δ, comprehenſo rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis, quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere fit quadratum, maius eſt, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 Omnis oxygonij tanto ea quæ acutum reſpicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quantum eſt quod bis continetur ſub uno eorum, cui perpendicularis intrà ſuperſtat, eáq; ſui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto, in triãgulo oxygonio: ueritatem habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni trianguló, ſiue ſiat orthogonius, ſiue amblygonius, ſiue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunq; triãgulus fuerit, angulus c acutus: qui ſi fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis baſim b c uel a c: quia cum ſic fuerit, ſemper cadet perpēdicularis intra triangulum. Si autem ſit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuſo uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum, quã manifeſtũ eſt cadere intra triangulum. Et, ut ſimpliciter dicã, cum in omni triãgulo ſint duo acuti anguli, neceſſariò erit alter

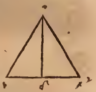


reli-

reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c, angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triãgulum. Dico itaq; quòd quadratum lateris a b, quod ſubtenditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quòd quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b, quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cum quadrato d c, ęquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet b d: quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, ęquale quadratis duarũ linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimã primi, quadratũ a c eſt æquale quadratis duarũ linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, ęquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandẽ penultimã primi, quadratum a b, ęquum eſt quadrans duarum linearũ a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtẽditur angulo b acuto, poſſe tãto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autẽ per hanc & præcedentẽ & penultimam primi, quòd cognitis lateribus omnis trianguli, cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

13 In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtẽdente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub uno eorũ quę ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.

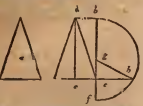


THEON ex Zamb. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α ſigno, in β γ, perpendicularis α δ.* Dico quòd *quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenſo bis rectangulo ſub γ β, & β δ. Quoniam enim recta linea β γ diſſecta eſt utcunq; in δ, igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β δ, comprehẽſo rectangulo, & ei quod fit ex γ δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectãgulo comprehenſo bis ſub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus eſt. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ γ, æquum eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 DAto trigono, æquum quadratum deſcribere.

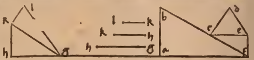
CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, ſecundum quod docet 42 primi: ſitq; ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia, habemus quod quærimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia, tunc adiungam minus ipſorum laterum maiori, ſecundum rectitudinẽ: ſitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatem lineæ g b: deſcribam ſemicirculum b h, & latus e c producam, uſquequò ſecet circũferentiam in puncto h. Dico quòd quadra-



e a tum li-

tum lineæ e h, eſt æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in e: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b e in e f cum quadrato e g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g e & e h. Ergo dempto utrinque quadrato e g, erit quod fit ex b e in e f, quod eſt æquale ſuperficiei b e, eo quód e f eſt æquale quadrato lineæ e h, quare quadratum lineæ e h, eſt æquale trigono a, quod eſt propoſitum.

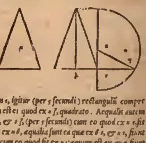
CAMPANI *additio.* Et nota quód per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris, & ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunque fuerit, quoniã omnem figuram talem in triãgulos reſoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ poſsit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Reſoluo eam in tres triangulos, qui ſunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque ſecundum doctrinam iſtius, tria latera tetragonica iſtorum trium triangulorum, quæ ſunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter ſuper g h, & produco g k, eritque per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter ſuper lineam g k, & produco lineam g l, eritque per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 14.*

Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere. 14

THEON *ex Zamb.* *Sit datum rectilineum α, oportet ei rectilineo æquum quadratum conſtituere: conſtituatur (per 45 primi) ipſi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum βγδε. Si æqualis eſt βε, ipſi γδ, factum iam eſt problema: conſtitutum enim ipſi α, rectilineo æquum quadratum βδ. Si autem non, ipſarũ βε, & εδ, altera maior eſt. Sit maior βε, & producatur in ζ, & ponatur ipſi εδ, æqualis εζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) ſecetur βζ, biſariam in η. Et centro quidẽ η, ſpacio uerò aut ηβ, aut ηζ, ſemicirculus deſcribatur βθζ, & (per 2 poſtulatum) producatur δε, in θ. & (per 1 poſtulatum) connectatur ηθ. Quoniã igitur recta linea ζβ, ſecta eſt in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 ſecundi) rectangulũ comprehenſum ſub βε & εζ, cum quadrato quod fit ex γη, æquum eſt ei quod ex ηζ, quadrato. Aequalis autem eſt ηζ, ipſi ηθ: rectangulum igitur comprehenſum ſub βε, & εζ, (per 5 ſecundi) cum eo quod ex ηε, fit quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ηθ: ei autem quod fit ex ηθ, æqualia ſunt ea quæ ex θε, & ηε, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit ſub βε, & εζ, cum eo quod fit ex ηε: æquum eſt eis quæ fiunt ex θε, & ηε, commune auferatur quadratum quod ex εη: reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub βε, & εζ, æquum eſt ei quod fit ex εθ, quadrato. Sed id quod ſub βε, & εζ eſt, quod ipſum βδ, æqualis enim eſt εζ, ipſi εδ, parallelogrammum igitur βδ, æquum eſt ei quod fit ex θε, quadrato. Sed βδ, æquum eſt ipſi α, rectilineo: & α igitur rectilineum æquum eſt quadrato deſcripto ex εθ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum conſtitutum eſt ſub εθ, deſcriptum: quod fециſſe oportuit.*



LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber tertius.*

Ex Campano. Diffinitiones.

QVorum diametri ſunt æquales, ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem, quorum maiores: & minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe contingere dicuntur, qui ſe tangentes, ſeinuicem non ſecant.

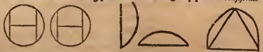
Circuli æquales. Maior. Minor. Linea circulum contingens.



Circuli ſe contingentes.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur à centro, cum à centro ad ipſas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò diſtare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

In circulo rectæ lineæ. Ang. portionis. Arcus. Angulus ſuper arcū conſiſtens.



Chorda.

10 Sector circuli, eſt figura quæ ſub duabus à centro ductis lineis, & ſub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. 13 Arcus quoq; ſimiles ſunt, qui æquos angulos prædicto modo ſuſcipiunt.

Sector circuli. Angulus ſuper centrum conſiſtens. Similes circuli portiones & ſimiles arcus.



Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

AEquales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt ęquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tãgere adinuicem dicuntur, qui ſeſe inuicem tangentes, ſe non inuicem ſecant.

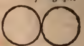
Circuli æquales.



Linea circulum tangens.



Circuli ſe tangentes.



4 In circulo ęqualiter diſtare à cẽtro rectæ lineę dicũtur, cum à centro in eas perpẽdiculares ductę ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circũferentia. 6 Segmenti angulus eſt, qui ſub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmento autem angulus eſt, cum in circunferentia ſegmenti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ baſis eſt ſegmenti, rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



8 Cum uerò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cum ad centrũ circuli ſteterit angulus, cõprehenſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circũferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus auguli ſibi inuicem ſunt æquales.

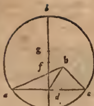


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

CIrculi propoſiti, centrum inuenire. Vnde manifeſtũ eſt, quòd duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

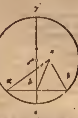
CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrũ inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c, qualitercunq; contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: ſit que e d b, quam rurſus diuido per æqualia in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit, in ea ut in puncto

&o g. erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod eſt impoſsibile. Quod ſi fuerit extra lineam e b, ut in puncto h, ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d, & d a trianguli h d a ſunt ęqualia lateribus h d & d c triãguli h d c, & baſis h a baſi h c, erit (per 8 primi) angulus a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rectus, & quia angulus a d b fuit etiam rectus, erit a d h æqualis a d b (per 3 petitionem primi,) pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile. Nõ eſt ergo centrum dati circulj alicubi, quàm in puncto f, quod eſt propoſitũ. *Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſit. 1.*



1 · Dati circuli, centrum inuenire.

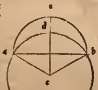
THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ, oportet ipſius circuli α β γ, centrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta utcunq; ſitq; α β. Et (per 10 primi) ſecetur bifariam in δ, & (per 11 eiuſdẽ) ab ipſo δ, ipſi α β, excitetur δ γ ad angulos rectos, & (per poſtulatũ ſecundũ) extendatur in ε, ſeceturq; (per 10 primi) γ ε, bifariam in ζ. Dico q. ζ, centrũ eſt circuli α β γ. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, ſit η, & (per 1 poſtulatum) cõnectatur η α, η δ, η β. Et quoniã æqualis eſt α δ, ipſi δ β, cõmunis autem δ η, duæ igitur α δ, & δ η, duab. β δ, & δ β, ſunt æquales altera alteri, et (per 15 diffinitionem primi) baſis η α, baſi η β, eſt æqualis. Ex centro enim igitur (per 8 primi,) angulus α δ η, angulo β δ η, eſt æqualis. Cũ autẽ recta linea ſuper rectam cõſiſtens lineã, utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit, eorũ angulorũ uterq; (per 10 primi diffinitionẽ) rectus erit. Angulus igitur β δ η, rectus eſt: at angulus ζ δ β, nõ rectus eſt. Angulus igitur ζ δ β, angulo β δ η (per 4 poſtulatũ) æqualis, maior minori, qđ eſt impoßibile. Igitur η nõ eſt cẽtrum circuli α β γ. Similiter oſtẽdemus, q. nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, cẽtrũ eſt circuli α β γ, qđ feciſſe oportuit.*



CORREL. *Hinc eſt manifeſtum, quòd ſi in circulo recta linea aliqua aliquã rectam lineam bifariam, & ad angulos rectos diſpeſcit in diſpeſciente eſt cẽtrum circuli.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.*

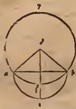
2 SVper circuli circunferentiã duobus punctis ſignatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterũ circulũ ſecare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum ſit c, ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt a & b. Dico quòd linea recta coniungens unum cum altero, ſecabit circulum. Alioqui cadet extra circulum, ſitq; a e b, linea recta: ſi poſsibile eſt. Producã lineas c a & c b, eruntq; (per 5 primi) anguli c a b & c b a æquales: protrahã item lineã c e, quæ ſecet circunferẽtiam in puncto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior angulo c a e, quare (per 18 eiuſdem) latus a c, maius latere c e, & quia eſt æqualis e a, erit c d, maior c e, pars toto, quod eſt impoſsibile. Quia ergo linea cõiungens duo puncta a b, nõ trãſibit extra circulũ, ſecabit ipſum: quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 2.

2 Si in circuli circũferentia duo fuerint ſigna utcũq; ſumpta, ea ſigna cõnectẽs recta linea intra ipſum circulũ cadit. THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eius circumferentia ſint utcũq; bina ſigna α β. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipſum circulum α β γ, cadit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat extra α ε β. Et cõtingat ſiue accipiatur centrũ circuli, ſitq; illud (per præcedentẽ) δ, & (per 1 poſtulatũ) connectatur δ α, δ β, & extendatur δ ζ, ad η. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ primi,) δ α, ipſi δ β, æqualis eſt angulus δ α ε, angulo δ β η. Et quoniã trianguli δ α η, unum latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β, angulo δ α ε, maior eſt. Aequalis autem eſt angulus δ α ε, ei qui ſub δ β γ. Maior igitur eſt angulus δ η β, angulo δ β ε: maiori autẽ angulo, maius latus ſubtẽditur (per 18 primi) maior igitur eſt δ β, quàm δ η. Aequalis autẽ eſt (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur eſt δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur extenſa linea ex α, in β,*

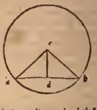


extra ipſum circulum non cadit. Similiter etiam demonſtrabimus, quòd neq; in ipſam circumferentiam: intra igitur. Si in circuli circumferentia igitur, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia 3 à centro ueniens per æqua ſecet, orthogonaliter ſuper eam inſiſtere: & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eã per ęqualia diuidere, neceſſe eſt.

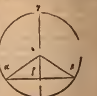
CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulũ a b, cuius centrum ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerſo, uidelicet ſi diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per ęqualia. Producam lineas c a & c b, & ponã primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpendicularis ſuper a b, quod eſt propoſitum. Ponam iterum quòd c d ſit perpendicularis ſuper a b, & oſtendam ꝙ ipſa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc poſitionem, uterq; angulorum qui ſunt ad d, rectus: quare unus ęqualis alteri. At quia (per 5 primi) angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, ęqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam 3 non per centrum extenſam rectam lineam bifariàm ſecuerit, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecuerit, bifariàm quoque ipſam ſecabit.

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ, rectam lineam quædam non extenſam per centrum α β, bifariàm ſecet in ſigno ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij) ſitq; illud ε, & (per 1 poſtulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β, (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cùm autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobiq; angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariàm, & ad angulos rectos ſecat. Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. Aio quòd & bifariàm ipſam ſecat, hoc eſt quòd æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Eiſdem nanque diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum.) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentis, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) commune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraſſe oportuit.*



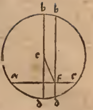
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrũ 4 non tranſeant, non per ęqualia eas ſecari neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duę lineæ a c, & b d, ſecẽt ſe in puncto f, & utraq; earum uel altera non tranſeat per centrum. Dico quòd ipſę non diuidũt ſeſe per ęqualia, ita quòd utraq; per æqualia diuidatur ab utraque. Quod ſi fuerit hoc poſsibile,

ponatur

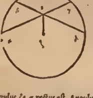
ponatur: & ſit primò, ut neutra tranſeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritq; per primam partem præmiſſæ, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus quod eſt impoſsibile, ſic enim rectus eſſet minor recto. Sit igitur ut altera earum tranſeat per centrum, adhuc dico quòd nō diuidunt ſeſe per æqualia. Quòd ſi ſic, tunc per primam partem præmiſſę, cū b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per ęqualia, ut ponit aduerſarius, ipſa tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ tranſeunt per centrum, quod eſt contra hypotheſin.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Si in circulo binæ rectę lineæ ſeſe inuicē ſecuerint, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicem bifariàm non ſecabunt.

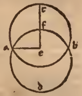
THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, ſeſe inuicem ſecent in ε, non per centrum extenſæ. Dico quòd ſe bifariàm non ſecant. Si enim eſt poßibile, ſeſe inuicem ſecent bifariàm, ita ut α ε æqualis ſit ipſi ε γ, & β ε ipſi ε δ, ſumatur centrum circuli α β γ δ, ſitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extenſam α γ, bifariàm ſecat, & ad angulos rectos ipſam (per 3 tertij) ſecat. Igitur angulus ζ ε α, rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extenſam β δ, etiam bifariàm ſecat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur ζ ε β, rectus eſt: patuit autem quòd angulus ζ ε α, rectus eſt. Angulus igitur ζ ε α (per quartum poſtulatum) angulo ζ ε β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ ſeſe inuicem bifariàm minimè ſecant. Si in circulo igitur, & quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtraße oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 CIrculorum ſe inuicem ſecantium, centra diuerſa eſſe.

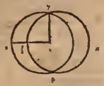
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, ſecantes ſe ſuper duo puncta a & b. Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim haberent idem centrum, ipſum eſſet per diffinitionē, in portione utriq; circulo communi, ſitq; illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionem circuli duę lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandem diffinitionē duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f eſt æqualis e c, cùm utraq; earum ſit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 5.

Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint, non erit eorum idem centrum.

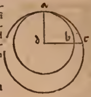
THEON *ex Zamb. Duo inquam circuli α β γ, & γ δ η, ſeſe inuicem ſecent in ſignis γ & δ. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile: eſto ε, & (per primum poſtulatum) connectatur ε γ. & ducatur ε ζ η, utcunq;. Et quoniam ε, ſignum, centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt ε γ, ipſi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rurſus quoniam ε ſignum, centrum eſt circuli γ δ η, æqualis eſt (per eandem diffinitionem) ε γ, ipſi ε η. oſtenſum eſt autem, quòd ε γ, ipſi ε ζ, eſt æqualis: & ε ζ igitur ipſi ε η, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ε ſignum, centrum non eſt circulorum α β γ, & γ δ η. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur, quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 CIrculorum ſeſe contingentium, non idem centrum eſſe neceſſe eſt.

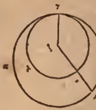
CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes ſe in puncto a: Dico



Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cum minor poſitus fuerit intra maiorē, ſitq; ipſum d, & ducantur lineæ d a & d b c, eritq; (per diffinitionem circuli, utraque duarum linearum) d b & d c, æqualis a d, quod eſt impoſsibile. ¶ De circulis autem ſe contingentibus extra quorum ſcilicet unus eſt extra alterum, manifeſtum eſt per diffinitionem centri, quòd ipſi non habent idem centrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorēma 5.* *Propoſitio 6.*

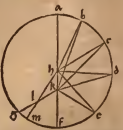
Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint, eorum non eſt idem centrum.



THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, ſeſe inuicem tangant in γ ſigno. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile, ſit ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ ſignum, centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipſi ζ β. Rurſus quoniam ζ ſignum, centrum eſt circuli γ δ ε, æqualis eſt ζ γ, ipſi ζ ε, (per eandē diffinitionem.) Patuit autem quòd ζ γ, ipſi ζ β, eſt æqualis. igitur ζ ε, ipſi ζ β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ ſignum, non eſt centrum orbium α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli ſe adinuicem tetigerint, & quæ ſequūtur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimę ducātur, quę ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Quæ uerò diametrum perficiet, omniū erit breuiſsima. Quæ autem centro proximę, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores eſſe conueniet. Duas quoq; æquidiſtantes lineæ breuiſsimæ collaterales, æquales eſſe neceſſe eſt. 7



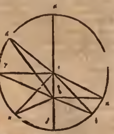
CAMP. Sit ut in diametro a f, circuli a b e, cuius centrū ſit h: ſit ſignatus punctus k præter centrū, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ ſunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiā, & tranſeat a k per centrū h: & k f ſit complementū diametri, ſitq; ut k e & k g æquidiſtēt k f: hoc eſt dicere, ut angulus e k f, ſit æqualis angulo f k g. Dico quòd k a, eſt omniū lōgiſsima: & k f, omniū breuiſsima. Aliæ uerò tāto longiores, quāto centro propinquiores, ut k b, eſt longior k c: & k c, eſt lōgior k d: & k d, lōgior k e. Et k e & k g, ſunt æquales. Quia enim in triāgulo b k h, duo latera b h & h k (per 10 primi) ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadē ratione, maior omnib. alijs, & hoc eſt primū. Itē quia in triangulo e h k, duo latera h k et k e per eandē ſunt maiora latere h e, quod eſt ęquale lineæ h f: ipſa erūt maiora linea h f: ergo dempta cōmuni linea, quæ eſt h k. remanebit k e maior k f: eadē ratione, quęlibet aliarum erit maior ipſa, & hoc eſt ſecundū. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per uiceſimamquartam primi, baſis b k maior baſi k c: eadē ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc eſt tertium. Quòd ſi duæ lineę k g & k e non ſunt æquales, erit altera maior, ſitq; k g. de qua ſumam k l, æqualem k e: & producam h l, quouſq; ſecet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k f eſt æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h, æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, ſunt trianguli l k g, ſunt ęqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, baſis h l, eſt æqualis baſi h e: & quia h m eſt æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod eſt impoſsibile. Sunt ergo duę lineæ k g & k e, æquales: quod eſt noſtrum propoſitum 4.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

Si in diametro circuli aliquod ſumatur ſignum, quod minimè circuli centrum ſit, ab eóq; ſigno in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineę ęquales, ab eodem ſigno in circulum cadunt ad utraſq; partes minimæ.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, cuius q; dimetiens ſit α δ, & in ipſo α δ, ſuſcipiatur ſignum aliquod, ſitq; illud ζ, quod ipſius circuli centrũ non ſit. Centrum autem circuli, ſit (per primam tertij) ε. Et ab ipſo ζ, in ipſum α β γ δ, circulum procidant quædam rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζη. Dico quòd ζα maxima eſt: minima uerò ζδ, aliarũ autẽ ζβ, quàm ζγ, maior eſt, & ζγ, quàm ζη. Cõnectantur (per primum poſtulatum) βε, γε, & ηε. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, ſunt maiora. Aequalis autem eſt αε, ipſi βε (per 15 diffinitionem primi) Igitur βε, & εζ, ipſi αζ ſunt æquales. maior igitur eſt αζ, quàm βζ. Rurſus quoniam æqualis eſt βε ipſi γε (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, ſunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior eſt: baſis igitur βζ, (per 24 primi) baſi γζ maior eſt: & ob id γζ, maior eſt quàm ζη. Rurſus quoniam ηζ, & ζε, ipſa εη (per 20 primi) ſunt maiores. æqualis autem eſt (per 15 diffinitionem primi) εη ipſi εδ, igitur ηζ & ζε, ipſa εδ, ſunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur ηζ, reliqua ζδ, maior eſt. Maxima igitur eſt ζα, minima uerò ζδ, maior eſt autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζη: dico etiam quòd à ſigno ζ, duæ tantũ rectæ lineæ æquales, in ipſum circulum α β γ δ, cadunt ad utraſq; partes ipſius ζδ, minimæ. Conſtituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam εζ, ad datumq; in ea ſignum ε, ei qui ſub ηεζ, angulo æqualis angulus ζεθ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionem primi) ηε, ipſi εθ, communis autem εζ, duæ igitur ηε, & εζ, duabus θε, & εζ, ſunt æquales, & (per 8 primi) angulus εηζ, angulo θεζ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis ζη, baſi ζθ, eſt æqualis. Dico inſuper quòd ipſi ζη, alia nulla æqualis, cadit in ipſum circulum à ſigno ζ. Si enim poßibile, cadat ζκ. Et quoniã ζκ, ipſi ζη eſt æqualis, ſed ζθ, ipſi ζη eſt æqualis: igitur ζκ, ipſi ζθ eſt æqualis. Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per centrum extenditur, remotiori eſt æqualis, quod per prius oſtenſum eſt impoßibile. Vel etiam ſic, (per primum poſtulatum) connectatur εκ, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt ηε, ipſi εκ, communis autem ζε, & baſis ηζ, baſi ζκ eſt æqualis: igitur (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo κεζ, eſt æqualis. Sed angulus ηεζ, ei qui ſub θεζ, eſt æqualis. Igitur (per primam communem ſententiam) angulus θεζ, ei qui ſub κεζ, ei eſt æqualis, minor maiori: quod eſt impoßibile. Igitur ab ipſo ζ ſigno, nulla alia cadit in ipſum circulum ipſi ηζ, æqualis: una igitur ſola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat oſtendendum.*

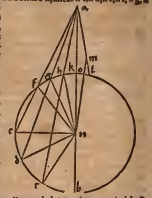


Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

SI extra circulũ puncto ſignato, ab eo ad circuuferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum ſecando: quæ ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearum uerò partialium ad circunferentiam extrinſecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium eſt minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quę lineæ breuiſsimæ utrinq; æquè propinquant, ęquales ſunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, aſsignato extra circulum b c d, cuius centrum ſit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiã, ſecando circulũ, quæ ſint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q. a b tranſiens per centrum, omnium erit longiſsima. Et quòd a c, eſt maior a d, & a d maior a e. Et quòd

quòd a k, eſt omnium breuiſsima extrinſecarum. Et quòd a h, eſt minor a g, & a g, minor a f. Et dico quòd ſi ducatur a l, ita quòd ipſa & a h, ęqualiter diſtent ab a k, hoc eſt quòd angulus k a h ſit æqualis angulo l a k, ipſæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq́ per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipſa ſunt æqualia lineę a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod eſt primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c eſt maior angulo a n d, erit per 24 primi, baſis a c maior baſi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod eſt ſecundum. Itemq́ quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h ſunt maiora a n per 20 primi, & h n eſt æqualis n k, erit per communẽ ſcientiam, a h maior a k: eadem ratione quælibet extrinſecus applicatarum, maior erit a k, quod eſt tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n, erit per communem ſciẽtiam, a g maior a h. eadem ratione erit a f, maior a g, quod eſt quartum. Quòd ſi a l non ſit æqualis a h, cum ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior, ſitq́ a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, baſis m n æqualis baſi n h, & quia n o eſt æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile, & hoc eſt quintum.



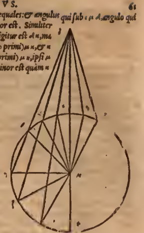
Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 8.*

Si extra circulũ ſuſcipiatur aliquod ſignũ, ab eoq́ ſigno ad circulũ deducãtur rectæ lineæ aliquæ, quarũ quidẽ una per centrũ extendatur, reliquæ uerò utcunq́, in conuexã circunferentiã cadentiũ rectarum linearũ, maxima eſt quæ per centrũ ducta eſt: aliarum autẽ ſemper ei quæ per centrũ tranſit propinquior, remotiore maior eſt. In curuã uerò circunferentiam cadentiũ rectarũ linearum minima eſt, quæ inter ſignũ & dimetientẽ iacet: minimæ uerò propinquior, ſemper remotiore minor eſt. Duæ aũt tantũ rectæ lineę, ab eo ſigno cadũt ęquales in ipſũ circulũ, ad utraſq́ partes minimę.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & extra ipſum α β γ, ſuſcipiatur ſignum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulum, ſintq́ δ α, δ ε, δ ζ, δ γ: ſit autem δ α, per centrum extenſa. Dico quòd in α ε ζ γ conuexam circunferentiam cadentiũ rectarum linearum maxima eſt, quæ per centrum tranſit, hoc eſt δ α: minima uerò quæ inter δ ſignum, & diametrum α κ, iacet: maior uerò eſt δ ε quàm δ ζ, & δ quàm δ ζ γ. Cadentium uerò rectarum linearum in θ λ κ η curuam circunferentiam ſemper ipſi δ γ minimæ propinquior, remotiore minor eſt, hoc eſt δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suſcipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, ſitq́ illud μ, & (per 1 poſtulatũ) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt α μ, ipſi ε μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipſis ε μ & μ δ, eſt æqualis, ſed ε μ & μ δ, ipſa ε δ (per 20 primi) ſunt maiores: & α δ, igitur, maior eſt quàm ε δ. Rurſus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ ε, ipſi μ ζ, communis*



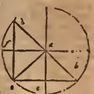
manis apponatur μ δ. Igitur ε μ, et μ δ, ipſis ζ μ, & μ δ ſunt æquales: & angulus qui ſub ε μ δ, angulo qui ſub ζ μ δ, maior eſt. Igitur (p 24 primi) baſis ε δ, baſi ζ δ, maior eſt. Similiter quoq; oſtēdemus, quòd ζ δ maior eſt quàm γ δ. Maxima quidē igitur eſt δ κ, maior autem eſt δ ε quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniā (per 20 primi) μ κ, & κ δ, ſunt maiores quàm μ δ, æqualis autē eſt (per 15 diffinitionē primi) μ κ, ipſi μ η, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua η δ, maior eſt. quare η δ, minor eſt quàm κ δ. Et quoniā trianguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrſum cōſtituerunt μ κ, & κ δ, igitur (per 21 primi) μ κ & κ δ, ipſis μ λ, & λ δ, ſunt minores, quarū μ κ, æqualis eſt ipſi μ λ: reliqua igitur δ κ, minor eſt quàm reliqua δ λ. Similiter iam oſtendemus, quòd et δ λ, minor eſt quàm δ θ, minima igitur eſt δ κ: ipſa uerò δ κ, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor eſt. Dico etiā quòd duæ tantū æquales à ſigno δ, in ipſum circulū cadunt: ad utraſq; partes ipſius δ κ, minimæ. Cōſtituatur (per 23 primi) ad rectam lineā μ δ, & ad ſignum in ea μ, angulo κ μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per 1 poſtulatū) cōnectatur δ β. Et quoniā (p 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ β, ipſi μ κ, communis autem μ δ, duæ igitur μ κ, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, ſunt æquales altera alteri. & angulus κ μ δ (per 23 primi) angulo β μ δ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis δ κ, baſi δ β, eſt æqualis. Dico iam quòd rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipſum circulum, à ſigno δ. Si enim poſsibile: cadat, & ſit δ ν. Quoniam igitur ipſi δ κ, δ ν, eſt æqualis, ſed ipſi δ κ, δ β, eſt æqualis: & δ β, igitur (per 1 communem ſententiā) ipſi δ ν, eſt æqualis: propinquior igitur ipſi δ κ minimæ: remotiori eſt æqualis: quod iam oſtēſum eſt impoſsibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per 1 poſtulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt κ μ, ipſi μ ν, communis autem μ δ, & baſis δ κ, baſi δ ν, eſt æqualis (per hypotheſim) igitur (per 8 primi) angulus κ μ δ, angulo δ μ ν, eſt æqualis. Sed angulus qui ſub κ μ δ, ei qui ſub β μ δ, eſt æqualis, & qui ſub β μ δ, ei qui ſub ν μ δ, eſt æqualis, minor ſcilicet maiori, quod eſt impoſsibile. igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulum α β γ, ab ipſo δ ſigno ad utraſq; partes ipſius δ κ, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur ſuſcipiatur ſignum, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

SI intra circulum puncto ſignato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circumferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut à pūcto a, ſignato intra circulum b c d, ductę ſint tres lineæ, a b, a c, a d, ad circūferentiā: quas pono eſſe æquales. Dico punctū a, eſſe centrū circuli. Producā enim duas lineas c b & d c: & diuidā utrāq; earū per æqualia, c b quidē in pūcto e, & d c in pūcto f. Et producā e a & f a, quas applico circunferētię ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorū qui ſunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandē uterq; angulorū qui ſunt ad f, rectus: ergo per correlariū primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipſa tranſit per centrum: ſimiliter quoq; a f trauſit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a eſt centrum: quod eſt propoſitum.

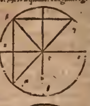


Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 9.

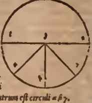
Si in circulo ſuſcipiatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: ſuſceptū ſignum, centrum ipſius eſt circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipſum: ſignū ſit δ, & ab ipſo δ, in ipſum α β γ circulum, cadāt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc eſt δ α, δ β, δ γ. Aio quòd δ ſignum, cētrum eſt circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum poſtulatum) α β, & β γ, ſecēturq; (per 10 primi) bifariam in ſignis ε & ζ, uidelicet α β per ε: & β γ, per ζ, & coniunctæ ε δ, & ζ δ (per 2 poſtulatum) extendantur utrobique

in κ η, & θ λ, ſigna. Quoniam igitur æqualis eſt α ε, ipſi ε β, cõmunis uerò ε δ, duo igitur latera α ε & ε δ, duobus lateribus β ε, & ε δ ſunt æqualia, & (per hypotheſim) baſis δ α, baſi δ β, eſt æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, eſt æqualis (p 8 primi,) uterq; igitur angulorũ α ε δ, & β ε δ, rectus eſt. Igitur κ η, ipſam α β, biſariã ſecat, & ad angulos rectos (per 3 tertij). Et quoniã ſi in circulo recta linea quędã rectam lineã quandã biſariã et ad angulos rectos ſecet, (per correlariũ primæ tertij) in ſecãte eſt centrũ circuli: igitur in κ η, (per idẽ correlariũ) eſt centrũ ipſius circuli α β γ. Ac per hoc etiã in θ λ, eſt centrũ circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune κ η, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, ſignum. Igitur δ ſignum, centrum eſt circuli α β γ. Si intra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, à ſigno autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aſſumptum ſignum, centrum eſt circuli: quod oſtendere oportebat.



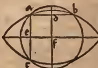
ALITER *idem oſtẽdere. Intra circulũ enim α β γ, ſuſcipiatur ſignum δ, & ab ipſo δ, in circulum cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, & δ γ. Dico quòd aſſumptum ſignũ δ centrum eſt circuli α β γ. Non enim: ſed ſi poßibile eſt: ſit ε, & cõnexa δ ε, extẽdatur in ζ η, ſigna. Igitur ζ η, dimetiens eſt ipſius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiẽte ζ η, aſſumptũ eſt ſignũ δ, quod ipſius circuli centrũ non eſt, maxima quidem eſt δ η, (per 7 tertij) maior autẽ eſt δ γ, ipſa δ β: & δ β, ipſa δ α. Sed & æqualis (per hypotheſim) quod eſt impoßibile. Igitur ε, non eſt centrũ circuli α β γ. Similiter oſtendemus quòd aliud nullum præter δ. Igitur δ ſignum, centrum eſt circuli α β γ.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

SI circulus circulum ſecet, in duobus tantùm locis ſecare neceſſe eſt. 10

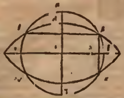
CAMPANVS. Sint, ſi poſsibile eſt, duo circuli, ſecantes ſe in pluribus quàm in duobus locis, ſuper tria pũcta a b c, producã lineas a b & a c, quas diuidã per æqualia in pũctis d & e. & ꝓducã à pũcto e, lineã e f perpendicularẽ, ſuper lineã a c, & à pũcto d, lineã d f, perpendicularẽ ſuper lineam a b, & ſecent ſe duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius punctum f, centrum circuli utriuſq;: quod eſt impoſsibile, per 5 huius.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 10.*

Circulus circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat. 10

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, circulus α β γ, circulum δ ε ζ, in pluribus ſignis quàm duobus ſecet, hoc eſt in β η, & θ ζ, & cõiunctæ β η, β θ, biſariã (per 10 primi) ſecẽtur in κ λ, ſignis. Et (per 11 primi,) ab ipſis κ λ, ipſis β η et β γ, ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extẽdantur in α, et ζ ε, ſigna. Quoniã igitur in circulo α β γ, recta linea quędã α, rectã lineam quandã β θ, biſariã & ad angulos rectos ſecat (per 3 tertij) in ipſa igitur α γ, centrũ eſt circuli α β γ. Rurſus quoniã in eodẽ circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc eſt μ, ε rectã lineã quandã β η, biſariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) ſecat: igitur in ipſa ν ξ centrũ eſt circuli α β γ (per eandẽ.) Oſtenſum autẽ eſt quòd & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, niſi circa ο. Igitur ο, centrũ eſt circuli α β γ. Similiter quoq; oſtendemus quòd & circuli δ ε ζ, centrum eſt ipſum ο. Duorũ igitur circulorum ſeſe adinuicem ſecantium α β γ, & δ ε ζ, idem eſt centrum: quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat: quod erat oſtendendum.*



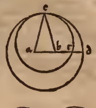
ALITER *idẽ oſtendere. Circulus enim rurſus α β γ, circulũ δ η ζ, ſecet in pluribus quàm in duobus ſignis, hoc eſt in β ζ, & ζ θ, & (per 1 tertij) ſuſcipiatur centrũ circuli α β γ, ſitq; illud κ. Et cõnectantur κ β, κ η, et κ ζ. Quoniã igitur intra circulũ δ ε ζ, ſuſcipitur ſignũ quoddã κ,*



in ipſumq́; δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ η, & κ ζ, igitur (per 9 tertij) κ ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ. At circuli α β γ, centrum eſt ipſum κ. Duorum enim circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum κ. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI circulus circulum contingat, lineaq́ per centra eorum tranſeat, ad punctũ contactus eorũ applicari neceſſe eſt.



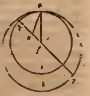
CAMPANVS. Si enim linea tranſiẽs per cẽtra duorum circulorũ c e & d e ſeſe contingentiũ intrà uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferẽtiam utriuſq;, ſitq́ a per primã huius, centrum circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, ſecans circunferentiam utriuſq;, & ducantur lineæ à puncto e, qui ſit locus contactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, eruntq́ in cõtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoßibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b; quod eſt falſum.



Euclides ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 11.*

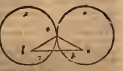
11 Si bini circuli ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipianturq́ eorum cẽtra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.

THEON ex Zamb. *Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipiaturq́; (per primã tertij) centrum circuli α β γ, ſitq́; illud ζ, circuli autẽ α δ ε, ſit η. Dico quòd recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipſum α ſignum cadit. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat ſicut ζ η δ θ, & conectãtur α ζ & α η. Quoniã igitur α η, & η ζ, ipſa ζ α, hoc eſt ipſa ζ θ (per 23 primi) ſunt maiores, communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior eſt quàm reliqua η θ. Aequalis autem eſt δ η, ipſi α η (per 15 diffinitionẽ primi) & η δ, ipſa η θ, igitur maior eſt minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η ſignum, extra ipſum α ſignũ cõtactus non cadit in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint, ſumanturq́; eorum centra recta linea eorum centra contingens, & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit.* ALITER *idem oſtendere. Sed iam cadat ſicut η ζ γ. & extendatur in rectas directũ lineas, γ ζ η in θ, ſignum, & coniungãtur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior ſunt ipſa α ζ, (per 20 primi) ſed α ζ æqualis eſt ipſi γ ζ, hoc eſt ipſi ζ θ, communis auferatur ζ η. reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior eſt, hoc eſt η δ, quàm η θ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter et ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12*

12 Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.

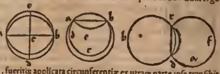


THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem exterius tangunt in ſigno α. Sumaturq́; (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq́; illud ζ, & circuli α δ ε ſit η. Dico quòd ex ζ, in η, ducta recta linea, per ipſum α contactum tranſit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt trãſeat ſicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ ſignum centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt ζ α, ipſi ζ γ. Rurſus quoniam η ſignum, centrum eſt circuli α δ ε, æqualis eſt α η, ipſi δ η. Oſtenſum autem eſt quòd ζ α, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Igitur ζ α, & α η, ipſis ζ γ, & η δ, ſunt æquales: quare tota ζ η ipſis ζ α, & α η, maior eſt, ſed & minor (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ ab ζ in η, ducitur recta linea, per ipſum α, contactum tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI circulus circulum contingat, ſiue intrinſecus, ſiue extrinſecus, in uno tantùm loco contingere neceſſe eſt. 12

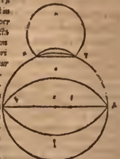
CAMPANVS. Si enim fuerit poſsibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cum ergo ducemus lineã rectam a b, ad b, ſi ipſa cadat extra circulum a b e, interiorem, accidet cõtrarium ſecundæ huius. Quòd ſi ipſa cadat intra ipſum, cum diuiſerimus ipſam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuiſionis perpẽdicularem ad ipſam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraq; parte, ipſa tranſibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmiſſæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, ſi ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, neceſſe eſt accidere contrarium ſecundæ huius. Quare utrunque impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

Circulus circulum non tangit in pluribus ſignis uno, etſi extra, etſi intus tangat.

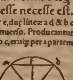
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primum introrſum in pluribus quàm uno ſignis, hoc eſt in δ β, & ſumatur quidẽ centrum ipſius circuli α β γ δ, ſitq; illud η, (per primam tertij,) circuli autẽ ε β ζ δ, ſit θ. igitur (per 11 eiuſdem) recta linea ducta ex η, in θ, cadit in ſigna β δ, cadat ſicut β η θ δ. Et quoniam η, ſignum centrum eſt circuli α β γ δ, æqualis (per 15 diffinitionem primi) eſt β η, ipſi δ η. Maior igitur eſt β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rurſus quoniam θ ſignum, centrũ eſt circuli ε β ζ δ, æqualis eſt (per eandẽ) β θ, ipſi θ δ. patuit autẽ quòd ea multo maior, quod eſt impoßibile: igitur circulus circulum introrſum non tangit, in pluribus quàm uno ſignis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim eſt poßibile, circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno ſignis, uidelicet in α γ. & cõiungatur (per 1 poſtulatũ) α γ. Quoniã igitur in circumferentia utroruncq; circulorum α β γ δ, & α γ κ, ſuſcepta ſunt duo contingentia ſigna α & γ, coniungens ea ſigna recta linea, (per 2 tertij) intra utrunq; cadit. Sed cadit intra ipſum circulum α γ β δ, & extra circulum α γ κ, quod abſurdũ eſt. Circulus igitur circulũ exterius non tãget in pluribus ſignis quàm uno, oſtenſum autem eſt quòd neq; introrſum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus ſignis quàm uno, etſi exterius, etſi interius tangat: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

REctæ lineę in circulo ſi fuerint æquales, eas à centro æqdiſtare, & ſi à cẽtro æqdiſtiterint, æq̃les eſſe neceſſe eſt. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrũ ſit e, duę lineæ a d & b c ſint æquales, dico quòd ipſæ æquidiſtant à centro, & econuerſo. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 2 partem tertiæ huius, a d, diuiſa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b, erit (per 8 primi) augulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f ſunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, eſt ęqualis c g, eo quòd tota a d poſita eſt ęqualis b c, & angulus d eſt æqualis angulo c, erit per 4 primi, baſis e f, æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem ſiue quartam propoſitionem huius, ipſas æqualiter diſtare à centro. Alter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quę ſunt e g & c g: & quia quadratum d e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato



f, quadrato g c, erit quadratum e f, æquale quadrato e g, quare e f, eſt æquale e g, ſicq; patet idem.

Sit ergo e f, æqualis e g, quod eſt, eas a d, ſcilicet & b c, æqualiter diſtare à centro. Dico tunc quòd a d, eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & e c æqualibus, demptisq; quadratis duarum linearum e f, & e g, æqualibus, remanent per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem ſententiam neceſſe eſt eſſe æqualia: quare f d, eſt æqualis g c, ergo duplum f d, quod eſt a d, eſt æquale duplo g c, quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 14.*

14 In circulo rectæ lineæ ſunt ęquales, quæ ęqualiter diſtant à cētro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in ea ſint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quòd æqualiter diſtant à centro. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ, ſitq; illud ε. Et ab ipſo ε in ipſas α β, & γ δ (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum poſtulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit, æqualis eſt igitur α ζ, ipſi ζ β: dupla igitur eſt α β, ipſius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipſius γ η, dupla eſt. Et eſt æqualis α β, ipſi γ δ: æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua ſunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim eſt angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex γ η: æqualis enim eſt α ζ, ipſi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communem ſententiam) eſt æquale. Aequalis igitur eſt ε ζ, ipſi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ diſtare dicuntur à centro, quando à centris in ipſas perpendiculares ductæ ſunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) Igitur α β, & γ δ, æqualiter diſtant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter diſtent à centro, hoc eſt æqualis ſit ε ζ, ipſi ε η. Dico quòd æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Eiſdem enim conſtructis, ſimiliter oſtendemus quòd α β, dupla eſt ipſius α ζ, & γ δ, ipſius γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, æqualia ſunt (per 47 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia ſunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, eſt æquale: æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem ſententiam) æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. At ipſius α ζ, dupla eſt ipſa α β: ipſius uerò γ η, dupla eſt ipſa γ δ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro: & quæ æqualiter diſtant à centro, ſibi inuicem ſunt æquales: quod erat demonſtrandum.*



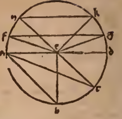
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longiſſimam, eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b e, cuius centrũ e cadant plurimæ lineæ quæ ſint a b, a c, a d, f g, h k, ſitq; a e d, diameter. Dico ipſam eſſe longiſſimam, & alias tanto maiores, quanto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ ſint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntq; per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g: & quia ipſa ſunt æqualia a d, erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a e & e c, ſunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior eſt a c. Sic quoq; eſt maior h k, & maior etiã quàm a b. Quòd autem f g ſit maior h k, & a c quàm a b, patet,



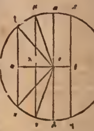
quia cum duo latera f e, & e g, triãguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi baſis f g maior baſi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, ſunt æqualia a e & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit baſis a c, per eandem maior baſi a b, & ſic eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 15.

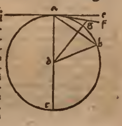
In circulo, maxima quidem eſt dimetiẽs, aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior.

THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγδ, dimetiens uerò illius ſit αδ, centrum autem ſit ε. Et propinquior ipſi αδ, dimetienti ſit βγ. remotior autem ſit ζη. Dico quòd αδ, maxima eſt, maior autem βγ, quàm ζη. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipſas βγ, & ζη, perpendiculares εθ, & εκ. Et quoniam propinquior quidem centro eſt βγ, remotior autem ζη, maior eſt (per 4 diffinitionem) igitur εκ, ipſa εθ. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis ελ, ipſi εθ, & (per undecimam primi) per λ, ipſi εκ ad rectos angulos excitata λμ, extendatur in ν. Et (per primum poſtulatum) coniungantur εμ, εν, εζ, & εη. Et quoniam æqualis eſt εθ, ipſi ελ, æqualis eſt (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem) βγ, ipſi μν. Rurſus quoniam æqualis eſt αε ipſi εμ, & εδ, ipſi εν igitur αδ, ipſis με, & εν, eſt æqualis. Sed με, & εν, (per 20 primi) ipſa μν, maiores ſunt. Igitur αδ, maior eſt quàm μν. Et quoniam duæ με, & εν, duabus ζε, & εη, ſunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub μεν, angulo qui ſub ζεη, maior eſt, baſis igitur μν, (per 24 primi) baſi ζη, maior eſt. Sed μν, ipſi βγ, oſtenſa eſt æqualis, & βγ, igitur quàm ζη, maior eſt. Maxima igitur eſt αδ, dimetiens, maior autem βγ ipſa ζη. In circulo igitur dimetiens maxima eſt: aliarum autem ſemper propinquior centro, remotiore maior eſt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

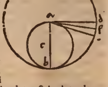
Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere neceſſe eſt. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impoſsibile eſt. Angulum autem ab illa & circunferentia cõtentum, omnium acutorum angulorum eſſe anguſtiſsimum. Angulum uerò intrinſecum à diametro & circunferẽtia cõtentum, omniũ angulorum acutorũ eſſe ampliſsimũ neceſſe eſt. Vnde etiã manifeſtũ eſt, omnem lineã rectã à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulũ ipſum cõtingere. 15



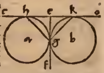
CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quòd ipſa cadit extra circulum, & quòd inter lineam illam & circunferentiam, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipſa & circunferentia continet, eſt minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter ſuper a c lineam, poteſt cadere intra circulum, ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, erit'que per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia

& quia angulus d a b, eſt rectus per hypotheſin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod eſt impoſsibile per 32 primi. Cadet ergo extrà, ſitq́ a e, quòd ſi inter ipſam & circunferentiam poteſt linea recta intercipi, ſit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, eſt rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod eſt impoſsibile: quare inter ipſam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quòd angulus cõtentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentię, eſt minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis poſsit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, poſſet linea recta intercipi, quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorũ rectilineorum eſſe maiorem, quia non differt a recto, niſi in angulo contingentiæ quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utramq́ partem eiecta non ſecet circulum, & tangat ipſum in puncto a, ipſa eſt cõtingens per diffinitionem.

CAMPAANI *additio.* Ex hoc notandum, quòd non ualet iſta argumẽtatio, Hoc tranſit à minori ad maius, & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b, ſuper centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritq́ contingens circulũ per correlarium huius. Deſcribatur iterum ſuper punctum a ſecundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quòd punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia angulus b a d, eſt rectus: erit ut non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui



æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia tranſiuit ad angulum rectum, dinumerãs ſitum omnium angulorum acutorum, quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi, contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico quòd nullus in trãſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius, fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, ſit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in pũcto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prędicto, angulus autem ſemicirculi eſt amplißimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b amplißimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, ſicut propoſuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritq́ (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid amplius amplißimo: quod eſt impoſſibile. Vel ſic. Cùm angulus e a b, ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut poſitur, at angulus ſemicirculi cum angulo contingentiæ eſt ęqualis uni recto, ſimiliter quoque angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ eſt anguſtißimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d, ei æqualis, anguſtißimus omnium acutorum, ſed angulus e a f, eſt eo anguſtior per conceptionem: erit ergo aliquid anguſtius anguſtißimo: quod eſt impoſsibile. Non ergo erit angulus rectilineus ęqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia eſt reperire minorem eo & maiorem: patet inſtantia contra utranque argumentationem prędictam. Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum. Poſſet probari q angulus contingentiæ eſt diuiſibilis ſecundum lineam rectam, ut conſtat per figurationem hic à latere poſitam. Certum eſt quòd angulus qui cauſatur ex contactu duorum circulorum uel ſphærarum, eſt angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uerſus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uiceſimamſextam huius, & patet propoſitum.

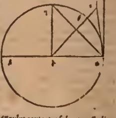


Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 16.*

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulũ cadit, & in locũ inter ipſam rectam lineã & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & ſemicirculi angulus, omni

angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & demetientem α β. Dico quòd quæ ex α ipſi α β, ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit. Non enim, ſed ſi poſsibile eſt, cadat interius ſicut γ α, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α, ipſi δ γ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiã, æqualis eſt & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autẽ δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & qui ſub α γ δ. Anguli igitur qui ſub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoſsibile. Igitur ab α ſigno, ipſi α β, ad angulos rectos ducta, intra ipſum circulum non cadit. Similiter quoq; oſtendemus, quòd neq; in ipſam circunferentiam, extrà igitur cadit ſicut α ε. Dico quòd in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam, alia recta linea non cadit. Si enim poſsibile eſt, cadat ſicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) ab δ ſigno, in ipſam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus eſt angulus α η δ, minor recto autem qui ſub δ α η, maior igitur eſt α δ, quàm δ η. Aequalis autem eſt δ α ipſi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur eſt δ θ, ipſa δ η, minor maiore, quod eſt impoſsibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & ſemicirculi angulus contentus ſub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autẽ cõtentus ſub γ θ α circunferentia & α ε recta linea omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliq uis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uerò eo qui ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum ſub rectis lineis, eo qui ſub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præoſtenſam poſsibilitatem angulo contento ſub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt, neque etiam minor contento ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.*

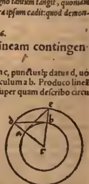


CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta, ipſum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno ſigno tantum tangit, quoniam oſtenſum eſt (per ſecundam tertij) quòd quæ in duobus illis ſignis incidit, intra ipſum cadit: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16

CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius cẽtrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineã d c, ſecantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, ſuper quam deſcribo circulum d e, ſecundum quantitatem lineæ d c, eõcentricum circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d e, quæ ſecet circunferentiam circuli d e, in puncto eo, & produco lineam e c, ſecantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingẽs circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c eſt communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c: angulus autem e a c, eſt rectus, quare angulus d b c, eſt rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod eſt propoſitum.



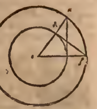
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

A' dato ſigno, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ datum ſignũ α, datus autẽ circulus ſit β γ δ, oportet iam à dato ſigno α, dato circulo β γ δ, contingentem rectam lineã ducere. Suſcipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, ſitq; illud ε, & coniungatur (per 1 poſtulatũ) α δ ε. Et centro quidem ε, ſpacio uerò ε α (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur α ζ η, & ab ipſo δ, ipſi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ (per 11 primi) et cõiungantur (per 1 poſtulatũ) ε β ζ, & α β. Dico q; ab α ſigno, circulo β γ δ, contingens ducta eſt α β. Quoniã enim ε ſignum,*

centrum

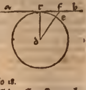
centrum eſt circulorum β γ δ, et α ζ ε, æqualis eſt ε α, ipſi ε ζ, & ε δ, ipſi ε β: ex centro enim in circumferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, ſunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε: baſis igitur δ ζ (per 4 primi) baſi α β, eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α. eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis: æqualis igitur eſt angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus eſt autem qui ſub ε δ ζ, rectus igitur eſt & qui ſub ε β α, & eſt ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipſum tangit circulum (per correlarium 16 tertij) Igitur α β, ipſum circulum β γ δ, tangit. A dato igitur ſigno α, dato circulo β γ δ, cõtingens recta linea ducta eſt α β, quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, neceſſe eſt eam ſuper lineam cõtingentem eſſe perpendicularem.

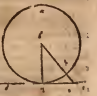
CAMP. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum ſit d, in puncto c, qui lungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem. Si enim non eſt perpendicularis ad ipſam, ſit ergo d f perpendicularis ad eandem, quę ſecet circunferentiam circuli in puncto e, eritq; uterq; angulorũ qui ſunt ad f: rectus igitur per 18 primi, linea c d, eſt maior linea d f, quod eſt impoſsibile. Conſtat itaq; d c eſſe perpendicularẽ ſuper a b: quod eſt propoſitum.



Euclid ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 18.

18 Si circulũ tetigerit aliqua recta linea, à cẽtro autẽ in cõtactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipſa ducta, perpẽdicularis erit cõtingẽti.

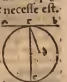
THEON ex Zamb. Circulũ enim α β γ, tangat recta linea quędam δ ε, in γ ſigno, & ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per 1 poſtulatum) ζ γ. Dico q̃ ζ γ, perpendicularis eſt in δ ε. Si enim non, excitetur (per 12 primi) ab ζ in ipſam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniam igitur angulus ζ η γ, rectus eſt, angulus igitur qui ſub η γ ζ, eſt acutus, maior igitur eſt angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, ſub maiori autem angulo (per 19 primi) maius latus ſubtenditur, maior igitur eſt ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β: ex cẽtro enim in circunferentiã: maior igitur eſt ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod eſt impoſſibile. Igitur ζ η, ipſi δ ε nõ eſt perpendicularis. Similiter quoq; oſtẽdemus, q̃ nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis eſt ipſi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ ſequũtur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ linea quędam orthogonaliter ducatur, in eadẽ centrũ eſſe neceſſe eſt.

CAMP. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c. & à contactu ducatur linea intrà circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli eſt in linea c e. Hæc eſt conuerſa prioris. Si enim non fuerit centrũ in linea c e, ſit alibi ubicunq; contingat, ſitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmiſſam perpendicularis ad lineam a b, quod eſt impoſsibile, cùm e c, poſita ſit perpendicularis ad ipſam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamb. Circulũ enim α β γ, tangat recta linea quedã δ ε, in ſigno γ, et ab ipſo γ, ipſi δ ε (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico q̃, in ipſa γ α, eſt centrũ circuli. Nõ enim, ſed ſi poſſibile eſt, ſit ζ, & (per 1 poſtulatũ) cõiungatur γ ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quedã δ ε tãgit, à cẽtro aũt in cõtactũ ducta eſt ζ γ igitur (p 18) ꝑpendicularis eſt ipſi δ ε. Rectus igitur eſt ãgulus ζ γ ε,



at angulus α γ ε, rectus eſt, æqualis igitur eſt angulus ζ γ ε, ei qui ſub α γ ε, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ non eſt. Similiter quoq; oſtendemus, quòd nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonſtraße oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI intra circulum angulus ſupra centrum conſiſtat, alius uerò angulus ſupra circunferentiam conſiſtens eandem baſin habeat, interior ſuperiori duplus erit. 19

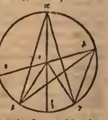
CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, ſupra centrum, & angulus a b c ſuper circunferentiam, ſitq; utriuſq; anguli eadem baſis quæ ſit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum eſſe ad angulum a b c. Quod ſic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum ſit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum ſecat alteram poſtremarum. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritq; per 32 primi, angulus a d e extrinſecus, æqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipſi ſunt æquales per quintam eiuſdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoq; modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ ſunt a d & b d, ut in ſecunda figuratione apparet, per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. Quòd ſi altera duarum linearum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b ſecat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas à principio aſſumpſimus & ſimili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus eſt ad angulum a b c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 20.*

In circulo angulus qui ad cẽtrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint. 20

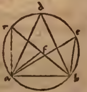
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum ſit angulus β ε γ, ad circunferentiam uerò angulus β α γ, habeant autem eandem baſin, circunferentiam β γ. Dico quòd duplus eſt angulus β ε γ, anguli β α γ. Ducta enim α ε (per ſecundum poſtulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis eſt α ε, ipſi ε β, ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt angulus ε α β, ei qui ſub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α (per 5 primi) eius qui eſt ſub ε α β, dupli ſunt: æqualis autem eſt qui ſub β ε ζ (per 32 eiuſdem) eis qui ſub ε α β et ε β α. Angulus igitur β ε ζ, ipſius ε α β, duplus eſt. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui ſub ε α γ (per eandem) duplus eſt. Totus igitur β ε γ, totius qui ſub β α γ, eſt anguli, duplus eſt. Rurſus conſtituatur, & ſit alter angulus β δ γ, & ducatur (per primum poſtulatum) δ ε, extendaturq; (per 2 poſtulatum) in η. Similiter quoq; oſtendemus quòd duplus eſt η ε γ, angulus eius qui ſub ε δ γ, eſt anguli. Quorum qui ſub η ε β, duplus eſt eius qui ſub ε δ β. Reliquus igitur qui ſub β ε γ, eius qui eſt ſub β δ γ, duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferẽtiam baſin habuerint ipſi anguli: quod oportuit demonſtraße.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI in una circuli portione, anguli ſuper arcum conſiſtant, angulos quoslibet æquales eſſe neceſſe eſt. 20

CAMPANVS. Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum ſit f, cõſiſtant quotlibet anguli ſuper arcũ a d b, qui ſunt e d c. Dico eos eſſe æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatib. ducantur in centrũ lineæ a f, & b f, eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum, ad unumquenq; eorum duplus, quare ipſi ſunt æquales: quod eſt propoſitum.



Euclid.

Euclid.ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.



THEON ex Zamb. Sint in ſegmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui ſub β α δ, & β ε δ. Dico quòd anguli β α δ, & β ε δ, ſibi inuicē ſunt æquales. Suſcipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, ſitq́; illud ζ. Et ducantur (per primum poſtulatum) β ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, eſt ad centrum, angulus autem qui ſub β α δ, ad circunferentiam, & eandem habent baſin circunferentiam β γ δ, angulus igitur β ζ δ (per præcedentem) duplus eſt eius qui ſub β α δ, & per hoc angulus β ζ δ, duplus eſt etiam eius qui ſub β ε δ. Aequalis igitur eſt (per communem ſententiam dicentem, quæ eiuſdem ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI intra circulum quadrilaterum deſcribatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inſcriptum circulo a b c d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos, eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq́; per præmiſſam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d: quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d & c a d. Et quia ipſi cum angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi, erūt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod eſt propoſitum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, eſſe æquales duobus rectis.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

22 In circulis quadrilaterorum exiſtentium, anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt ęquales.



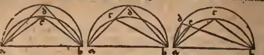
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in eo quadrilaterum ſit α β γ δ. Dico quòd anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur (per primum poſtulatum) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales: trianguli igitur α β γ, tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autē γ α β, angulo β δ γ eſt æqualis (per 21 tertij) in eodem enim ſunt ſegmento β α δ γ. Angulus uerò α γ β (per eandem) angulo α δ β, in eodē enim ſunt ſegmento α δ γ β. Totus igitur qui ſub α δ γ, eis qui ſub β α γ, & α γ β eſt æqualis, communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui ſub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui ſunt ſub α β γ, & α δ γ, ſunt æquales: ſed qui ſub α β γ, β α γ, et α γ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis ſunt æquales. Similiter iam oſtendemus, q. etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 22.

22 DVas ſimiles circuli portiones inæquales, ſupra unā rectā lineam aſsignatam, ex eadē parte cadere impoſsibile eſt.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, ſuper quam fiat portio circuli, a c b. Dico quòd ſuper eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ ſit ſimilis huic, & ea maior aut minor. Quòd ſi fuerit poſsibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quę cùm ſit ſimilis ei, ſtat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarum, una fiat cum altera poſtremarum, ut in ſecunda. Aut ut altera ſecet alteram, ut in tertia. Quòd ſi fuerit primo modo, erit per uiceſimam primam primi, angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionem. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimamſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferētiam portionis minoris in puncto e, & ducatur linea e a.

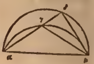


Eritq́ per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per pręmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationū, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quod licet proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neq; ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 23.*

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

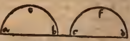
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inequalia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimiliaq́; circulorum ſegmenta ſunt que æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraße.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

SI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 23

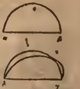
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a e b, c f d, quę ſunt ſimiles. Dico quòd ipſę ſunt ęquales. Si enim non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c d, nec excedetur ab ea, cum ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.*

Super ęqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

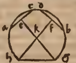
THEON ex Zamb. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente nanq; ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta verò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmētum ipſi η ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.*

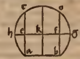


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24*

24 DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunq; contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte: ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi cẽtrum circuli per idem correlarium.







Aequidiſtantes autem non erunt e g & f h, quia cum in utraq; ſit cẽtrum circuli per dictum correlarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerãdo ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum a b portio data, ſemicirculus: eritq; per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cẽtrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlariũ primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro: ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli.





Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quæ ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e. & manifeſtum eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c: & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propoſitio 25.*

25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmẽtum.

THEON ex Zamb. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentũ deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Exciteturq; (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prior maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam β α, rectam lineam, ad ſignumq; in ea α, ipſi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extẽdatur (per 2 poſtulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis eſt angulo β α ε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea ε β, ipſi α ε. Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ γ. communis autem δ ε,*





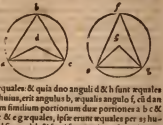
duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, ſunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε (per 4 poſtulatum) angulo γ δ ε eſt æqualis, rectus enim uterq;. Et baſis igitur α ε (per 4 primi) baſi γ ε, eſt æqualis. Sed α ε ipſi β ε, oſtenſa æqualis eſt. Igitur β ε, ipſi γ ε eſt æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ε, ſpacio autem (per 3 poſtulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ, circulus deſcriptus per reliqua ſigna ueniet & deſcriptus erit. Circuli igitur ſegmento dato, circulus deſcriptus eſt: & manifeſtum eſt, quòd ſegmentum α β γ, minus eſt ſemicirculo, quoniam ε, centrum extra ipſum cadit. Similiter quoque oſtendemus, & ſi angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ. Si α δ, æquali exiſtente utriq; ipſarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & δ γ, ſibi inuicem ſunt æquales. Et erit ipſum centrū δ, completi circuli, ipſum erit quoque ſemicirculus α β γ. Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, conſtituemus (per 23 primi) ad β α rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ ſegmentum. Segmenti centrum cadet ſuper δ β, ut θ, & erit, uidelicet ſegmentum α β γ, maius ſemicirculo. Dato igitur ſegmento, deſcribitur circulus cuius eſt ſegmentum: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

SI in æquis circulis ſeu ſuper cētra, ſeu ſuper circunferen- 25
tias, æquales anguli conſiſtant, ſuper æquos arcus eos
cadere neceſſe eſt.

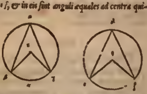
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h. & fiant ſupra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g. eſſe æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipſorum, conſiſtentes ſupra prædictos arcus, qui ſint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli ſunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum ſemidiametri æquales: & quia duo anguli d & h ſunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, æqualis angulo f, cū d angulus ſit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem ſimilium portionum duæ portiones a b c & e f g, ſunt ſimiles: & quia ipſæ ſunt ſuper lineas a c & e g æquales, ipſæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, ſunt æquales. Quòd ſi anguli b & f qui ſunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones ſimiles, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli ſunt æquales per poſitionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales: quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cum ſint ſimiles, & ſuper æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 26.*

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferētijs 26
inſiſtunt, ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias conſiſtunt.

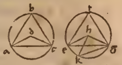
THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli, α β γ, & δ ε ζ, & in eis ſint anguli æquales ad centra quidem, qui ſub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui ſub β α γ, & ε δ ζ. Dico quòd circunferentia β γ, æqualis eſt circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum poſtulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ, & δ ε ζ, ſunt æquales, etiam quæ ex centris, ſunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, ſunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ad α, æqualis eſt angulo qui ad δ, ſegmentum igitur β α γ (per 24 tertij) ſimile eſt ſegmento ε δ ζ, & ſunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) ſimilia circulorum ſegmenta exiſtentia, inuicem ſunt æqualia. Segmentum igitur β α γ, æquale eſt ipſi ε δ ζ ſegmento. Eſt autem totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ. Reliqua igitur β κ γ circunferentia (per 3 communem ſententiam) reliquæ ε λ ζ, circunferentiæ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſiue ſi ad circunferentias, ſiue ſi ad centra conſiſtant: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SI in æquis circulis æqui ſumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorũ, ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſint'que duo arcus a b c & e f g ęquales, fiant'que ſuper ipſos arcus, duo anguli in centro, qui ſunt d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Item que ſuper eoſdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemq́ duos b & f, adinuicem eſſe æquales. Et hæc eſt conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, erit'que per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g poſiti, ſunt ęquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſsibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoque modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quòd anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & econuerſo.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 26* *Conuerſa præcedentis.*

26 In æqualibus circulis anguli quí æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti.

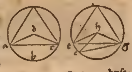




THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis αβγ, & δεζ, ſuper æqualibus circunferentijs βγ & εζ, ad centra η θ, anguli conſiſtant βηγ & εθζ: ad circunferentias autem βαγ & εδζ. Dico quòd angulus βηγ æqualis eſt angulo εθζ: & angulus βαγ æquus eſt angulo εδζ. Siquidem angulus βηγ æquus eſt àngulo εθζ: manifeſtum eſt quòd angulus etiam βαγ æquus eſt angulo εδζ per 20 tertij. Si uerò non, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus βηγ, & conſtituatur per 23 primi, ad rectam lineam βη, ad datumq́ in ea ſignum η: angulo εθζ æqualis angulus βηκ. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt, per 20 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferentia βκ, circunferentiæ εζ. Sed εζ, ipſi βγ eſt æqualis: & βκ igitur, ipſi βγ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoßibile. Angulus igitur βηγ, angulo εθζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli βηγ dimidius angulus, qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autem εθζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoque æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inęquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abſcindi neceſſarium eſt.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitq́ chorda a c ęqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecant, eſſe æquales. Quòd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c. Primum quidem ſic probatur. Ducatur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt ferè æquales, erũt

h æ ſemidiametri æquales: & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus h b c, æqualis arcui e f g: ſicq; patet primũ.
Secundum ſic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d, fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus a f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, eſt maior arcu a b c: quod eſt ſecundum propoſitum.

Euclides ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 28.*

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28

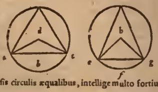


THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis ſint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quòd circunferentia β α γ maior, æqualis eſt circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia uerò β γ η minor, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ minori. Suſcipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) ſintq; κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli ſunt æquales, æquales quoque ſunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales. Et baſis β γ (per hypotheſim) baſi ε ζ eſt æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ eſt æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs inſiſtunt: etiam quando ad centra fuerint conſtituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ: eſt autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem ſententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem minori, minorem autem minori: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

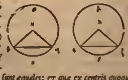
Circulorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere neceſſe eſt. 28

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h: ſitque arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, eſt æqualis chordæ e g. Et eſt hæc conuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntque per 26 huius anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod eſt propoſitum. Quęcunque autem probatæ ſunt paſsiones de diuerſis circulis æqualibus, intellige multo fortius ueras eſſe de eodem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 29.* *Conuerſa præcedentis.*

In æqualibus circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29



THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales ſumantur circunferentiæ β η γ & ε θ ζ, coniunganturq; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis eſt recta linea β γ ipſi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra, ſintq; κ & λ, & coniungantur κ β & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β η γ æqualis eſt ipſi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis eſt angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per decimam diffinitionem tertij) & quoniam circuli α β γ & δ ε ζ ſunt æquales: & quæ ex centris quoque ſunt æquales (per 1 eiuſdem diffinitionem) Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui ſubtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipſam, quæ ſit d b, ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 30.*

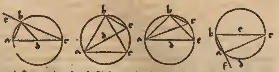
Datam circunferentiam, biſariam ſecare.



THEON ex Zamb. *Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipſam circunferentiam α δ β, biſariam ſecare. Coniungatur α β, ſeceturq́; (per 10 primi) biſariam in γ ſigno: & ab ipſo γ, ipſi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales: & β angulus α γ δ (per 4 poſtulatum) angulo β γ δ eſt æqualis: rectus enim uterque eſt. Baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi δ β eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipſarum circunferētiarum α δ & δ β, ſemicirculo minor eſt: æqualis igitur eſt circunferentia α δ, ipſi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, biſariam ſecta eſt: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

30 SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat, rectus eſt. Si uerò in portione ſemicirculo minore, recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore, recto minor. Item'que omnis portionis angulus ſemicirculo maioris, recto maior: minoris uerò, recto minor de neceſsitate erit.



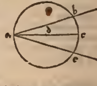
CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cētrum d & diameter a d c, ſemicirculus a b c, in cuius ſemicirculi circunferentia fiat angulus a b c: ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrum, linea b d: eritq́; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 31 primi: ipſe erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli ſunt ad totalem angulum a b c: ſed ipſi ſunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorū rectorum, quare rectus: quod eſt primum propoſitum.

IDEM aliter. Protrahatur c b uſq; ad e, eritq́; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a eſt æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b, eritq́; per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem ſcientiam, cum ſit pars eius, ſicq́; patet ſecundum. Tertium ſic: Sit rurſus in circulo a b e, cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quę ſit ſemicirculo minor, & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq́; per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod eſt

tertium propoſitum. Quartum & quintum ſic. Sint in circulo a b c d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor ſemicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, uſque ad f, eritq́ per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi, & ſecundus pars recti: euidenter patet utrumque, quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.

CAMPANI *additio.*

Ex iſtis duabus ultimis partibus, nota inſtantiam contra illas duas argumentationes, ad quas tulimus inſtantiam in 15 huius. Tranſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris, qui eſt minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis ſemicirculo maioris, qui eſt maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus, aut maior ſemicirculo aut minor, ſit autē tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris ſit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec ſimpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecans ex ipſo b portionem ſemicirculo minorem: eritq́ per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c ſuper punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipſo c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Tranſitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorem angulo ſemicirculi & minorem, nō tamen æqualem, ut demonſtratum eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex iſta demonſtratione.



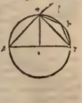
Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 31.

In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui autē in maiore ſegmento, minor recto: qui uerò in minore ſegmēto, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto. 31

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens autem eius ſit β γ, centrum uerò ε. Sumaturq́; in ſemicirculo ſignum utcunq́; ſitq́; illud δ & coniungātur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quòd angulus in β α γ ſemicirculo, rectus eſt. Angulus autem in α β γ ſegmento maiore ſemicirculo, qui eſt ſub α β γ, recto minor eſt. Angulus uerò in α δ γ minore ſemicirculo ſegmēto, qui eſt ſub α δ γ, recto maior eſt. Coniungatur α ε, et extendatur β α in ζ. Et quoniā æqualis eſt β ε ipſi ε α, ex centro enim in circunferētiam: æqualis eſt angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε γ, æqualis eſt per eandem angulus qui ſub α γ ε ei qui ſub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis. Angulus autem qui ſub ζ α γ extra ipſum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur eſt angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq́; eſt. In ſemicirculo igitur β α γ, angulus qui ſub β α γ, rectus eſt. Et quoniā trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis ſunt minores. angulus autē β α γ rectus eſt: angulus igitur qui ſub α β γ, recto minor eſt, & eſt in ſegmēto α β γ, maiore ſemicirculo. Et quoniā in circulo ineſt quadrilaterū α β γ δ, in circulis autem quadrilaterorum conſiſtentium (per 22 tertij) anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis ſunt æquales. At angulus α β γ recto minor eſt. Reliquus igitur angulus α δ β, maior eſt recto, & in ſegmento minore ſemicirculo eſt. Dico iam etiam quòd angulus ſegmenti maioris, comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior eſt: angulus autem minoris ſegmenti comprehenſus ſub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto eſt minor, manifeſtumq́; illinc eſt. Quoniam enim angulus comprehenſus ſub β α & α γ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur comprehenſus ſub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior eſt recto: quoniam totum ſua parte maius eſt (per 9 cōmunem ſententiam) Rurſus quoniā angulus cōprehenſus ſub α γ & α ζ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur ſub γ α recta linea et α δ γ circūferentiam cōprehenſus, recto minor eſt. In circulo igitur angulus in ſemicirculo exiſtēs, rectus eſt: qui uerò in maiore ſegmēto, recto eſt minor: in minori autē, recto eſt maior.*

Et inſuper

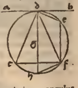
Et inſuper angulus maioris ſegmẽti, maior eſt recto: minoris autẽ ſegmẽti, recto minor: quod demõſtraſſe oportuit. ALIA *oſtenſio, quòd angulus qui ſub β α γ rectus eſt. Quoniam angulus α ε γ, eius qui ſub β α ε duplus eſt (per 32 primi) æqualis nanq; eſt duobus interioribus ex oppoſito: interiores autẽ (per 5) ſunt æquales: angulus autem α ε β eius qui ſub ε α γ duplus eſt: anguli igitur α ε β et α ε γ, ipſius β α γ, dupli ſunt. Sed anguli α ε β & α ε γ, duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur qui ſub β α γ, rectus eſt: quod erat demonſtrandũ.* CORREL. *Hinc manifeſtum eſt, q, ſi trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus eſt: eo quod illi contiguus (qui ſcilicet producto latere extra triangulũ fit) eiſdem eſt æqualis ſed quando utrobiq; æquales fuerint, recti ſunt.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

31 SI circulũ linea recta cõtingat, & à cõtactu in circulũ quædam circulũ ſecãs recta linea, præter centrũ ducatur, quouſq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duob. angulis q in alternatis circuli ſup arcus cõſiſtũt portionib. æquales ſunt.

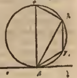
CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulũ præter centrum, linea d f, ſecans ipſum: fiantq; angulus, d c f, conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f. & angulus d e f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis ſuper a b: & per primam partem præmiſſæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, ſunt æquales. Poſito ergo cõmuni angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis, qui ſunt d f h, & h d f: ſed hi duo cũ angulo h, ſunt æquales duobus rectis, per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cũ angulo b d f æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, eſt æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc eſt primum. Et quia duo anguli c & e ſunt æquales duobus rectis, per 21 huius erit angulus e æqualis angulo a d f: quod eſt ſecundum. Vel illud ſecundum ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonſtratum eſt: ſed angulus e cum angulo h, æquiualet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 32.

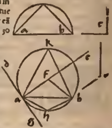
32 Si circulũ tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quędam recta linea, circulum ſecans: anguli quos efficit ad tangẽtẽ, ęquales ſunt eis qui in alternis circuli ſegmẽtis cõſiſtunt angulis.

THEON ex Zamb. *Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β ſigno: & à ſigno β, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, cum ſecans, ſitq; β δ. Aio quòd anguli quos β δ ſimul cum ε ζ tangente conficit angulis qui ſunt in alternis ſegmentis circuli ſunt æquales, hoc eſt quod angulus ζ β δ, æqualis eſt angulo exiſtenti in β α δ ſegmento: & angulus ε β δ, æqualis eſt angulo exiſtenti in β γ δ ſegmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipſo β, ipſi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β δ circumferentia, ſignum utcunq; : ſitq; illud γ, & connectatur α δ, δ γ, & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta eſt ipſi contingenti ad angulos rectos β α: in ipſa β α igitur centrum eſt circuli α β γ δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α δ β in ſemicirculo exiſtẽs (per 31 tertij) rectus eſt. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto ſunt æquales. Angulus aũt α β ζ, rectus eſt. Angulus igitur qui ſub α β ζ, eſt æqualis eis qui ſunt ſub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis eſt angulo β α δ exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum eſt α β γ δ, anguli ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui ſunt ſub β α δ & β γ δ anguli ſunt æquales. Quorum angulus β α δ, oſtenſum eſt quòd æqualis eſt ipſi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui ſub δ β ε, angulo δ γ β, in alterno ſegmẽto δ γ β exiſtenti eſt æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum ſecans, anguli quos efficit ad tangentem, iis qui in alternis circuli ſegmentis cõſiſtunt angulis æquales: quod erat demonſtrandum.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.



SVper datam lineam, circuli portionem deſcribere: capiẽtem 38
angulum dato angulo æqualem, ſeu rectum, ſeu maiorem, ſeu minorem recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineam a b uolo deſcribere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per medium, deſcribam ſuper eã ſemicirculum, factumq́ erit propoſitum, per primam partem 30 huius. Si autem ſit obtuſus, ducam lineam d a cum linea b a, cõtinentem ęqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e perpendicularem, ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 13 primi æqualem angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularẽ a e: eruntq́ per 6 primi lineæ f a & f b ęquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq́ per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.



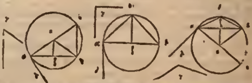
Si autem angulus c ſit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulũ æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſque ad perpẽdicularem a e, eruntq́ per 6 primi, lineę f a & f b ęquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineę f a, circulum a k b: eritq́ per correlarium 15 huius, linea a g contingens circulũ: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a k b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

Euclid ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 33.*

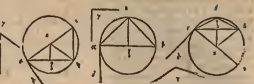
Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens an- 18
gulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zãb.

Sit data recta linea αβ, datus verò angulus rectilineus ſit γ: oporet iam ſuper data recta linea αβ, deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualẽ ipſi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & cõſtituatur (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & in ea ſignũ α, ipſi angulo γ æqualis angulus δαβ. Angulus igitur δαβ, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdẽ) igitur ipſi αδ ad angulos rectos αε, ſeceturq́ (per 10 primi) bifariã αβ, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi αβ ad angulos rectos excitetur ζθ (per 11 eiuſdẽ) & connectatur θβ. Et quoniã æqualis eſt αζ ipſi ζβ, agitur cõmunis autem ζθ: duæ αζ & ζθ, duab. ζβ & ζθ ſunt æquales, & angulus qui ſub αζθ (per 4 poſtulatũ) æqualis eſt ei qui ſub θζβ. Baſis igitur αθ (per 4 eiuſdẽ) baſi θβ eſt æqualis. Centro igitur θ, ſpacio verò θα (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus: veniet etiam per β, deſcribatur, & ſit αβε, & cõnectatur εβ. Quoniã igitur ab extremitate ipſius αε diametri, ab α ſigno ipſi αε ad angulos rectos eſt αδ: igitur αδ tangit circulũ αβε (per correlarium 16 tertij.) Et quoniam circulum αβε tangit quedã recta linea αδ, & ab α contactu in ipſum circulũ αβε ducta eſt recta linea quedã αβ: angulus igitur δαβ (per 32 eiuſdẽ) angulo αεβ exiſtenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δαβ, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis eſt ei qui ſub αεβ eſt angulo. Super data igitur recta linea αβ, ſegmentũ circuli deſcriptum eſt, ſuſcipiens angulũ αεβ æqualẽ dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus ſit angulus qui ad γ, & opportunũ ſit: rurſus ſuper αβ deſcribere ſegmẽtum circuli ſuſcipiens angulũ æqualẽ ei qui eſt ad γ recto. Cõſtituatur enim rurſus ad ipſam αβ rectam lineam, ad ſignumq́ in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui ſub βαδ (per 23 primi) ſicut in ſecunda habetur deſcriptione. Seceturq́ (per 10 primi) αβ, bifariã in ζ, & cẽtro ζ, ſpacio verò ζα aut ζβ: circulus deſcribatur αεβ (per 3 poſtulatũ). Tangit igitur recta linea αδ, circulũ αεβ: quoniã angulus qui ad α, rectus



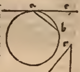
rectus eſt. Et angulus β α δ æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmēto α ε β: rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirculo exiſtit (per 31 tertij.) Sed angulus β α δ, ei qui ad γ eſt āgulo æqualis eſt. Deſcriptum eſt



igitur iterū ſuper α β, ſegmentum circuli α ε β, capiens angulū æqualem ei qui ad γ eſt angulo. Sed iā eſto angulus qui ad γ obtuſus, & cōſtituatur ei iterū ad α β rectam lineam & ad α ſignum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) ſicut habet tertia deſcriptio, & ipſi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiuſdē) excitetur α ε, ſeceturq́; rurſus α β bifariā in ſigno ζ (per 10 eiuſdem) & ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiuſdem) & connectatur η β. Et rurſus quoniā æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, & cōmunis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η ſunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 poſtulatum) angulo β ζ η eſt æqualis: baſis igitur α η (per 4 eiuſdem) baſis β η eſt æqualis. Centro igitur η, ſpacio autem η α (per 3 poſtulatū) circulus deſcriptus, tranſibit per β, tranſeat ſicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata eſt α δ: igitur (per correl. 16 tertij) α δ tangit ipſum circulum α ε β, & à cōtactu α extēditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiuſdem) æqualis eſt angulo α θ β exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui eſt ad γ eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in α θ β ſegmento, æqualis eſt, ei qui eſt ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, deſcriptum eſt ſegmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo, quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

33 A Dato circulo, dato angulo ęquum angulum capientem, portionem abſcindere.

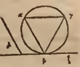
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abſcindere portionem unam capientem ęqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq́; per 31 huius, portio a b exiſtens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 34.

34 A' dato circulo, ſegmētum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ: datus uerò angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem ei qui ad δ eſt angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulū: ſitq́; illa ε ζ, & tangat in β ſigno. Et cōſtituatur (per 23 primi) ipſi ε ζ rectæ lineæ, & in ea ſigno β, angulo qui ad δ æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, & à contactu β ducta eſt β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis eſt angulo β α γ conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus ζ β γ, ei qui eſt ad δ eſt æqualis. Igitur angulus exiſtens in β α γ ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad δ angulo. A' dato igitur circulo α β γ ſegmentū abſciſſum eſt β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod feciſſe oportuit.*

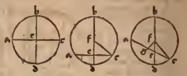


Euclid. ex Camp. Propoſitio 34.

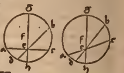
34 SI intra circulū duæ rectę lineę ſeſe inuicē ſecēt, quod ſub duabus partib. unius earū procedit, æquū eſt ei rectangulo quod ſub duab. alterius lineę partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d, ſuper punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d tranſibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd ſi ambæ tranſeant per centrum, erit e centrum circuli, omneſq́; quatuor lineæ æquales: quare liquet propoſitum. Quod ſi altera earum tantùm tranſit per centrum, ſit illa b d, centrumq́; circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia, aut

aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia, eritq́ per primam partem tertij huius, ſecans eam orthogonaliter. Ducatur itaque linea f c, eritq́ per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f, ęquale quadrato lineæ f d: quaе & quadrato lineæ f c: ergo per penultimam primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq́ quadrato e f, erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c eſt æqualis a e, per 46 primi patet propoſitũ.



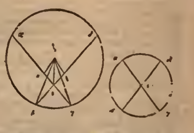
Quód ſi b d tranſiens per centrum, ſecat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq́ per ſecundam partem tertij huius a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq́ per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (Et ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quód angulus f g e eſt rectus) ęquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: ſed per 5 ſecundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineę g e: eſt æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineę g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c. quod eſt propoſitum. Quòd ſi neutra earum trãſit per centrum, ſiue altera diuidat alteram per æqualia ſiue per inęqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipſam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per ſecundum modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h: æquum eſt ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquũ eſt ei quod fit ex b e in e d, quod eſt propoſitum. At ſi neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq́ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 35.*

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulũ comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

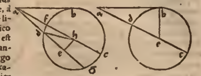
THEON *ex Zamb. In circulo enim α β γ δ, duæ rectæ lineæ α γ et β δ ſeſe inuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd rectangulum cõprehenſum ſub α ε & ε γ, æquum eſt rectãgulo comprehẽſo ſub δ ε & ε β. Si enim α γ et β δ per centrũ ſunt, ut ε centrum ſit circuli α β γ δ, manifeſtũ eſt quòd cùm α ε, ε γ, δ ε & ε β ſunt æquales, rectangulũ comprehẽſum ſub α ε & ε γ, æquũ eſt ei quod comprehenditur ſub δ ε & ε β rectãgulo. Sint iam α γ, & δ β, nõ extenſæ per centrũ, & ſumatur centrum circuli α β γ δ: ſitq́; illud ζ (per primam tertij) & ab ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ζ η, quandam rectam lineam non per centrũ tranſeuntem α γ ad angulos rectos ſecat, etiam bifariam eam ſecabit: æqualis igitur eſt α η ipſi η γ. Et quoniam recta linea α γ diſſecta eſt in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehenſum ſub α ε & ε γ unà cum eo quod fit ex ε η (per 5 ſecundi) quadrato, æquum eſt ei quod fit ex η γ. Commune apponatur id quod fit ex η ζ. Quod fit igitur ſub α ε & ε γ unà cum iis quæ fiũt ex ε η & η ζ, æquũ eſt eis quæ fiũt ex γ η & η ζ.*



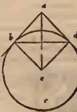
& η ζ. Sed eis quæ fiunt ex ε η, & η ζ, æquum eſt id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γ η & η ζ, æquum eſt id quod fit ex ζ γ (per eandem.) Quod igitur continetur ſub α ε, & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ε ζ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur ſub δ ε, & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod continetur igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod fit igitur ſub α ε & ε γ, unà cum eo quod fit ex ζ ε, æquum eſt ei quod continetur ſub δ ε & ε β, unà cum eo quod fit ex ζ ε. Commune auferatur id quod fit ex ζ ε. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub α ε & ε γ, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δ ε & ε β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis alterius, quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

35 SI extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum alia linea ſecans, alia cõtingens, duæ rectæ lineæ ducantur: quod ſub tota ſecante atque parte ſui extrinſeca continetur, æquum eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur.



CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens, & a d c, ſecans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquũ eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, tranſit per centrum, aut non. Tranſeat ergo primò per centrum, quod eſt e, & ducatur linea e b, quę per 17 huius, perpendicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a, erit per ſextam ſecundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineę e d, & ideo cum quadrato lineę e b: ęquale quadrato lineę e a: & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearũ e b, & b a, propter id quod angulus b eſt rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, ęquale lineę a b, quod eſt propoſitum. Quòd ſi linea a d c non tranſit per centrum, ſumatur a f e g, tranſiẽs per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & ſit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d, erit per 6 ſecundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, eſt rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f ſunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, ęquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, eſt æquale quadrato lineæ a e, ipſa erunt inter ſe æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f. Sed id quod fit ex g a in a f, eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d eſt ęquale quadrato lineæ a b: quod eſt propoſitum.

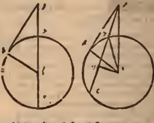


CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum ſignato, ſi ab ipſo ad circulũ quodlibet ſecantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis adinuicem ſunt ęqualia, quoniam omnia ſunt ęqualia quadrato lineę cõtingentis. Nota etiam, quòd ſi à quolibet puncto extra circulũ ſignato duæ lineæ contingentes ad circulum ipſum ducantur, ipſæ erunt adinuicem æquales. Erit enim quadratum utriuſque earum, æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto, ducta in circulum in partem eius extrinſecam. Hoc autem euidentius patet per penultimam primi.

Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipſo a ducantur duę lineę a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d eritq; per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, ſimiliter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia: ergo eſt a b, æqualis a d, quod eſt propoſitum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, eſt æqualis lineę e d. Et quia uterq; duorum angulorum b & d eſt rectus, erit per communem ſcientiam angulus a b d reſiduus, æqualis angulo a d b reſiduo: per ſextam ergo primi, eſt linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 36.*

Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, ab eoq; in circulũ cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera uerò tangat, quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36



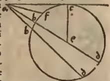
THEON *ex Zamb. Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignũ aliquod, ſitq; illud δ, & ab ipſo δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, ſecet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, et β δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehenſum ſub α δ & δ γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut eſt per centrum extenſa, aut non. Sit primũ extenſa per centrum, ſitq; (per 1 tertij) ζ centrum circuli α β γ, & coniungatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea α γ biſariam diſſecta eſt in ζ, adiacetq; ei recta linea γ δ, quod cõtinetur igitur (per 6 ſecundi) ſub α δ & δ γ, unà cũ eo quod fit ex ζ γ, æquũ eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autẽ eſt ζ γ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem eſt id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui eſt ſub ζ β δ. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt eis quæ fiũt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non ſit extẽſa per centrum circuli α β γ. Sitq; (per primam tertij) ε centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur eſt angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extenſam per centrũ α γ, ad angulos rectos ſecat, etiã biſariam eam ſecat. Igitur α ζ, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Et quoniam recta linea α γ, biſariam diuiditur in ζ ſigno, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur ſub α δ & δ γ, unà cum eo quod fit ſub ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ, (per 6 ſecundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur ſub δ α, & δ γ, unà cũ eis quæ fiunt ex ε ζ & ζ ε, & æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ δ, & ζ ε, æquũ eſt id quod fit ex ζ δ ε, (per 47 primi) angulus nãq; qui eſt ſub ε ζ δ, rectus eſt. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum eſt id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ ε, unà cũ eo quod fit ex ε γ, æquũ eſt ei quod fit ex ε δ. Aequalis autem eſt ε γ, ipſi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ fiũt ex ε β, & β δ: angulus enim qui ſub ε β δ, rectus eſt. Quod igitur cõtinetur ſub α δ, & δ γ, unà cũ eo quod fit ex ε β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur ſub α δ & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

SI fuerit pũctus extra circulũ ſignatus, à quo duæ lineę ad circunferentiã ducãtur, altera ſecãs, altera circunferẽtiæ applicata, fueritq; ꝙ ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecam 36

extrinſecum æquum ei quod ex ductu applicatæ in ſeipſam fit, erit linea applicata ex neceſsitate circulum contingens.

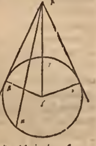
CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, à quo ducantur ad circulum linea a b d, ſecans ipſum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & eſto ut quod fit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, eſſe contingentem. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens, ſit ergo cõtingens linea a f, eritq; per præmiſſam quod fit ex d a in a b, ęquale quadrato lineæ a f, quare quadratũ lineę a f, eſt ęquale quadrato lineæ a c, ergo a c eſt æqualis f, quod eſt impoſsibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingẽs, quod eſt propoſitum. Idem oſtẽſiuè probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſia. Et ſi linea a b d tranſit per centrum, ducatur linea c e, erit per 6 ſecundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, poſitũ eſt æquale quadrato a c: ergo quadratum a e, cum quadrato e e, eſt æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus e eſt rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c eſt contingens circulum, quod eſt propoſitum. Si autem a b d, non tranſit per centrum, ducatur à puncto a, linea tranſiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinſecam, eſt æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmiſſam, ipſum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 37.* *Conuerſa præcedentis.*

37 Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera uerò cadat: ſit autem quod fit ſub tota ſecante, & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamb. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignum, ſitq; illud δ, & ab ipſo δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulum ſecet, & δ β incidat. Sit autem quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquum ei quod fit ex δ β. Dico quòd δ β, ipſum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, ſitq; illa δ ε. Sitq; (per primam eiuſdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea δ ε, ipſum circulum α β γ tangit, & recta linea δ γ α, ſecat: quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquum ſit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur eſt δ ε, ipſi δ β. Eſt autem & ζ ε, æqualis ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, ſunt æquales, & baſis earum communis eſt ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ. (per 8 primi) angulo δ β ζ, eſt æqualis. Rectus autem eſt angulus δ ε ζ, rectus igitur eſt, & qui ſub δ β ζ. Et ζ β eiecta dimetiens eſt, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter oſtendetur, ſi centrum ſuper α γ fuerit. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, & reliqua quæ ſequuntur: quod demonſtraſſe oportuit,*



TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum Liber quartus.

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

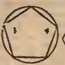
FIgura intra figuram dicitur inſcribi, quādo ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoque ſuorū angulorū ab interiore parte contingit. 2 Circunſcribi uerò figura figurę perhibetꝰ, quoties ea quidē figura eius cui circūſcribitur, omnib. omnes angulos cōtingit.



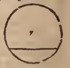
Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

FIgura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſꝙ inſcriptæ figuræ angulus, unumquodꝙ latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodꝙ latus circūſcriptæ, unumquēꝙ angulū eius circū quē ē deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quando unuſquiſꝙ angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurā rectilineam deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia unumquēꝙ eius circum quem deſcribitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quādo circuli circūferētia unūquodque latus eius, in qua deſcribitur, tāgit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodꝙ latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiā cadunt.





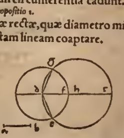




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra datum circulū, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulus'que datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatem lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à pūcto d, ut d e, uel d g, eritꝙ quęlibet earum ęqualis lineę a b, eo quòd utraꝙ earum eſt



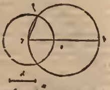
æqualis

æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli, quare habemus propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

In datum circulum, datæ rectæ lineæ quę circuli diametro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

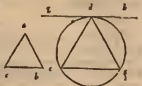
THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, eſto δ, oportet iam in datũ circulũ α β γ, ipſi δ, rectæ lineæ æqualẽ rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, ſitq́; β γ. Si β γ, æqualis eſt ipſi δ, iam factum eſt id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata eſt recta linea β γ, æqualis ipſi δ. Si autem non: maior eſt β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipſi δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, ſpacio uerò γ ε, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrũ circuli ε α ζ, eſt ſignum γ (per 13 diffinitionem primi) æqualis eſt γ α, ipſi γ ε. Sed ipſi δ, æqualis eſt ipſa γ ε. Igitur (per primam communem ſententiam) & δ, æqualis eſt ipſi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata eſt γ α, quod oportebat facere.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

INtra aſsignatum circulum, triangulum triangulo aſsignato æquiangulum collocare.

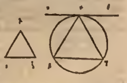
CAMPANVS. Sit aſsignatus triangulus a b c, aſsignatusq́ circulus d e f. Volo intra hunc circulum collocare unum triangulum ęquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe, ſed eſt poſsibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, ſuper quem facio angulum h d f, ducta linea d f, ęqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq́ per 32 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterq́ eſt æqualis angulo h d f, quidem, per poſitionem, e uerò per 32 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

In dato circulo, dato triangulo ęquiangulũ triangulũ deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus triangulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ. oportet iam in dato circulo α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulũ α β γ, ſitq́; η α θ, & tangat in α, & conſtituatur (per 23 primi,) ad rectam lineã α θ, & ad ſignum in ea α, angulo qui eſt ſub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α η, & ad ſignum in ea α, ei qui eſt ſub δ ζ ε angulo æqualis angulus η α β, (per eandem,) & contingantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quedam recta linea η α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui eſt ſub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui ſub δ ε ζ, eſt æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, eſt æqualis. Et per hoc angulus α γ β, ei qui eſt ſub δ ζ ε, angulo, eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, ipſi δ ε ζ, triangulo, & deſcriptum eſt in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

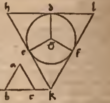


Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

CIrca aſsignatum circulum, aſsignato triangulo triangulum æquiangulum deſcribere.

CAMPANVS. Sint ut prius, aſsignatus triãgulus a b c: aſsignatusq́ circulus d e f, cuius centrũ g: circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum

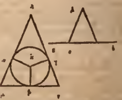
æquiangulum, triangulo a b c. æquilaterum enim non eſt neceſſarium, ſed eſt poſsibile. Producam baſim b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinſeci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & conſtituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinſeco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinſeco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quouſque concurrant in punctis h k l. Neceſſe eſt enim ipſas concurrere. cum enim uterque angulorum qui ſunt ad d, & uterque eorum qui ſunt ad e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui ſunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui ſunt ad f, ſit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e ſunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, ſunt æquales quatuor rectis: ut monſtratum eſt ſuprà 32 primi. Et quia duo anguli b intrinſecus & extrinſecus ſunt ſimiliter æquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinſecus poſitus eſt æqualis d g e, erit intrinſecus b, æqualis h. Simili quoque ratione erit c intrinſecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinſeci ſunt minores duobus rectis per 17 primi, erunt ſimiliter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimam petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ, concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h eſt æqualis angulo b intrinſeco, & angulus l, angulo c intrinſeco, erit per 32 primi, angulus k æqualis angulo a: quare habemus propoſitum.



Euclid. ex Zamb. **Theorema 3.** *Propoſitio 3.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum ſit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulum, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.* Extendatur *ε ζ, ex utraque parte, in η θ, ſigna. Et ſumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ: ſitq; illud κ. Et ducatur utcunque recta linea α β. Et conſtituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectam lineam, ad ſignumq; in ea κ, angulo qui eſt ſub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per ſigna α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulum α β γ, ſintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniam rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in ſignis α β γ, & à centro κ, in α β γ, ſigna coniunctæ ſunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui ſunt ad ſigna α β γ, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales, & quoniam quadrilaterum α μ β κ, in duo triangula diuiditur, quorum anguli κ α μ & κ β μ, duo recti ſunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem δ ε κ, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, ſunt æquales, quorum angulus α κ β, angulo δ ε η, eſt æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, eſt æqualis. Similiter quoque oſtendetur, quòd & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, eſt æqualis: & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum λ μ ν ipſi δ ε ζ, triangulo: & deſcribitur circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum, dato triangulo æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

INtra datum triangulum, circulum deſcribere. 4

CAMPANVS. Sit aſsignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum, circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quę concurrent in pũcto d, à quo ducã perpẽdiculares ad tria latera ipſius triãguli: d e quidẽ ad a b: d f, ad b c: & d g ad a c. Et quia duorum triangulorũ e a d, & g a d, angulus a unius, eſt æqualis

æqualis angulo a alterius, & uterque angulorum e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, ſit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, ſunt æquales. Poſito ergo centro in d, deſcriptus circulus ſecundum quantitatem unius earum, tranſibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum eſſe propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio. 4

4 In dato triangulo, circulum deſcribere.

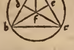
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam in triangulo α β γ, circulum deſcribere. Secentur (per 9 primi) anguli α β γ, & α γ β, biſariam, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrant adinuicem in ſigno δ. Excitenturq́; (per 12 primi) ab ipſo δ, in ipſas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η. Et quoniam æqualis eſt angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis eſt angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula ſunt ε β δ, ζ β δ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale β δ, ſcilicet quod commune ipſis eſt æqualium angulorum ſubtendens, unum & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur eſt δ ε, ipſi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipſi δ ζ, eſt æqualis, quare & δ ε, ipſi δ η eſt æqualis: tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, ſibi inuicem ſunt æquales (per 1 communem ſententiam.) Centro igitur δ, ſpacio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus deſcriptus, per reliqua ſigna tranſibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, ſigna exiſtentes, recti ſunt. Si enim eas ſecat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod eſſe impoßibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur deſcriptus centro δ, ſpacio uerò aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non ſecat, tanget igitur eas per correlarium eiuſdem, & erit circulus deſcriptus in triangulo α β γ. In dato triangulo igitur α β γ, circulus deſcriptus eſt ε ζ η, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 CIrca trigonum aſsignatum, ſiue illud ſit orthogonium, ſiue amblygonium, ſiue oxygonium, circulũ deſcribere.

CAMPANVS. Sit trigonus aſsignatus a b c. Volo circa ipſum deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa tertiæ. diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in pũcto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quouſq; concurrant in puncto f, ſintq́; d f, & e f. concurrent enim, quoniam cum uterq; angulorum d & e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem. igitur à puncto f, qui eſt punctus concurſus, quem dico eſſe centrum circuli quæſiti, protraho lineas ad ſingulos quæ ſunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, cõparatis lateribus angulis duorum triangulorũ a c f, & c e f: ergo per 9 tertij, pũctum f, erit centrũ circuli quæſiti eſt. Hæc eſt uniuerſalis demonſtratio ad omnes ſpecies trigoni. Quia tamẽ auctor uidetur uelle medium uariare diſtinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum ſigillatim eſt demonſtrandum. Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius, ſitq́; angulus a rectus. Latus b c a, reſpiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico eſſe cẽtrum circuli, ad medium punctum utriuſq; duorum reliquorum laterum, qui ſit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipſa erit æquidiſtans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demõſtratũ eſt, ſuprà 39 primi, Et quia angulus a poſitus eſt rectus,





erit per ſecundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui ſunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq́ per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem ęquales, quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti. Sit rurſus trigonus a b, amblygonius, ſitq́ angulus a obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ ſunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq́ d h æquidiſtans a c, & e h æquidiſtans a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuprà 39 primi, uidelicet quòd linea ſecans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio eſt æquidiſtans, quare per ſecundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, ęqualis angulo a, & ideo uterque obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quouſque concurrant in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli (manifeſtum eſt enim eas concurrere, propter cauſam prius dictam) ſecabit utraque earum, lineam b c, quæ reſpicit obtuſum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur à puncto f qui eſt punctus concurſus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iterum ut trigonus a b c, ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq́ d h æquidiſtans a c, & e h ipſi a b, propter id quod demonſtratum eſt ſuper trigeſimamnonam primi, quare per ſecundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineã a c, manifeſtum eſt eas cõcurrere intra triangulum a b c, ſitq́ punctus concurſus f, quem dico eſſe centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis aſſumptam ut prius, erũt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæſiti.

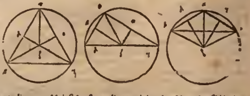


CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd ſi triangulus fuerit orthogonius, centrum circuli circunſcribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autẽ fuerit oxygonius, cadet intra triãgulum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 5.*

Circa datum triangulum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum deſcribere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ biſariam, in δ & ε, ſignis, & ab ipſis δ ε, ſignis, ipſis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipſum triangulum α β γ, aut in ipſa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipſum triangulum, in ζ ſigno: cõnectanturq́ (per 1 poſtulatum ζ β, ζ γ, & ζ α.) Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem δ ζ, & ad angulos rectos, baſis igitur α ζ (per 4 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus,*



quòd etiam γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis: quare ζ β, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, ſibi inuicem ſunt æquales: Centro igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna: & erit circulus deſcriptus circa triangulum α β γ, deſcribatur iam ſicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant ſuper β γ, recta linea in ſigno ζ, ſicut ſecunda habet deſcriptio, & connectatur α ζ. ſimiliter quoque oſtendemus quòd ζ ſignum, centrum eſt circuli deſcripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipſum triangulum α β γ, in ſigno ζ. Rurſus ſicut habet tertia deſcriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rurſus æqualis eſt α δ, ipſi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, baſis igitur α ζ, (p 4 primi) baſi β ζ, eſt æqualis. Similiter quoq́ oſtẽdemus, q. et γ ζ, ipſi α ζ, eſt æqualis. Centro rurſus igitur ζ, ſpacio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus deſcriptus trãſibit p reliqua ſigna

quæ ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ, triangulum, deſcribatur ſicut α β γ. Circa datum igitur triangulum deſcriptus circulus eſt, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifeſtum eſt quòd quando introrſum trianguli, cadit centrum circuli angulus β α γ, exiſtens in maiore circuli ſegmento, recto minor eſt. Quando autem in β γ, rectam lineam, in ſemicirculo exiſtens angulus, rectus eſt. Quando uerò extra ipſam β γ, rectam lineam centrum cadit, angulus β α γ, exiſtẽs in minore circuli ſegmẽto, recto maior eſt. Quare & quando minor recto fuerit datus angulus, introrſum ipſius trianguli concurrunt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, ſuper β γ. Quando uerò maior recto, extra ipſam β γ: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 INtra datum circulum, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: uolo intra ipſum deſcribere quadratum. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſupra cẽtrum e, quarum extremitates coniungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæſitum, ipſæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter aſſumptam, propter id quod quatuor lineę e a, e b, e c, & e d, ſunt æquales, & quatuor anguli qui ſunt ad e, recti: ſed unuſquiſq; quatuor angulorum a b c & d, eſt rectus per primam partẽ 30 tertij propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo. erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 6.

6 In dato circulo quadratum deſcribere.

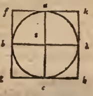
THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in circulo α β γ δ, quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ & β δ, & coniungantur α β, β γ, γ δ, & δ α. Et quoniam æqualis eſt β ε ipſi ε δ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrum enim eſt ε, communis autẽ & ad angulos rectos ε α, baſis igitur α β, (per 4 primi) baſi α δ eſt æqualis: & per hoc etiam utraq; ipſarũ β γ, & γ δ, utriq; ipſarum α β & α δ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt quadrilaterum α β γ δ. Dico quòd etiam rectangulum: quoniam enim recta linea β δ, dimetiens eſt circuli α β γ δ: ſemicirculus igitur eſt angulus: rectus igitur eſt angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unuſquiſq; angulorum contentorum ſub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus eſt. Rectangulum igitur eſt quadrilaterũ α β γ δ, oſtenſum autem eſt, quòd & æquilaterum: quadratum igitur eſt (per 30 diffinitionem primi) & deſcriptum in circulo α β γ δ: quod feciſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

7 CIrca propoſitum circulum, quadratum deſcribere.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d, cuius centrum e uolo circa ipſum, deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e, à quarum extremitatibus duco in utramq; partẽ lineas orthogonaliter, quouſq; quęlibet earũ concurrat cũ duab. laterib. ſintq; puncta concurſus earum f g h k, eritq; per correlariũ 15 tertij, uterq; angulorũ qui ſunt ad unumquęq; quatuor punctorũ a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e ſunt recti, erit quartus angulus qui eſt f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterũ quatuor angulos ęquales quatuor rectis, ut demonſtratũ eſt ſuprà 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorũ g h & k, erit rectus: ergo per ſecundã partẽ 28 primi duę lineę f g & k h, itẽq; duæ f k & g h, ſunt æquidiſtãtes: ergo per 34 primi f k eſt æqualis g h, & f g, ipſi k h. Et quia per eadẽ f k eſt æqualis b d, & f g ipſi a c: at uerò b d eſt æqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & k h, æquales. Sed & quatuor anguli f g k h ſunt recti: ut probatũ eſt prius. ergo f g k h, eſt quadratum per diffinitionem: quod eſt propoſitum.

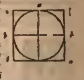


Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum deſcribere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipſum α β γ δ circulum quadratum deſcribere. Excitentur ipſius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ &

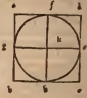
β δ: & per ſigna α, β, γ, δ, excitētur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangētes circulū α β γ δ, ſintq́; ζ η, η θ, θ κ et κ ζ. Quoniā igitur recta linea ζ η, ipſum circulū α β γ δ, tangit in ſigno α, & ab ε, cētro in ipſum α, contactum cōiungitur recta linea ε α, anguli igitur qui ſunt ad α, ſunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, ſigna ſunt recti. Et quoniā angulus α ε β, rectus eſt, & angulus qui ſub ε β η, quoq; rectus eſt: parallelus igitur eſt η θ, ipſi α γ, (per 28 primi,) & ob id quoq;, α γ, ipſi ζ κ, parallelus eſt. Similiter quoq; tam oſtendemus, q. & utraq; ipſarum η ζ, & θ κ, ipſi β ε δ, parallelus eſt: parallelogramma igitur ſunt η δ, θ γ, α κ, ζ β, & β κ: æqualis igitur eſt η ζ, ipſi θ κ, & η θ, ipſi ζ κ (per 34 primi.) Et quoniam æqualis eſt α γ, ipſi β δ, ſed α γ, utriq; ipſarum η θ & ζ κ, eſt æqualis, & β δ, utriſq; ipſarum η ζ, & θ κ, eſt æqualis utraq; igitur ipſarum η θ, & ζ κ, utriq; ipſarum η ζ, & θ κ, eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt θ κ, ζ η quadrilaterum. Dico q. & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum eſt η β ε α, & angulus α ε β, rectus eſt: rectus igitur eſt et qui ſub α η β, eſt angulus, (per 34 primi) ſimiliter quoq; oſtendemus quòd & qui ad θ κ ζ, anguli conſiſtunt recti ſunt. Rectangulum igitur eſt, ipſum ζ η θ κ quadrilaterum, demonſtratum uerò quod & æquilaterum. quadratum igitur eſt, & circa α β γ δ, circulum: deſcriptum eſt. Circa datum igitur circulum, quadratū deſcriptum eſt, quod oportebat facere.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 8.

Intra quadratum aſsignatum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit quadratū aſsignatum a b c d. Volo intra ipſum, deſcribere circulū. Hæc eſt quaſi conuerſa 6. Diuido unumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in pūcto e, & produco lineas e g & f h, ſecātes ſe in puncto k, quē dico eſſe centrū circuli: erit enim f h ęquidiſtans & ęqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f. & b h ſunt æquales & æquidiſtantes. Similiter per eandem & d c, ipſi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipſius quadrati ſunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineę k e, k f, k g, & k h, æquales: ergo per 9 tertij k, eſt centrum circuli quęſiti.



Euclid. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 8.

In dato quadrato, circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. Eſto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum deſcribere, ſecetur (per 10 primi) utraque ipſarum α β & α δ, bifariam in ε ζ, ſignis, & per ε, utriq; ipſarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipſarum α δ, & β γ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur eſt unumquodque ipſorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α η, η γ, β η, & η δ, & eorū latera, uidelicet quæ ex oppoſito ſunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis eſt α δ, ipſi α β, & ipſius α δ, dimidium eſt α ε. & ipſius α β, dimidium eſt α ζ, æqualis igitur eſt α ε, ipſi α ζ, quare & quæ ex oppoſito (per eandem) ſunt æquales, æqualis igitur eſt ζ η, ipſi ε η. Similiter quoq; oſtēdemus quòd & utraque ipſarum η θ, & η κ, utrique ipſarum ζ η, & η ε, eſt æqualis. Quatuor igitur η ε, η ζ, η θ, & η κ, ſibi inuicem ſunt æquales, (per 1 communem ſciētiam.) Centro igitur η, ſpacio uerò aut η ε, aut η ζ, aut η θ, aut η κ, circulus deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua ſigna, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui ſunt ad ſigna ε ζ θ κ recti ſunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, ſecat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrſum ipſius circuli cadit, quod eſt impoſſibile (per 16 tertij.) Centro igitur η, ſpacio autem aut η ε, aut η ζ, aut η θ, aut η κ circulus deſcriptus, ipſas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non ſecat: tangit igitur eas & in quadrato α β γ δ, deſcriptus eſt. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ ſequuntur, quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

Circa aſsignatum quadratum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit quadratū a b c d. Volo circa ipſum, circulū deſcribere. Hæc eſt quaſi cōuerſa 7. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecātes ſe in pūcto e, quē dico eſſe cētrū circuli. Cū enim lineę a d, et a b, ſint ęquales: erūt per 5 primi anguli

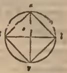
anguli a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis eſt rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: ſimili quoque modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorum, eſſe medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, eſt ęqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d. quare quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, ſunt ęquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quęſiti, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

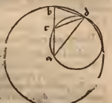
THEON *ex Zamb. Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum deſcribere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, ſeſe inuicem ſecent in ε. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, ſunt æquales, altera alteri, & baſis δ γ, (per 4 primi) baſi β γ, eſt æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) et qui ſub β α γ eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur δ α β, biſaria diuiſus eſt, per lineam α γ. Similiter iam oſtendemus q; & unuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub α β γ, β γ δ, & γ δ α, biſariam diuiſus eſt per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis eſt angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidiũ eſt, et anguli α β γ, dimidiũ eſt angulus ε β α: angulus igitur ε α β angulo ε β α, eſt æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, eſt æquale. Similiter iã oſtendemus q; & utraq; ipſarũ ε α et ε β, rectarũ linearũ, utriq; ipſarũ ε γ, et ε δ, eſt æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Centro igitur ε, ſpacio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus deſcriptus, tranſibit per reliqua ſigna, & erit deſcriptus circa α β γ δ, quadratũ deſcribatur ſicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus deſcriptus eſt: quod fecisse oportuit.*



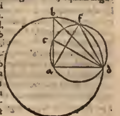
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare, cuius uterque duorum angulorum, quos baſis obtinet, reliquo duplus exiſtat.

CAMPANVS. Intẽtio eſt deſcribere unũ triangulum duum ęqualiũ laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorũ qui ſuper latus quod eſt reliquis inęquale, exiſtũt ad tertiũ, duplus exiſtat. Ad hoc autẽ faciendũ ſumatur linea quælibet quæ ſit a b, quæ diuidatur ſecundũ quod docet 11 ſecundi, in puncto c, ita quod illud q; fit ex a b, in b c ſit æquale quadrato à c. Factoq; puncto a cẽtro, ſecundũ ipſius quantitatẽ deſcribatur circulus b d e, intra quẽ per primã huius coapretur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulũ a b d, eſſe qualis proponitur. Circũſcribatur circulus qui ſit d c a, per 5 huius triãgulo d c a. Quia ergo linea d b, eſt ęqualis lineę a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineę b d, quare per ultimã tertij b d linea, eſt cõtingens circulum d c a, & per 31 eiuſdem, angulus c d b, eſt ęqualis angulo c a d. Poſito ergo cõmuni angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duob. angulis c a d, c d a, ſed per 32 primi, angulus b c d, eſt æqualis eiſdẽ, quia extrinſecus ad ipſos, ergo b d a, eſt æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, eſt æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quòd latera a b & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi linea c d, eſt ęqualis lineę b d, quare & lineæ c a: ergo per 5 primi, angulus c a d, eſt æqualis angulo c d a. Quia ergo uterq; angulorũ c d b, & c d a, eſt æqualis ãgulo c a d, erit totus ãgulus b d a, duplus ad angulũ d a b, & ideo ãgulus a b d, ſibi æqualis, duplus eſt etiã ad angulũ b a d: q̃d eſt propoſitũ.

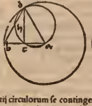


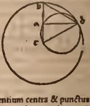
CAMP. *additio.* Forſan dicet aduerſarius circulũ d c a, circũſcriptũ trigono partiali, ſecare circulũ b d e, in aliquo pũcto arcus b d: ita q; ſimul ſecabit lineã b d, unde ipſa nõ erit circulo applicata ſicut in demõſtratione ſupponitur, ſed ipſũ ſecãs. Sit ergo ſi poſsibile eſt ut ponit aduerſarius, & à pũcto b, ducatur ad ipſum circulũ minorẽ, cõtingẽs b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato b f, ergo b f eſt

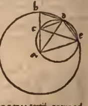


æqualis

æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, eſt æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a eſt ęqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod eſt impoſsibile: cùm ipſe ſit par eius. Aliter poſſumus illud refellere, & oſtendere quòd ille minor circulus nullo modo ſecabit lineam b d. Forſan enim diceret quòd ſecaret eam, non ſecando arcũ d b, maioris circuli. Si enim poſsibile eſt quòd ſecet eam, ſit hoc in pũcto h, eritq́ quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Monſtratum eſt enim ſupra penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato, quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur, quæ ſub totis & earum portionibus extrinſecis continentur, æqualia ſunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, eſt æquale quadrato b d, quod eſt impoſsibile per ſecundam ſecũdi, quare cõſtat propoſitum. Et nota quòd minor circulus neceſſariò ſecabit maiorem, & abſcindet ab eo arcum unum æqualem arcui b d, & maior abſcindet ſimiliter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor non ſecat maiorem, cõtingit ergo ipſum in puncto d. Et per 11 tertij circulorum ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea eſt centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, eſt rectus, quare & angulus a d b, eſt rectus, ſimiliter & angulus a b d, ſibi ęqualis, eſt rectus: quod eſt impoſsibile per 32 primi. Secet ergo ipſum in punctis e d, dico arcum e d maioris, eſſe æqualem arcui d b, & arcum e d minoris eſſe æqualem arcui d c. Produco lineas d e, e e, & e a, eritq́ per 26 tertij, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt d e c, e e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & e a, ſunt æquales per 81 eiuſdem, quare totalis angulus a e g, duplus eſt ad angulum b a d, & ideo æqualis utrique angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, ſunt æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, trianguli a e d ęquales duobus angulis d & b, trĩguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, eſt æqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, eſt æqualis arcui d c: & hoc eſt quod propoſuimus.

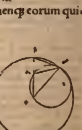






Euclid ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 10.*

Iſoſceles triangulum conſtituere, habẽs unumquenq́ eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui.



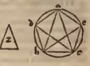
THEON *ex Zamb. Ponatur quędam recta linea α β, ſeceturq́; (per undecimam ſecundi) in γ ſigno, ut ſub α β, & β γ, comprehenſum rectangulũ æquum ſit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α: ſpacio uerò α β, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur β δ ε. Applicetur q́; in circulum β δ ε, ipſi α γ, rectæ lineæ, quæ diametro ipſius β δ ε, maior non eſt circuli β δ ε, æqualis recta linea β δ, (per 1 quarti,) & connectatur α δ, & δ γ, deſcribaturq́; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ζ. Et quoniam continetur ſub α β, et β γ, rectangulum æquum eſt ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptũ eſt, æqualis autem eſt α γ, ipſi β δ. quod igitur continetur ſub α β, & β γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ, ſuſcipitur ſignum aliquod β, & ab ipſo β, in circulum α γ δ ζ, ceciderunt duæ rectæ lineæ β γ α, & β δ, & earum una ſecat & altera incidit, & id quod continetur ſub α β, & β γ, æquum eſt ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ζ. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, ſigno, ab ipſo autem δ, contactu ducta eſt δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiuſdem,) æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento, angulo qui ſub δ α γ. Quoniam igitur æqualis eſt angulus β δ γ angulo δ α γ, communis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis eſt duobus qui ſub γ δ α, & δ α γ, ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ, æqualis eſt angulus exterior β γ δ, (per 32 primi,) & angulus igitur β δ α, æquus eſt angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui ſub γ β δ, (per 5 primi) eſt æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β eſt æquale, quare & angulus δ β α (per 1 communem ſcientiam) angulo β γ δ eſt æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & β γ δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt angulus*

angulus δ β γ, angulo β γ δ, æqualis eſt & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipſi γ α eſt æqualis per hypotheſin, & α γ, igitur ipſi γ δ eſt æqualis. Quare & angulus γ δ α (per 5 primi) angulo δ α γ eſt æqualis. Igitur anguli qui ſunt ſub γ δ α & δ α γ, eius qui ſunt ſub γ α δ, dupli ſunt. Angulus autem ſub β γ δ, angulis qui ſunt ſub γ δ α, & δ α γ eſt æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui eſt ſub γ α δ, anguli duplus eſt. Aequalis autē eſt angulus β γ δ, utriq; ipſorum ſub β δ α, & δ β α angulorum. Et uterq; igitur eorum qui ſunt ſub β δ α, & β δ α, angulorum, eius qui eſt ſub δ α β, duplus eſt. Iſoſceles igitur triangulum conſtitutum eſt α β δ, habens unumquenque eorum qui ad baſin δ β ſunt angulorum, duplicem reliqui: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 INtra datum circulum, æquilaterum atq; ęquiangulum pentagonum deſcribere.

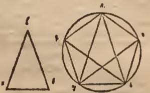
CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipſum deſcribere pentagonum unum ęquilaterum atq; ęquiangulum. Deſigno triangulum unum qualem præmiſſa proponit, qui ſit z cui alium æquiangulum intra datum circulum deſcribo, ſicut docet 2 huius, qui ſit a b c, ſitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrunq; eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem ęquales, propter id quòd quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, ſunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ ſunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e inſcriptus dato circulo, qualis proponitur. Eſt enim ęquilaterus, per 28 tertij, cum quinque arcus, quorum eius quinque latera ſunt, chordæ ſint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiuſdem, eò quòd quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipſius pentagoni cadunt, ſunt adinuicem æquales. Sicq; conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 11.*

11 In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Sumatur (per 10) triangulum iſoſceles, ſitq; illud ζ η θ, duplum habens unumquenq; eorum qui ſunt ad η θ angulorum, reliqui, hoc eſt eius qui eſt ad ζ. Et deſcribatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui ſub γ α δ, fiat æqualis, & uterq; eorum qui ſub α γ δ & γ δ α, ſunt angulorum, utriq; eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorum qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, eius qui eſt ſub γ α δ, duplus eſt. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, angulorum, biſariam per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui ſunt ſub α γ δ, & γ δ α, eius qui ſub γ α δ, eſt anguli duplus eſt, & diſſecti ſunt biſariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui ſunt ſub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, ſibi inuicem ſunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiuſdem) æquales rectæ lineæ ſubtenduntur: quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, eſt æqualis, communis apponatur β γ δ: tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ, ε δ γ β eſt æqualis, & conſiſtit quide super α β γ δ circunferentia, angulus α ε δ, & ſuper ε δ γ β, circunferentia, conſiſtit angulus β α ε: & angulus igitur qui ſub β α ε, qui ſub α ε δ, eſt angulo, æqualis eſt, & ob id unuſquiſque eorum qui ſunt ſub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui ſunt ſub β α ε, & α ε δ, angulorum eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt pentagonum α β γ δ ε: oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

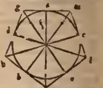


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

Circa propoſitum circulum, pentagonum ęquilaterum atque æquiangulum deſignare. 12

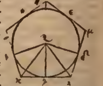
CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c, cuius cẽtrum f. Volo circa ipſum deſignare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiã ipſius circuli (quaſi ſecundum doctrinam præmiſſæ ſibi inſcripſiſſem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quę ſint a d b c e, ad quę à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eiſdem punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in utramque partem, quouſque concurrant in punctis g h k l m. eruntq; hæ lineę contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta concurſus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia mõſtratũ eſt ſuper penultimam tertij, quòd ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duę lineę cõtingentes ad ipſum circulum ducantur, quod ipſę erunt æquales, erit linea g a æqualis lineę g d, & h d, ipſi h b, & ſic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum ſunt adinuicem æquales, erunt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in cẽtro f, ſibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, ęqualia duobus lateribus d g & f d. trianguli f g d, & latus g f commune: ergo per 8 primi duo anguli eorum qui ſunt ad f, itemq; duo anguli qui ſunt a g, ſunt adinuicem ęquales: eadem ratione duo anguli qui ſunt a d f, in triangulis d f h, & h f b, itemq; duo qui ſunt a d h, ſunt adinuicem ęquales. Similiter quoque ſinguli trium reliquorum angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a: & ſinguli trium qui ſunt k l m, diuidantur per ęqualia, primi quidem per lineam f k, ſecundi per lineam f l, tertij uerò per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi inuicẽ ęquales, & alijs duob qui ſunt a f d, & d f b, æquales erunt eorũ dimidia quæ ſunt decem anguli facti in centro f, adinuicem ęqualia. Quia igitur duo anguli a & f, ſunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius. & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a eſt dimidium g m, & g d dimidium g h & g a & g d ſunt æqualia, erunt per communem ſcientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoq; probabimus g m, eſſe æquale m l & m l, ipſi l k & l k, ipſi k h, quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & ęquiangulus. Cùm enim duo anguli qui ſunt ad g, ſint adinuicem æquales, & duo qui ſunt ad m, ſimiliter adinuicem ęquales, & g partialis ſit æqualis m partiali (utcunq; enim probatum eſt prius) erit per eandem communem ſcientiã g totalis, æqualis m totali, & eadem ratione probabis æqualitatẽ in cæteris angulis, quare eſt æquiangulus. Sicq; conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſit. 12.*

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 12

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum ſigna α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem) α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ ſint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ ſint (per 17 tertij) ipſum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε ſitq; ζ (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipſum α β γ δ ε, tangit in ſigno γ, & à centro ζ, in ipſum γ, contactum ducta eſt ζ γ, igitur (per decimamoctauam tertij) ζ γ, ſuper κ λ, perpendicularis eſt, rectus igitur eſt uterque eorum qui ad γ ſunt angulorum. Et per hoc, anguli qui ſunt ad δ β, ſigna recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub ζ γ κ, rectus eſt, quod fit igitur ex ζ κ, æquum eſt eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per quadrageſimam ſeptimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquum eſt id quod fit ex ζ κ, (per eandem.) Quæ ſunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β κ, ſunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β κ, ipſi γ κ. Et quoniam æqualis eſt ζ β, ipſi ζ γ, & communis ζ κ, duæ igitur β ζ, & ζ κ, duabus γ ζ & ζ κ ſunt æquales. Et*

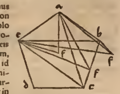


baſis

baſis β θ, baſi γ κ eſt æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ eſt æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur eſt angulus β ζ γ, eius qui ſub κ ζ γ eſt anguli: & angulus β κ γ, eius qui ſub ζ κ γ. Et ob id iam & angulus γ ζ δ, eius qui eſt ſub γ ζ λ duplus eſt: & angulus δ λ γ, eius qui ſub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis eſt circunferentiæ γ δ, æqualis eſt (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui eſt ſub κ ζ γ duplus eſt: & qui ſub δ ζ γ, eius qui ſub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ, angulo λ ζ γ eſt æqualis. Duo igitur iam triangula ſunt ζ κ γ & ζ λ κ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, ſcilicet quod commune ipſis eſt: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur eſt κ γ recta linea ipſi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis eſt κ γ ipſi γ λ: dupla igitur eſt κ λ ipſius κ γ: & per hoc etiam oſtendetur, quòd θ κ, ipſius β κ dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt, quòd β κ ipſi κ γ eſt æqualis, & κ λ ipſius κ γ dupla eſt, & θ κ ipſius β κ: igitur θ κ ipſi κ λ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur, quòd unaquæque ipſarum γ θ, γ μ, & μ λ, unicuique ipſarum θ κ & κ λ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt pentagonum κ θ κ λ μ. Aio etiam quòd & æquiangulum: quoniam æqualis eſt angulus ζ κ γ angulo ζ λ κ, & oſtenſum eſt ipſius quidem anguli ζ κ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub θ κ λ, eius autem qui eſt ſub ζ λ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub κ λ μ: angulus igitur qui eſt ſub θ κ λ, angulo qui eſt ſub κ λ μ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam quòd unuſquiſque eorum qui ſunt ſub κ θ κ, & θ κ μ, & κ μ λ, unicuique eorum qui ſunt ſub θ κ λ, & κ λ μ eſt æqualis. Quinque igitur anguli qui ſunt ſub κ θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ γ, & μ κ θ, ſibi inuicem ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt pentagonum κ θ κ λ μ: oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum: & deſcriptum eſt circa circulum α β γ β ε: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatum, circulum deſcribere.



CAMPANVS. Sit aſsignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non eſt neceſſarium, hoc eſt poſsibile) a b c d e. Volo ei inſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 11. Duos eius propinquos angulos qui ſunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto f intra ipſum pentagonum, quem dico centrum eſſe circuli. Concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis anguli e, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipſum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utrique angulorum diuerſorum opponitur. Concurrant ergo primò extrà in puncto f: & ducatur linea b f. & quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f ſunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a lterius, erit per 4 primi, baſis e f æqualis baſi f b: & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a eſt æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis uel maior a totali, quod eſt impoſsibile. Concurrant ergo in puncto f ſuper latus b c: eritq; arguendo per præmiſſas, & præmiſſo modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod eſt impoſsibile. Quòd ſi forſitan concurrant in angulo c: erit per eaſdem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia eſſe non poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, intra pentagonum. à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinque latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus angulis per æqualia diuiſis, qui ſunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, ſumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis eſt e totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia, erit etiam b totalis diuiſus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-



a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoque modo probabis utrunque angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinque lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicque patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.

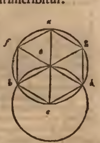


THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum deſcribere. Secetur iam (per 9 primi) uterque eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum biſariam, per utranque ipſarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ, ad ſigna β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti oſtendetur, quòd & unuſquiſque eorum qui ſunt ſub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, biſariam ſecatur per unamquanque ipſarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis eſt angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium eſt angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidium eſt angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ eſt æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ eſt æquale. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipſarum ζ γ & ζ δ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, & ſpacio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus deſcriptus: ueniet per reliqua ſigna, & deſcriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum eſt. Deſcribatur, & ſit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum, quod eſt æquiangulum & æquilaterum, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 INtra propoſitum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum deſcribere.

Ex hoc itaque manifeſtum eſt, quòd latus hexagoni æquum eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.



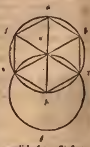
CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d, cuius centrum e, uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. produco diametrum a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d; ſecantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ ſint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis, quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim, ut demonſtrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, ſunt æquales duobus rectis: propter id quòd quiſque eorum eſt tertia duorum rectorum: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e g, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, eſt æqualis utrique eorum: quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e, ſunt adinuicem æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiuſdem, quæ ſunt lateri ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui conſiſtit in primo, eſt æqualis angulo b, qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris: quare conſtat propoſitum.

Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c, & c b & c d.

CAMPANI *additus.* Et nota quòd non proponitur circa propoſitum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſignare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum deſcribere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſsibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere, eandem circulo, extra & circulum ſibi intra & extra, iiſdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus, deſcribemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inſcripta aut circunſcripta eſt etiam neceſſariò æquiangula: de inſcripta patet per 27 & 26 tertij ſumptis arcubus circuli: quibus latera inſcriptæ figuræ chordæ ſunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipſius figuræ anguli cadũt. De circunſcripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, ſi plenè intellectæ demonſtrationi 13 huius diligens intellectus acceſſerit: erit enim, ut omnes ipſius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: ſumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos eſſe æquiangulos per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, tota quoque eſſe æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propoſitio 15.*

In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 15



THEON *ex Zamb.* *Sit datus circulus αβγδεζ: oportet iam in dato circulo αβγδεζ, hexagonum æquilaterum æquiangulumq́; deſcribere. Excitetur ipſius αβγδεζ circuli dimetiens, ſitque illud αδ. Sumaturq́; (per 1 tertij) centrum circuli: ſitq́; illud δ, & centro η, ſpacio uerò δη (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur γηεθ: & coniunctæ rectæ εη & γη extendatur in β, ζ, ſigna, & connectantur αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. Dico quòd αβγδεζ, hexagonum æquilaterum eſt & æquiangulum. Quoniam enim η ſignum, centrum eſt circuli αβγδεζ, æqualis eſt (per diffinitionem 15 primi) ηε ipſi ηδ. Rurſus quoniam δ ſignum, centrum eſt circuli γηεθ, æqualis eſt (per eandem) δε ipſi δη. Sed εη ipſi ηδ oſtenſum eſt quòd eſt æqualis. Igitur ηε, ipſi εδ eſt æqualis (per 1 communem ſententiam.) Aequilaterum igitur eſt εηδ triangulum: & tres igitur eius anguli, εηδ, ſcilicet, ηδε et δεη ſibi inuicem ſunt æquales. Quoniam (per 5 primi) iſoſcelium triangulorum anguli qui ad baſim ſibi inuicem ſunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) angulus igitur εηδ, duorum rectorum tertium eſt. Similiter quoque oſtendemus, quòd & angulus δηγ, duorum rectorum tertium eſt. Et quoniam recta linea γη ſuper εβ ſtans (per 13*

oppoſitũt *primi) † utrobique angulos εηγ & γηβ duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γηβ, tertium eſt duorum rectorum: anguli igitur εηδ, δηγ & γηβ, ſibi inuicem ſunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc eſt, βηα, αηζ & ζηε, eiuſdem εηδ, δηγ & γηβ ſunt æquales (per 15 primi.) Sex igitur anguli εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, & ζηε, ſibi inuicem ſunt æquales. Aequales autem anguli, ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij.) Sex igitur circunferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, ſibi inuicem ſunt æquales. At ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur (per 29 eiuſdem.) Sex igitur rectæ lineæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt αβγδεζ hexagonum. Aio quoque, quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia αζ æqualis eſt circunferentiæ εδ, communis apponatur circunferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, toti εδγβα eſt æqualis. Et ſuper circunferentia ζαβγδ, conſiſtit angulus ζεδ: ſuper autem εδγβα circunferentia, conſiſtit angulus αζε. Aequalis igitur eſt angulus αζε, angulo δεζ. Similiter quoque oſtendetur quòd & reliqui anguli ipſius αβγδεζ hexagoni, hoc eſt, unuſquiſque eorum qui ſunt ſub ζαβ, αβγ, βγδ, & γδε, unicuique eorum qui ſunt ſub αεζ & ζεδ angulorum, ſunt æquales. Aequiangulum igitur eſt hexagonum αβγδεζ. Oſtenſum autem eſt quòd & æquilaterum, & deſcriptum eſt in circulo αβγδεζ. In dato circulo igitur αβγδεζ, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptum eſt: quod facere oportebat.*

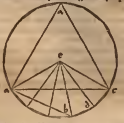
CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt, quòd hexagoni latus ei qui eſt ex centro circuli eſt æquale: & ſi per ſigna α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas, deſcribetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum conſequenter ex prædictis in pentagono. Et inſuper per ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus & circumſcribemus: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

16 INtra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare. Deinde circa quamlibet circulum aſsignatum, qui decagonum æquilaterum atque æquiangulum, atque intra datum quindecagonum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunſcribere, atque intra talem quindecagonum propoſitum, circulum deſcribere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum deſcribere: quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundę huius, protraho latus triaoguli æquilateri, quod ſit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circumferentiæ tertia, cuius arcus a b eſt quinta, erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintę arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circumferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam io duabus tertijs ipſius quintæ, uel in duabus quintis ipſius tertiæ, ſiue in duabus quintiſdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qoi eſt 15. eius enim tertia quæ eſt 5, excedit eius quintam quæ eſt 3 in duabus unitatibus quæ ſunt duæ tertiæ ipſius ternarij qui eſt quinta: uel duæ quintæ ipſius quinarij qui eſt tertia, ſiue duæ quintæ decimæ ipſius 15, qui eſt totum. Diuiſo igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrumque duorum arcuum c d, & d b, eſſe tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, ſiue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtenſis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatis que continuè iotra datum circulum ſibi æqualibus per primam huius, complebitur figura propoſita. Cætera uerò duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circũſcribere, ac circulum quindecagono inſcribere, ac etiam circunſcribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



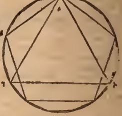
CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunque figuram ęquilateram circulo ſcimus inſcribere, duplo plurium laterum circulo ſcimus inſcribere & circunſcribere, & ipſi circulum. Diuiſis enim arcubus, quibus latera eius quæ ſcitur inſcribi ſubtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipſius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æqoiangula. Hoc enim demõſtratum eſt, ſuprà 15 huius, quòd omnis figura æquilatera circulo inſcripta, eſt etiam æquiangula. Et quia hanc circulo ſcimus inſcribere, ſciemus cætera tria per duodecimã, decimamtertiã & decimamquartam huius. Quia igitur ſcimus inſcribere triãgulum æquilaterum, ſciemus per hoc & hexagonum: & per hexagonum, dodecagonum: ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & ſic in infinitum duplando. Et licet per triangulum poſsit, ut diximus, inſcribi hexagonus: poſuit tamen huius propriam demonſtrationem, ex qua ſequitur potiſsimum perutile. Et & ſimiliter quia ſcimus & inſcribere quadratum, ſciemus per hoc inſcribere omnem figuram, cuius laterum numerus eſt pariter par: per pentagonum quoque ſciemus decagonum & figuram 20 laterum: ſicque continuè duplando. Idem quoque intellige de quindecãgono, per ipſum enim ſcientur figuræ 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem fi-

gurarum, de quibus iſta non docet, uel quæ per has non habentur: difficilis eſt ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterque angulorum ad baſim triplus eſſet ad reliquum, ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulo inſcribere: quod ſi uterque quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagunum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroque angulorum ad baſim multiplici ad reliquum, per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 16.

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uerò æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circunferentia, α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli, erit quinque. Circunferentia autem α β, exiſtens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij) β γ, biſariam in ε: utraque igitur ipſarum β ε, & ε γ, circunferentiarum quintumdecimum erit ipſius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipſis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus, deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber quintus.*

Euclid.ex Camp. *Diffinitiones.*

1 PArs, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars quandoq; ſumitur propriè: & hęc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſè conſtituit, ſine diminutione uel augmento: & dicitur ſuum totũ numerare per illum numerum, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quælibet quantitas minor, quæ quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius cõſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autẽ quotieſcunque ſumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, eſt maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars relatiuè dicitur ad totũ, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio, & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipſum multiplex, propter hoc quòd minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſubmultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

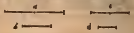
3 Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio, eſt habitudo duarũ rerum eiuſdem generis adinuicẽ, in eo quòd
earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Non enim ſolum in quantitatibus re-
peritur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potẽtijs, uult
Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elementorũ numerum oſtẽdit. In ſonis autem eſſe prò-
portionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inęqua *Plato.*
les partes diuidatur, erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorũ, eadem cõuerſo modo proportio. *Boetius.*
Sed in quibuſcunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: nõ
enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quòd earum una eſt reliqua maior, aut mi-
nor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici,
ut uult Ariſtoteles in Prędicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & *Ariſtoteles.*
per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in ali-
quibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quan
titate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem.
Cuius diffinitionis intellectus eſt, quòd proportio eſt habitudo duarũ quantitatum adinuicem,
quæ attenditur in eo quòd una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet
quòd oportet eas eſſe eiuſdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut
duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Nõ enim poteſt dici in ea, maior aut minor ſuperfi-
cie, aut corpore, nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie Sola enim uniuoca, cõ
parabilia ſunt. Quod autem dicit, Certa habitudo, non ſic intelligas, quaſi nota uel ſcita, ſed
quaſi determinata: ut ſit ſenſus, Proportio eſt determinata habitudo duarum quãtitatum: ita, in-
quam determinata, quòd hæc, & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo
duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcre-
torum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor, eſt pars
aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa

& nota. At uerò in continuis, eſt proportio magis larga: eſt enim in ea, ubi minor quantitas eſt, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris eſt proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturq́ omnes tales quantitates, communicantes, quia eas una & eadem neceſſariò metitur, unde & omnes numeri ſunt communicãtes: omnes enim ipſos metitur unitas. Eſt etiam, ubi minor non eſt pars aut partes maioris: & in talibus non eſt nota proportio nec nobis nec naturę. Diciturq́ hæc proportio irrationalis, & hę quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, ſuperficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerſo: infinitæ enim ſunt proportiones in continuis repertæ, quas numerorum natura non ſuſtinet. Sed quæcunque proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunque ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, ſimilitèr & tempus: ſed non ſic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis eſt larga proportio in continuis, quàm in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt, proportionem geometricam eſſe maioris abſtractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uerſatur, rationalis eſt: geometrica uerò, rationales & irrationales æquilateras conſiderat.

Proportionalitas, eſt ſimilitudo proportionum. 4

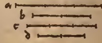
CAMPANVS. Vt ſi dicamus, quòd quæ eſt proportio a ad b, ea eſt etiam c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo, quæ ex iſtis proportionibus reſultat, dicitur proportionalitas.



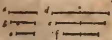
Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi ſine interruptione addunt aut minunt. ,

CAMPANVS. Suppoſita diuiſione proportionalitatis per continuam & diſcontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immò (ut uerius dicam) ſuppoſita diuiſione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè, diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam: ſed continuè proportionalia & incontinuè, diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, ſatis patet per diffinitionem cõtinuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, eſt cùm quotlibet quantitatum eiuſdem generis, in qua proportione prima antecedit ſecundam, in eadem quælibet aliarũ antecedit proximo conſequentem: ut cùm dicimus, ſicut ſe habet a ad d, ita b ad c, & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & conſequens: excepta prima quæ eſt ſolum antecedens, & ultima quæ eſt tantum conſequens. Et in hac quidem proportionalitate neceſſe eſt omnes quãtitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non fit proportio inter quantitates quæ ſunt generum diuerſorum: & hęc erit ad minus in tribus terminis conſtituta. Incontinua autem proportionalitas, eſt cùm quatuor quantitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis, ſiue duæ primæ unius, & duę poſtremę alterius, in qua proportione, prima antecedit ſecundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, ſicut ſe habet a ad b, ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantũ conſequens: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiuſdem generis, ſicut erat in proportionalitate continua: eo quòd conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ, ſed poſsibile eſt ut ſint eiuſdem generis: & poſsibile eſt, ut ſint diuerſorum. Sicut enim cõtingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita ſuperficiẽ ad ſuperficiẽ, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerũ. Viſo quid ſit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionẽ cõtinuè proportionaliũ pręmiſſam. Quãtitates, inquit, proportionales cõtinuè, ſunt quarũ ęquè multiplicia aut ſibi ſunt ęqualia, aut ęquè ſibi ſine interruptione addũt aut minuunt,



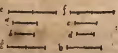


uerbi



uerbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a, b, c: ad quas ſumantur d,e,f: æquè multiplicia, ut ſicut d eſt multiplex ad a, ita e ſit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & ſubmultiplicia, in eodem ſunt genere: ſitq; ut d,e,f, aut ſint æqualia adinuicem, aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo: ita quòd ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo, ita e addat ſuper f, aut minuat ab ipſo. Cùm hęc, inquam, multiplicia ſic ſe habuerint, erunt tres quantitates a,b,c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo, quantum ad quãtitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium æquè multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamẽ priores quantitates ſunt continuè proportionales, immò minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt, quantum ad proportionem, ſed ſolum quantum ad quantitatem exceſſus: eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2, 3, 4 horum trium omnes æquè multiplices æqualiter ſe excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & ſic de cęteris: non tamen ſunt 2, 3, 4 continuè proportionalia: immò minorum eſt maior proportio: eſt enim ipſorũ proportio ſeſquialtera, & maiorũ ſeſquitertia, quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionũ, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis, nõ intelligi quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quãtum ad proportionem: erit itaq; ſenſus diffinitionis pręmiſſæ. Continuè proportionalia, ſunt quorum omnia multiplicia æqualia, ſunt continuè proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret, idem per idem, apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c, oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc ut earum multiplicia ſibi inuicẽ ęqualia ſint, aut ſimiliter ſe habeant in addẽdo aut minuendo. Si enim a & b eſſent diuerſorum generum, eſſent etiam d & e ipſarum a & b multiplicia, eorundem diuerſorum generum, propter hoc quòd multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdem ſunt generis: quare d non eſſet ęqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuerſorum generum, non ſunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam & tertia ad quartam, ſunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus ſecundæ, & quartæ æqualibus fuerint ſimiles, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine ſumptæ.



CAMPANVS. Poſita ſuperius diffinitione quātitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinuè proportionalium: & eſt quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æquè multiplicia ſumpta fuerint, itemq; ſecũdæ & quartæ æquè multiplicia, fueritq; multiplex primæ, ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatẽ, ſicut multiplex tertię ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a,b,c,d: ſumanturq; ad primam & ad tertiam quę ſunt a & c æquè multiplicia utpote dupla quę ſint e & f. Itemq; ad ſecundã & quartam quę ſunt b & d: ſumantur alia æquè multiplicia utpote tripla, quæ ſint g & h: ſitq; ut hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adinuicem ſecundum ordinem primarum 4 quantitatũ: ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd ſi e addit ſupra g & ſimiliter f addat ſupra h, aut ſi e minuit a g, & f ſimiliter minuat ab h: aut ſi e eſt ęqualis g, & ſimiliter f ſit æqualis h: tũc proportio a ad b eſt ſicut c ad d: ſimilitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic ſicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionẽ. Quod autẽ dicit, Eodem ordine ſumptæ, intelligatur ſicut expoſitum eſt: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem ſecundum ordinem earum quantitatum, quibus ęquè multiplicia aſſumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ, ſed referatur ſecundũ primum ordinẽ ipſarum 4 quantitatũ, uidelicet multiplex primæ ad multiplex ſecundę, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaq; ſenſus iſtius diffinitionis. Incõtinuè proportionales, ſunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad ſecundam eſt ſicut tertiæ ad quartam: cum ſumptis æquè multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æquè multipli-

multiplicibus ad ſecundam & quartam: erit proportio multiplicis primę ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma, propter cauſam prædictam: licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a, b, c, d, ſint eiuſdem generis, eo quòd b non continuatur in proportione cum c: ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequētes alterius. Per quod patet, quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: nō autem multiplex primæ ad multiplex tertię, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æquè multiplices ad primam & tertiam, itemq́ æquè multiplices ad ſecundam & quartam, & nō æquè multiplices ad primam & ſecundam, & item non ęquè ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b, ſicut c ad d.

Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur. 7

CAMPANVS. Poſtquàm diffinini quantitates continuę proportionales & incontinuę: diffinit quātitates proportionales ſimpliciter, & patet diffinitio.

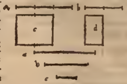
Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq́ ſecundæ & quartæ æquè multiplices, addetq́ multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundã, quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum. quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartā: aut quia minor: & ideo eius ſunt duę ſpecies. Prima, quando maior eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: et dicitur hoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quādo minor eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartũ: & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundã, quàm tertiæ ad quartam: quę eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earũ inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecũdam, quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates, ad quarũ primam & tertiã ſumpta ſint æquè multiplicia, & ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundę relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione, diminutione & ęqualitate: illę quatuor quãtitates erũt improportionales. Quòd ſi ita fuerit, ꝙ multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecũdę, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primę ſit maius multiplici ſecũdę, & ſimiliter multiplex tertię mul

		16		18					
	1	8	3	9					
1	2	4	4	6					
		16		24					
		18		16			24		18
	1	9	3	8		1	8	3	6
2	2	3	4	4		2	4	4	5
		12		16			16		20
		10		14					
	1	5	3	7					
3	2	3	4	4					
		9		12					
		16		14					
4	1	8	3	7					
	2	6	4	5					
		18		15					

tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem exceſſus multiplex primæ multiplex ſecundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ ſit minus multiplici ſecundæ, & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem, non quantum ad quantitatem exceſſus, multiplex primæ multiplici ſecundæ, quàm multiplex tertię à multiplici quartæ: erit quolibet iſtorum quatuor modorum maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis iſtis oppoſitis erit minor proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem iſtorum omnium euidenter ſumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplicis tertię ſuper multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad iſtos quatuor modos prædictos, & ipſos comprehendit. Vnde ſenſus iſtius diffinitionis eſt: cum ſumptis ſic multiplicibus primæ ad multiplex ſecundæ, quàm multiplicis tertię ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: nō diffiniuit autem ſub hac forma, propter cōmunem cauſam prius dictam. Vel poſſumus dicere, quòd additio multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, & nō multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ, de qua loquitur in pręmiſſa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis ſonant: & non ſe extēdit niſi ad ſecundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: unde ſenſus illius diffinitionis eſt, cum ſumptis ſic multiplicibus, ut proponit, ſi multiplici primæ exiſtente maiori multiplici ſecundæ, non ſit neceſſarium quòd multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: propter hoc autem non poſuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iſte eſt illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionē ſufficiens. Nuſquam enim eſt maior proportio primæ quatuor quantitatum ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quę cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primę addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Nec uſquam contingit hoc reperire, quin ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam, ut demonſtrabimus infrà ſupra decimam huius. Poſſunt autem eſſe hę quantitates improportionales diuerſorum generum, ſicut & quantitates incontinuè proportionales, ſi intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut ſi dicatur, maior eſt proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas, erunt omnes eiuſdem generis neceſſariò ſicut ſunt in continua proportionalitate, ut ſi dicatur maior eſt, dicatur maior eſt proportio a ad b, quàm b ad c.



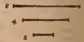
Eſt autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos conſtituta.

CAMPANVS. Poſtquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatē, & quantitates proportionales: & improportionales, oſtēdit quis ſit minimus numerus terminorū inter quos proportionalitas poteſt conſiſtere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit ſumere: poteſt enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, ſiue fuerit rationalis proportio ſiue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones ſimiles, eo quòd proportionalitas ſit ſimilitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & conſequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo conſequentia: hoc eſt, impoſsibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens eſt & conſequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas cōſtituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipſa quęlibet terminus eſt tantum antecedens aut tantum conſequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

Si

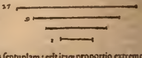
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata. 10

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi grana in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2,4,8: proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecundũ eſt dupla: dupla uerò in ſe mulnplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

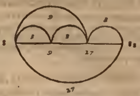


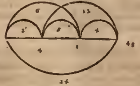
Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata. 11

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutę: & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, erit proportio primæ ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata. hoc eſt, ex trib. talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primę ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1,3,9,27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata, producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplam ſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos cõſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarũ quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturã ſuperficiei, eo q; fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineę in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in cõtinua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ac ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam trinę dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno. Similiter



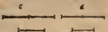
militer quoque ſi proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtituræ, eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata, & in quatuor in ſe bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata, & in ſex terminis quater, & ſic ſemper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, ſiue ut multiplicationes ſint æquales medijs extremis interpoſitis. Et nota quód etiã in proportionalitate continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quód proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur à quadrato, in quatuor veró terminis conſtitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continué proportionales, qui ſint continué tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad ſecundum, denominatur à ternario, eſt enim tripla: primi veró ad tertium, à nouenario, qui eſt quadratus ternarij, nam ipſa eſt noncupla. At veró proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecundum, uidelicet ternarij, ipſa enim eſt uigincupla ſeptupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis conſtitutæ, denominatur à ſuperficiali non quadrato, cuius latera ſunt denominationes ipſarum proportionum: in quatuor veró terminis conſtitutæ, denominatur à ſolido non cubo, cuius tria latera ſunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri cõtinuæ improportionales, qui ſint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla, ſecundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium ſexcupla, tertij veró ad quartum quadrupla. Senarius ergo qui eſt denominatio proportionis primi ad tertium, eſt ſuperficialis, cuius latera ſunt 2 & 3, quæ ſint denominationes duarum primarum proportionum: 24 veró qui eſt denominatio proportionis primi ad quartum, eſt ſolidus, cuius latera ſunt 2, 3, & 4, quæ ſunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos exiſtentium.





12 Quantitates quæ ſunt in proportione una, antecedens ad conſequentem, & antecedens ad conſequentem, dicetur econtrarió ſicut conſequens ad antecedentem, ſic conſequens ad antecedentem. Itemq́; permutatim ſicut antecedens ad antecedentem, ſic etiam conſequens ad conſequentem.

CAMPANVS. Diffinit ſpecies proportionalitatis, quæ ſunt ſex, uidelicet conuerſa, permutata, diſiuncta, coniuncta, euerſa, & æqua. Sunt autem ſpecies, quaſi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primó conuerſam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundum ſubſtantiam (quod non eſt in diſiuncta, coniuncta, aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur ut in æqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, conſequens veró uocat ſecundum. Vult itaque per hanc diffinitionem, quód ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam b ad a ſicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus conſequentia, & de conſequentibus antecedentia: quód iſte modus arguendi nocetur proportionalitas econtrario ſiue conuerſa. Si autem ſic arguam, a ad b ſicut c ad d, ergo a ad c ſicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema ſecundæ, conſequentia: uult quód iſte modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in iſto modo arguendi fit antecedens ſecundæ proportionis, conſequens primæ: & conſequens primæ, antecedens ſecundæ.



13 Coniuncta veró proportionalitas dicitur, quoties ſicut antece-

dẽs cum conſequente ad conſequens, ſic etiam antecedens cum con ſequente ad conſequens.



CAMPANVS. Diffinit coniunctam, diſiunctam, & euerſam, in quibus etiam nihil extrà ſumitur, ſed termini non manent in ipſis ijdem ſecundum ſubſtantiam: & uult quòd ſi ita fuerit ut ſit a ad b, ſicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo, totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, quòd iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diſiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium ſupra conſequentia æqua comparatio. 14



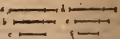
CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit proportio totius a b ad b, ſicut totius c d ad d, & ex hoc ego cõcludam, Ergo a ad b ſicut c ad d, quod iſte modus arguendi uocetur diſiuncta proportionalitas.

Euerſa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionum. 15

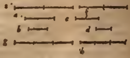


CAMPANVS. Vult quòd ſi fuerit a b ad b, ſicut c d ad d, & ex hoc ego concludam, Ergo a b ad a ſicut c d a d c, quòd iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

Æqua proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propoſitis, alijs'que ſecundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumque ſummorum ſimilitudo proportionum. 16



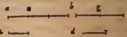
CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propoſitum ad extrà ſumitur, & uult quòd ſi ſumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq́ totidem aliæ, ſiue ſint eioſdem generis cum primis, ſiue alterius, ut d e f, fuerintq́ ſecundæ in proportione primarum, ſiue eodem ordine, ut ſi dicatur a ad b ſicut d ad e, & b ad c ſicut e ad f: ſiue ordine conuerſo, ut ſi dicatur a ad b, ſicut e ad f, & b ad c ſicut d ad e: & ex hoc concludatur, ergo a ad c ſicut d ad f, quòd iſte modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem ſex modorum arguendi, qui dicuntur ſpecies proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infrà in iſto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, diſiunctam uerò in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem demonſtrat in 22 & 23, ſed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine ſunt proportionales: in 23 uerò, cum & ſunt proportionales ordine conuerſo. Conuerſam uerò proportionalitatem aut euerſam non demonſtrat, eo quòd conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euerſa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut ſuper eandem 19 ſumus dicturi. Qualiter autem conuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinuè proportionalium manifeſta fit, demonſtremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, ſicut c ad d, uolo ergo demõſtrare quòd erit b ad a ſicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: ſimiliter quoq; g ad b, & h ad d, æquè moltiplicia, eritq́ per conuerſionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq́ f & h ſimiliter ſe habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a ſecundum, d tertium, c quartum, ſumptaq́ ſunt ad primum & tertium, g & h æquè multiplicia. Itemq́ ad ſecundum & quartum, e & f, æquè multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multiplicibus tertij, & quarti quæ ſunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictam diffinitionem proportio b primi ad a ſecundum, ſicut c tertij ad d quartum, quod eſt propoſitum. Conſtat itaque modus arguendi, qui dicitur conuerſa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima eſſe uidentur, &



quibuſdam

quibuſdam concluſionibus, quas ex ipſis demonſtrat, magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium ſit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinta ſeptima demõſtrat, ex diffinitione in cõtinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum eſſe remota. Quia enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem eſſe proportionem concedat, quàm quatuor quantitatum ſi multiplicia primæ & tertiæ ęqualiter ſumpta multiplicibus ſecundæ & quartę æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione, diminutione & æqualitate, eſſe proportionem primæ ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam? Verùm ſi ſubtiliter intuemur, liquidò conſtabit non poſſe uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam ſit una, niſi per quid eſt eſſe proportionem unam: ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionem unam eandem proportionem alteri, quomodo cognoſcet duarum quantitatum æqualium eſſe eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur conceptibilis propoſitio, apprehendat, huius rei quæ per ipſius diffinitionem habebitur cognitione, poſtmodum utrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis conueniat pertractatione. quòd ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus cõuenire, concludetur propoſitũ: ſin autem, oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio, quã ſuperficialis apprehenſio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehenſio adhærere intellectui, quòd duarum quantitatum inæqualium maior eſt proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad eandem, quam demonſtrat 8 huius, quàm quòd 4 quantitatum ſit maior proportio primę ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam ęqualiter ſumptis, itemq; alijs ad ſecundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta eſt propoſitio demonſtratur: ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi, niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem ſunt, quarum proportio una eſt: & improportionales, quarum proportiones diuerſæ. Itaq; diffiniuit quantitates, quarum proportio una eſt, & eas in quibus connectuntur extrema non diſſocians medijs, quas uocauit continuè proportionales; & dixit hãc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus exiſtere, propter hoc quòd unum ſaltem bis ſumẽdum eſt medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum. & hæc ſunt incontinuè proportionales: & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij ſumptionẽ. Et diffiniuit etiam quantitates quæ ſunt improportionales, quarum eſt maior una proportio quàm ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis, tunc facile eſſet intellectu cognoſcere quæ proportiones eſſent una, & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent unam denominationem, eſſent una: quæ autem diuerſas, diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica, quoniam omnium numerorum proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecundo Arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eædem & quæ diuerſæ, dicit eaſdem eſſe quę eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem: & minorem, quæ minorem. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales, quarum denominatio ſcibilis non eſt: quare cum Euclides conſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales, quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas, non potuit diffinire identitatem proportionum, per identitatem denominationum, ſicut arithmeticus, eo quòd multarum proportionum (ut dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalium, coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmiſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum per identitatẽ habitudinum, ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis æquis numeroſitatibus ſumptorum, per quod ad naturam irrationalitas reducuntur, propoſitam diffinitionem ueneturi nihil enim in quocunque inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia: nec terminorum habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis certa habitudo conſiderata in eo quòd ſunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum exiſtẽtium inter primam 4 quantitatum ad ſecundam, & tertiam ad quartam, eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam, & tertiæ ad quartam, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas: hæc autem ſimilis æqualitas, aut ſimilis maioritas, aut ſimilis minoritas, tunc eſt inter quatuor quaslibet quãtitates, cum eſt inter omnes earũ æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, ſunt quarum æquè multiplicia aut æqua ſunt, aut æquè ſibi

ſine interruptione addunt aut minuunt: eſt ac ſi diceret, Omnes illas quantitates uoco continuè proportionales (quod eſt eas ſimiliter eſſe æquales continuè, & ſimiliter continuè eſſe maiores, & ſimiliter continuè eſſe minores) quarum omnes æquè multiplices, aut ſibi inuicem ſunt, ſimiliter continuè æquales, uel ſimiliter continuè maiores, uel ſimiliter continuè minores, quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continuè proportionales: quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat, eas dico non eſſe continuè proportionales. Quod autem dicit in ſexta diffinitione, Quantitates quæ dicuntur eſſę ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam, & tertia ad quartã, &c. eſt ac ſi diceret, Omnes 4 quãtitates uoco incontinuè proportionales, & ſe habere primã ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam (quod eſt primam ad ſecũdam, & tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes ęquè multiplices primæ & tertiæ ad omnes æquè multiplices ſecundę & quartæ ſimiliter ſe habent aut in æquando aut addendo aut minuendo, quod eſt etiam multiplices primę in eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecundę, in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ: quòd ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus, dico non eſſe proportionem primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, eſt ac ſi diceret, Maiorem proportionem uoco 4 quantitatem, primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam (quod eſt primam magis excedere ſecundam, quàm tertia excẽdat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primę addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ, non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartę ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecundę, quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primę ad multiplicem ſecundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartę. Diffinitiones autem iſtas niſi ſunt aliqui demonſtrare, quorum Ametus filius Ioſeph tentauit eas demonſtrare in epiſtola ſua, quam de proportione & proportionalitate compoſuit, & accepit tria per modum poſitionis tanquam principia, quę dicit eſſe per ſe nota & probatione non indigere. Quorum primum eſt, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primę ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit econuerſo proportio ſecundę ad primam ſicut quartæ ad tertiam: & hic eſt modus arguẽdi, quem uocauit ſuperius Euclides conuerſam proportionalitatem. Et errauit, quoniam dixit propoſitionem eſſe per ſe notam: cuius tamen antecedens & conſequens ſunt ignota. Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quantitatis ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam: quare hoc ignoto poſito, impoſsibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur. Similiter quoque quia conſequens eſt ignotum, impoſsibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. Secundum principium eius fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, ſi prima ſit maior ſecunda, erit tertia maior quarta: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, ęqualis. Tertium fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ, ſicut tertię ad æquè multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota ſimiliter tanquam nota, quare non demonſtrauit: peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim ſic, ſi proportio a b ad e eſt maior quàm g ad d, ſit ergo ut n b partis a b ad e, ſicut g ad d, per quod apparet ipſum ſupponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam obtinet proportionem, uel quòd quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonſtrat 8 huius, & ſecundum 10. Nam cum uultis ſumere quantitatem quæ ſe habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut ęqualem a b indiferenter ſicut uoluero: quare aut non demonſtrat aut accidit ſibi circulus, & principia eſſe ignotiora concluſionibus. Supponenda ſunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipſa ex concluſionibus, ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.



EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

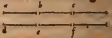
PArs, eſt magnitudo magnitudinis minor maioris
quãdo minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, ma
ior minoris, quando eam metitur minor. 3 Ratio, eſt
duarum magnitudinum eiuſdẽ generis * aliquatenus *κατὰ πηλι-*
adinuicem quædã habitudo. 4 Proportio uerò eſt *κότητα, id eſt*
rationum * identitas. 5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines di *quo ad quanti-*
cuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadẽ rati- *tatẽ pertinet.* *ὁμοιότης.*
one magnitudines dicuntur eſſe, prima ad ſecundã, & tertia ad quar
tã: quando primę tertiæ ęquè multiplices, ſecundæ & quartæ æquè
multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel unà ex-
cedũt, uel unà æquales ſunt: uel unà deficiũt, ſumptæ adinuicẽ. 7 E-
andẽ autẽ habẽtes rationẽ magnitudines, proportionales uocẽtur.
8 Quando uerò ęquè multiplex primæ exceſſerit multiplicẽ ſecun-
dę, multiplex autẽ tertiæ nõ exceſſerit multiplicẽ quartæ, tũc prima
ad ſecũdã maiorẽ rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartam.
9 Proportio autem in tribus terminis, * minima eſt. 10 Quãdo tres *ad minus.*
magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicẽ rati-
onem habere dicetur quàm ad ſecundã. Quando autẽ quatuor ma-
gnitudines proportionales fuerint, prima ad quartã triplicẽ ratio-
nẽ habere dicetur quàm ad ſecundã. Et ſemper deinceps una plus,
quoad proportio fuerit. 11 * Similis rationis magnitudines dicũtur, *ὁμόλογα.*
antecedẽtes antecedẽtibus & cõſequẽtes cõſequentibus. 12 Permu
tata ratio, eſt acceptio antecedẽtis ad antecedens, & cõſequentis ad
conſequẽs. 13 * Cõuerſa ratio, eſt acceptio cõſequẽtis ad antecedẽs, *ἀνάπαλιν*
tanquam antecedentis ad conſequẽs. 14 Compoſitio rationis, eſt *λόγος econtrà*
acceptio antecedentis cum conſequente, ſicut unius ad ipſum conſe *uertit alibi.*
quens. 15 Diuiſio rationis, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antece
dens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens. 16 Cõuerſio ratio-
nis, eſt acceptio * antecedẽtis ad exceſſum, quo excedit antecedẽs ip *ἀναστροφὴ λό-*
ſum conſequẽs. 17 Æqua ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitu *γου. ἀνὰ δύο, id*
dinibus & alijs eis æqualibus multitudine * unà ſumptis, & in eadẽ *eſt binis.*
ratione quãdo fuerit ſicut in primis magnitudinibus prima ad ulti-
mã, ſic in ſecũdis magnitudinibus prima ad ultimã. Vel aliter: Acce-
ptio extremarũ per ſubtractionẽ mediarum. 18 Ordinata propor-
tio, eſt cum fuerit antecedens ad cõſequens, ſicut antecedẽs ad conſe
quẽs, & cõſequens ad rem aliã, ſicut cõſequens ad rem aliã. 19 In or

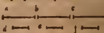
dinata proportio, eſt cum fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedēs ad cōſequens, & cōſequens ad rem aliā ſicut res alia ad antecedens. 20 Extenſa proportio, eſt quādo fuerit ſicut antecedens ad conſequens, ſic antecedens ad conſequens, fuerit autē & ſicut conſequens ad rem aliā, ſic conſequens ad rem aliā. 21 Perturbata autem proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis ęqualibus multitudine, fit ſicut quidē in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquè multiplices, aut ſingulæ ſingulis æquales, neceſſe eſt quemadmodum una illarum ad ſui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ ſint a, b, c, aliarum totidem quæ ſint d e f, æquè multiplices, unaquæque ad ſui comparem. aut ſingulæ ſint ſingulis æquales, ita uidelicet quòd ſicut a eſt multiplex d, ita b eſt multiplex e, & c multiplex f: uel ſi a eſt æqualis d, quod ſimiliter b ſit æqualis e, & c æqualis f, dico quòd ſicut ſe habet a ad d, ita ſe habet aggregatum ex omnibus quæ ſunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt d e f. Quòd ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales, patet propoſitum per hanc communem ſcientiam, ſi ęqualibus æqualia addantur, tota quoque erunt æqualia. ſi autem ſint omnes ſuis comparibus æquè multiplices, diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prędictam communem ſcientiam adiuuante hac, quæ eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex ſecundis partibus quantitatum a b c, erit æquale aggregato ex d e f, ſicq; de cæteris, & quia hoc poterit totiēs fieri quotiēs d continetur in a. erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens contineatur in aggregato ex a b c, quotiens d continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quòd ſicut a eſt multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f: quod eſt propoſitum.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinū æqualium numero ſingulæ ſingularū ęquè multiplices, quotuplex eſt unius una magnitudo, totuplices erūt & omnes omnium.

THEON ex *Zamb. Sint quotcunque magnitudines αβ, γδ, quotcunque magnitudinum ε, ζ, æqualium numero, æquè multiplices, ſingulæ ſingularum. Dico quòd quotuplex eſt αβ, ipſius ε, totuplices erūt αβ, & γδ, ipſarum ε, ζ. Quoniam enim æquè multiplex eſt αβ ipſius ε, & γδ ipſius ζ: quotcunque igitur magnitudines ſunt in αβ æquales ipſi ε, totidem & in γδ ſunt æquales ipſi ζ. Diuidatur quidem αβ, in magnitudines æquales ipſi ε, hoc eſt αη & ηβ: & γδ in ipſi ζ æquales magnitudines, hoc eſt γθ, & θδ. Erit nimirum multitudo ipſarum γθ & θδ: multitudini ipſarum αη & ηβ æqualis. Et quoniam æqualis eſt αη ipſi ε, & γθ ipſi ζ, & αη & γθ, ipſis ε ζ, ſunt æquales. & per hoc quoniam æqualis eſt ηβ, ipſi ε, & θδ, ipſi ζ, & ηβ, & θδ, ipſis ε ζ. Quotcunque igitur ſunt in αβ, æquales ipſi ε, tot & in ipſis αβ & γδ, ſunt æquales ipſis ε ζ: quotuplex igitur eſt αβ, ipſius ε, totuplices ſunt αβ, & γδ, ipſarum ε ζ. Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum æqualium numero ſingulæ ſingularū æquè multiplices, quotuplex eſt una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

SI fuerint ſex quantitates, quarum prima ad ſecundam atque tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad ſecundam atque ſexta ad quartam æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad ſecundam, totumq́ꝫ tertiæ & ſextę ad quartam æquè multiplicia eſſe conueniet.

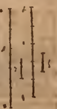
CAMPANVS. Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta. Sintq́ꝫ a & c, ęquè multiplices ad b, & d. Itemq́ꝫ e, & f, ſint æquè multiplices ad eaſdem. Dico quòd ſicut totum aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a, eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in c, ſimiliter quoque numerus ſecundum quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quem d cõtinetur in f, erit per communem ſcientiam, quę eſt, ſi æqualibus æqualia addantur, & tota quoque erunt æqualia, numerus ſecundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d cõtinetur in aggregato ex c & f. quare ſicut aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta ſecundę æquè multiplex, & ſexta quartæ, & compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

TEON ex Zamb. *Prima enim αβ, ſecundæ γ, æquè multiplex eſto, & tertia δε, ipſius ζ, quartæ. ſit autem & quinta βη, ſecundæ γ, æquè multiplex, & ſexta εθ ipſius ζ, quartæ. Dico quòd compoſita prima & quinta αη, ipſius γ, ſecundæ, æquè multiplex erit, & tertia & ſexta δθ, ipſius ζ, quartæ. Quoniam enim æquè multiplex eſt αβ, ipſius γ, & δε, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in αβ, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δε, æquales ipſi ζ, ac per hoc, & quot ſunt in βη, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in εθ, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota αη, æquales ipſi γ: tot ſunt in tota δθ, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt αη, ipſius γ, totuplex eſt δθ, ipſius ζ. Et compoſita igitur prima & quinta αη, ipſius γ, ſecundæ æquè erit multiplex & tertia & ſexta δθ ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia ſexta quartæ: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æquè multiplícia, ad primum uerò & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atque multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint ſex quãtitates, a prima, b ſecũda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta, ſintq́ꝫ a ad b & c ad d, itemq́ꝫ e ad a & f ad c, ęquè multiplices. Dico quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c, eritq́ꝫ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quęlibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quęlibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b, ita prima pars eſt multiplex ad d, itemq́ꝫ ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex

duabus primis partibus f ad d. Et quia rurſus tertia pars e (ſi ſit aliqua tertia pars) eſt ita multiplex ad b ſicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus e, ſit ita multiplex ad b, ſicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; ſi plures fuerint partes e & f) componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus concludes quod ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d per præmiſſam totiens ſumptam, quod fuerint partes in e aut in f, minus una: ſicq; patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 5. *Propoſitio* 5.

Si primum ſecundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, ſumantur autem æquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorũ quæ ſumpta ſunt utrũq; utriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 5

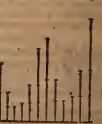
THEON ex Zamb. *Primum enim α ſecundi β, æquè ſit multiplex, & tertium γ, ipſius δ, quarti, ſumanturq; ipſorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quòd æquè multiplex eſt ε ζ, ipſius β, & η θ, ipſius δ. Quoniam enim æquè multiplex eſt ε ζ, ipſius α, & η θ, ipſius γ: quot igitur ſunt magnitudines æquales in ε ζ, ipſi α, tot etiam ſunt magnitudines in η θ, æquales ipſi γ. Dirimatur quidem ε ζ, in magnitudines æquales ipſi α, hoc eſt ε κ, & κ ζ, & η θ, in æquales ipſi γ, hoc eſt η λ, & λ θ, erit utique æqualis multitudo ipſorum ε κ, κ ζ, multitudini ipſorum η λ, & λ θ. Et quoniam æquè multiplex eſt α, ipſius β, & γ ipſius δ, æqualis autem eſt ε κ, ipſi α, & η λ, ipſi γ: æquè igitur eſt multiplex ε κ, ipſius β, & η λ, ipſius δ. Ac per hoc iam æquè multiplex eſt κ ζ, ipſius β, & λ θ, ipſius δ. Quoniam igitur primũ ε κ, ipſius β, ſecundi æquè eſt multiplex, & tertiũ η λ, ipſius δ, quarti: eſt autem & quintum κ ζ, ipſius β, ſecundi æquè multiplex & ſextum λ θ ipſius δ, quarti, & compoſitum igitur (per 2 quinti) primum & quintum ε ζ, ipſius β, ſecundi æquè eſt multiplex, & tertium & ſextum η θ, ipſius δ quarti. Si primum igitur ſecundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, ſumanturq; primi & tertij æquè multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ ſumpta ſunt, utrumque utriuſq; æquè erit multiplex, alterum ſecundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 4.

SI fuerit proportio primi ad ſecũdum, ſicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia aſsignentur, itemq; ad ſecundum & quartum multiplices æquales, erunt aſsignatæ multiplices eodem ordine proportionales. 4

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b ſecundum, ſicut c tertij ad d quartum, ſumanturq; e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, eſt ſicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq; m ad g, & n ad h, æquè multiplicia. Et quia e & f, ſunt æquè multiplicia ad a & c, itemq; k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmiſſam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoque erunt m & n, æquè multiplicia ad b & d. Quare per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, ſimiliter ſe habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo k & l ſunt æquè multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, ſicut f ad h: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema* 4. *Propoſitio* 4.

Si primũ ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertium ad 4

quartum,

quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem.

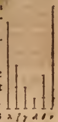
THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, quam tertium γ, ad quartum δ. Et ſumatur quidem ipſorum α γ, æquè multiplicia ε ζ, & ipſorū β δ, alia utcunq; multiplicia η θ. Dico quòd ſicut ſe habet ε, ad ipſum η, ſic ſe habebit ζ, ad ipſum θ. Sumantur enim ipſorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, & ipſorū η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, & ν. Et quoniam æquè multiplex eſt ε, ipſius α, & ζ, ipſius γ, & ſumpta ſunt ipſorū ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, igitur κ (per 3 quinti) æquè multiplex eſt ipſius α, & λ, ipſius γ, & propterea, æquè multiplex eſt quoq; μ, ipſius β, & ν, ipſius δ. Et quoniam eſt ut α, ad β: ſic γ, ad δ & ſumpta ſunt ipſorum α γ, æquè multiplicia κ λ, ipſorū autem β δ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc eſt μ, ν. ſi igitur excedit κ, ipſum μ, excedit & λ, ipſum ν: & ſi æquale, æquale. & ſi minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipſorum ε ζ æquè multiplicia, & μ ν, ipſorum η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia ſunt. Eſt igitur ut ε, ad η, ſic ζ, ad θ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationē & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem eandem rationem habebunt ſumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonſtrare.*



LEMMA *ſiue aſſumptio. Quoniam igitur demonſtratum eſt quòd ſi excedit κ, ipſum μ excedit quoque λ, ipſum ν. & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: manifeſtum autem eſt quòd ſi μ, ipſum κ, excedit, & ν excedit ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: ac per hoc erit ut η, ad ε, ſic θ, ad ζ.*

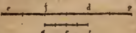
CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt quòd ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*



5 SI fuerint duæ quātitates quarū una ſit pars alterius, minuaturq́ ab utraq; ipſarū ipſa pars, erit reliquū reliquo atq; totū toti æquè multiplex. Vel ſic, minuaturq́ ab utraq; ipſarū ipſa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b, minuaturq́ a b ex quantitate c d, & ſit reſiduum f c, eritq́ c d, æqualis a b, ſimiliter quoq; minuatur e b ex quātitate a b. ſitq́ reſiduum e a. Dico quòd quota pars eſt quantitas a b quantitatis c d, tota eſt quātitas a e quātitatis c f. Cùm enim f d ſit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e, ſicut f d, eſt multiplex e b, eritq́ ex prima huius quantitas f g, ita multiplex a b, ſicut f d, eſt multiplex e b, & quia ſic fuit c d, multiplex a b, ſicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitatum c d f g, æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem ſcientiam, c d & f g ſunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b, & ideo ſicut a b, e b, quare & ſicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, ſicut tota c d, totius a b: quod eſt propoſitum.



Euclides ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

5 Si magnitudo magnitudinis ęquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius eſt.



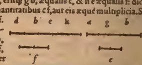
THEON ex Zāb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æquè multiplex eſto, atq; & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æquè erit multiplex: atq; tota α β, totius γ δ, eſt multiplex. Quotuplex eſt α ε, ipſius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipſius γ η. Et quoniā (per 1 huius) æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & α β, ipſius γ δ, ponitur autē æquè multiplex α ε, ipſius γ ζ & α β, ipſius η ζ, æquè igitur eſt multiplex α β, utriuſq; ipſorū η ζ, et γ δ, æqualis igitur eſt η ζ, ipſi γ δ. Cōmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, eſt æqualis. Et quoniā æquè multiplex eſt α ε, ipſius γ ζ, & ε β, ipſius η γ, æqualis autem eſt γ η, ipſi δ ζ, æquè igitur eſt multiplex α ε, ipſius γ ζ, &*

γζ, & εβ, ipſius ζδ. Aequè autem ponitur multiplex αε, ipſius γζ, & αβ, ipſius γδ: æquè igitur eſt multiplex εβ, ipſius ζδ, & αβ, ipſius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquæ ζδ, æquè multiplex erit: quotuplex eſt tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æquè multiplex erit, quotuplex eſt tota totius: quod demonſtraſſe oportuit.

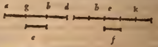
Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas ęquè multiplices, duęq́ minores à duabus maioribus utraq; à ſua multiplice ſubtrahantur, erunt duo reliqua earundem partiũ æquè multiplicia, aut eis æqualia. 6

CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æquè multiplices, ſubtrahanturq́ c ex a b, & f ex d e, & ſint reſidua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq́ g b, æqualis c, & h e æqualis f: dico quòd duo reſidua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æquè multiplicia. Sit ergo primò a g, æqualis c, dico quòd d h eſt æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, æqualem f, eritq́ per præmiſſas hypotheſes, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, quare ſicut a b eſt multiplex c, ita h k, eſt multiplex f, ſed ſic etiam d e, erat multiplex eiuſdem f, erit igitur per communem ſcientiam, h k æqualis d e, dempta igitur communi earum quãtitate h e, erit d h æqualis f: quod eſt propoſitum.



Si autem a g ſit multiplex c, ponam ut e k ſit æquè multiplex f, eritq́ ut prius, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, ſed toties erat etiam in d e: erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k: quare ſicut a g eſt multiplex c, ita d h eſt multiplex f: quod eſt propoſitum.



Aliter idem. Cùm ſecundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, ſecundum quem quantitas d e quantitatem f, demptaq́ ab eo unitate remaneat unitas uel numerus ſecundum quem a g, continet c, & ſecundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, eſſe æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

Si duæ magnitudines duarũ magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, etiam reliquę eiſdem uel æquales ſunt, uel æquè ipſarum multiplices. 6

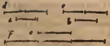
THEON ex Zãb. *Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarũ magnitudinũ ε & ζ, æquè ſint multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundẽ ε & ζ, æquè ſint etiam multiplices. Dico quòd & reliquæ ηβ, & θδ, eiſdem ε, & ζ, aut ſunt æquales, aut earum æquè multiplices. Sit enim primum ηβ, ipſi ε, æquale. Dico quòd & θδ, ipſi ζ, eſt æquale. Ponatur enim ipſi ζ, æqualis γκ. Et quoniam æquè multiplex eſt αη, ipſius ε, & γθ, ipſius ζ, æqualis autem eſt ηβ ipſi ε, & κγ, ipſi ζ, æquè igitur eſt multiplex αβ, ipſius ε, & κθ, ipſius ζ. Aequè autem ponitur multiplex αβ, ipſius ε, & γδ, ipſius ζ. Aequè igitur eſt multiplex κθ, ipſius ζ, & γδ, ipſius ζ. Quoniam igitur utraq; ipſarũ κθ, & γδ, ipſius ζ, æquè eſt multiplex, æqualis igitur (per 1 communem ſententiam,) eſt κθ, ipſi γδ. Communis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, eſt æqualis. Sed ζ, ipſi κγ, eſt & ipſi æqualis θδ, igitur ζ eſt æqualis. Quare ſi ηβ, æqualis eſt ipſi ε, & δθ, ipſi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; oſtendemus, q. & ſi multiplex fuerit ηβ, ipſius ε, tam multiplex erit & θδ, ipſius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, & reliquæ eiſdem aut æquales, aut earũ æquè multiplices erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ quantitates inęquales ad quãlibet comparentur, earũ ad illam erit una proportio, itemq́ ad illas proportio illius, una eſt. 7

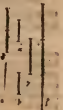
CAMP. Sint duæ quantitates a b, æquales, quę comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c, utq́ eadẽ c ad a, & c ad b. Primũ ſic probatur. Cùm enim c ſit cõſequens ad a primã & ad b tertiam, ipſa erit in ratione ſecũdæ & quartę. Sumam igitur d ad a primã, & e ad b tertiam æquè multiplices, & ſumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta. Et quia a & b, quarum ſunt æquè multiplices d e, poſitæ ſunt æquales, erit ut ſi d diuidatur



datur ſecundum quantitatem a, & e ſecundum quantitatem b, quòd partes utrobiq; ſunt numero & quantitate æquales: numero quidem, per hypotheſin propter æqualitatem multiplicationis utrobiq;: quantitate autem, per hanc communem ſcientiam, quoties oportuit repetitam, quę eidem ſunt æqualia, ſibiinuicem ſunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e, & ſecunda ſecundæ, & cæteræ cęteris, ſuntq; tot partes in d quòt ſunt in e, erit per primam huius, d ęqualis e. Qare per communem ſcientiam, ſi duæ quantitates ęquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f, aut ſimiliter minores, aut ſibi æquales, igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis, quæ eſt proportio a primæ ad c ſecundam, eadem eſt b tertiæ ad c quartam, quod eſt propoſitum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo, ut c ponatur prima & tertia, a uerò ſecunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quæ eſt æquè multiplex primæ & tertiæ, ſit aut ſimiliter maior quantitatibus d & e, quæ ſunt æquè multiplices ſecundæ & quartæ, aut ſimiliter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primę ad a ſecundam, ſicut c tertię ad b quartam: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

7 Æquales, ad eandem, eandem habent rationem: & eadem, ad æquales.



THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β, alia autē utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipſarum α β, ad ipſam γ, eandem habet rationem: & γ, ad utramq; ipſarum α β. Sumantur (per 3 quinti) ipſarum α β, æquè multiplices, ſintq; δ ε, ipſius autem γ, alia utcunq; multiplex, ſitq; ζ. Quoniam igitur æquè multiplex eſt δ ipſius α, & ε, ipſius β, æqualis autem eſt α, ipſi β, æqualis igitur eſt (per primam communem ſententiam) & δ, ipſi ε. Alia autem quæcunq; ζ, multiplex ipſius γ, ſi excedit igitur δ ipſum ζ, excedit & ε, ipſum ζ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Et ſunt quidem δ ε, ipſarum α β, æquè multiplices, & ζ, ipſius γ, alia utcunq; multiplex. Eſt igitur ut α ad γ, ſic β ad γ: dico iam quòd & γ, ad utramq; ipſarum α β, eandem habet rationem. Eiſdem nanque diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus, quòd æqualis eſt δ ipſi ε, alia autem quædam eſt ζ. Si igitur excedit ζ, ipſum δ, excedit quoque ipſum ε: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. At ζ, ipſius γ, multiplex eſt: & δ ε, ipſarum α β, aliæ quæuis ſunt æquè multiplices. Eſt igitur ſicut γ ad α, ſic etiam γ ad β. Aequales igitur ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI duæ quantitates inęquales ad unam quantitatē proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorē obtinebit proportionē. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.



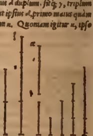
CAMP. Sint duę quantitates inæquales a & b c, ſitq; maior b c, & proportionentur ad eandem quantitatem quę ſit d, dico quòd maior eſt proportio b c ad d, quàm a ad d, & quod econtrariò maior eſt d ad a quàm d ad b c. Primum ſic probatur. Ponam c b, ęqualem a, & multiplicabo totiens e c, quod proueniat quantitas maior d, ſitq; f g, & ſumam k f, ita multiplicem b e, & ſimiliter h ita multiplicem a, ſicut f g, eſt multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: ſicut k g, eſt multiplex b c, erit etiam h æqualis k f: propter hoc q; earum ſubmultiplices, quæ ſunt a & b e, poſitę ſunt æquales. Ponam quoque quòd h non ſit minor d, ſed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquanq; trium quantitatum e c, b e, & a, æqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d, & quòd h multiplex a non proueniat minor eadem: deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior b, ſitq; m prima quantitas multipliciū d, quæ ſit maior h, ſub qua ſumam maximā multiplicē d, aut ſibi æqualē, ſi m eſt prima in ordine multipliciū d, quæ ſit l: eritq; ut l, nō ſit maior h, & cōſtabit m ex d & l: propter id quòd omne muliplex conſtat ex proximo pręcedenti multiplici & ſimplo, ut triplum ex duplo & ſimplo, excepto primo multiplici, quod conſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt æqualis k f, non

k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m: & quia f g, eſt maior d, erit k g maior quàm m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d ſecundam, a tertiam, d quartam: & quia ad primam & tertiam ſumpta ſunt ęquè multiplicia, uidelicet k g & h, ſimiliter quoq; ad ſecundam & quartam æquè multiplicia, immò idem in ratione duorum quod eſt m, & addit k g, multiplex primæ ſuper m multiplex ſecundæ, non addit autem b multiplex tertiæ ſuper m multiplex quartæ, erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d ſecundam quàm a tertię ad d quartam. quod eſt primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine, ut d ſit prima & tertia, a ſecunda, b c quarta, addit enim m multiplex primę, ſuper b multiplicem ſecundæ: non addit autem m multiplex tertiæ ſuper k g, multiplicem quartæ, quare maior eſt proportio d ad a quàm d ad b c: quod eſt ſecundum. Ex huius autem demonſtrationis modo, patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam poſuit author in principio huius quinti. Nuſquã enim eſt maior proportio primæ quatuor quantitatum ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam quin contingat aliqua æquè multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur muliplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplex tertię ſuper multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia ſic reperiemus, ſicut demonſtrabitur infrà ſupra 12 huius.

Euclides ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Inæqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

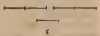
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, αβ & γ, & ſit maior αβ, quàm γ. Alia autem quæuis, ſit ut δ. Dico quòd αβ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad αβ. Quoniam enim maior eſt αβ, quàm γ, ponatur ipſi γ, æqualis βε, minor iam ipſarum αε, & εβ, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum αε, minor quàm εβ. Et multiplicetur αε, quoad quod fiet, maius ſit ipſo δ, & ſit illius multiplex ζη, quod maius eſt quàm δ. Et quàm multiplex eſt ζη, ipſius αε, tam multiplex eſto ηθ, ipſius εβ, & κ, ipſius γ, & ſumatur ipſius δ duplum, ſitq; λ, triplum poſtmodum: ſitq; illud μ, et deinceps uno plus, quo ad ſumptum multiplex fiat ipſius δ, primo maius quàm κ, ſumaturq; & ſit ν, quadruplum quidem ipſius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipſo ν, primo eſt minor: κ igitur ipſo μ, non eſt minor. Et quoniam æquè multiplex eſt ζη, ipſius αε, atq; æquè multiplex eſt ζη, ipſius αε, æquè igitur eſt multiplex, (per 1 quinti,) ζθ ipſius αβ: & κ, ipſius γ. Igitur ζθ, & κ, ipſarum αβ, & γ, æquè ſunt multiplices, (per eandem.) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex ηθ, ipſius εβ, & κ ipſius γ, æqualis autem eſt εβ, ipſi γ, æqualis igitur eſt et ηθ, ipſi κ. At κ, non eſt minor quàm μ: neque igitur ηθ, eſt minor quàm μ. Maior autem eſt ζη, quàm δ, tota igitur ζθ, ſimul ambabus δ & μ, maior eſt. Sed ambæ δ & μ, ipſi ν, ſunt æquales: quandoquidem μ, ipſius δ triplum eſt: ambæ autem μ, & δ, ipſius δ quadruplices ſunt: eſt autem ν, ipſius δ quadruplum: ambæ igitur μ, & δ, ipſius δ quadruplices ſunt, eſt autem γ, ipſius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipſi ν ſunt æquales. Sed ζθ. ipſis μ & δ maior eſt, igitur θ ζ ipſum ν excedit. Sed κ, ipſum ν, non excedit, & ſunt quidem ζθ & κ, æquè multiplices ipſarum αβ, & γ, & ν, ipſius δ, alia quæuis eſt multiplex. Igitur αβ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quòd & δ, ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad αβ. Nam illis ſic deſcriptis ſimiliter oſtendemus quòd ν, maior quidem eſt quàm κ, non uerò maior quàm ζθ: & eſt quidem ν ipſius δ, multiplex. Ipſæ uerò ζθ, & κ ipſarum αβ & γ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm δ ad αβ. Sed iam αε, maior eſt quàm εβ, iam minor εβ multiplicata, maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & eſto ηθ, multiplex quidem ipſius εβ, maior autem ipſo δ. Et quàm multiplex eſt ηθ ipſius εβ, tam multiplex fiat & ζη ipſius αε, & κ ipſius γ, ſimiliter oſtendemus quod ζθ, & κ ipſarum αβ, et γ, æquè ſunt multiplices. Sumaturq; ſimiliter multiplex quidem ipſius δ, primo autem maior quàm ζη quare rurſus ζη non eſt minor quàm μ, maior autem eſt ηθ, quàm δ. Tota igitur ζθ, ipſas δ μ, hoc eſt ipſam ν, excedit, & κ ipſam ν, nõ excedit. Quoniã & ζη, quæ maior eſt quàm ηθ, hoc eſt quàm κ ipſam ν, non excedit: pariterq; ſuperiora conſequuti demonſtrationẽ conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipſas eſſe æquales: ſi uerò unius ad eas proportio una, ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.

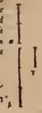
CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas eſſe æquales: & ſi econuerſo fuerit eadem proportio c ad utranq; earũ, adhuc dico eas eſſe æquales, hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet. ſi enim non ſunt ęquales, ſed altera earum maior, utpote a, erit per primã partem præmiſſæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod eſt contra hypotheſim. Secũdum quoq; patet: quia ſi a eſt maior b, erit per ſecundam partem præmiſſæ, maior proportio c ad b, quàm ad a. quod eſt etiam contra hypotheſim.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

9 Quæ ad eandem, eandẽ habent rationem, æquales adinuicẽ ſunt: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales.

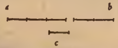
THEON *ex Zamb. Habeat inquam utraq; ipſarum α β, ad γ, eandẽ rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β. Si autem non, utraque ipſarum α β, ad ipſam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur eſt α ipſi β. Habeat rurſus γ, ad utranq; ipſarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis eſt α, ipſi β: ſi autem non, ipſa γ, ad utranque ipſarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur eſt α ipſi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habent rationem, adinuicem ſunt æquales: & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerit unius quantitaits ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem eſſe. Si uerò unius ad eandẽ proportio maior, minorem eſſe neceſſe eſt.

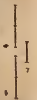
CAMPANVS. Quòd ſi fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a eſſe maiorẽ b: & ſi fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a eſſe maiorẽ b. hęc eſt cõuerſa 8. Primum patet per primam partem 7, & per primam 8, nam per primam partem ſeptimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex ſecundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Ad eandem rationẽ habentium, maiorem rationẽ habens, illa maior eſt: ad quam autẽ eadem maiorẽ rationem habet, illa minor eſt.

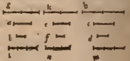
THEON *ex Zamb. Habeat enim α, ad γ, maiorem rationẽ, quàm β, ad γ: dico quòd α, maior eſt quàm β. Si autem non, aut eſt α, ipſi β, æqualis, aut ea minor: æqualis autem minimè eſt α, ipſi β, utraq; etenim ipſarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autẽ, igitur α, ipſi β minimè æqualis eſt. Neq; etiam minor eſt α, quàm β nam α, ad ipſum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β minor non eſt. Oſtẽſum autem eſt, quòd neque eſt æqualis, maior igitur eſt α, quàm β. Habeat rurſus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor eſt β, quàm α. Si autem non, aut eſt ei æqualis, aut ea minor: æqualis quidem non eſt, β ipſi α: nam γ, ad utranque ipſarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipſi β, minimè eſt æqualis. Neq; etiam maior eſt β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non eſt β quàm α: patuit autem, quòd neq; æqualis eſt, minor igitur eſt β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habẽtium, maiorem rationem habens, maior eſt: & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipſa minor eſt: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipſas quoque proportiones ſibi inuicem æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Propoſitionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem ſunt æqualia, ſibi quoq; ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ ſunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ eſt e ad f. Dico proportiones quæ ſunt a ad b & c ad d, ſibi inuicem eſſe æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypotheſin



proportio c ad f, eſt ſicut a ad b, & ſimiliter ſicut c ad d, erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi k addit ſuper n, quòd g addat ſuper l, & h ſuper m: & ſi k minuit ab n, quòd g minuat ab l, & h ab m: & ſi k eſt æqualis n, quòd g ſit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m ſimiliter ſe habent in addendo, diminuendo & æquando, medi-antibus k & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b ſicut c ad d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 11.*

Quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. 11

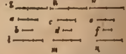
THEON ex Zamb. *Sint enim ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ: ſicut uerò, γ ad δ, ſic ε ad ζ.* Dico quòd eſt *ſicut α β, ſic ε, ad ζ. Sumantur enim ipſarum α γ ε, æquè multiplices, ſintq; η θ κ, ipſarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, ſintq; λ μ ν.* Et quoniam *eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ: ſi igitur excedit η, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi deficit, deficit, (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti.) Rurſus quoniam ſicut eſt ε, ad ζ, ſic eſt γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum γ ε, æquè multiplices θ κ, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: ſi igitur excedit θ ipſum μ, excedit quoque κ ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, per eandem.) Sed ſi excedit θ ipſum μ, excedit quoque & η, ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem conuerſionem.) Quare ſi excedit η ipſum λ, excedit & κ, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipſarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic eſt ε ad ζ. Quæ igitur ſunt eidem eædem ſunt rationes, & adinuicem ſunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartũ maior quàm quinti ad ſextum, erit proportio primi ad ſecundum, maior quàm quinti ad ſextum. 12

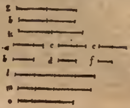
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonſtrat in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, uidelicet quòd ſi duæ quantitates fuerint ſibi inuicem æquales, quæcunq; fuerit una earum maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c uerò ad d, ſit maior quàm e ad f, erit quoque a ad b, maior e quàm ad c. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f. æquè multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, ſi h addit ſuper m, ut g addat ſuper l, & per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quòd non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, non eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



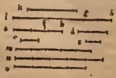
CAMPANI *additio.* Simili quoque modo probabis, quòd ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim ſit c ad d minor quàm e ad f, erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis,

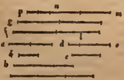
ſi k addit

ſi k addit ſoper n, non eſt neceſſe quòd h addat ſuper m: ſed ſi h non addit ſuper m, g non addit ſuper l, ergo ſi k addit ſuper n, noo eſt neceſſe ut g addat ſuper l: per diffinitiooem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cōuerſo minor erit a ad b quàm e ad f, quod eſt propoſitū. Ex modo autem demonſtrationis octauæ huius, & hac fiet manifeſtū quòd ſi fuerit primæ quatuor quantitatum ad ſecundam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum comparabuntur ad aliqua æqoè multiplicia ſecundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ, non autem mulriplex tertię ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut ſit proportio a f ad c, ſicut d ad e, eritq́ per hanc 12 & per 10, a f minor a b, & ſit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quoad ꝑueniat quātitas maior c, quæ ſit g h, hac cōditione ut toties d multiplicata ꝑducat quantitatem non minorem e, quæ ſit k, tunc ponam ut l g ſit ita multiplex a f, ſicut g h eſt multiplex f b, aot k d, eritq́ per primam huius l h, ita multiplex a b, ſicut k d. Deinde ponam quòd m ſit prima quātitas multiplex c, quæ ſit maior k, & ponam n ita multiplicem c, ſicut m eſt multiplex e, eritq́ per præmiſſas hypotheſes & conoerſionē diffinitioois incōtinuę proportionalitatis quantitas n prima, molriplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo ſub n, maximam multiplicium c, aut ſibi ęqualem, ſi forſitan n ſit prima multiplicium eius, quæ ſit o, conſtabitq́ n, ex o & c, quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c, erit l h, maior n, quare cum k ſit minor m, patet propoſitum.



Conuerſam quoqoe huius demonſtrare poſſumus, uidelicet, quòd ſi cootingit reperire aliqua ęquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat ſuper aliqood multiplex ſecundæ, & mulriplex tertiæ non addat ſuper mulriplex qoartæ, maior erit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b ſecunda, c d tertia, e quarta, ſintq́ f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, ſimiliter h ad b, & k ad e, ęquè multiplicia, & addat f ſuper h, noo addat autem g ſuper k, dico quòd maior eſt proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g ſuper k, quod eſt contra hypotheſim. Si autem minor, ſit c l ad e ſicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d, & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, ſicut f eſt mulriplex a, eritq́ per primam huius m p, ita multiplex c d, ſicut f eſt mulriplex a, utraque igitur duarum quantitatum m p & g, eſt ęquè multiplex quantitatis c d, ergo ipſæ ſunt æquales: nam hæc illatio, demonſtrata eſt in 7 huius. Et quia g non eſt maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n eſt maior k, eo quòd f eſt maior h, ergo m n, eſt maior m p. quod eſt impoſſibile: quare relinquitur propoſitum.



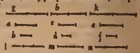


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq; quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima propoſuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc eſt communior illa, eo quòd omnis multiplicitas eſt proportio, non au-

tem econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æquè multiplicia, itemq́; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplicia, eritq́; per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a: ſimiliter per eãdem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b: & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam, ſi g addit ſuper l, & h addit ſuper m, & k ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per communem ſcientiam, ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f: quod eſt propoſitum.

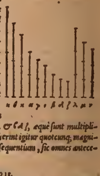


Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 12.*

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq́; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd eſt ſicut α, ad β, ſic eſt α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æquè multiplices ipſarum α γ ε, ſintq́; κ θ η, & ipſarum β δ ζ, aliæ queuis æquè multiplices, ſintq́; λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & ε ad ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ ε, æquè multiplices κ θ η, & ipſarum β δ ζ, aliæ queuis æquè multiplices, hoc eſt λ μ ν: ſi igitur excedit κ, ipſum λ, excedit & θ, ipſum μ, & η, ipſum ν: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Quare & ſi excedit κ, ipſum λ, excedunt & κ θ η, ipſas λ μ ν: & ſi æquales, æquales: & ſi minores, minores (per eandem) Et eſt κ quidem, & κ θ η, ipſius α, & ipſarum α γ ε, æquè multiplices. Quoniam (per primam quinti) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices, quam multiplex eſt una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius β, & β δ ζ, æquè ſunt multiplices, eſt igitur ſicut α ad β, ſic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq́; magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes: quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationẽ, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartã maiorẽ rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam. 13

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad ſextam ζ. Dico quòd & prima α, ad ſecundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad ſextã ζ. Quoniam γ ad δ maiorem rationẽ habet, quàm ε ad ζ, ſunt enim ipſarum γ ε, quedam æquè multiplices, & ipſarum δ ζ, aliæ queuis ſunt æquè multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicem ipſius δ, multiplex autem ipſius ε, non excedit multiplicem ipſius ζ, ſumantur igitur, & ſint ipſarum γ ε, æquè multiplices*

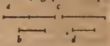


multiplices κ θ, ipſarum autem δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices κ λ. Ita quidem ut κ excedat ipſum κ, & θ, ipſum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem eſt κ, ipſius γ, tam multiplex eſto, & μ ipſius α: quàm multiplex autem eſt κ, ipſius δ, tam multiplex eſto & ν, ipſius β, & quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æquè multiplices μ κ, ipſarum β δ, aliæ quæuis æquè multiplices ν κ: ſi excedit igitur μ, ipſam ν, excedit & κ, ipſam κ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti) Excedit autẽ (per cõſtructionẽ) γ ipſam κ, excedit igitur & μ ipſam ν, at θ ipſam λ, nõ excedit: ſunt autem μ θ, æquè multiplices ipſarum α ε, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur α, ad β, maiorem habet rationem, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandẽ habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam: prima ad ſecundam quoq; maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq́ prima maior tertia, neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem eſſe.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd ſi a eſt maior c, b erit maior d: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per ſecũdam partem 10 huius, b erit maior d: quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per ſecundã ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d ſicut c ad d. Quare a ad d, ſicut a ad b, itaque per ſecundam partem 9. b erit æqualis d: ſicq́ patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, prima uerò tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit: & ſi ęqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

THEON ex Zamb. *Primam enim α, ad ſecundum β, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem eſto α, quàm γ. Dico quòd & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutq; α ad β, ſic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 10 quinti) minus igitur eſt δ, quàm β, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoque & β, ipſi δ: & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*

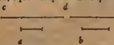


α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æquè multiplices aſsignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æquè multiplices. Dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundum quantitatem a & d ſecundum quantitatẽ b, ſuntq́ tot partes c quod d: & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

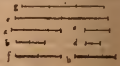
THEON ex Zamb. *Sit igitur æquè multiplex α β, ipſius γ, & δ ε, ipſius ζ. Dico q. eſt ſicut γ, ſic eſt α β, ad δ ε. Quoniā enim æquè eſt multiplex α β, ipſius γ: et δ ε, ipſius ζ. quot igitur magnitudines ſunt in α β, ipſi γ, æquales, tot ſunt in δ ε æquales ipſi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipſi γ, hoc eſt α η, η θ, θ β, ipſum autē δ ε, in magnitudines æquales ipſi ζ, hoc eſt δ κ, κ λ, et λ ε, erit iam magnitudo ipſorū α η, η θ, et θ β, æqualis multitudini ipſorum δ κ, κ λ, et λ ε. Et quoniā α η, η θ, & θ β, ſibi inuicē ſunt æquales, & δ κ, κ λ, & λ ε, quoq; ſibi inuicē ſunt æquales: eſt igitur ſicut α η, ad δ κ, ſic eſt η θ ad κ λ, & θ β, ad λ ε: erit igitur (per 12 quinti) ſicut unū antecedentiū ad unū conſequentiū, ſic omnia antecedētia ad omnia conſequentia. Eſt igitur ſicut α η, ad δ κ, ſic eſt α β, ad δ ε, æqualis autē eſt α η, ipſi γ, ipſum autē δ κ, ipſi ζ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic eſt α β ad δ ε. Partes igitur eodē modo multiplicium, eandē habēt rationē ſumptæ adinuicē: quod demōſtraſſe oportuit.*



Eucld. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quòd erit a ad c ſicut b ad d. Et iſte eſt modus arguēdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonſtratio ſic patet. Sumā e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multiplices, eritq; per præmiſſam e ad f, ſicut g ad h: quare per 14, ſi e addit ſuper g, & f addit ſuper h: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum. Neceſſe eſt autem, ut in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.



Eucld. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 16.*

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico quòd & uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ. Sumātur quidē ipſarum α β, æquè multiplices ε ζ, & ipſarū γ δ, & aliæ quæuis, æquè multiplices η θ: & quoniam æquè multiplex eſt ε ipſius α, & ζ ipſius β, partes autē eodē modo multipliciū eandem habēt rationē ſumptæ adinuicē (per precedētē) eſt igitur ſicut α ad β, ſic ε ad ζ. Sicut aūt α, ad β, ſic & γ ad δ, & ſicut igitur γ ad δ, ſic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rurſus quoniā η θ ipſarum γ δ, æquè ſunt multiplices, partes autē eodem modo multipliciū eandē habent rationē ſumptæ adinuicē (per 15 quinti) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad θ. Sicut autē γ ad δ, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur ε ad ζ, ſic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aūt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior ſit, & ſecunda quarta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipſum η, excedit & ζ ipſum θ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus (per 6 diffinitionem quinti) Sunt autem ε ζ ipſarum α β æquè multiplices: & η θ ipſarum γ δ aliæ quæuis æquè multiplices. Eſt igitur ſicut α ad γ, ſic eſt β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucld. ex Camp. *Propoſitio 17.*

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, eaſdem diſiunctim quoque proportionales eſſe. 17

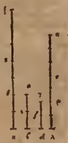
CAMPANVS. Demōſtrato modo arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata, demōſtrat illū qui dicitur proportionalitas diſiuncta. Sit itaq; proportio a b ad b c, ſicut d e ad e f. Dico q. erit a c ad c b, ſicut d f ad f e. Sumā enim g h ad a c, & h k ad c b. itemq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primā huius g k ita multiplex a b: ſicut g h eſt multiplex a c, & l n, ita multiplex d e ſicut l m eſt multiplex d f. Et ideo per præmiſſas hypotheſes g k eſt ita multiplex a b, ſicut eſt l n, d e. Ponā iterū k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per ſecundam, h p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuerſionem



ſionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g k addit ſuper h p, l n, addit ſuper m q, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, ęquat: demptis itaque communibus h k & m n: erit per communem ſcientiam, ut ſi g h addit ſuper k p, quod l m addit ſuper n q: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuę proportionalitatis, proportio a c ad c b, eſt ſicut d f ad f e: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 17.*

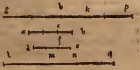
17 Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, diuiſæ quoque proportionales erunt.



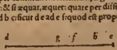
THEON ex Zamb. *Sunt compoſitæ magnitudines proportionales αβ, βε, γδ, δζ, ſicut αβ, ad βε, ſic γδ ad δζ. Dico quòd & diuiſæ proportionales erunt: ſicut αε ad βε, ſic εζ ad δζ. Sumantur enim ipſarũ αε, εβ, γζ, ζδ, æquè multiplices, ηθ, θκ, λμ et μν: ipſarũ autẽ εβ & ζδ, aliæ quæuis æquè multiplices, hoc eſt κξ & νπ. Et quoniã æquè multiplex eſt ηθ ipſius αε, & θκ ipſius εβ, æquè igitur eſt multiplex ηθ ipſius αε, et ηκ ipſius αβ (per 1 quinti) Aeque autẽ eſt multiplex ηθ ipſius αε, & λμ ipſius γζ: æquè igitur eſt multiplex ηκ ipſius αβ, & λμ ipſius γζ (per 11 eiuſdẽ) Rurſus quoniam æquè eſt multiplex λμ ipſius εζ, & μν ipſius δζ: æquè igitur eſt multiplex λμ ipſius γζ, & λν ipſius γδ (per primam eiuſdem) æquè autem erat multiplex λμ ipſius γζ: & ηκ ipſius αβ. Aequè igitur eſt multiplex ηκ ipſius αβ, & λν ipſius γδ: igitur ηκ & λν, ipſarum αβ, & γδ æquè ſunt multiplices. Rurſus quoniam æquè multiplex eſt θκ ipſius εβ, & μν ipſius ζδ: eſt autem & κξ ipſius εβ æquè multiplex, & νπ ipſius ζδ: & compoſitum igitur (per 11 eiuſdem) θξ ipſius εβ æquè multiplex eſt, & μπ ipſius ζδ. Et quoniam eſt ſicut αβ ad βε, ſic eſt γδ ad δζ, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem αβ & γδ æquè multiplices ηκ & λν: ipſarum autem εβ & ζδ aliæ quæuis æquè multiplices: hoc eſt, θξ & μπ: ſi igitur excedit ηκ ipſam θξ, excedit & λν ipſam μπ: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe ηκ, ipſam θξ: & igitur communi ablata θκ, excedit ηθ ipſam κξ. Sed ſi excedit ηκ ipſam θξ excedit & λν ipſam, μπ: excedat igitur λν, ipſam μπ: & communi ablata μν, excedit & λμ ipſam νπ. Quare ſi excedit ηθ ipſam κξ: excedit & λμ ipſam νπ. Similiter iam oſtendemus, quòd & ſi æqualis fuerit ηθ ipſi κξ: æqualis erit & λμ ipſi νπ: & ſi minor, minor ſunt autem ηθ & λμ, ipſarum αε & γζ æquè multiplices, & κξ & νπ, ipſarum εβ, & ζδ aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur ſicut αε ad εβ: ſic eſt γζ ad ζδ (per 6 diffinitionem quinti) Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuiſæ quoq; proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonſtrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & eſt modus cõuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem, reſumatur diſpoſitio præmiſſæ, & maneant omnes eius hypotheſes: excepto quòd ponatur eſſe proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e: dico quòd erit proportio a b ad b c, ſicut d e ad f e: ſequitur enim ex hac hypotheſi & alijs hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus ęqualiter ſumptis, per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g h addit ſuper k p, quod l m addat ſuper n q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: ergo poſitis communibus h k & m n: ſequitur per communem ſcientiam, ſi g k addit ſuper h p, quod l n addat ſuper m q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f: quod eſt propoſitum. Aliter idem indirectè ſic. Cùm ſit proportio a c ad c b, ſicut d f ad f e, non eſt autem a b ad b c, ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: ſicut a b ad b c, quę aut erit maior e f, aut minor: ſi enim ei eſſet ęqualis, conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior, &



ſit e g eritq; per præmiſſam a c ad c b, ſicut d g ad e g: quare d g ad e g, eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima ſit minor d f tertia: erit ergo g e ſecunda minor e f quarta: ſed erat propoſitũ q; eſſet maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ ſit e h ſicut a b ad b c: eritq; per pręmiſſã a c ad c b, ſicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, ſicut d f ad f e: et

quia d h prima eſt maior d f, tertia erit per 14 e h ſecunda, maior e f, quarta: quod quia eſt impoſſibile, ſequitur propoſitum.

Euclid ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 18.* *Conuerſa præcedentis.*

Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, compoſitæ quoque proportionales erunt. 18

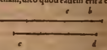
THEON ex Zamb. *Sint disiunctæ magnitudines proportionales α γ, ε β, γ ζ, & ζ δ, ſicut α ε, ad ε β, ſic γ ζ, ad ζ δ. Dico quòd & compoſitæ proportionales erunt, ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ, ad δ ζ. Si autem non eſt, ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ, ad ζ δ, erit ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ, ad minorem ipſa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem δ η. Et quoniam eſt ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ, ad δ η, compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, quare etiam diuiſæ proportionales erunt (per 17 quinti) Eſt igitur ſicut α ε, ad ε β, ſic γ η, ad η δ, ſupponitur autem ſicut α ε, ad ε β, ſic γ ζ, ad ζ δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ η, ad η δ, ſic γ ζ, ad ζ δ, maior autem eſt prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur eſt (per 14 quinti) ſecūda η δ, ipſa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ, ad minorem ipſa ζ δ. Similiter quoq; oſtendemus, quod neq; ad maiorem, ad eandē igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ quoque proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Si à duobus totis duę portiones abſcindantur, fueritq; totum ad totum, quantum abſciſum ad abſciſum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hęc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde eſt illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f, ſitq; proportio totius a b, ad totam c d, ſicut b e, abſciſæ ad d f abſciſam, dico quòd eadem erit a e reſidui ad c f, reſiduum: quę eſt totius a b ad totam c d. Cùm enim ſit a b ad c d, ſicut b e ad d f, erit permutatim a b ad b e, ſicut c d ad d f, & diſiunctim a e ad e b, ſicut c f ad f d: & iterum permutatim a e ad c f, ſicut e b ad f d: & quia ſic ęrat a b ad c d, patet propoſitum.



CAMPANI *additio*. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguēdi, qui dicitur proportionalitas euerſa, ut ſi ſit a b ad b e, ſicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e, ſicut d c ad c f, quia cum ſit a b, ad b e, ſicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d, ſicut b e ad d f, quare per hanc 19 b a ad d c, ſicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, ſicut c d ad c f: quod eſt propoſitum. Conuerſa quoq; proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demōſtrauimus in exponendis principijs huius quinti, poteſt hic quoq; demonſtrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut ſi ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, dico quòd erit b ad a, ſicut d ad c: ſin autem ſit d ad e, ſicut b ad d, & quia iterū b ad a, ſicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d, ſicut a ad e, quare erit a ad e, ſicut d ad c. ſi igitur e non ſit ęquale c, accidet impoſſibile & contrarium ſecundæ partis 9: ſi autem æqualis, erit b ad a, ſicut d ad c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 19.*

Si fuerit ſicut totū ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum. 19

THEON ex Zamb. *Eſto ſicut totū α β, ad totū γ δ, ſic ablatū α ε ad ablatū γ ζ. Dico q; et reliquū ε β, ad reliquū ζ δ, erit ſicut totū α β ad totū γ δ. quoniā enim eſt ſicut totū α β ad totum γ δ, ſic α ε ad γ ζ, et uiciſſim quoq; (per 16 quinti) ſicut α β, ad α ε, ſic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniam compoſitæ magnitudines proportionales ſunt (per 17 & 18 quinti) etiam diſiunctæ proportionales erunt, ſicut igitur β ε, ad ε α, ſic δ ζ, ad γ ζ, & uiciſſim igitur (per decimamſextam quinti) eſt ſicut β ε, ad δ ζ, ſic ε α, ad ζ γ. Sicut autem α ε, ad γ ζ, ſic ſupponitur totum α β ad totum γ δ, & reliquum igitur ε β, ad reliquum ζ δ, erit ſicut totum α β, ad totum γ δ. Si fuerit igitur ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquū ad reliquum erit ſicut totum ad totum, quod demonſtrandum erat. Et quoniam oſtenſum eſt, quòd ſicut eſt α β, ad γ δ, ſic eſt ε β, ad ζ δ: & uiciſſim ſicut α β, ad β ε, ſic γ δ ad δ ζ, compoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt (per 18 propoſitionem quinti) oſtenſum eſt autem quòd ſicut β α, ad α ε, ſic δ γ, ad γ ζ, & eſt conuertendo,*

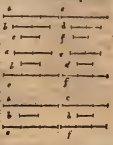


tendo. Hinc manifeſtum, quòd ſi compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonſtrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 SI fuerint quotlibet quãtitates, aliæq́ ſecundum earum numerum, quarum quæq; duæ priorum ſecundum proportionem duarum poſtremarum, neceſſe eſt in proportionalitate quidem ęqualitatis, ut ſi fuerit prima priorum ultima maior, & poſteriorum primam ultima eſſe maiorem. Quòd ſi minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Demonſtraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, ſiue quantitates duorum ordinum directè ſiue peruerſim proportionentur, pręmittit duo antecedentia ad demonſtrandum propoſitum neceſſaria, per quorum primum demonſtratur ęqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, ſecundum autem cùm proportionantur peruerſim: propotuit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuerſaliter enim ſumptis utrobiq; quantitatibus ſecundum quemcunq; numerum, ueritatem habent. non eſt autem neceſſe ut demonſtremus ea, niſi ſolũ in tribus: hoc enim omnino ſufficiens eſt ad propoſitum, de pluribus autem quibuſq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipſa demonſtrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq́ tres aliæ quæ ſint c d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico quòd ſi a eſt maior e, c erit maior f: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis. Si enim eſt maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuerſam proportionalitatem, e ad b eſt ſicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c eſt maior f, quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, per eaſdem, & eodem modo probabitur c eſſe minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8 ideo per 12, & per conuerſam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod eſt propoſitum. Si autem a ſit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b, ſicut e ad b, & ideo per ſecundam partem 11 & conuerſam proportionalitatem, erit c ad d, ſicut f ad d, quare per primam partem 9, c eſt æqualis f: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.*

Quidam autem hanc concluſionem demonſtrauerunt per proportionalitatem, permutatim hoc modo, propòrtio a ad b. eſt ſicut c ad d, ergo permutatim a ad c, ſicut b ad d, & quia rurſus b ad e ſicut d ad f. erit permutatim b ad d ſicut e ad f, ſed erat b ad d, ſicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, ſicut e ad f, itaque per 14 ſi a prima eſt maior e tertia, erit c ſecunda maior f quarta: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis: quod eſt propoſitum. Iſti autem errauerunt in ſua demonſtratione, quia ſi eſſet intentio Euclidis ſic demonſtrare, non oporteret ipſum præmittere hanc concluſionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: ſi enim rurſus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum eſt, quæ eſt eſſe a ad c ſicut e ad f, ſequitur quòd ſit a ad e, ſicut c ad f, & hoc eſt æqua proportionalitas. Pręterea eorum concluſio non ſequitur, niſi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e ſint lineę, & c d f ſuperficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccãt igitur, uniuerſaliter dictum, particulariter demonſtrantes.

Euclid ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 20.*

20 Si fuerint tres magnitudines, & alię eiſdẽ æquales numero, binæ ſumptę & in eadẽ ratione, ex æquali autẽ prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: & ſi ęqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

THEON

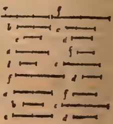
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic δ, ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autem ſit maior α, quàm γ. Dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam η, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet, quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad η: ſed ſicut eſt quidem α ad β, ſic eſt δ, ad ε, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4 quinti) ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt (per 10 quinti) maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoque oſtendemus, quòd ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

SI fuerint quotlibet quantitates, aliæq; ſecundum earum nu- 21
merum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibuſq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparatę ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoque eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem: ſi autem minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſunt f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd ſi a eſt maior e, f erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi ęqualis, æqualis. hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens. ſi enim a ſit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10 quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, erit tandem minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiuſdem f, erit minor d. Si autem a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c ad d, ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem nonam erit f æqualis d: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 21.*

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero, bi- 21
næ ſumptæ & in eadem ratione, fuerit autē perturbata earum proportio, ex ęquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

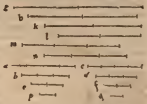
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadem ratione, ſit autem earum proportio perturbata, ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; β, ad γ, ſic δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, ſit maior, dico q. et δ, quàm ζ, maior erit, et ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam η, igitur (per 8 quinti) α, ad η, maiorem habet rationē quàm γ, ad η. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; γ, ad η, rurſus ſic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationē habet, quàm ε, ad δ (per correlariū quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorē rationē habet illa minor eſt (per 10 quinti) minor igitur eſt ζ, quàm δ, maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtēdemus, q. & ſi æqualis, fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ: & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex æquali*



æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundū earum numerum, quarum quæque duæ ſecundum proportionē duarū ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonſtratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonſtrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinū ſunt directè proportionales. Nō eſt autem neceſſe ut demonſtraretur, niſi cùm in utroq; duorum ordinū ſunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter ſequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari, niſi ſolum cùm in utroque ordine ſunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates a b c ſumānturq; tres aliæ quę ſunt e d f, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f, dico q erit a ad e, ſicut c ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, æquè multiplicia. Itemq; k ad b, & l ad d æquè, & rurſus m ad e, & n ad f æquè. eritq; per quartam, g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n, quare per 20, ſi g eſt maior m erit h maior n, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis igitur. per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut c ad f, quod eſt propoſitū. Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius, ſumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, æquè multiplicibus, erit enim per 15 g ad k, ſicut h ad l, & k ad m, ſicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd ſi fuerint quātitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita q ſit e ad p, ſicut f ad q. erit iterum a ad p, ſicut c ad q, erit enim a ad e, ſicut c ad f: hoc enim demonſtratū eſt: ſublatis igitur b & d, erūt tres quātitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut c ad q. Sicutq; demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio, eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic de cæteris.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 22.*

22 Si fuerint quęlibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ in eadem ratione, ſicut quidē α ad β, ſic δ ad ε, ſicutq; β ad γ, ſic ε ad ζ. Dico q, etiā ex æquali in eadē ratione erunt, ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Sumantur quidē ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices κ ξ, & inſuper ipſarum γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum α δ, æquè multiplices η θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æquè multiplices κ λ, eſt igitur (per 4 quinti) ſicut η ad κ, ſic θ ad λ: & per hoc ſicut κ ad μ, ſic λ ad ν. Quoniā igitur tres magnitudines ſunt η κ μ, & aliæ eiſdem æquales numero θ λ ν, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) ſi excedit η, ipſam μ, excedit & θ, ipſam ν, & ſi æqualis æqualis: & ſi minor, minor. Sunt autem η θ, ipſarum α δ, æquè multiplices, & μ ν, ipſarum γ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices: eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonſtraſſe oportuit.*

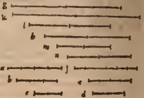


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundū earum numerum, quarū ex prioribus quæq; duę ſecundū proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

CAMPANVS. Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quòd demonſtretur, niſi cùm in utroque quorum ordinum ſunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter ſequitur, quęcunq; ponantur in utroq; ordine, ſicut in præmiſſa de directè proportionatis demonſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quę ſint f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd erit a ad e, ſicut f ad d. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æquè multiplicia, itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d æquè, eritq; per 4, g ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 21, ſi g addit ſuper m, & k addit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d: quod eſt propoſitum.



Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiã huius, ſumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æquè multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n: & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamẽ demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primũ modum. Quòd ſi plures tribus fuerint quantitates in utroq; ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd ſit a ad b, ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p, ſicut f ad c, erit iterum a ad p ſicut f ad q, erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quãtitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, ſicut f ad q. Sic igitur demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor, ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinq;, ſublatis tribus, & ſic in cæteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæq; eiſdem æquales numero binæ, ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. 23

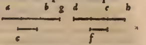
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, ſicutq; β ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. Sumantur, inquam, ipſarũ α β δ, æquè multiplices η θ κ, ipſarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ ν. Et quoniam æquè ſunt multiplices η θ, ipſarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut α ad β, ſic η ad θ. Ac per hoc, etiam ſicut ε ad ζ, ſic μ ad ν: & eſt ſicut α ad β, ſic ε ad ζ, & ſicut igitur η ad θ, ſic μ ad ν (per 11 quinti) Et quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem β δ, æquè multiplices θ κ, ipſarum autem γ ε, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, eſt igitur ſicut θ ad λ, ſic κ ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut β, ad δ, ſic γ ad ε. Et quoniam θ κ, ipſarum β δ, æquè ſunt multiplices, partes autem æquè multipliciũ eandem habent rationem (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β ad δ, ſic θ ad κ. Sed ſicut β ad δ, ſic γ ad ε: et ſicut igitur θ ad κ, ſic γ ad ε (per 11 quinti) Rurſus quoniam λ μ, ipſarum γ ε, æquè ſunt multiplices, eſt igitur γ ad ε, ſic λ ad μ. Sed ſicut γ ad ε, ſic θ ad κ, & ſicut θ ad γ, ſic λ ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ ad λ, & κ ad μ. Oſtenſum eſt autem quòd ſicut η ad θ, & ſic μ ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt proportionales η θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero κ μ ν, binæ ſumptæ in eadem ratione, & eſt earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit η, ipſum λ, & excedit κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem η κ, ipſarum α δ, æquè multiplices, et λ ν, ipſarum γ ζ, æquè ſunt multiplices: eſt igitur ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI fuerit proportio primi ad ſecundū tanꝗ tertij ad quartū, proportio uerò quinti ad ſecūdū tanꝗ ſexti ad quartū, erit proportio primi & quinti pariter acceptorū ad ſecundū, tanꝗ ſexti & tertij pariter acceptorū ad quartū.



CAMPANVS. Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde hæc eſt illa tanto cōmunior, quanto multiplicitate proportio & ſe habet ad illam, quemadmodum 13 ad prim 8. Sit igitur proportio a b ad c, ſicut d e ad f: & item b g ad c, ſicut d h ad f: dico quòd proportio a g ad c, eſt ſicut d h ad f. Erit enim per conuerſam proportionalitatem, c ad b g, ſicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, ſicut e d ad e h: ergo coniunctim per 18, a g ad g b, ſicut d h ad h e: itaq; per 22 erit in æqua proportionalitate a g ad c, ſicut d h ad f: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 24.

24 Si primum ad ſecūdum eandē habuerit rationē & tertiū ad quartum, habuerit autem & quintū ad ſecundum eandem rationē & ſextum ad quartū, etiam compoſita primum & quintum ad ſecūdum, eandem habebunt rationem, & tertium & ſextum ad quartum.

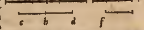
THEON ex Zamb. Primum etiam αβ, ad ſecundum γ eandem habeat rationem, & tertium δε ad quartum ζ, habeat autem & quintum βη, ad ſecundum γ: eādem rationem & ſextum εθ ad quartum ζ. Dico quòd etiam compoſita primum & quintum αη ad ſecundū γ, eādem habebunt rationē: ac tertium & ſextū δθ ad ipſum ζ quartum. Quoniam enim eſt ſicut βη ad γ, ſic eſt εθ ad ζ: cōuerſim quoq; ſicut γ ad βη, ſic ζ ad εθ. Quoniam igitur eſt ſicut αβ ad γ, ſic δε ad ζ, ſicut autem γ ad βη, ſic ζ ad εθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut αβ ad βη, ſic δε ad εθ. Et quoniā diſiūctæ magnitudines proportionales ſunt, cōpoſitæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti) ſicut igitur αη ad ηβ, ſic δθ ad θε: eſt autē & ſicut βη ad γ, ſic εθ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut αη ad γ, ſic δθ ad ζ. Si primum igitur ad ſecundum eādem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad ſecūdum eandem rationem, & ſextum ad quartum: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem & tertium & ſextum ad quartū: quod oportebat demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 25.

25 SI fuerint quatuor quātitates proportionales, fueritq; prima earū maxima, & ultima minima, primā & ultimā pariter acceptas cęteris duab. maius eſſe neceſſariò cōprobat.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, non habet locum, niſi cū omnes quatuor quantitates ſunt eiuſdē generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiuſdē generis, proportio a b ad c d, ſicut e ad f: ſitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quòd f ſit minima: quia ipſum ex hoc ſequitur, quòd a b poſita eſt maxima: unde non poſuit hoc auctor in cōcluſione tanquam poſitionē, ſed potius tanquam præcedentis poſitionis concluſionem. Dico q̄d cū ita fuerit, maius erit aggregatū ex a b & f, quàm ex c d & e. Cū enim a b ſit maior e, abſcindā ex a b, g b æqualē e: ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f, abſcindam ex c d, h d æqualē f. Eritq; per hypotheſim a b ad c b, ſicut g b ad h d: quare, per 19, a g reſiduū ad c h reſiduum: ſicut totū a b ad totū c d. Cum ergo a g ſe habet ad c h, ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per communem ſcientiam aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h poſita eſt æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d & e: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

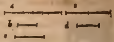
THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: ſicut αβ ad γδ, ſic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uerò ζ. Dico quòd ipſæ αβ & ζ, ipſis γδ & ε maiores ſunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipſi ε æqualis αη, & ipſi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur eſt ſicut αβ ad γδ, ſic ε ad ζ: æqualis autem eſt ε ipſi αη, & ipſi ζ æqualis γθ: eſt igitur ſicut αβ ad γδ, ſic αη ad γθ. & quoniam eſt ſicut totum αβ ad totum γδ, ſic ablatum αη ad ablatum γθ: & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquum θδ, erit ſicut totum αβ ad totum γδ. Maior autem eſt αβ, quàm γδ: maior igitur eſt ηβ, ipſa θδ. Et quoniam æqualis eſt αη ipſi ε, & γθ ipſi ζ: igitur αη & ζ ſunt æqualia ipſis γθ ε. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fient (per quartam communem ſententiam:) cum igitur ηβ & θδ ſint inæquales, & ηβ maior ſit, & ipſi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipſi uerò θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipſis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonſtrare oportebat.*



Nouem ſequentes propoſitiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis reſpondens habent: nec plures 25 in uetuſtioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani eſſe uidentur.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio primę ad ſecundam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuerſim è contrario ſecundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam. 26

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit econuerſo, modó contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim eſt eadem b ad a quę eſt d ad c, erit econuerſo a ad b ut c ad d: ſed non eſt, immo maior. At uerò ſi eſt b ad a maior quàm d ad c, ſit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e eſt minor b. Ideoq́ ex ſecunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuerſam proportionalitatem, a ad e, ſicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, ſed erit minor, relinquitur ergo propoſitum. Poſſumus quoq́ (ſi libet) aſtruere propoſitum oſtenſiuè: manifeſtum enim eſt ex prima parte decimæ, quòd illa quantitas, cuius a ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas ſit e. cum igitur proportio e ad b ut c ad d: erit econuerſo b ad e, ut d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauę, quòd proportio b ad a, minor eſt quàm proportio b ad e. Itaq́ per duodecimam, proportio b ad a, eſt minor quàm d ad c: quod uoluimus.

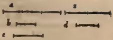


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoq́ proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior prroportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque eſſet permutatim a ad b, ſicut c ad d. Neq́ minor: nam ſi hoc ponatur, ſit itaque e ad c, ut b ad d: eritq́ ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ. e eſt maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, eſt maior quàm a ad b. Et quia poſitum eſt, ut ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, ſed poſitum erat oppoſitum, uerum ergo eſt propoſitum.

Oſtenſiuè

Oſtenſiuè quoque idem, quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d, erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, eſt e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c eſt maior quàm b ad d: quod eſt propoſitum.



28 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertię ad quartam, erit quoque coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam, quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

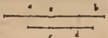
CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipſa neque erit ęqualis, neque minor. Si enim æqualis, tunc erit diſiunctim a ad b. ut c ad d. Si autem eſt minor, ſit e b ad b, ut c d ad d: eritq́ ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaque ex prima parte decimæ e b, eſt maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a. quare ex prima parte octauæ, maior eſt proportio e ad b, quàm a ad b: ſed e ad b eſt ut c ad d per diſiunctam proportionalitatem, eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergo per duodecimam c ad d, eſt maior quàm a ad b. hoc autem eſt contra hypotheſim. Idem etiam oſtenſiuè. Cum enim propoſitum ſit quòd maior ſit proportio a ad b, quàm c ad d: ſit proportio e ad b, ut c ad d: eritq́ ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq́ ex communi ſcientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, eſt per coniunctam proportionalitatem, ſicut c d ad d. poſitum enim eſt, ut ſit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior eſt a b ad b, quàm c d ad d: quod eſt propoſitum.



29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque diſiunctim proportio primæ ad ſecundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit diſiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd ſi æqualis, erit per cōiunctā proportionalitatē a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmiſſam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod eſt inconueniens, quia poſitum eſt quòd minor: uerum eſt ergo quod dicitur. Quod etiam oſtenſiuè aſtruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, ſit tanquam proportio c d ad d: eritq́ ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi ſcientia e eſt minor quàm a, minor igitur eſt ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm ſit a ad b: ſed proportio e ad b, eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate; itaque ex 12, proportio a ad b, eſt maior quàm ſit c ad d: quod eſt propoſitum.

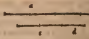




30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

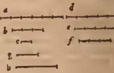
CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euerſim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim diſiunctim ex præmiſſa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit econuerſo minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmiſſam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod eſt propoſitum.



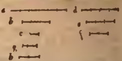
31 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ꝫ tres in alio, fuerítq́ꝫ primæ priorum ad ſecundam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq́ꝫ ſecundæ priorum ad tertiam maior quàm ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit quoqꝫ primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, itemq́ꝫ aliæ tres, d, e, f: ſitq́ꝫ maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq́ꝫ maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: erit'que ex prima parte 10, g minor b: quare ex ſecunda parte 8, proportio a ad g, eſt m ior quàm a ad b, multo maior ergo eſt proportio a ad g, quàm d ad e: ſit itaque h ad g, ut d ad e: eritq́ꝫ ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior eſt quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, eſt per æquam proportionalitatem, ſicut d ad f. eſt enim h ad g, ut d ad e, & g ad e, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, eſt maior quàm d ad f: quare conſtat propoſitum.



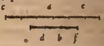
32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ꝫ tres in alio, fuerítq́ꝫ proportio ſecundę priorum ad tertiam maior quàm primę poſteriorum ad ſecundam, itemq́ꝫ primę priorum ad ſecundam maior quàm ſecūdæ poſteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq́ꝫ tres in alio, d, e, f, quemadmodum in præmiſſa: ſitq́ꝫ maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quàm e ad f: dico quòd maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq́ꝫ g minor b, per primam partē 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per ſecundam partē 8: igitur multo maior eſt a ad g, quàm e ad f. Sit itaqꝫ h ad g, ut e ad f: eritq́ꝫ a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior eſt quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, eſt tanquam d ad f, eo quòd eſt g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior eſt ꝓportio a ad c, quàm d ad f. q̄d eſt propoſitū.



33 Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abſciſi ad abſciſum, erit reſidui ad reſiduū maior proportio, quàm totius ad totū:

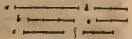
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abſcindantur c & d: & reſidua ſunt e & f: ſitq́ꝫ maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euerſim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rurſus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



34 Si quotlibet quātitates ad totidē alias cōparētur, fuerítq́ꝫ cuiuslibet pręcedētis ad ſuā relatiuā maior proportio quàm alicuius ſubſequētis ad ſuā, erit omnium pariter acceptarū ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius ſubſequentiū ab ſuā cōparem, aut

rem,aut

rem, ut etiam quàm omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a b c, relatæ ad totidem alias quæ ſint d e f, ſit'que maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e ſit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, eſt maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipſa eſt minor quàm a ad d. Cum enim ſit a ad d maior quàm b ad e, erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmiſſam a ad d, eſt maior quàm a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem eſſe b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio eſt a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior eſt a ad b c, quàm d ad e f. & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterũ permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmiſſam, maior eſt a ad d, quàm a b c ad d e f: quod eſt propoſitum

QVINTI LIBRI, FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber ſextus.*

Euclid. ex Campano. Diffinitiones.

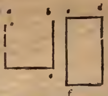
1 SVperficies ſimiles dicũtur, quarum anguli unius angulis alterius æquales, lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt ſi trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fuerit'que angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, ſicut a c ad d f, & b c ad e f, ipſi erunt ſimiles.



2 Superficies mutuorũ laterum, ſunt inter'quarum latera, in continua proportionalitas retranſitiuè habetur.

CAMPANVS. Vt ſi duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus ſecundi fuerit, ſicut proportio e f lateris ſecundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, ſiue mutekeſia.



3 Linea dicitur diuidi ſecundum proportionẽ habentem mediũ & duo extrema, quando eadem eſt proportio totius ad maiorem ſui ſectionem, quæ eſt maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. Diffinitiones.

1 SImiles figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia, 2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, quando

κατὰ μίαν, ſigillatim.

in utraq; figura antecedentes & conſequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & média ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus. 4 Altitudo uniuſcuiuſque figuræ, eſt à uertice ad baſim perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ; aliquam efficiunt quantitatem.



THEON ex Zamb. *Sit enim αβ ad γδ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam, aut quamlibet aliam, & γδ ad εζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipſius αβ & εζ ratio, conſtat ex αβ ad γδ, & ex γδ ad εζ. Vel quòd ipſius αβ ad γδ rationis quãtitas multiplicata in ipſius γδ ad εζ rationis quãtitatem, efficit ipſius αβ ad εζ rationem. Sit enim primum αβ quàm γδ maior, & γδ ipſa εζ: & ſit quidem αβ, ipſius γδ dupla, & γδ ipſius εζ tripla: quoniam igitur γδ ipſius εζ tripla eſt, ipſius autem γδ, dupla eſt αβ: igitur αβ ipſius εζ ſexicupla eſt: quoniam ſi triplum alicuius duplicamus, ſit ſexicuplum, hoc enim eſt propriè compoſitio. Vel ſic. Quoniam αβ dupla eſt ipſius γδ, diuidatur αβ in ipſi γδ æqualia, hoc eſt αη, & ηβ. Et quoniam γδ ipſius εζ tripla eſt: æqualis autem eſt αη ipſi γδ: & αη igitur ipſius εζ tripla eſt. Id propterea, & ηβ ipſius εζ tripla eſt. Tota igitur αβ ipſius εζ ſexicupla eſt. Ipſius igitur αβ ad εζ ratio connectitur per γδ medium limitem, compoſita ex ipſius αβ ad γδ & γδ ad εζ ratione. Similiter autem & ſi minor fuerit γδ, utraq; ipſarum αβ & εζ, idipſum colligitur. Sit enim rurſus αβ ipſius γδ tripla, at γδ ipſius εζ ſit dimidia: & quoniam γδ ipſius εζ dimidia eſt, ipſius autem γδ tripla eſt αβ: igitur αβ ſeſqualtera eſt ipſius εζ: ſi enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipſum ſemel & dimidium. At quoniam ab ipſius γδ tripla eſt, et γδ ipſius εζ dimidia eſt, qualium eſt αβ æqualium ipſi γδ trium, talium eſt εζ duorum. Quare ſeſquialterum eſt αβ ipſius εζ. Igitur ratio ipſius αβ ad εζ, connectitur per γδ medium limitem: compoſita ex ipſius αβ ad γδ, & γδ ad εζ ratione. Sed iam rurſus ſit γδ utraq; ipſarum αβ & εζ maior, & ſit quiddam αβ ipſius γδ dimidium, & γδ ipſius εζ ſeſquitertium. Quoniam igitur qualium eſt αβ duorum, talium eſt γδ quatuor: qualium autem γδ quatuor, talium εζ trium: & qualiũ igitur αβ duorũ, taliũ εζ trium: connectitur igitur rurſus ratio ipſius αβ ad εζ, per γδ medium limitem, quæ duorum eſt ad tria: ſimiliter quoque & in pluribus & in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt quòd ſi à compoſita ratione quæuis una compoſitarum auferatur, uno ſimplicium eiecto, reliqua compoſitarum aſſumetur.*

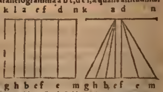




Euclid. ex Camp. Propoſitio 1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum, æquidiſtantium laterum ſiue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta ſua baſis ad baſim alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, æqualis altitudinis: dico eſſe proportionem eorum ſicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma ſuper lineam unam, quæ ſit g m: eruntq; propter hoc quòd ſunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidiſtantes, quarum ſit altera k n, deinde ex linea g m, ſumã g e multiplicem ſecundũ quẽcunq; numerum uoluero, ad b e, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, à quibus & puncto g, ducã æquidiſtantes lineæ a b, quę ſunt g k & h l: & complebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquęq; earum



per

per 36 primi, ęqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineę b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineam e f, ſumam ex linea g m. lineam f m multiplicem ſecundum quemcunq; numerum uoluero ad e f, & complebo ſuperficiem ęquidiſtantium laterum ducta linea m n æquidiſtanter lineæ d e, eritq; ſuperficies n f ita multiplices ſuperficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſuperficies k c eſt maior ſuperficie f: & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiem d f, quod eſt propoſitum.

De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint triangula quidē α β γ, & α γ δ, parallelogramma uerò ε γ, & γ ζ, ſub eadem altitudine exiſtentia perdendiculari ſcilicet ab α, in β δ, ducta. Dico q. eſt ſicut β γ, baſis ad γ δ, baſin: ſic eſt α β γ, triangulum ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammū. Producatur inquā (per 2 poſtulatum) δ β, ex utraq; in θ λ, ſigna, & ponatur (per 2 primi) ipſi quidē β γ baſi, æquales, quotcunq; β η, & η θ, ipſi autē γ δ, baſi æquales quotcunq; δ κ, & κ λ. Cōnectanturq; α η, α θ, α κ, et α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, ſibijnuicē ſunt æquales, & triangula quoq; α θ η, α η β, & α β γ, ſibijnuicē ſunt æqualia (per 38 primi) Quod multiplex igitur eſt θ γ baſis, ipſius β γ, baſis, tam multiplex eſt et triangulū α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quàm multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius δ γ baſis, tā multiplex eſt & α λ γ, triangulū, ipſius α δ γ, triāguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi κ λ baſi æquū eſt (per 38 primi) triangulū α θ γ, triāgulo α γ λ, et ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ. excedit et triangulū α θ γ, triangulū α γ λ, & ſi minor, minus (per 6 diffinitionē quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidē baſibus hoc eſt β γ, & γ δ, duobus autem triangulis hoc eſt α β γ, & α γ δ, ſumptæ ſunt æquè multiplices, ipſius quidē β γ, baſis, & ipſius α β γ, trianguli, baſis uidelicet θ γ, & triangulū α θ γ, ipſorum aūt γ δ, baſis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æquè multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt q. ſi excedit baſis θ γ, baſin γ λ, excedit quoq; & triangulū α θ γ, triangulū α λ γ: & ſi æqualis, æquale: et ſi minor, minus. Eſt igitur ſicut baſis β γ ad baſin γ δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ (per 6 diffinitionem quinti.) Et quoniā (per 41 primi) ipſius quidem trianguli α β γ, duplum eſt parallelogrammū ε γ, ipſius autē α γ δ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodē modo multipliciū (per 15 quinti) eandem habent rationē. eſt igitur ſicut triangulū α β γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammū ε γ, ad parallelogrammū γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic triangulum α β γ ad triangulum α γ δ, ſicutq; triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ. ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangula igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 Si linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uerò proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri ęquidiſtare neceſſe eſt.

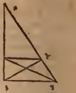
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e, æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c, dico qood erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, linea d e erit ęquè diſtans lineę b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritq; per 37 primi, triangulus e d b, ęqualis triangulo d e c, propter id, quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, atq; per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrunq; illorum, erit una, ſed proportio eius, per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineę a d ad lineam d b, & ad triāgulum d e c, ſicut lineæ a e ad lineā e c. Nam ipſe cū utroq; illorum eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primū. Et ſi hoc fuerit, erit per præmiſſam ipſius a d e ad utrunq; illorum proportio una, quare per ſecundam partem 9 quinti, ipſi ſunt adinuicem æquales, & qoia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadē parte: erit per 39 primi, linea d e æquidiſtās lineæ b c: quod eſt ſecundū.



Euclid ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter ſecat ipſius trianguli latera: & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus. 2

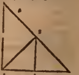
THEON ex Zamb. *Trianguli enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quòd eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic eſt γ ε, ad ε α. Connectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε: in eadẽ enim ſunt baſi δ ε, & in eiſdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddã triangulũ α δ ε, æqualia autẽ (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationẽ. Eſt igitur ſicut triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε: ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed ſicut quidẽ triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic eſt β δ, ad δ α. ſub eadẽ nanq; altitudine perpendiculari, ſcilicet ab ε in α β, ducta cum ſint, ad ſe inuicẽ ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulum γ δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic γ ε, ad ε α, & ſicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, ſic γ ε ad ε α. Sed iam ipſius α β γ trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter ſecentur, ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, & connectatur δ ε. Dico q; parallelus eſt δ ε, ipſi β γ. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α: ſed ſicut quidem β δ, ad δ α, ſic triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, (per 1 ſexti) ſicut autem γ ε, ad ε α, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε: (per eandem) & ſicut igitur (per 11 quint) triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Vtrunque igitur ipſorum β δ ε, & γ δ ε, triangulorum, ad α δ ε, eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur (per eandem) eſt triangulum β δ ε, triangulo γ δ ε, & in eadem ſunt baſi δ ε, æqualia autem triangula & in eadem baſi exiſtentia, etiam in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δ ε, ipſi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat trianguli latera: & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones cõiungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uerò duæ partes baſis, quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere neceſſariò comprobatur. 3

CAMP. Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia: dico quòd proportio b d ad d c, eſt ſicut b a ad a c, & econuerſo. protrahã enim b e, æquidiſtantem a d, & producam c a, quouſq; concurrat cum b e, in puncto e, eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d: & per ſecũdam partem eiuſdem, angulus c, angulo d a c: quare angulus e, eſt æqualis angulo e b a, ergo per ſextam primi, e a eſt æqualis a b: & ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c, eſt ſicut b a ad a c: ſed per præmiſſam e a ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c, ſicut b d ad d c, quod eſt primum. Secunda pars, quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo Manente enim eadẽ diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c, eſt ſicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c, ergo primam partem 9 quinti e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e a & e b, ſunt æquales: igitur per primam & ſecundam partem 29 primi, angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c: quod eſt ſecundum.



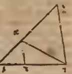
Euclides ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

Si trianguli angulus bifariàm ſecetur, diſpeſcens autẽ angulum recta linea ſecuerit & baſin baſis ſegmenta, eandẽ habebunt rationẽ reliquis ipſius trianguli lateribus: & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationẽ reliquis ipſius triãguli lateribus, à uertice ad ſectionẽ cõ- 3

iuncta

Iuncta recta linea biſariam diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

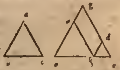
THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, ſeceturq́; (per 9 primi) angulus β α γ, biſariam per rectam lineam α δ. Dico quòd eſt ſicut β δ, ad γ δ, ſic eſt β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε: & quoniam in parallelos α δ & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui eſt ſub β α δ, ſupponitur æqualis: & angulus igitur β α δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniã in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β α ε, (per 28 primi) angulus exterior β α δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ: oſtenſum autem eſt, q, angulus α γ ε, angulo β α δ, eſt æqualis, & angulus α γ ε igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi) eſt æquale. Et quoniam trianguli β γ ε, ad unum latus ε γ, parallelus acta eſt α δ, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti,) & (per 11 quinti) ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε. Aequalis autem eſt α ε, ipſi α γ. eſt igitur ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α ad α γ. Sed eſto ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quòd biſariam ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ γ, ſic eſt β α, ad α γ, ſed ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε, (per ſecundam ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unum latus ε γ, acta eſt parallelus α δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti: æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare et angulus qui ſub α ε γ, (per quintam primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui eſt ſub α β δ eſt æqualis: angulus autem α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α δ, angulo eſt æqualis: igitur β α δ, æqualis eſt angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, biſariam diſcinditur ſub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur biſariam ſecetur, eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebũt rationem reliquis trianguli lateribus: & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin coniuncta recta linea biſariam ſecat ipſius trianguli angulum: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

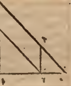
4 Omnium duorum triangulorũ, quorum anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: ſitq́ angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c, angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c, eſt ſicut e f ad b c. ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unam, quæ ſit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius, qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio, aut extremus extremo: ſed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq́ a f c, ipſe idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c, eſt æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primã partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum, quæ ſit g f: eritq́ per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c, ſicut e d ad d g, erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 4.*

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



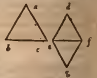
THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε, æquum habentia angulum, qui ſub α β γ ei qui ſub δ γ ε eſt angulo, & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub δ ε γ. Dico quòd triangulorum α β γ & δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decimanſeptimam primi)*

æqualis

æqualis autẽ eſt angulus α γ β, ei qui eſt ſub δ α γ angulo: anguli igitur α β γ et δ ε γ, duobus rectis ſunt mi- nores. Igitur β α & ε δ productæ, in congreſſum ueniunt. Congrediantur, conueniantq́; in ζ: et quoniã per hypotheſin angulus δ γ ε, angulo α β γ eſt æqualis: parallelus eſt (per 28 primi) β ζ ipſi γ δ. Rurſus quoniam per hypotheſin, angulus α γ β æqualis eſt angulo δ ε γ: parallelus eſt, per 28 primi, α γ ipſi ζ ε, parallelogrã mum igitur eſt, ζ α δ γ. Aequalis igitur eſt ζ α, ipſi δ γ, & α γ ipſi ζ δ. Et quoniã per 2 ſexti, triãguli β ζ ε ad latus unũ ζ ε parallelus actæ eſt α γ: eſt igitur ſicut β α ad α ζ, ſic β γ ad γ ε. Aequalis autẽ eſt α ζ ipſi γ δ. Si- cut igitur, per 11 quinti, β α ad γ δ, ſic β γ ad γ ε: & uiciſſim, per 16 quinti, ſicut α β ad β γ, ſic δ γ ad γ ε. Rurſus quoniam parallelus eſt γ δ ipſi β ζ: eſt igitur, per 2 ſexti, ſicut β γ ad γ ε, ſi ζ δ ad δ ε. Aequalis au- tem eſt ζ δ ipſi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, ſic α γ ad δ ε: uiciſſim igitur, per 16 quinti, ſicut β γ ad γ α, ſic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonſtratum eſt, q̃ ſicut α β ad β γ, ſic δ γ ad γ ε: ſicut autem β γ ad γ α: ſic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur, per 22 quinti, ſicut β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorum pro portionalia ſunt, quæ circum æquales angulos ſunt latera, eiuſdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis late- ra ſubtenduntur: quod fuit demonſtrandum. *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 5.*

OMnium duorũ triangulorũ, quorũ cunctorũ laterum ſe- ſe reſpicientium eſt proportio una, anguli lateribus pro- portionalibus contenti, æqui ſibijnuicẽ eſſe probantur.

CAMP. Hæc eſt conuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa unam concluſio nem, ſicut fecit in 1 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eiſdem medijs de- monſtratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c, ad e f, dico q́ angulus a, eſt ęqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angu- lus c angulo f. Conſtituam ſuper lineam e f, in oppoſita parte trianguli d e f, angulumq; f e g æqualem angulo b, & angulum e f g ęqualem angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g. ęqualis an- gulo a: ergo per pręmiſſam, proportio a b ad e g. & a c ad f g, ſi- cut b c ad e f, quare a b ad d e, ſicut ad e g. & a c ad d f, ſicut ad f g. igitur per ſecundam partem 9 quinti, d e, eſt æqualis e g, &

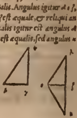


per eandem d f, ęqualis f g. quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, ſunt ęquianguli, quia er- go triangulus g e f, eſt etiam æquiangulus triangulo a b c, conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

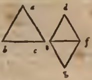
TEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia habentia, ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, ſicutq́; β γ ad α, ſic ε ζ ad δ ζ. Et præterea ſicut β α ad α γ, ſic ε δ ad δ ζ. Dico quod æquiangu- lũ eſt α β γ triangulũ, triangulo δ ε ζ: æqualesq́; habebũt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtẽ- duntur: hoc eſt, angulum α β γ angulo δ ε ζ: & angulum β γ α angulo ε ζ δ, & inſuper angulum β α γ, angu lo ε δ ζ. Conſtituatur per 23 primi, enim ad rectam lineam ε, ad ſignaq́; in ea ε ζ, angulo quidem α β γ æqua- lis angulus ζ ε η, angulo autẽ α γ β æqualis qui eſt ſub ε ζ η. Reliquus igitur angulus qui ſub β α γ, reliquo qui ſub ε η ζ eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo ζ ε η. Triangulorũ igitur α β γ & ε η ζ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, per 4 ſexti, eiuſdemq́; triangulis latera ſubtẽduntur. Eſt igitur ſicut α β ad β γ, ſic η ε ad ε ζ. Sed ſicut α β, ad β γ, ſic ſupponitur δ ε ad ε ζ. Igitur ſicut δ ε ad ε ζ, ſic η ε ad ε ζ, utrũq; igitur ipſorũ δ ε & η ε, ad ε ζ eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur, per 9 quin ti, eſt δ ε, ipſi ε η. Id propterea & δ ζ, ipſi ζ η eſt æqualis. Quoniã igitur æqualis eſt δ ε ipſi ε η, cõmunis au- tẽ ε ζ, duæ igitur δ ε & ε ζ duabus η ε & ε ζ ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi ζ η eſt æqualis. Angulus igitur δ ε ζ, per 8 primi, angulo η ε ζ eſt æqualis, & triangulũ δ ε ζ (per 4 primi) triangulo η ε ζ eſt æquale, & reliqui an guli reliquis angulis æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δ ζ ε angulo η ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε η ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo η ζ ε eſt æqualis, ſed angulus η ε ζ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur ei qui ſub ζ ε δ angulo eſt æqualis. Id pro pterea & angulus α β γ angulo δ ζ ε eſt æqualis: & inſuper angulus qui ad α & qui ad δ. Aequiangulum igitur eſt triangulum α γ β, triangulo δ ε ζ. Si bina triã gula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 OMnes duo triãguli, quorū unus angulus unius uni angulo alterius ęqualis, lateraq́ꝫ illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia, ſunt inter ſe inuicem ęquianguli.

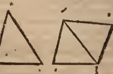
CAMP. Maneat prior diſpoſitio, & ſit ſolū angulus b, ęqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, ſicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f eſſe ęquiãgulos. Cùm ſit prima per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis, a b ad e g, ſicut b c ad e f: erit a b ad d e, ſicut a b ad e g: quare per ſecundã partē nonæ quinti d e, eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterqꝫ eſt æqualis angulo b: ipſi erūt per 4 primi, ęquianguli: & quia e g f eſt etiã æquiangulus a b c, patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 Si bina triãgula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erūt triangula, & ęquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

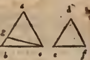
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui ſub β α γ, uni angulo qui ſub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circū æquales angulos latera proportionalia, ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ. Dico q. triangulū α β γ, æquiangulū eſt ipſi triangulo δ ε ζ, & æqualē habebit angulū α β γ, angulo δ ε ζ, & angulū α γ β, angulo δ ζ ε. Conſtituatur enim (per 23 primi) ad rectã lineam δ ζ, ad ſignaq; in ea δ ζ, utriq; ipſorū β α γ, & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autē α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η eſt æqualis. Aequiangulū igitur eſt triangulū α β γ, triangulo δ η ζ. Proportionaliter igitur eſt, ſicut β α, ad α γ, ſic η δ, ad δ ζ, (per 4 ſexti.) Receptum autē eſt, q. ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, ſic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur eſt (per 9 quinti) ε δ, ipſi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ, ſunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypotheſin) angulo η δ ζ, eſt æqualis. Baſis igitur ε ζ, (per 4 primi) baſi η ζ eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui ſub δ ζ η, ei qui ſub α γ β, eſt æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui ſub δ ζ ε, eſt æqualis. Receptum autem eſt, quòd angulus β α γ, ei qui ſub ε δ ζ eſt, angulo æqualis eſt, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, eſt æqualis. æquiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erunt ipſa triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI fuerint duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoq́ꝫ ſuorū reliquorum angulorū lateribus proportionalibus cõtenti, duorū uerò demum reliquorū uterqꝫ aut neuter recto angulo minor, neceſſe eſt illos duos triangulos omnibus ſuis angulis inter ſe inuicem æquiangulos eſſe.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, ſitq́ꝫ angulus a, ęqualis angulo d, & proportio a c ad d f, ſicut c b a ad f e, & uterqꝫ duorum angulorum b & e, aut neuter, ſit minor recto, dico eos eſſe æquiangulos. Si enim angulus c unius, eſt æqualis angulo f alterius, patet propoſitum per præmiſſam. Sin autē, ſit c maior, fiatq́ꝫ angulus a c g, æqualis eidem, eritq́ꝫ per 32 primi, triangulus a g c, ęquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c ad f, ſicut

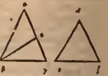


ſicut g c, ad d f, ſed ſic fuit b c ad e f, ergo per nonā quinti, g c & b c, ſunt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eſt ęqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorū b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non eſſe minores duobus rectis, quod eſſe nō poteſt per 17 primi. Quod ſi uterq; fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e ſibi æqualis, eſt etiā recto maior, quod eſt cōtra hypotheſin: quare deſtructo oppoſito remanet propoſitum. Oportet autem utrunq; angulorum reliquorum, aut neutrū eſſe minorem recto: poſsibile enim eſt in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c eſſe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earū una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius ſit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & próportio lineæ a c, prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis. & hoc eſt, propter hoc quod angulus g minoris, eſt maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui ſunt ad baſin, eſt minor recto.

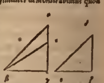
Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

Si bina triangula unum angulum uni angulo ęqualem habuerint, 7
circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque ſimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.

THEON *ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum ſcilicet qui ſub β α γ ei qui eſt ſub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uerò qui ad γ ζ, primo utrunq; ſimul maiorem recto. Dico q. æquiangulum eſt α β γ triangulum, ipſi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eſt angulus α β γ, ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus α β γ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectā lineam, ad ſignumq; in ea β, ipſi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniam æqualis eſt angulus qui ad α ei qui eſt ad δ, & angulus α β η ei qui ſub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε eſt æqualis. Aequiangulū igitur eſt triangulū α β η, triangulo δ ε ζ. Eſt igitur (per*



ἀνάπαλιν *4 ſexti) ſicut α β ad β η, ſic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ * recipitur, ſic α β ad β γ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, ſic α β ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipſorū β γ & β η, eandem habet rationem, æqualis igitur eſt β γ ipſi β η. Quare per quintam primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui ſub β γ η eſt æqualis: ſed minor recto ſubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eſt*
ἐφεξῆς *angulus qui ſub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinſecus ipſi angulus α η β, maior eſt recto: & oſtenſum eſt q. æqualis eſt ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto, quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minimè eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem eſt & qui ad α ſignū ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulū α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rurſus ſupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurſus q. & ſic eſt æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eiſdem nempe diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus quòd æqualis eſt β γ, ipſi β η: quare & angulus qui ad γ, ei qui ſub β η γ eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eſt angulus qui eſt ſub β η γ. Triāguli igitur β η γ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non ſunt minores, quod eſt impoſsibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: eſt autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorū uerò utrunq; ſimul uel minorē uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

Si ab orthogonīj angulo recto, ad baſin linea perpendicularis ducatur, fient duo triāguli partiales, toti triangulo, & ſibijnuicem ſimiles. 8

CORRELARIVM.

Vnde etiã manifeſtũ eſt, quia in omni triangulo rectãgulo, ſi ab eius angulo recto ad baſim perpẽdicularis ducatᷣ, erit ipſa perpẽdicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis: itemq́ꝫ utrũqꝫ latus inter totam baſim atqꝫ ſibi conterminalem baſis portionem.

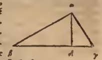
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusq́ꝫ angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad baſim, dico quòd uterqꝫ duorum triangulorum partium, qui ſunt a b d, a d c, ſimilis eſt totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: eſt enim uterque ipſorum ęquiangulus totali per 32 primi, eo quòd uterque eſt orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & ſibi inuicem ſunt æquianguli, ita quòd angulus b eſt æqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c, & duo anguli qui ſunt ad d, ſibi inuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos reſpicientia, ſunt proportionalia: ergo per diffinitionem ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Vtrunqꝫ correlarium ex his euidenter apparet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si in triangulo rectãgulo ab angulo recto in baſim perpẽdicularis agatur, quæ ad perpẽdicularẽ triãgula, ſimilia ſunt toti & adinuicẽ.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui ſub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd ſimile eſt utrunqꝫ ipſorum α β δ, & α δ γ triangulorũ, toti α β γ, & inſuper adinuicem. Quoniã enim (per 4 poſtulatum) æqualis eſt angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterqꝫ eſt, cõmunis autem eſt ipſorũ duorum triangulorũ α β γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, eſt æqualis (per 32 primi) Aequiangulũ igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α β δ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut γ β, ſubtendens angulũ rectum α β γ, trianguli ad β α, ſubtendentẽ rectum angulum ipſius α β δ trianguli: ſic eadem α β, ſubtendens angulum qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ, ſubtendentem æqualẽ angulum β α δ, ipſius α β δ, trianguli, & inſuper α γ, ad α δ, ſubtendentẽ angulum qui ad β, communẽ duorum triangulorum. Triangulũ igitur α β γ, triangulo α β δ, æquiangulum eſt, (per 7 ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt, latera proportionalia habet. Simile igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionem ſexti.) Similiter iam oſtẽdemus quòd & triangulo α δ γ, ſimile eſt triangulum α β γ, utrunque igitur ipſorum α β δ, & α δ γ, triangulorum ſimile eſt toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem ſunt ſimilia triangula α β δ, & α δ γ. Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, eſt æqualis (per 4 poſtulatum) ſed & angulus β α δ, ei qui ad γ oſtenſum eſt, quod eſt æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ſub δ α γ, eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β δ, triangulo α δ γ, eſt igitur ſicut β δ, ipſius α β δ, trianguli ſubtendens angulũ qui ſub β α δ, ad δ α ipſius α δ γ, trianguli ſubtendentẽ angulum qui ad γ, æqualem ei qui ſub β α δ, ſic ipſa α δ, trianguli α β δ, ſubtendens angulum qui ad β, ad δ γ, ſubtendentem angulum qui ſub δ α γ, ipſius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad β, & inſuper β α ad α γ, ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem ſimilia ſunt toti & ad inuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

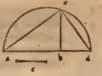


CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſim perpendicularis agatur: acta, ipſius baſis ſegmentis media proportionalis. Et inſuper ipſius baſis, & uniuſcuiuſqꝫ ſegmentorũ, latus quod ad ſegmentum, medium proportionale eſt: quod erat demõſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DVabus lineis propoſitis tertiam inter eas ſub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, ſitq́ꝫ tota ex eis compoſita a d, ita quòd b d, ſit æqualis c, & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d, & produco b e uſque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, eſſe quam quærimus: produco enim li-

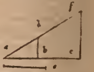


neas e a & e d, eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partem correlarij præmiſſæ, proportio a b ad b e, ſicut b e ad b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate 10
ſubiungere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate ſubiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, ſit'que a d, ei æqualis: & produco lineam a b uſque ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem, quā & lineam a d e produco, quouſque concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f, eſſe quam quærimus: eſt enim per ſecundam huius, proportio a b ad b e, ſicut a d ad d f: ſed a b ad b e, eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d, ſicut a d ad d f: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio* Quòd ſi propoſitis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundam: ex prima & ſecunda fiat linea una, & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur, & á communi termino primæ & ſecūdæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ, & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans, quouſque concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta. eritq; per ſecundam huius, linea quam hæc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur, quemadmodum ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

AB aſsignata linea, quotamcumque iubearis partem ab- 11
ſcindere.

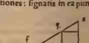
CAMPANVS. Sit a b linea aſsignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abſcindere, coniungo ea angulariter, ut contingit lineam indefinitæ quantitatis, quæ ſit a c: á qua reſeco tres æquas portiones, quæ ſunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, ſibi æquidiſtantes: dico a f eſſe tertiam a b: eſt enim per ſecundam huius, proportio c d ad d a, ſicut b f ad f a, quare coniunctim e a ad d a, ſicut b a ad f a. Cum igitur c a ſit tripla ad d a, patet a f eſſe tertiam a b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

DVabus lineis propoſitis, altera indiuiſa, altera per partes 12
diuiſa, indiuiſam quidem admodum diuiſæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter, ut continget, coniungam a b & a c, ſitq; a b diuiſa in tres uel qualeſcunque portiones: ſignatis in ea punctis d & e, uolo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineam a c: cum igitur ipſas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidiſtantes ei d f & e g. dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b. protraham enim f a æquidiſtantem a b, quæ ſecet e g in puncto k, erit'que per ſecundam huius, proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a, & c g ad g f: ſicut h k ad k f, quare & ſicut b e ad e d, per 34 primi & ſecundam partem 7 quinti. quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & ſeptimam quinti, minus duabus.

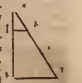


Quinque ſequentes, ex Zamberto Euclidis propoſitiones, præpoſtero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent: nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cum additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 9.

9 Data recta linea, imperatam partem abſcindere.



THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipſa α β, imperatam partem abſcindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & ſumatur contingens ſignum ſuper α γ, ſitq́; illud δ, & ponatur ipſi α δ, (per 2 primi) æqualis δ ε, et ε γ, & cõnectatur β γ, & per δ, ipſi β γ, (per 31 primi) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt ζ δ, parallelus, proportionalis igitur eſt (per 2 ſexti) ſicut γ δ, ad δ α, ſic β ζ ad ζ α, dupla autem eſt γ δ, ipſius δ α, dupla eſt igitur & β ζ, ipſius ζ α. Tripla enim eſt β α, ipſius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata eſt α ζ: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 10.

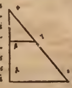
10 Datam rectam lineam non ſectam, datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare.



THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea non ſecta α β, ſecta verò ſit α γ, oportet iam lineam α β, non ſectam, ſecare ſimiliter lineæ α γ, ſectæ. Sit linea α γ, ſecta in ſignis quidem δ ε, & ſitæ ſint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ ε, ipſi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi) & per δ, ipſi α β, parallelus excitetur δ θ η, (per eandem) parallelogrammum igitur eſt utrunque ipſorum ζ θ, & θ β, æqualis igitur eſt quidem δ θ, ipſi ζ η, & θ η ipſi η θ: & quoniam trianguli δ η γ, ad unum laterum η γ, recta linea acta eſt θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 ſexti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic η θ, ad θ δ, æqualis autem eſt η θ, ipſi β η, & θ δ, ipſi η ζ. Eſt igitur (per 2 quinti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Rurſus quoniam triãguli α η ε, ad unum latus η ε, parallelus acta eſt ζ δ, proportionaliter igitur eſt (per 2 ſexti) ſicut ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. patuit autem quòd ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Eſt igitur ſicut quidem γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ, ſicut autem ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non ſecta α β, datæ rectæ lineæ ſectæ α γ, ſimiliter ſecta eſt: quod facere oportebat.

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 11.

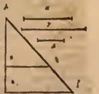
11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & ſitæ ſint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipſis β α, et α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad ſigna δ ε, & ponãtur (per 2 primi) ipſi α γ, æqualis β δ, & connectatur β γ. & per δ (per 31 primi) ipſi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniã igitur triãguli α δ ε, ad unũ latus δ ε, acta eſt parallelus β γ, proportionaliter eſt (p 2 ſexti) ſicut α β, ad β δ, ſic α γ ad γ ε, æqualis autẽ eſt β δ, ipſi α γ, eſt igitur ſicut α β, ad α γ, ſic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuẽta eſt γ ε: quod oportebat facere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12.

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipſis α β γ quartam proportionalem inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ: angulum contingentem comprehẽdentes cum qui eſt ſub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipſi quidem α, æqualis δ η, ipſi autem β, æqualis η ε, & inſuper ipſi γ, æqualis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, ſitq́; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta eſt parallelus η θ, igitur (per 2 ſexti) eſt ſicut δ η, ad η ε, ſic δ θ, ad θ ζ, æqualis autem eſt δ η, ipſi α, & η ε, ipſi β, & δ θ, ipſi γ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic γ ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta eſt θ ζ: quod oportebat facere.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. Sint duæ rectæ lineæ α β & β γ, oportet iã ipſarũ

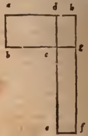
α β, &

α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Diſponatur (per 14 primi) in rectas lineas, deſcribaturq́; ſuper α γ ſemicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi) à ſigno β, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, et cõnectantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij) in ſemicirculo angulus, qui eſt ſub α δ γ, rectus eſt, & quoniam in rectãgulo triangulo α δ γ, à rectangulo in baſim perpendicularis deducta eſt δ β, igitur per corrrelarium octauæ ſexti) δ β, ipſius baſis ſegmentis α β, & β γ, media proportionalis eſt. Duabus igitur datis rectis lineis α β & β γ, media proportionalis inuenta eſt δ β: quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

SI duæ ſuperficies ęquidiſtantiũ laterum, quarũ unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, ęquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekeſia eſſe. Si uerò latera duos ęquos angulos continentia, mutekeſia fuerint, duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt. 15

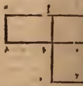
CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquidiſtantiũ laterum & æquales, ſitq́ angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, eſſe ſicut e c ad c d, & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas ſuperficies æquidiſtantium laterum eſſe æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius, cum angulo c alterius, ita quòd duo latera earum quæ ſunt b c & c g fiant linea una, eruntq́ ſimiliter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui ſequeretur per pręſentẽ hypotheſim, quæ eſt angulum c unius eſſe æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem eſſe æqualem toti, complebo itaq́ ſuperficiem æquidiſtantium laterum, productis lineis a d & f g, quouſque concurrant in h, eritq́ per primam partem 7 quinti, utriuſque ſuperficiei a d c & c f ad ſuperſiciem c h proportio una, & quia per primam huius proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ c h, ſicut lineę b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiem c h, ſicut e c ad c d, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secunda pars ſic patet, per primam enim huius, eſt proportio b c ad c g, ſicut a c ad c h, & e c ad c d, ſicut c f ad eandem c h: & quia poſitum eſt quòd proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad d: erit utriuſq́ duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, eſt æqualis c f: ſicq́ patet ſecunda pars.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 13.

Æqualium, & unum uni ęqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq́ ſunt æqualia. 15

THEON ex Zamb. *Sint æqualia parallelogramma α β, & β γ, æquales habentia angulos qui ad β, & conſtituantur (per decimamquartã primi) in rectas lineas δ β & β ε, in rectas lineas igitur ſunt ζ β, & β η. Dico quòd ipſorum α β, & β γ, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc eſt quòd ſicut eſt β δ, ad β ε, ſic eſt η β, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypotheſim) æquum eſt α β, parallelogrammum ipſi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε, eſt igitur (per ſeptimam quinti) ſicut α β, ad ζ ε, ſic β γ ad ζ ε. Sed ſicut quidem α β, ad ζ ε, ſic δ β ad β ε, ſicutq́; β γ, ad ζ ε, ſic η β, ad β ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ β, ad β ε, ſic η β, ad β ζ. Ipſorum igitur α β, & β γ, parallelogrammum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos.*



Verùm ſint latera reciproca quæ circum æquales ſunt angulos, eſtoq́; ſicut δ β ad β ε, ſic η β ad β ζ. Dico quòd æquale eſt parallelogrammum α β ipſi β γ, parallelogrammo. Quoniam enim eſt ſicut δ β, ad β ε, ſic η β, ad β ζ, ſed ſicut quidem δ β, ad β ε, ſic (per 1 ſexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammũ ſicut autẽ η β, ad β ζ: ſic β γ parallelogrammũ ad ζ ε, & ut igitur (p 11 quinti) α β, ad ζ ε, ſic β γ ad ζ ε, æquum

igitur

igitur eſt α β, parallelogrammum, ipſi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius ęqualis, ęquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si uerò latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekeſia, duo trianguli æquales eſſe comprobantur,

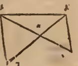
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, eſſe ſicut d c ad c b: & ſi fuerit proportio a c ad c e, ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triãgulos eſſe ęquales. Cõiungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiãt linea una, eruntq; ſimiliter b c & c d, linea una, aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipſum eſt, ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundem ſicut d c ad c b, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secunda pars econuerſo probatur, quia a c ad c d eſt, ſicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, ſicut ſecundi ad eundem, per primam huius, & quia poſitum eſt ut ſit a c ad c e, ſicut d c ad c b, erit utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipſi ſunt æquales, ſicq; patet ſecunda pars.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 15.*

15 Æqualium & unũ uni æqualem habentiũ angulum triãgulorum reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia.

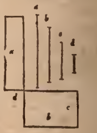
THEON ex Zamb. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unũ uni æqualem habentia angulum, eum ſcilicet qui ſub β α γ: ei qui ſub δ α ε. Dico quòd ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Conſtituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas γ α, ipſi α δ. In directum igitur eſt ε α, ipſi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypotheſim) æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ. eſt igitur (per 7 quinti) ſicut angulum α γ, ad ipſum β α δ triangulum, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed ſicut quidem α β, ad β α δ, ſic γ α, ad α δ, ſicut autem (per primam ſexti) ε α δ, ad β α δ, ſic ε α, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, ſic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca ſint latera ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, eſtoq; ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Dico quòd æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rurſus β δ, quoniam eſt ſicut γ α, ad α δ ſic ε β, ad α β, ſed ſicut quidem γ α, ad α δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: ſicut autem ε α, ad α β, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: ſicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipſorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Aequum igitur eſt (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15*

15 SI fuerint quatuor lineę proportionales, quod ſub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si uerò quod ſub prima & ultima continetur,

æquum fuerit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

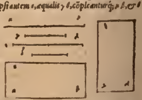


CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, ſitq́; proportio a ad b, ſicut c ad d. dico quòd ſuperficies contenta ſub a & d, æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c, & ſuperficies contenta ſub a & d, eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c, dico quòd proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies contenta ſub a & d, & ſuperficies contenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d, latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia, ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraque eſt rectorum angulorum, quare per ſecundam partem 13 huius, ipſi ſunt æquales: quod eſt primum. Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales, quia omnes anguli earum ſunt recti, latera earum erunt mutekeſia, quare proportio a ad b, ſicut c ad d, quod eſt ſecundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 16.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, quatuor rectę lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales αβ γδ ε ζ, ſicut αβ ad γδ, ſic ε ad ζ. Dico quòd ſub ipſis αβ, & ζ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub γδ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab α γ, ſignis, ipſis αβ, & γδ, rectis lineis, ad angulos rectos ακ, & γθ. & ponatur (per ſecundam primi) ipſi ζ, æqualis ακ, ipſi autem ε, æqualis γθ, cõpleanturq́; κβ, & θδ, parallelogramma. Et quoniam eſt ſicut αβ ad γδ, ſic eſt ε, ad ζ, æqualis autem eſt ε, ipſi γθ, & ζ, ipſi ακ, eſt igitur ſicut αβ, ad γδ, ſic γθ, ad ακ. Igitur (per 14 ſexti) βκ, & δθ, parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammum βκ, ipſi δθ, parallelogrammo, & eſt βκ, id quod ſub αβ, & ζ, æqualis enim eſt ακ, ipſi ζ. At δθ: id eſt quod ſub γδ, & ε, æqualis enim eſt γθ, ipſi ε. Igitur quod ſub αβ, & ζ, cõtinetur rectangulũ, æquum eſt ei quod ſub γδ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod ſub αβ, & ζ, comprehenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub γδ, & ε, continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, ſicut αβ, ad γδ, ſic ε, ad ζ. Eiſdem namq; conſtructis quoniam quod ſub αβ, & ζ, æquum eſt ei quod ſub γδ, & ε, & eſt quidem quod ſub αβ & ζ, ipſum βκ, æqualis enim eſt ακ, ipſi ζ, quod autem ſub γδ, & ε, eſt ipſum δθ, æqualis enim eſt γθ, ipſi ε, igitur βκ, æquum eſt ipſi δθ, & æquiangula ſunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Eſt igitur (per 10 quinti) ſicut αβ, ad γδ, ſic γθ, ad ακ, æqualis autem eſt γθ, ipſi ε, & ακ, ipſi ζ: eſt igitur ſicut αβ, ad γδ, ſic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs comprehenditur rectangulo. & ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*

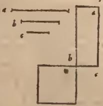


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI fuerint tres lineę proportionales, quod ſub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à ſecunda quadrato deſcribitur. Si uerò quod ſub prima & tertia continetur, æquum ei quadrato quod à ſecunda producitur, ipſæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMP-

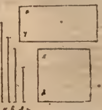
CAMP. Sit proportio lineę a ad lineam b, ſicut lineę b ad lineam c, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & c æqualis eſt quadrato b, & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b, eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit ęqualis b, ita quòd b, ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſit. 17.*

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, ęquũ eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis cõtinetur rectãgulum, æquũ fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineę proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ.* Dico quòd *ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex β quadrato. Ponatur (per 2 primi) ipſi β, æqualis δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin) ſicut α ad β, ſic β, ad γ, æqualis autem eſt β. ipſi δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo (per 16 ſexti.) Igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Sed quod ſub β δ, id eſt quod ſit ex β, æqualis enim eſt β, ipſi δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex β. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic β ad γ. Eiſdem namq; constructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex β, ſed quod ex β, id eſt quod ſub β δ, æqualis enim eſt β, ipſi δ, igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Si autem quod ſub extremis æquũ fuerit ei quod ſub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti.) Eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Aequalis autem eſt β ipſi δ, ſicut igitur α ad β, ſic β ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenditur rectangulũ, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*



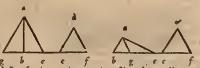
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI fuerint duo trianguli ſimiles, proportio alterius ad alterum eſt tanquam proportio cuiuslibet ſui lateris ad ſuũ relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem conſtitutam ſuper ſecundam, cùm fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq́ per primam diffinitionem, æquianguli, & laterum proportionaliũ. Sit ergo angulus a, ęqualis angulo d; & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq́ proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in continua proportionalitate: quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq́ per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

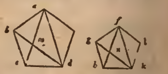


proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorum erit una proportio, ſed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit ęqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotieſcunq; ſumpta. Iſtam eandem paſsionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium, quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, nondum patet niſi de triangulis, ſed demonſtrata ſequente, patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente, quia eſt correlarium huius, non autem ſequentis: ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

Omnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atq; numero æquales, eſtq; proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuū latus alterius, proportio duplicata. 18

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pētagoni a b c d e, f g h k l ſimiles, dico quòd ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quòd proportio alterius eorū ad alterū, eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata: ducātur enim lineæ duę a c & a d itēq;, f h & f k, eritq; per pręſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiāgulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoq; per hāc communem ſciētiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k: nam ipſi pentagoni poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt, erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionē ſimilium ſuperficierum, quare cum ipſi ſint numero æquales, patet primum. Secundū ſic: protrahātur b d, quæ ſecēt a c in puncto m, & g k quæ ſecēt f h in puncto n, eritq; triāgulus b c d, æquiāgulus triangulo g h k per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n: & a m ad f n, ſicut m d ad n k: quare per 11 quint b m ad g n, ſicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n, ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d, & per eādem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, ſicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h k: quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h k. Eadem ratione probabis, q; & ſicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonū, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitum. Ex quo rurſus patet correlarium præcedentis. Aliter poteſt demonſtrari ſecundum: cùm enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur, ſint adinuicem ſimiles, erit per præcedentem proportio a b c ad f g h, ſicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: ſicut d e ad k l duplicata. quia igitur omnes hę proportiones duplicatæ, ſunt æquales, propter hoc quod poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonū, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio duplicata.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Supra datam lineā, datæ ſuperficiei ſimilē ſuperficiem deſcribere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei, quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & ſuper punctum a conſtituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & ſuper punctum b, conſtituo alium angulum, qui ſit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quouſque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d. & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulū in h b k, ducta linea b k, ęqualē angulo g d f: & angulū k b l, ducta linea b l, æqualē angulo

angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualem angulo d f e, eritq́ perfectus pentagonus qui conſtituẽdus erat ſuper lineam a b, eſt enim ęquiangulus dato pentagono propter ęqualitatem angulorum triangulorum, in quos eſt uterq́ diuiſus, ſed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipſorum triangulorum, quę ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum, pentagonus conſtitutus ſuper lineam a b, eſt ſimilis pentagono dato: quod eſt propoſitum.

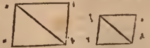


Tres ex Zamberto ſequentes propoſitiones, tribus pręcedentibus ex Campano, conuerſo ordine reſpondent prima ultimę, media primę, & ultima medię.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 18.*

18 A' data recta linea, dato rectilineo ſimile ſimiliterq́ poſitum rectilineum deſcribere.

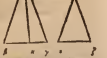
TEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea α β, datum uerò rectilineum γ ε, oportet iam à data α β recta linea, ipſi γ ε rectilineo ſimile ſimiliterq́ poſitum rectilineum deſcribere. Connectatur δ ζ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad ſignaq́ in ea α β, ei qui ad γ, eſt angulo æqualis angulus α η β, ei autem qui eſt ſub γ δ ζ, æqualis angulus α β η: reliquus igitur qui ſub γ δ ζ, ei qui ſub α η β, eſt æqualis, æquiangulū igitur eſt ζ γ δ triangulum, ipſi η α β, triangulo (per 4 ſexti,) proportionaliter igitur eſt ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rurſus conſtituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam, ad ſignaq́ in ea β η, ei qui ſub δ ζ ε, eſt angulo æqualis angulus β η θ, ipſi autem ζ δ ε, qui eſt ſub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt triangulum ζ δ ε, triangulo η β θ, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ ε, ad η θ, & ε δ, ad θ β. oſtenſum autem eſt q. ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ζ, ad α η, ſic γ δ ad α β: & ζ ε ad η θ, & inſuper ε δ ad θ β. Et quoniam æqualis eſt angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo β η θ totus igitur qui ſub γ ζ ε, toti qui ſub α η θ, eſt æqualis. proptereа & qui ſub γ δ ε, ei qui ſub α β θ æqualis. Eſt autem & qui ad γ, ei qui ad α, æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad η, æquiangulum igitur eſt α θ, ipſi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos ſunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur eſt (per primam diffinitionẽ ſexti) α θ rectilineum, ipſi γ ε rectilineo. A' data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ε, ſimile ſimiliterq́ poſitum rectilineum deſcriptum eſt α θ: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 19.*

19 Similia triangula, adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad β angulum, ei qui ad ε, ſicutq́ α β, ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, ita ut β γ, & ε ζ, ſimilis rationis ſint. Dico quòd triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur nanq́ (per 10 ſexti,) ipſorum β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut ſit ſicut β γ, ad ε ζ, ſic ε ζ ad β η, connectaturq́ α η. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut α β ad δ ε, ſic β γ, ad ε ζ. Sed ſicut β γ ad ε ζ, ſic eſt ε ζ ad β η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β ad δ ε, ſic ε ζ ad β η. Igitur (per 15 ſexti) α β η, & δ ε ζ, triangulorū reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq́ ſunt æqualia (per eandem) Aequale igitur eſt triangulum α β η, triangulo δ ε ζ: & quoniam eſt ſicut β γ ad ε ζ, ſic ε ζ, ad β η: ſi autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiã duplicem habebit rationem, quàm ad ſecundam, igitur β γ, ad β η, duplicem rationem habet, quàm ad ε ζ, (per 10 diffinitionem quinti) Sicut autem γ β ad β η ſic (per 1 ſexti) α β γ triangulum ad α β η triangulum. Triangulum igitur α β γ ad α β η)per eandem diffinitionem)duplicem rationẽ habet, quàm β γ ad ε ζ. Aequale autem eſt triangulum α β η, triangulo δ ε ζ. Igitur et triangulū α β γ, ad triangulum δ ε ζ duplicem rationem habet, quàm β γ ad ε ζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum: quod oportebat demonſtrare.*



CORRE·

CORRELARIVM. Ex hoc utiq; manifeſtum eſt, quòd ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ſicut prima ad tertiam, ſic quòd à prima triangulum ad id quod eſt à ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum: quoniam oſtenſum eſt, quòd ſicut γβ ad βη, ſit triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 20

ἀνάλογα

THEON ex Zamb. Sint ſimilia polygona, αβγδε & ζηθκλ: ſimilis autem rationis, eſto αβ ipſi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonū ζηθκλ, duplā rationem habet quàm αβ ad ζη.

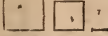
ἀνάλογα



Cōnectantur βε, εγ, ηλ, & λθ, & quoniā polygonū αβγδε (per hypotheſin) ſimile eſt polygono ζηθκλ, æqualis eſt angulus βαε ei qui ſub ηζλ eſt angulo, & eſt ſicut βα ad αε, ſic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula ſunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur eſt (per ſextam ſexti) triangulū αβε triangulo ζηλ: quare & ſimile. Aequalis autem eſt & angulus αβε, angulo ζηλ, eſt autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ eſt æqualis: & quoniā ob ſimilitudinem ipſorum αβε & ζηλ triangulorum, eſt ſicut εβ ad βα, ſic λη ad ηζ: ſed & propter ſimilitudinem polygonorum eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut εβ ad βγ, ſic λη ad ηθ, & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia ſunt: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipſi triangulo ληθ eſt ſimile. Id propterea etiam (per 1 ſexti diffinitionem) triangulum εγδ, ſimile eſt triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in ſimilia triangula diuiſa ſunt, & æqualia numero. Dico inſuper q; ſimilis rationis ſunt totis, hoc eſt, quòd ſunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: ſequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus hoc eſt, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: &, quoniam propter ſimilitudinem polygonorum, æqualis eſt angulus αβγ angulo ζηθ, et eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ, æquiangulum eſt igitur (per ſextam ſexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur eſt 22
angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui ſub βγα, ei qui ſub ηθζ. & quoniam æqualis eſt angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην eſt æqualis: et reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; oſtēdemus quod & triangulū βμγ, æquiangulum eſt triangulo ηνθ, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut quidem αμ ad μβ, ſic ζν ad νη. Sicut autē βμ ad μγ, ſic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ. Sed ſicut αμ ad μγ, ſic triangulū αβμ ad triangulū μβγ, & αμε ad εμγ, ad ſe inuicē enim ſunt. ſicut baſes (per 1 ſexti) Et ſicut unū antecedentiū ad unum ſequentium (per 12 quinti) ſic omnia antecedētia ad omnia ſequētia. Sicut igitur (per cōuerſionē primæ diffinitionis ſexti) triāgulum αμβ ad triangulū βμγ, ſic αβε ad γβε. Sed ſicut αμβ ad βμγ, ſic αμ ad μγ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ, ſic triangulū αβε ad triangulū εβγ. Propterea & ſicut ζν ad νθ, ſic triāgulum ζηλ ad triāgulū ηλθ. Eſtq; ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulū αβε ad triangulū βεγ, ſic triāgulū ζηλ ad triangulū ηλθ: et uiciſſim (per 16 quinti) ſicut triangulum αβε ad triangulū ζηλ, ſic triangulū βεγ ad triangulū ηλθ. Similiter quoq; oſtēdemus connexis βδ et ηκ, q; et ſicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, ſic triāgulum εγδ ad triangulū λθκ. Et quoniam eſt ſicut triāgulum αβε ad triangulū ζηλ, ſic triangulū εβγ ad triangulum ληθ, & etiā triangulum εγδ ad triangulum λθκ: et ſicut igitur (per 12 quinti) unū antecedentium ad unū ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur ſicut triangulum αβε ad triangulū ζηλ, ſic polygonū αβγδε ad polygonū ζηθκλ. Sed triangulū αβε ad triangulū ζηλ, duplam rationē habet quàm αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia enim triāgula in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterū (per 19 ſexti) et polygonū igitur αβγδε ad polygonū ζηθκλ, duplā habet rationē, quā αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in ſimilia triangula diuiduntur, & η inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad ὁμόλογα polygonum duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus: quod demonſtrare oportebat.

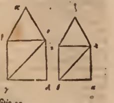
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuerſum manifeſtum eſt, quòd ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, & ſi ipſarum α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipſa α β ad ξ duplam habet rationē, quam α β ad ζ η, habet autē et polygonū ſiue quadrilaterū ad quadrilaterū duplam rationē, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt α β ad ζ η: patuit aūt hoc in triāgulis. Similiter aūt et in ſimilibus quadratis oſtēdetur, quod in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterū: patuit autem & in triāgulis.





II. CORR. Proinde etiam in uniuerſum eſt manifeſtum, q. ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad tertiam: ſic quæ à prima ſpecie ad eam quæ à ſecunda ſimilis, & ſimiliter deſcripta eſt.

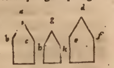
ALITER. Demonſtrabimus aliter & expeditius, ſimilis rationis eſſe triangula. Inſtruantur enim rurſus α β γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona: & cōnectantur ξ η β ε, ε γ, κ λ, & λ θ. Dico quòd eſt ſicut triangulum α β ε ad ζ η λ, ſic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim ſimile eſt triāgulum α β ε triangulo ζ η λ, igitur (per 19 ſexti) triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm β ε ad η λ. Id propterea et triangulū θ ε γ, ad triangulū κ λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Eſt igitur ſicut triangulum α β ε ad triangulū ζ η λ, ſic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rurſus quòniam triangulum ε β γ, ſimile eſt triāgulo λ η θ, igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Eſt igitur ſicut triāgulum β ε γ ad λ η θ, ſic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & ſicut ε β γ ad λ η θ, ſic α β ε ad ζ η λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β ε ad ζ η λ, ſic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ: & ſicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum conſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia: & reliqua, ut in priore demonſtratione: quod oportebat demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint uni ſuperficici ſimiles, quaslibet ſuperficies ſibiinuicem ſimiles eſſe neceſſe eſt.

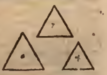
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, ſimilis pentagono g h k, dico eos eſſe ſimiles ſibinuicem. Eſt enim uterq; eorū æquiangulus pentagono g h k per cōuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum: quare ſunt æquianguli adiouicem. Similiter quoque per conuerſionem eiuſdem diffinitionis, proportio a b ad g h, ſicut a c ad g k, & g h ad d e, ſicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatē, a b ad d e, ſicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos, eſſe proportionalia. Per diffinitionem itaq; ſimilium ſuperficierum, ipſi ſunt ſimiles adinuicem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

21 Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſunt ſimilia.

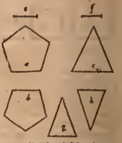
THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipſorum α β rectilineorum, ſimile ipſi γ. Dico quòd & α ipſi β eſt ſimile. Quoniam enim ſimile eſt α ipſi γ, æquiangulum eſt & ei (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt latera, proportionalia habet. Rurſus quoniam β ſimile eſt ipſi γ: æquiangulum igitur eſt & ei per eandem & quæ circum æquales ſunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipſorum α β, ipſi γ æquiangulum eſt (per 6 ſexti) & quæ circa æquales ſunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipſi β æquiangulum eſt, & quæ circum æquales ſunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt β ipſi α: quod oportebat demonſtrare.



Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 22.*

SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atq; ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur, ipſæ quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si uerò ſuper binas & binas, ſimiles ſuperficies conſtitutę fuerint proportionales, ipſas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eſt. 22

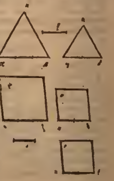


CAMPANVS. Sint quatuor lineę proportionales, a, b, c, d, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d: dico quòd ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b, utpote duo pentagoni ſimiles, & alię ſimiles cõſtituantur ſuper c & d, utpote duo anguli ſimiles, erit proportio pentagonorũ ſicut triangulorũ. Quòd ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter trianguli ſimiles, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ ſicut triãguli ad triangulũ: dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d.

Subiungãtur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua ꝓportionalitate, ſicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatẽ a ad e, ſicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorũ eſt ſicut a ad e, & triãgulorum ſicut c ad f, erit proportio pentagonorum ſicut triangulorum: & hoc eſt primum. Secũdum ſic patet. Sint duo pentagoni ſimiles, & duo trianguli ſimiles, ſitq; proportio pentagonorum, ſicut triangulorum: dico q; proportio a ad b, eſt ſicut c ad d. Sit enim c ad g, ſicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictũ eſt ſupra 10 huius, & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius, ſuperficies ſimilis illi quæ eſt conſtituta ſuper lineam c: eritq; per præmiſſam, ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d: eritq; etiam per primam partẽ huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: ſed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per ſecũdam partem 9 quinti triangulus d, eſt æqualis triangulo g. Et quia ſunt ſimiles, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius cùm ſuper lineas c d & g ſint trianguli, uel ſecundum partem 18: cùm fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali: erit itaq; c ad d, ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 22.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quę ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi ab ipſis rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectę lineę proportionales erunt. 22



THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ. Deſcribanturq; (per 18 ſexti) ab ipſis αβ & γδ, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipſis autem εζ & ηθ, per eandem ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea μζ & νθ. Dico quòd eſt ſicut καβ ad λγδ, ſic eſt μζ ad νθ. Sumatur enim inquã (per 11 ſexti) ipſarum αβ & γδ, tertia proportionalis ξ: ipſarum autẽ εζ et ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniã eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ, ſicut autẽ γδ ad ξ, ſic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut αβ ad ξ, ſic εζ ad ο. Sed ſicut quidẽ αβ ad ξ, ſic & καβ ad λγδ (per correlariũ ſecundum 20 ſexti.) Sicut autem εζ ad ο, ſic μζ ad νθ. Sed iam eſto, ſicut καβ ad λγδ, ſic μζ ad νθ. Dico q; eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 22 ſexti) ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad πρ, & deſcribatur (per 8 ſexti) ex πρ utriq; ipſorũ μζ et νθ ſimile, ſimiliterq; poſitũ σρ. Quoniã igitur eſt ſicut αβ ad γδ, ſic εζ ad πρ, et de-*

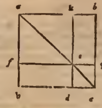
ſcripta

ſcripta ſunt, ab ipſis quidem α ζ, & γ δ, ſimilia ſimiliterq́; poſita κ α β, & λ γ δ, ab ipſis autem ε ζ, & π ϱ, ſimilia ſimiliterq́; poſita μ ζ, & ο ϱ: eſt igitur ſicut κ α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ: & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad ο ϱ, ſic μ ζ, ad ν θ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζ μ ipſorum ν θ, & ο ϱ, eãdem habet rationem. æquale igitur eſt ν θ, ipſi ο ϱ. Eſt autẽ ei & ſimile ſimiliter poſitum: æqualis igitur eſt η θ, ipſi π ϱ. Et quoniã eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ ad π ϱ: æqualis aũt eſt π ϱ, ipſi η θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

LEMMA. *Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint, ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus, ſunt æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & ο ϱ, ſitq́; ſicut θ γ, ad γ ν, ſic ϱ π ad π ο. Dico quòd æqualis eſt ϱ π, ipſi η θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt. ſi maior ϱ π, quàm θ η, & quoniam eſt ſicut ϱ π, ad π ο, ſic θ η, ad η ν, & uiciſſim quoque (per 16 quinti) ſicut ϱ π, ad θ η, ſic π ο, ad η ν, maior autem eſt ϱ π, ipſa θ η. maior igitur & π ο, quàm η ν. Quare & ϱ ο, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſim) quod eſt impoſſibile, inæqualis igitur minimè eſt π ϱ, ipſi θ η, æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

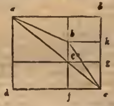
22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.



CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d. cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo, & ſibi inuicem. eſt enim per ſecũdam huius b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed etiã ſicut a b ad e g, cum a b ſit æqualis d c, & e g, ad h c, eodem modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g. & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundum huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſicq; patet totum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

23 Si in ſuo ſpacio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.



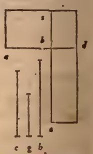
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſic diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundum ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico quòd parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d. & eſt hæc conuerſa præcedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrammi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d, ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionem dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum

eſt

eſt ſimile parallelogrammo b d. ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, eſt ſicut b c ad k c, utraque enim eſt ſicut d c ad f e, quare per ſecundam partem nonæ quinti, g c eſt ęqualis k c, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

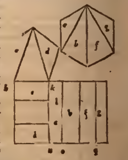
Omnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alteram, eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorum laterum duos æquos angulos continentium. 24



CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies æquidiſtantium laterum a c & e d, ſit'que angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, diſponam enim has duas ſuperficies penitus, ſicut diſpoſui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, ſit ſicut a b ad b d, & g ad h, ſicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum eſt ſuprà 10 huius, erit'que per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, ſicut f ad g: & c d ad d e, ſicut g ad h. quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e, ſicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c, ad d e producatur ex eiſdem: quare conſtat propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

Datæ ſuperficiei ſimilem, aliſq; propoſitæ æqualem deſignare. 25



CAMPANVS. Sint propoſitæ duę ſuperficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam ſuperficiem ſimilem A, & æqualem B, utranque propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & ſuper baſim trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi, ſuperficiē ęquidiſtantiū laterū rectangulā æqualē c: quę ſit h l, & l m æqualem a, & m n ęqualē d, ut ſit tota ſuperficies æquidiſtantiū laterum h n, conſtituta ſuper baſim k: æqualis pentagono h. Eodem modo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, cōſtituo aliam ſuperficiē rectangulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o ęqualem g: ut ſit tota rectangula ſuperficies u r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam ſ t, proportionalem inter lineam h k, & lineam k r. & ſuper eam ſecundum doctrinam 19 huius, conſtituo ſuperficiem u ſimilem ſuperficiei A, dico ipſam eſſe quam quærimus, & æqualem ſuperficiei B. Cum enim tres lineæ h k ſ t & k r ſint continuę proportionales, & ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, ſicut h k ad k r: quare (per primā huius) ſicut h u ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, ſicut A ad n r, & propter hoc per ſecūdam partem eiuſdem ſicut A ad B: itaq; per ſecundā partē 9 quinti, u eſt æqualis B: quod eſt propoſitū. Hoc etiā poſſumus ex permutata proportionalitate facilē probare. quia cum ſit A ad n ſicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, ſicut u ad r n: & quia A eſt æqualis h n, erit u æqualis n r: quare u eſt etiam æqualis B per hanc communem ſcientiam: quæ cunq; uni & eidem ſunt æqualia, inter ſeſe ſunt æqualia. Non eſt autem neceſſarium ut ſuperficies h l, l m, & m n ęquidiſtantium laterū æquales triangulis c a d, aut ſuperficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, ſint rectangulæ: ſed ut angulus extrinſecus ſuperficiei l m, ſit æqualis angulo intrinſeco ſuperficiei l h, & extrinſecus m n intrinſeco m l. Similiter quoq; ut extrinſecus ſuperficiei



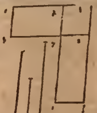
ficiei κ ο, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p intrinſeco k o, ſic'que de cæteris. Cum enim ſic fuerit, erit unaquaque linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemq́ h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiuſdem toties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq́ k o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n c, erunt æquidiſtantium laterum, & inter lineas æquidiſtantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 23.*

23 Aequiangula parallelogramma rationem ad inuicem habẽt compoſitam ex lateribus.

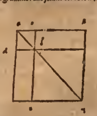
THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma αγ & γζ, æqualem habentia angulum βγδ, angulo εγη. Dico quòd parallelogrammum αγ, ad parallelogrammum γζ, rationem habet cõpoſitam ex lateribus, hoc eſt, ex ea, quam habet βγ ad γη, & ex ea quam habet δγ ad γε. Ponatur enim (per 14 primi) ut ſit in rectas lineas βγ, ipſi γη, in rectas lineas igitur eſt (per eandem) δγ ipſi γε. Compleaturq́ parallelogrammum δη, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti) ſicut quidem βγ ad γη, ſic κ ad λ: ſicutq́ δγ ad γε, ſic λ ad μ: proportiones igitur ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ, eædem ſunt ipſis cationibus laterum βγ ad γη, & ipſius δγ ad γε. Sed ipſius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationẽ habet compoſitã ex lateribus. Et quoniã eſt ſicut βγ ad γη, ſic αγ parallelogrammũ ad γθ (per 1 ſexti) ſed ſicut βγ ad γη, ſic κ ad λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, ſic αγ ad γθ. Rurſus quoniã eſt ſicut δγ ad γε, ſic γθ pacallelogrammum ad γζ parallelogrammum: ſed ſicut δγ ad γε, ſic λ ad μ: & ſicut igitur (per eãdem) λ ad μ, ſic γθ parallelogrammum, ad γζ pacallelogrammum. Quoniam igitur oſtenſum eſt, quòd ſicut quidem κ ad λ, ſic αγ parallelogrãmum ad γθ parallelogrammum, ſicut autem λ ad μ, ſic γθ parallelogrammum ad γζ parallelogrammũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut κ ad μ, ſic αγ parallelogrammum ad γζ parallelogrammum. At κ ad μ cationem habet compoſitam ex lateribus, & αγ pacallelogrammum igitur ad γζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur pacallelogramma ad inuicem cationem habent compoſitam ex lateribus: quod demonſtraſſe oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 24.*

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma ſimilia ſunt toti & inuicem.

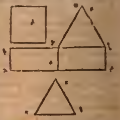
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum αβγδ, dimetiens uerò illius αγ, circum autem αγ, parallelogramma ſint εη & θκ. Dico quòd utrunq́ ipſorum εη & θκ parallelogrammorum ſimile eſt toti αβγδ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli αβγ, ad unum latus βγ, acta eſt parallelus εζ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut βε ad εα, ſic γζ ad ζα. Rurſus per eandem, quoniam trianguli αδγ ad unum latus γδ acta eſt parallelus ζη: proportionale eſt per 2 ſexti, ſicut γζ ad ζα, ſic δη ad ηα. Sed ſicut γζ ad ζα, ſic oſtenſa eſt & βε ad εα. Et ſicut igitur (per 11 quinti) βε ad εα, ſic δη ad ηα: & cõponendo igitur (per 18 quinti) ſicut βα ad αε, ſic δα ad αη: & permutatim (per 16 quinti) ſicut βα ad αδ, ſic εα ad αη: parallelogrammorum igitur αβγδ, & εη, proportionalia ſunt latera quæ circa cõmunẽ angulũ βαδ ſunt: & quoniã parallelus eſt ηζ ipſi δγ æqualis eſt (per 29 primi) angulus αηζ, angulo αδγ, et qui ſub ηζα, ei qui ſub δγα, & cõmunis duorum triangulorum αδγ et αζη angulus qui ſub δαγ. Aequiangulũ igitur eſt triangulum δαγ triangulo αηζ. Idq́ propterea & triangulum αβγ æquiangulum eſt triangulo αεζ, & totum αβγδ parallelogrammũ ipſi εη parallelogrãmo æquiangulũ eſt: proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut αδ ad δγ, ſic αη ad ηζ, ſicutq́ δγ ad γα, ſic ηζ ad ζα. Sicut aũt αγ ad γβ, ſic αζ ad ζε, & inſuper ſicut γβ ad βα ſic ζε ad εα. Et quoniã oſtẽſum eſt, ſicut quidẽ δγ ad γα, ſic ζη ad ζα: ſicut uerò αγ ad γβ, ſic αζ ad ζε: ex quo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δγ ad γβ, ſic ηζ ad ζε. Parallelogrãmorũ igitur αβγδ, et εη, proportionalia ſunt*



latera, quæ circum æquales angulos. Simile igitur eſt (per primã diffinitionẽ ſexti) parallelogrãmum α β γ δ, parallelogrãmo ε κ. Et propterea & parallelogrãmũ α β γ δ, parallelogrãmo κ θ eſt ſimile: utrunq; igitur ipſorũ ε κ & θ κ parallelogrãmorũ, ipſi α β γ δ parallelogrãmo ſimile eſt. Quæ autẽ eidẽ rectilineo ſimilia, & ſibi inuicẽ ſunt ſimilia (per 21 ſexti) igitur & ε κ parallelogrãmum ipſi κ θ parallelogrãmo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogrãma ſimilia ſunt toti & ad inuicẽ: quod erat demõſtrandũ. Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 25.

Dato rectilineo ſimile, & alij dato æquale idem conſtituere. 25

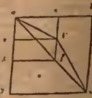
THEON ex Zamb. *Sit quidẽ datũ rectilineum, cui oportet ſimile conſtituere α β γ, cui autẽ oportet æquale δ, oportet iam ipſi α β γ ſimile, ipſi autẽ δ æquale, idẽ conſtituere. prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipſi triangulo α β γ æquale: parallelogrãmũ β ε et ad γ ε ipſi δ æquale parallelogrãmũ γ μ in angulo qui ſub ζ γ ε, qui æqualis eſt ei qui ſub γ β δ. In rectã lineam igitur eſt (per 14 primi) β γ ipſi γ ζ: et λ ε ipſi ε μ. Sumaturq; (per 13 ſexti) ipſarũ β γ & γ ζ media proportionalis κ θ, deſcribaturq; (per 18 ſexti) ex κ θ ipſi α β γ ſimile, ſimiliterq; poſitũ κ ι θ. Et quoniã eſt ſicut β γ ad κ θ, ſic κ θ ad γ ζ: ſic autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales, ſicut prima ad tertiã, ſi quæ à prima eſt ſpecies ad eã quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt: igitur (per correlariũ ſecundum 20 ſexti) ſicut β γ ad γ ζ, ſic triangulũ α β γ a triãgulũ κ ι θ. Sed ſicut β γ ad γ ζ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrammũ. Et ſicut igitur (per 1 ſexti) triangulũ α β γ ad κ ι θ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrãmũ, uiciſsim quoq; igitur (per 16 quinti) ſicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, ſic triangulũ κ ι θ ad parallelogrammũ ε ζ: æquale autẽ eſt triangulũ α β γ parallelogrãmo β ε, æquale igitur eſt triangulũ κ ι θ ipſi ε ζ parallelogrãmo: ſed parallelogrammũ ε ζ ipſi δ eſt æquale, & κ ι θ igitur ipſi δ eſt æquale, eſt autẽ κ ι θ ipſi α β γ ſimile. Dato igitur rectilineo α β γ ſimile & alij dato δ æquale. Idẽ κ ι θ conſtitutũ eſt: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Propoſitio 26.

Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatẽ, ſimile toti & ſimiliter poſitũ communẽ angulũ habens ei, circũ eundẽ dimetiẽtem eſt toti. 26

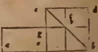
THEON ex Zamb. *A' parallelogrãmo enim α β γ δ, parallelogrammum auferatur α ζ, ſimile ipſi α β γ δ, & ſimiliter poſitũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui ſub δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ eſt α β γ δ ipſi α ζ. Nõ enim, at ſi poſsibile eſt. ſit eorũ dimetiens α κ γ, & excidetur (per 31 primi) ab θ utriq; ipſarũ α δ & β γ parallelus θ κ. Quoniã igitur circũ eãdẽ dimetientẽ eſt α β γ δ ipſi κ α ſimile eſt (per 24 ſexti) α β γ δ ipſi α κ: eſt igitur ſicut δ α ad α β, ſic κ α ad α κ (per cõuerſionẽ 1 diffinitionis ſexti.) Eſt autẽ propter ſimilitudinẽ ipſorũ γ β δ & ε κ, ſicut δ α ad α β, ſic κ α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) κ α ad utrũq; ipſarũ α κ, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur eſt α κ ipſi α ε, minor maiori, quod abſurdũ eſt. Igitur α β γ δ non eſt circa eandẽ dimetientẽ ipſi κ α. Circa eundẽ igitur dimetientẽ eſt α γ β δ, parallelogrammũ ipſi α ζ parallelogrammo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrãmũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum cõmunẽ angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientem eſt toti: quod oſtendere oportebat.*



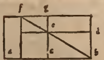
Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum maius eſt eo parallelogrammo, cui datę lineæ applicatio deeſt, ad completionem lineę ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 26

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſuper cuius dimidium c b, conſtituatur parallelogrãmum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus ſecet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b deſit ſuperficies f b, quæ ſit ſimilis ſuperficiei c d, & conſiſtens circa diametrũ eius: dico quòd tunc parallelogrammum c d eſt maius parallelogrammo a f. Eſt enim, per primã huius a g æqualę g b, & per quadrageſimãtertiam primi c f æqualę f d: ergo per hanc communem ſcientiã, ſi ęqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqua-



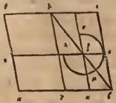
æqualia, erit gnomo cõſtans ex tribus parallelogrammis quæ ſunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrammo a ſ, quare parallelogrammum c d, eſt maius parallelogrãmo a ſ, in parallelogrammo e f, quod eſt propoſitum. Idem etiam eſſet, ſi ſuperficies a ſ fieret altior ſuperficie c d: ut uidere potes in ſecunda figura, in qua etiam per primam huius a g, eſt æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus ſupplementis ſuperficiei f b, excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.



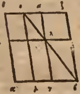
Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 27.

27 Omnium parallelogrammorũ ad eãdem rectam lineã * proiectorum deficientiumq; * ſpecie parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterq; poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt, maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum ſimile exiſtens * ſumpto. * παραβαλλομένων, applicatorum. εἴδεσι, id eſt figuris. ἐλλείμματι, id eſt defectui.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea α β, & ſecetur (per 10 primi,) bifariã in γ, prætẽditur quoq; (p' 28 ſexti, ad α β, rectã lineã, parallelogrammũ α δ, deficiẽs ſpecie parallelogrãmo δ β, ſimili, ſimiliterq; deſcripto ei quod à dimidia ipſius α β, hoc eſt γ β. Dico qd' omniũ ad α β, cõparatorũ parallelogrãmorũ, & deficiẽtiũ ſpecie parallelogrãmis ſimilib. ſimiliterq; poſitis ipſi δ β, maximũ eſt α δ, prætẽdatur enim ad α β, rectã lineã parallelogrãmũ α ζ deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ζ β, ſimili ſimiliterq; poſito ipſi β α. Dico q; maius eſt α δ, ipſo α ζ. Quoniã enim ſimile eſt δ β, parallelogrãmũ ipſi ζ β, parallelogrãmo: circũ eãdẽ igitur ſunt dimetientẽ (p 26 ſexti) excutetur eorũ dimetiẽs δ β, & deſcribatur figura. Quoniã igitur (p 42 primi) æquum eſt ζ γ, ipſi ζ ε, cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ θ toti κ ε, eſt æquale. Sed γ θ ipſi γ κ eſt æquale (p 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ α β æqualis. Igitur κ γ, ipſi ει κ, eſt æquale. Cõmune apponatur γ ζ, totũ igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrammũ δ β, hoc eſt α δ, ipſo α ζ parallelogrãmo maius eſt, omniũ igitur ad eandẽ lineã cõſiſtentium parallelogrãmorum & deficientiũ ſpecie parallelogrãmis, ſimilibus ſimiliterq; poſitis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſt quod à dimidia cõparatum eſt, quod oportebat demonſtrare.*

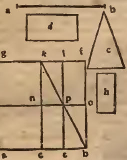


ALITER. *Sit enim rurſus α β, diſſecta bifariam in γ, et cõparatũ α λ, deficiens ſpecie ipſo λ β. Compareturq; rurſus ad α β, parallelogrammum α ε, deficiens ipſo ε β, ſimili ſimiliterq; poſito ipſi λ β, quod à dimidia ſit ipſius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius eſt ipſo α ε. Quoniam enim ſimile eſt ε β, ipſi λ β, circum eandem dimetientẽ ſunt (per 26 ſexti.) Sit eorum dimetiens ε β, deſcribaturq; figura. & quoniam æquum eſt λ ζ, ipſi λ θ, quoniam & rectæ ζ η, rectæ α θ eſt æqualis: maius igitur eſt λ ζ, ipſo κ ε, æquũ autem eſt λ ζ ipſi δ λ, maius igitur eſt & δ λ ipſo κ ε. commune eſto κ δ, totum igitur α λ, toto α ζ maius eſt: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 TRilatera ſuperficie propoſita æquũ ei ſup quãlibet aſsignatã lineã parallelogrãmũ deſignare, cui deſit ad cõplendã lineã alij ſuperficiei propoſitæ ſimile parallelogrãmũ quod ſecũdũ eiuſdẽ ſuũ eſſe parallelogrãmo ſuper dimidium datę lineæ collocato minimè maius exiſtat.



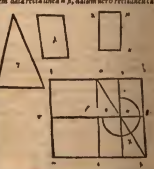
CAMPANVS. Sit aſsignata linea a b, & propoſitus triangulus c, propoſitum que parallelogrammum d, uolo ſuper lineam a b deſignare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod deſit ad complendam

 dam

dam lineam a b parallelogrammum ſimile d: & ſit ita cõditionatum quod triangulus c nõ ſit maior parallelogrãmo ſimili d, collato ſuper dimidiũ lineæ a b, alioquin ad impoſsibile laboraret, per præmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in puncto e & ſecũdũ doctrinã 19 huius ſuper eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrãmũ e f ſimile d, & cõplebo ſup totã lineã a b parallelogrãmũ b g. Quia igitur c non eſt maior parallelogrammo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitum eſt, ſi fuerit ei ęqualis, erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9, & per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierum & 20 huius. Si aũt minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecundũ doctrinã 25 huius quæ ſit h, eritq́ h ſimilis e f per 20 huius: quare per cõuerſionẽ diffinitionis, æquiãgula ſibi & ꝓportionaliũ laterũ, protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k, & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad menſurã laterũ ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtãtibus laterib. ſuperficiei e f, ſecãtibus ſe in puncto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h, eritq́ per 25, huius pũctũ p, in diametro k b: protracta itaq́ o n uſq́ ad a d, dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cõplementũ lineę a b parallelogrãmũ p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d. Sed ipſum etiã parallelogrãmum a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 41 primi, & hanc cõmunẽ ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq́ fient æqualia, parallelogrammũ a p, eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale prallelogrammum k p, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 28.*

Ad datã rectã lineã dato rectilineo ęq̃le parallelogrãmũ cõparare, deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili dato. Oportet iam datũ rectili- 28
dda neũ cui * expedit æquũ cõparare, nõ maius eſſe eo q̃d à dimidia cõ-
dã oportet paratũ ſimilib. exiſtẽtib. ſumptis & eius q̃d à dimidia & cui expedit
dã ſimile deficere. THEON ex Zãb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineũ cui oportet æquũ prætendere ad α β, ſitq́; illud γ, nõ maius exiſtẽs eo quod à dimidia cõparatũ eſt ſimilib. exiſtentibus ſumptis, cui autẽ expedit ſimile deficere δ, oportet iã ad datã rectã lineam α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætendere deficiens ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi δ. Secetur (p 10 primi) α β biſariã in ſigno ε. Deſcribaturq́; (p 18 ſexti) ab ε β, ipſi δ ſimile, ſimiliterq́; poſitũ ε β ζ η. Cõpleaturq́; α η prallelogrãmũ. Iã α η aut æquũ eſt ipſi γ, aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt α η, ipſi γ, quod quærimus factũ iam eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datã rectã lineã α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α η deficiẽs ſpecie parallelogrammo η β, ſimili ipſi δ. Si aũt nõ eſt maius θ ε quàm γ, æquale aũt θ ε ipſi η β, maius igitur & η β, quàm γ. Quo aũt maius eſt η β q̃ γ, tali exceſſui (p 25 ſexti) æquale ipſi δ, ſimile ſimiliterq́; poſitũ idẽ cõſtituatur κ λ μ ν. Sed ipſi η β, ipſum δ eſt ſimile, & κ μ, igitur ipſi η β eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis κ λ, ipſi η ε, & λ μ, ipſi ε ζ. Et quoniã æquũ eſt η β, ipſis γ κ μ, maius igitur eſt η β quàm κ μ. Maior igitur eſt η ε, quàm κ λ, & η ζ, quàm λ μ, ponatur (p 3 primi) ipſi quidẽ κ λ æqualis η ξ, ipſi aũt λ μ æqualis η ο, & cõpleatur parallelogrãmum ξ η ο π. Aequũ igitur eſt & ſimile ο π ipſi κ μ. Sed κ μ, ipſi η β eſt ſimile, & η π igitur ipſi η β eſt ſimile. Circũ candẽ dimetientẽ (per 24 ſexti) igitur eſt η π, ipſi η β. Sit eorũ dimetiens η π β, & deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt β η ipſis γ & κ μ, quorũ η π ipſi κ μ, eſt æquale: reliquus igitur υ φ ψ, gnomon reliquo γ eſt æqualis, & quoniã æquũ eſt ο ρ. Totũ igitur ο β, toti ξ β eſt æquale. Sed ξ β ipſi τ ε eſt æquale: quoniã & latus α ε, lateri ε β eſt æquale, & τ ε igitur ipſi ο β eſt æquale. Cõmune applicetur ξ ſ, totũ igitur τ σ toti φ χ ψ, gnomoni æquũ eſt. Sed φ χ ψ gnomon ipſi γ, oſtenſum eſt quod eſt æqualis, et τ σ igitur ipſi γ æquũ eſt. Ad datã rectã lineã igitur α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ cõparatũ τ σ deficiẽs ſpecie parallelogrãmo χ β, ſimili exiſtenti ipſi δ, quoniã η β, ipſi η ſimile eſt: quod erat propoſitum.*



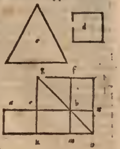
Euclid. ex Campano. *Propoſitio 30.*

SVper datã lineã datę ſupficiei trilaterę æquũ parallelogrãmũ 30
cõſtituere, quod addat ſuper cõpletionẽ datę lineę ſupficiẽ æ-

quidi-

quidiſtantium laterū datæ ſuperficiei æquidiſtantium laterū ſimilē.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c datumq́; parallelogrām um d, uolo ſuper lineā a b conſtituere parallelogrammū æquale triangulo c, quod addat ſuper totam lineam a b, parallelogrammum ſimile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & ſuper eius medietatē e b, facio e f ſimilē d, ſecundum quod docet 19 huius, & ſecūdum doctrinam 25 huius, facio k l cuius diameter g h, ſimilē d & æqualē duabus ſuperficiebus e f & c, eritq́; per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f, ita q̄d ambæ cōmunicēt in angulo g: erit per 25 huius ſuperficies e f, cōſiſtens circa diametrū ſuperficiei k l: quare punctum b eſt in diametro g h, cōplebo igitur parallelogrāmum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod cōſtat protractis linea f b uſq; ad m, & linea e b, uſq; ad o. Eſt enim per primā partē huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiā æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per cōmunē ſcientiā a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triāgulo c, quia parallelogrammū k l poſitū fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h eſt æquale c, & addit ad complementum lineæ a b parallelogrammū m n, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d, quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.

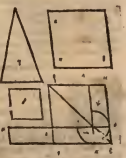


CAMPANI *additio*. Poſſumus aūt ad lineā datam adiungere parallelogrammum æquale nō ſolū trilateræ ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propoſitæ quæcunq; ipſa fuerit: cui deſit ad cōplendam lineam datā ſuperficiei æquidiſtantiū laterum propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſsibile per ante præmiſſam, uel quod addat ſuper cōpletionem lineæ ſuperficiē æquidiſtantiū laterū ſimilem ſuperficiei propoſitæ ſicut proponit cōcluſio præſens. propoſitam enim ſuperficiē cui æquale parallelogrammū debet ad lineam datā adiungi, quod addat aut diminuat ad completionem lineæ parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato: reſoluemus in triangulos, & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiē æquidiſtantium laterum, totali ſuperficiei propoſitæ æqualem, hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris, require 25 huius. Dehinc ſuper duplum baſis eius æqualis altitudinis triangulum conſtituemus, quem (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem quare & ſuperficiei propoſitæ, huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementū lineæ aut minuat parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato ſecundum quod docet hæc & præmiſſa: quod propoſitum erat te perfeciſſe non dubites.

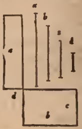
Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 19.*

19 Ad datam rectam lineam, dato rectolineo æquale parallelogrammum prætendere, excedens ſpecie parallelogrammo ſimili dato.

THEON *ex Zamb. Sit quidē data recta linea αβ datū uerò rectilineū cui expedit ad αβ, æquale parallelogrammum prætendere γ. Cui aūt oportet ſimile prætēdere δ, oportet iam ad αβ, rectā lineam ipſi γ, rectilineo æquum parallelogrammū prætēdere excedens ſpecie parallelogrāmo ſimili ipſi δ. Secetur (per 10 primi) αβ, biſariā in ε, & deſcribatur (per 6 ſexti) ex εβ ipſi δ, ſimile ſimiliterq́; poſitum parallelogrammū βζ, & ambobus quidē βζ γ æquale, ipſi aūt δ, ſimile ſimiliterq́; poſito, idē conſtituatur ηθ. Simile igitur eſt ηθ, ipſi βζ. Similis autem rationis eſto κθ ipſi ζλ, & ηθ ipſi ζε. Et quoniam maius eſt ηθ, ipſo ζβ, maior igitur eſt quidem κθ ipſa ζλ, & ηθ, ipſa ζε. Extendantur ζλ & ζε, & ipſi quidem κθ, æqualis eſto ζλμ, ipſi autem ηθ, æqualis eſto ζεν. Compleaturque μν, igitur μν, ipſi ηθ, æquum eſt & ſimile, ſed ηθ, ipſi ελ, eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti) μν, ipſi ελ, eſt ſimile. circum igitur eandem diametrum conſiſtunt ελ & μν. Excitetur eorum dimetiens ζξ, et deſcribatur figura: quoniā igitur æquū eſt ζθ ipſis ελ et γ, ſed ηθ ipſi μν eſt æquale, & μν igitur ipſis ελ γ, eſt æquale. Cōmune auferatur ελ, reliquus igitur ψχφ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniā αε, ipſi εβ, eſt æqualis, æquū eſt (per trigeſimamſextam primi) et αν, ipſi νβ, hoc eſt (per quadrageſimamtertiam primi) ipſi λο, cōmune ap-*



æquum fuerit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

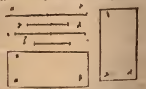


CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d. dico quòd ſuperficies contenta ſub a & d, æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c, & ſuperficies contenta ſub a & d, eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c, dico quòd proportio a ad b eſt ſicut c ad d Fiant enim ſuperficies contenta ſub a & d, & ſuperficies contenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d, latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia, ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraque eſt rectorum angulorum, quare per ſecundam partem 15 huius, ipſi ſunt æquales: quod eſt primum. Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales, quia omnes anguli earum ſunt recti, latera earum erunt mutekeſia, quare proportio a ad b, ſicut c ad d, quod eſt ſecundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 16.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, quatuor rectę lineæ proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε, ζ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ. Dico quòd ſub ipſis α β, & ζ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab α γ, ſignis, ipſis α β, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ. & ponatur (per ſecundam primi) ipſi ζ, æqualis α η, ipſi autem ε, æqualis γ θ, cõpleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam eſt ſicut α β ad γ δ, ſic eſt ε, ad ζ, æqualis autem eſt ε, ipſi γ θ, & ζ, ipſi α η, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic γ θ, ad α η. Igitur (per 14 ſexti) β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammum β η, ipſi δ θ, parallelogrammo, & eſt β η, id quod ſub α β, & ζ, æqualis enim eſt α η, ipſi ζ. At δ θ, id eſt quod ſub γ δ, & ε, æqualis enim eſt γ θ, ipſi ε. Igitur quod ſub α β, & ζ, cõtinetur rectangulũ, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod ſub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, ſicut α β, ad γ δ, ſic ε, ad ζ. Eiſdem nanq; conſtructis quoniam quod ſub α β, & ζ, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ε, & eſt quidem quod ſub α β & ζ, ipſum β η, æqualis enim eſt α η, ipſi ζ, quod autem ſub γ δ, & ε, eſt ipſum δ θ, æqualis enim eſt γ θ, ipſi ε, igitur β η, æquum eſt ipſi δ θ, & æquiangula ſunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Eſt igitur (per 10 quinti) ſicut α β, ad γ δ, ſic γ θ, ad α η, æqualis autem eſt γ θ, ipſi ε, & α η, ipſi ζ: eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs comprehenditur rectangulo. & ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo, ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*

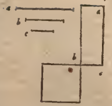


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI fuerint tres lineę proportionales, quod ſub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à ſecunda quadrato deſcribitur. Si uerò quod ſub prima & tertia continetur, æquum ei quadrato quod à ſecunda producitur, ipſæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMP.

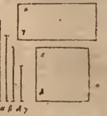
CAMP. Sit proportio lineę a ad lineam b, ſicut lineę b ad lineam c, dico quòd ſuperficies contenta ſub a & c æqualis eſt quadrato b, & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b, eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit ęqualis b, ita quòd b, ſit in ratione ſecundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſit. 17.*

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, ęquũ eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis cõtinetur rectãgulum, æquũ fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineę proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex β quadrato. Ponatur (per 2 primi) ipſi β, æqualis δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin) ſicut α ad β, ſic β, ad γ, æqualis autem eſt β. ipſi δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo (per 16 ſexti.) Igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Sed quod ſub β δ, id eſt quod fit ex β, æqualis enim eſt β, ipſi δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex β. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic β ad γ. Eiſdem namq; conſtructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex β, ſed quod ex β, id eſt quod ſub β δ, æqualis enim eſt β, ipſi δ, igitur quod ſub α γ, æquũ eſt ei quod ſub β δ. Si autem quod ſub extremis æquũ fuerit ei quod ſub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti.) Eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Aequalis autem eſt β, ipſi δ, ſicut igitur α ad β, ſic β ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenditur rectanguli, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonſtrare.*



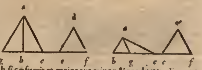
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI fuerint duo trianguli ſimiles, proportio alterius ad alterum eſt tanquam proportio cuiuslibet ſui lateris ad ſuũ relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem conſtitutam ſuper ſecundam, cùm fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMP. Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli, & laterum proportionaliũ. Sit ergo angulus a, ęqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quòd proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim ſecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in continua proportionalitate: quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq; per ſecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

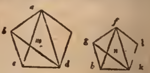


proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorum erit una proportio, ſed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 10 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit ęqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotieſcunq; ſumpta. Iſtam eandem paſsionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 13 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium, quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, nondum patet niſi de triangulis, ſed demonſtrata ſequente, patens erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente, quia eſt correlarium huius, non autem ſequentis: ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt non ex modo illius.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

OMnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atq; numero æquales, eſtq́; proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuũ latus alterius, proportio duplicata. 18

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l ſimiles, dico quód ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quód proportio alterius eorũ ad alterũ, eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata: ducãtur enim lineæ duę a c & a d, itẽq; f h & f k, eritq; per pręſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiãgulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communem ſciẽtiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k: nam ipſi pentagoni poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt, erunt etiam & ſimiles per 4 huius, & diffinitionẽ ſimilium ſuperficierum, quare cum ipſi ſint numero æquales, patet primum. Secundũ ſic: protrahãtur b d, quæ ſecẽt a c in puncto m, & g k quæ ſecẽt f h in puncto n, eritq; triãgulus b c d, æquiãgulus triangulo g h k per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n: & a m ad f n, ſicut m d ad n k: quare per 11 quint. b m ad g n, ſicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n, ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d, & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, ſicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h k: quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h k. Eadem ratione probabis, ꝙ & ſicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitum. Ex quo rurſus patet correlarium præcedentis. Aliter poteſt demonſtrari ſecundum: cùm enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur, ſint adinuicem ſimiles, erit per præcedentem proportio a b c ad f g h, ſicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: ſicut d e ad k l duplicata. quia igitur omnes hę proportiones duplicatæ, ſunt æquales. propter hoc quod poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio duplicata.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

Supra datam lineã, datæ ſuperficiei ſimilẽ ſuperficiem deſcribere. 19

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei, quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & ſuper punctum a conſtituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & ſuper punctum b, conſtituo alium angulum, qui ſit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h, quouſque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulũ in h b k, ducta linea b k, ęqualẽ angulo g d f: & angulũ k b l, ducta linea b l, æqualẽ angulo



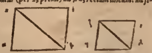
angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualem angulo d f e, eritque perfectus pentagonus qui conſtruēdus erat ſuper lineam a b, eſt enim ęquiangulus dato pentagono propter ęqualitatem angulorum triangulorum, in quos eſt uterque diuiſus, ſed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipſorum triangulorum, quę ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum, pentagonus conſtitutus ſuper lineam a b, eſt ſimilis pentagono dato: quod eſt propoſitum.

Tres ex Zamberto ſequentes propoſitiones, tribus pręcedentibus ex Campano, conuerſo ordine reſpondent prima ultimę, media primę, & ultima mediæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 18.*

18 A' data recta linea, dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere.

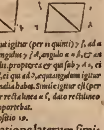
TEON ex Zamb. *Sit data quidem recta linea α β, datum uerò rectilineum γ ε, oportet iam à data α β recta linea, ipſi γ ε rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Connectatur δ ζ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad ſignaque in ea α β, ei qui ad γ, eſt angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui eſt ſub γ δ ζ, æqualis angulus α β η: reliquus igitur qui ſub γ ζ δ, ei qui ſub α η β, eſt æqualis, æquiangulū igitur eſt ζ γ δ triangulum, ipſi η α β, triangulo (per 4 ſexti,) proportionaliter igitur eſt ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rurſus conſtituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam, ad ſignaque in ea β η, ei qui ſub δ ζ ε, eſt angulo æqualis angulus β η θ, ipſi autem ζ δ ε, qui eſt ſub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt triangulum ζ δ ε, triangulo η β θ, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ ε, ad η θ, & ε δ, ad θ β. oſtenſum autem eſt q. ſicut ζ δ, ad η β, ſic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ζ, ad α η, ſic γ δ ad α β: & ζ ε ad η θ, & inſuper ε δ ad θ β. Et quoniam æqualis eſt angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo β η θ totus igitur qui ſub γ ζ ε, toti qui ſub α η θ, eſt æqualis. propterea & qui ſub γ δ ε, ei qui ſub α β θ æqualis. Eſt autem & qui ad γ, ei qui ad α, æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad η, æquiangulum igitur eſt α θ, ipſi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos ſunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur eſt (per primam diffinitionē ſexti) α θ rectilineum, ipſi γ ε rectilineo. A' data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ε, ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcriptum eſt α θ: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 19.*

19 Similia triangula, adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad β angulum, ei qui ad ε, ſicutque α β, ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, ita ut β γ, & ε ζ, ſimilis rationis ſint. Dico quòd triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur namque (per 10 ſexti,) ipſorum β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut ſit ſicut β γ, ad ε ζ, ſic ε ζ ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut α β ad δ ε, ſic β γ, ad ε ζ. Sed ſicut β γ ad ε ζ, ſic eſt ε ζ ad β η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β ad δ ε, ſic ε ζ ad β η. Igitur (per 15 ſexti) α β η, & δ ε ζ, triangulorū reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque ſunt æqualia (per eandem) Aequale igitur eſt triangulum α β η, triangulo δ ε ζ: & quoniam eſt ſicut β γ ad ε ζ, ſic ε ζ, ad β η: ſi autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiā duplicem habebit rationem, quàm ad ſecundam, igitur β γ, ad β η, duplicem rationem habet, quàm ad ε ζ, (per 10 diffinitionem quinti) Sicut autem γ β ad β η ſic (per 1 ſexti) α β γ triangulum ad α β η triangulum. Triangulum igitur α β γ ad α β η (per eandem diffinitionem) duplicem rationē habet, quàm β γ ad ε ζ. Aequale autem eſt triangulum α β η, triangulo δ ε ζ. Igitur & triangulū α β γ, ad triangulum δ ε ζ duplicem rationem habet, quàm β γ ad ε ζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum: quod oportebat demonſtrare.*



CORRE-

CORRELARIVM. *Ex hoc utiq; manifeſtum eſt, quòd ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ſicut prima ad tertiam, ſic quòd à prima triangulum ad id quod eſt à ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum: quoniam oſtenſum eſt, quòd ſicut γβ ad βκ, ſit triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 20

ὁμόλογα

THEON ex Zamb. *Sint ſimilia polygona, αβγδε & ζηθκλ: ſimilis autem rationis, eſto αβ ipſi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã rationem habet quàm αβ ad ζη.* ὁμόλογα



Cõnectantur βε, εγ, ηλ, & λθ, & quoniã polygonũ αβγδε (per hypotheſin) ſimile eſt polygono ζηθκλ, æqualis eſt angulus βαε ei qui ſub ηζλ eſt angulo, & eſt ſicut βα ad αε, ſic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula ſunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur eſt (per ſextam ſexti) triangulũ αβε triangulo ζηλ: quare & ſimile. Aequalis autem eſt & angulus αβε, angulo ζηλ, eſt autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis propter ſimilitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ eſt æqualis: & quoniã ob ſimilitudinem ipſorum αβε & ζηλ triangulorum, eſt ſicut εβ ad βα, ſic λη ad ηζ: ſed & propter ſimilitudinem polygonorum eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut εβ ad βγ, ſic λη ad ηθ, & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia ſunt: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipſi triangulo ληθ eſt ſimile. Id propterea etiam (per 1 ſexti diffinitionem) triangulum εγδ, ſimile eſt triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in ſimilia triangula diuiſa ſunt, & æqualia numero. Dico inſuper quòd ſimilis rationis ſunt totis, hoc eſt, quòd ſunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: ſequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus hoc eſt, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum, æqualis eſt angulus αβγ angulo ζηθ, et eſt ſicut αβ ad βγ, ſic ζη ad ηθ, æquiangulum eſt igitur (per ſextam ſexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur eſt 22 *angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui ſub βγα, ei qui ſub ηθζ, & quoniam æqualis eſt angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην eſt æqualis: et reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; oſtẽdemus quod & triangulũ βμγ, æquiangulum eſt triangulo ηνθ, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut quidem αμ ad μβ, ſicut ζν ad νη. Sicut autẽ βμ ad μγ, ſic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ. Sed ſicut αμ ad μγ, ſic triangulũ αβμ ad triangulũ μβγ, & αμε ad εμγ, ad ſeinuicẽ enim ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti). Et ſicut unũ antecedentiũ ad unum ſequentium (per 12 quinti) ſic omnia antecedẽtia ad omnia ſequẽtia. Sicut igitur (per cõuerſionẽ primæ diffinitionis ſexti) triãgulum αμβ ad triangulũ βμγ, ſic αβε ad γβε. Sed ſicut αμ ad μγ, ſic αμ ad μγ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ, ſic triangulũ αβε ad triangulũ εβγ. Propterea & ſicut ζν ad νθ, ſic triãgulum ζηλ ad triãgulũ ηλθ. Eſtq; ſicut αμ ad μγ, ſic ζν ad νθ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβε ad triangulũ βεγ, ſic triãgulũ ζηλ ad triangulũ ηλθ: et uiciſſim (per 16 quinti) ſicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ, ſic triangulũ βεγ ad triangulũ ηλθ. Similiter quoq; oſtẽdemus connexis βδ et ηκ, quòd et ſicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, ſic triãgulum εγδ ad triangulũ λθκ. Et quoniam eſt ſicut triãgulum αβε ad triangulũ ζηλ, ſic triangulũ εβγ ad triangulum ληθ, & etiã triangulum εγδ ad triangulum λθκ: et ſicut igitur (per 12 quinti) unũ antecedentium ad unũ ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur ſicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ, ſic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulũ αβε ad triangulũ ζηλ, duplam rationẽ habet quàm αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterũ (per 19 ſexti) et polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã habet rationẽ, quã αβ ſimilis rationis latus ad ζη ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona*

lygona in ſimilia triangula diuiduntur, & ⁎ inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus: quod demonſtrare oportebat. ὁμόλογα

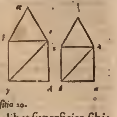
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuerſum manifeſtum eſt, quòd ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, & ſi ipſarum α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipſa α β ad ξ duplam habet rationẽ, quam α β ad ζ η, habet autẽ et polygonũ ſiue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt α β ad ζ η: patuit aũt hoc in triãgulis. Similiter aũt et in ſimilibus quadratis oſtẽdetur, quod in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterũ: patuit autem & in triãgulis.





II. CORR. Proinde etiam in uniuerſum eſt manifeſtum, q. ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad tertiam: ſic quæ à prima ſpecie ad eam quæ à ſecunda ſimilis, & ſimiliter deſcripta eſt.

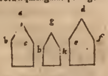
ALITER. Demonſtrabimus aliter & expeditius, ſimilis rationis eſſe triangula. Inſtruãtur enim rurſus α β γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona: & cõnectantur β ε, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quòd eſt ſicut triangulum α β ε ad ζ η λ, ſic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim ſimile eſt triãgulum α β ε triangulo ζ η λ, igitur (per 19 ſexti) triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm β ε ad η λ. Id propterea et triangulũ β ε γ, ad triangulũ η λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Eſt igitur ſicut triangulum α β ε ad triangulũ ζ η λ, ſic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rurſus quõniam triangulum ε β γ, ſimile eſt triãgulo λ η θ, igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Eſt igitur ſicut triãgulum β ε γ ad λ η θ, ſic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & ſicut ε β γ ad λ η θ, ſic α β ε ad ζ η λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β ε ad ζ η λ, ſic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ: & ſicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum conſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia: & reliqua, ut in priore demonſtratione: quod oportebat demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI fuerint uni ſuperficiei ſimiles, quaslibet ſuperficies ſibiinuicem ſimiles eſſe neceſſe eſt.

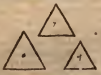
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, ſimilis pentagono g h k, dico eos eſſe ſimiles ſibiinuicem. Eſt enim uterq; eorũ æquiangulus pentagono g h k per cõuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum: quare ſunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuerſionem eiuſdem diffinitionis, proportio a b ad g h, ſicut a c ad g k, & g h ad d e, ſicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatẽ, a b ad d e, ſicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos, eſſe proportionalia. Per diffinitionem itaq; ſimilium ſuperficierum, ipſi ſunt ſimiles adinuicem: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 21.

21 Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſunt ſimilia.

THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipſorum α β rectilineorum, ſimile ipſi γ. Dico quòd & α ipſi β eſt ſimile. Quoniam enim ſimile eſt α ipſi γ, æquiangulum eſt & ei (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt latera, proportionalia habet. Rurſus quoniam β ſimile eſt ipſi γ: æquiangulum igitur eſt & ei per eandem & quæ circum æquales ſunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipſorum α β, ipſi γ æquiangulum eſt (per 6 ſexti) & quæ circa æquales ſunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipſi β æquiangulum eſt, & quæ circum æquales ſunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt β ipſi α: quod oportebat demonſtrare.



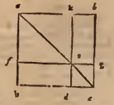
Euclid.

ſcripta ſunt, ab ipſis quidem α β, & γ δ, ſimilia ſimiliterq́; poſita κ α β, & λ γ δ, ab ipſis autem ε ζ, & η θ, ſimilia ſimiliterq́; poſita μ ζ, & ν θ: eſt igitur ſicut κ α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ: & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad ρ θ, ſic μ ζ, ad ν θ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ſ μ ipſorum ν θ, & ρ θ, eãdem habet rationem. æquale igitur eſt ν θ, ipſi ρ θ. Eſt autẽ et & ſimile ſimiliter poſitum: æqualis igitur eſt η θ, ipſi π ρ. Et quoniã eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ ad π ρ: æqualis aũt eſt π ρ, ipſi η θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia erunt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.

LEMMA. *Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint, ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus. ſunt æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & ρ θ, ſitq́; ſicut θ γ, ad γ ν, ſic ρ π ad π σ. Dico quòd æqualis eſt ρ π, ipſi η θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſi maior ρ π, quàm θ η, & quoniam eſt ſicut ρ π, ad π σ, ſic θ η, ad η ν, & uiciſſim quoque (per 16 quinti) ſicut ρ π, ad θ η, ſic π σ, ad η ν, maior autem eſt ρ π, ipſa θ η. maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſim) quod eſt impoßibile, inæqualis igitur minimè eſt π ρ, ipſi θ η, æqualis igitur: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrum conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

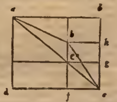


CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d. cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum, dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo, & ſibi inuicem. eſt enim per ſecũdam huius b g ad g c, & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h, ſed erit ſicut a b ad e g, cum a b ſit æqualis d c, & e g, ad h c, eodem modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g. & d c ad h c: quia ergo iſta parallelogramma ſunt æquiangula, conſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundum huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k eſt etiam ſimile d h: ſicq; patet totum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

23 Si in ſuo ſpacio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d ſic diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile, & ſecundum ſuum eſſe id eſt participans cum eo in angulo c. dico quòd parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrammi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis: producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrammi b d, conſtat propoſitum. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtans f c. eritq; per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d, ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionem dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum

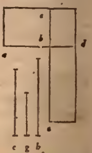


eſt ſimile parallelogrammo b d.ergo per 11 quinti,proportio b c ad g c,eſt ſicut b c ad k c,utraque enim eſt ſicut d c ad f e,quare per ſecundam partem nonæ quinti,g c eſt ęqualis k c,pars uidelicet toti, quod eſt impoſsibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d: quod eſt propoſitum.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 24.*

Omnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius,æqualis proportio alterius ad alteram,eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorum laterum duos æquos angulos continentium. 14

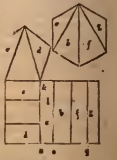
CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies æquidiſtantium laterum a c & e d, ſit'que angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quód proportio unius ad alteram producta eſt ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, diſponam enim has duas ſuperficies penitus, ſicut diſpoſui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d,& ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, ſit ſicut a b ad b d, & g ad h, ſicut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum eſt ſuprà 10 huius, erit'que per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, ſicut f ad g: & c d ad d e, ſicut g ad h. quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e, ſicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c, ad d e producatur ex eiſdem: quare conſtat propoſitum.



Euclid.ex Camp. *Propoſitio 25.*

Datæ ſuperficiei ſimilem, aliјꝗ propoſitæ æqualem deſignare. 15

CAMPANVS. Sint propoſitæ duę ſuperficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam ſuperficiem ſimilem A,& æqualem B,utranque propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g,& ſuper baſim trianguli a, quæ ſit h k: conſtituo ſecundum doctrinam 44 primi,ſuperficiē ęquidiſtantiū laterū rectangulā æqualē c: quę ſit h l,& l m æqualem a,& m n ęqualē d, ut ſit tota ſuperficies æquidiſtantiū laterum h n, conſtituta ſuper baſim k: æqualis pentagono h.Eodem modo ſuper lineam k n quæ eſt ſecundum latus huius ſuperficiei h n, cōſtituo aliam ſuperficiē rectangulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b,& p q æqualem f,& q r o ęqualem g: ut ſit tota rectangula ſuperficies n r æqualis hexagono B,& pono per 9 huius, lineam ſ t,proportionalem inter lineam h k,& lineam k r,& ſuper eam ſecundum doctrinam 19 huius,conſtituo ſuperficiem u ſimilem ſuperficiei A, dico ipſam eſſe quam quærimus, & æqualem ſuperficiei B. Cum enim tres lineæ h k ſ r & k r ſint continuè proportionales,& ſuper primam & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles,uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, ſicut h k ad k r: quare (per primā huius) ſicut h n ad n r,& ideo per primam partem 7 quinti,ſicut A ad n r,& propter hoc per ſecūdam partem eiuſdem ſicut A ad B:itaꝗ per ſecundā partē 9 quinti, u eſt æqualis B: quod eſt propoſitū. Hoc etiā poſſumus ex permutata proportionalitate facilè probare. quia cum ſit A ad n ſicut h n ad n r, & permutatim a ad h n, ſicut u ad r n: & quia A eſt æqualis h n,erit u æqualis n r:quare u eſt etiam æqualis B per hãc communem ſcientiam: quæcunꝗ uni & eidem ſunt æqualia, inter ſeſe ſunt æqualia. Non eſt autem neceſſarium ut ſuperficies h l,l m,& m n ęquidiſtantium laterū æquales triangulis c a d. aut ſuperficies k o, o p,p q,q r, æquales triangulis e b f h, ſint rectangulæ:ſed ut angulus extrinſecus ſuperficiei l m, ſit æqualis angulo intrinſeco ſuperficiei l h,& extrinſecus m n intrinſeco m l. Similiter quoꝗ ut extrinſecus ſuperficiei





ficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n,& extrinſecus o p intrinſeco k o, ſic'que de cæteris. Cum enim ſic fuerit, erit unaquaque linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemq; h e,& ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi,& per 14 eiuſdem toties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes ſuperficies h l,l m,& m n, itemq; k o,o p,p q,& q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis: quare duæ ſuperficies h n & n e, erunt æquidiſtantium laterum, & inter lineas æquidiſtantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 23.

23 Aequiangula parallelogramma rationem ad inuicem habēt compoſitam ex lateribus.

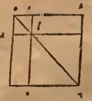
THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma α γ & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quòd parallelogrammum α γ, ad parallelogrammum γ ζ, rationem habet cōpoſitam ex lateribus, hoc eſt, ex ea, quam habet β γ ad γ η, & ex ea quam habet δ γ ad γ ε. Ponatur enim (per 14 primi) ut ſit in rectas lineas β γ, ipſi γ η, in rectas lineas igitur eſt (per eandem) δ γ ipſi γ ε. Compleaturq; parallelogrammum δ η, & ponatur quædā recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti) ſicut quidem β γ ad γ η, ſic κ ad λ: ſicutq; δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: proportiones igitur ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ, eædem ſunt ipſis rationibus laterum β γ ad γ η, & ipſius δ γ ad γ ε. Sed ipſius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipſius κ ad λ, & ipſius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationē habet compoſitā ex lateribus. Et quoniam eſt ſicut β γ ad γ η, ſic α γ parallelogrammū ad γ θ (per 1 ſexti) ſed ſicut β γ ad γ η, ſic κ ad λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, ſic α γ ad γ θ. Rurſus quoniā eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ζ parallelogrammum: ſed ſicut δ γ ad γ ε, ſic λ ad μ: & ſicut igitur (per eādem) λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum, ad γ ζ parallelogrammum. Quoniam igitur oſtenſum eſt, quòd ſicut quidem κ ad λ, ſic α γ parallelogrāmum ad γ θ parallelogrammum, ſicut autem λ ad μ, ſic γ θ parallelogrammum ad γ ζ parallelogrammū: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut κ ad μ, ſic α γ parallelogrammum ad γ ζ parallelogrammum. At κ ad μ rationem habet compoſitam ex lateribus, & α δ parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma ad inuicem rationem habent compoſitam ex lateribus: quod demonſtraſſe oportebat.*



Euclid. ex Zamb. Thorema 18. Propoſitio 24.

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma ſimilia ſunt toti & inuicem.

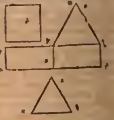
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ε η & θ κ. Dico quòd utrunq; ipſorum ε η & θ κ parallelogrammorum ſimile eſt toti α β γ δ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt parallelus ε ζ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut β ε ad ε α, ſic γ ζ ad ζ α. Rurſus per eandem, quoniam trianguli α δ γ ad unum latus γ δ acta eſt parallelus ζ η: proportionale eſt per 2 ſexti, ſicut γ ζ ad ζ α, ſic δ η ad η α. Sed ſicut γ ζ ad ζ α, ſic oſtenſa eſt & β ε ad ε α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) β ε ad ε α, ſic δ η ad η α: & cōponendo igitur (per 18 quinti) ſicut β α ad α ε, ſic δ α ad α η: & permutatim (per 16 quinti) ſicut β α ad α δ, ſic ε α ad α η: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia ſunt latera quæ circa cōmunē angulū β α δ ſunt: & quoniā parallelus eſt η ζ ipſi δ γ æqualis eſt (per 19 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, et qui ſub η ζ α, ei qui ſub δ γ α, & cōmunis duorum triangulorum α δ γ et α ζ η angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulū igitur eſt triangulum δ α γ triangulo α η ζ. Idq; propterea & triangulum α β γ æquiangulum eſt triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ parallelogrammū ipſi ε η parallelogrāmo æquiangulū eſt: proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ ad α γ, ſic α η ad α ζ, ſicutq; δ γ ad γ α, ſic η ζ ad ζ α. Sicut aūt α γ ad γ β, ſic α ζ ad ζ ε, & inſuper ſicut γ β ad β α ſic ζ ε ad ε α. Et quoniā oſtēſum eſt, ſicut quidē δ γ ad γ α, ſic ζ η ad ζ α: ſicut uerò α γ ad γ β, ſic α ζ ad ζ ε: ex quo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic η ζ ad ζ ε. Parallelogrāmorū igitur α β γ δ, et ε η, proportionalia ſunt*



latera, quæ circum æquales angulos. Simile igitur eſt (per primã diffinitionẽ ſexti) parallelogrãmum α β γ δ, parallelogrãmo ε κ. Id propterea & parallelogrãmũ α β γ δ, parallelogrãmo κ θ eſt ſimile: utrunq; igitur ipſorũ ε κ & θ κ parallelogrãmorũ, ipſi α β γ δ parallelogrãmo ſimile eſt. Quæ autẽ eidẽ rectilineo ſimilia, & ſibi inuicẽ ſunt ſimilia (per 21 ſexti) igitur & ε κ parallelogrãmum ipſi κ κ parallelogrãmo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogrãma ſimilia ſunt toti & ad inuicẽ: quod erat demõſtrandũ. Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 25.

Dato rectilineo ſimile, & alij dato æquale idem conſtituere. 25

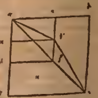
THEON ex Zamb. Sit quidẽ datũ rectilineum, cui oportet ſimile conſtituere α β γ, cui autẽ oportet æquale δ, oportet iam ipſi α β γ ſimile, ipſi autẽ δ æquale, idẽ conſtituere. prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipſi triangulo α β γ æquale: parallelogrãmũ β ε et ad γ ε ipſi δ æquale parallelogrãmũ γ μ in angulo qui ſub ζ γ ε, qui æqualis eſt ei qui ſub γ θ δ. In rectã lineam igitur eſt (per 14 primi) β γ ipſi γ ζ: et λ ε ipſi ε μ. Sumaturq; (per 13 ſexti) ipſarũ β ε & γ ζ media proportionalis κ θ, deſcribaturq; (per 18 ſexti) ex κ θ ipſi α β γ ſimile, ſimiliterq; poſitũ κ κ θ. Et quoniã eſt ſicut β γ ad κ θ, ſic κ θ ad γ ζ: ſic autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales, ſicut prima ad tertiã, ſi quæ à prima eſt ſpecies ad eã quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt: igitur (per correlariũ ſecundum 20 ſexti) ſicut β γ ad γ ζ, ſic triangulũ α β γ a triãgulũ κ κ θ. Sed ſicut β γ ad γ ζ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrammũ. Et ſicut igitur (per 1 ſexti) triangulũ α β γ ad κ κ θ, ſic β ε parallelogrãmũ ad ε ζ parallelogrãmũ, uiciſſim quoq; igitur (per 16 quinti) ſicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, ſic triangulũ κ κ θ ad parallelogrammũ ε ζ: æquale autẽ eſt triangulũ α β γ parallelogrãmo β ε, æquale igitur eſt triangulũ κ κ θ ipſi ε ζ parallelogrãmo: ſed parallelogrammũ ε ζ ipſi δ eſt æquale, & κ κ θ igitur ipſi δ eſt æquale, eſt autẽ κ κ θ ipſi α β γ ſimile. Dato igitur rectilineo α β γ ſimile & alij duo δ æquale. Idẽ κ α θ conſtitutũ eſt: quod facere oportebat.



Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Propoſitio 26.

Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatũ, ſimile toti & ſimiliter poſitũ communẽ angulũ habens ei, circũ eundẽ dimetiẽtem eſt toti. 26

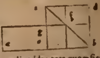
THEON ex Zamb. A' parallelogrãmo enim α β γ δ, parallelogrammum auferatur α ζ, ſimile ipſi α β γ δ, & ſimiliter poſitũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui ſub δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ eſt α β γ δ ipſi α ζ. Nõ enim, at ſi poſſibile eſt. ſit eorũ dimetiens α κ γ, & excidetur (per 31 primi) ab θ utriq; ipſarũ α δ & β γ parallelus θ κ. Quoniã igitur circũ eãdẽ dimetientẽ eſt α β γ δ ipſi κ κ ſimile eſt (per 24 ſexti) α β γ δ ipſi κ α: eſt igitur ſicut δ α ad α β. ſic κ α ad α κ (per cõuerſionẽ 1 diffinitionis ſexti.) Eſt autẽ propter ſimilitudinẽ ipſorũ γ β δ & ε κ, ſicut δ α ad α β, ſic κ α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) κ α ad utrũq; ipſarũ α κ, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur eſt α κ ipſi α ε, minor maiori, quod abſurdũ eſt. Igitur α β γ δ non eſt circa eandẽ dimetientẽ ipſi κ κ. Circa eundẽ igitur dimetientẽ eſt α γ β δ, parallelogrammũ ipſi α ζ parallelogrammo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrãmũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, cõmunẽ angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientem eſt toti: quod oſtendere oportebat.



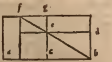
Euclid. ex Camp. Propoſitio 26.

SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ deſignatum maius eſt eo parallelogrammo, cui datę lineæ applicatio deeſt, ad completionem lineę ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati. 26

CAMPANVS. Sit data linea a b, ſuper cuius dimidium c b, conſtituatur parallelogrãmum c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrammum a f, cuius unum latus ſecet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b deſit ſuperficies f b, quæ ſit ſimilis ſuperficiei e d, & conſiſtens circa diametrũ eius: dico quòd tunc parallelogrammum c d eſt maius parallelogrammo a f. Eſt enim, per primã huius a g æquale g b, & per quadrageſimãtertiam primi c f æquale f d: ergo per hanc communem ſcientiã, ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqua-



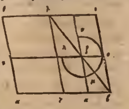
æqualia, erit gnomo cõſtans ex tribus parallelogrammis quæ ſunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammum c d, eſt maius parallelogrãmo a f, in parallelogrammo e f, quod eſt propoſitum. Idem etiam eſſet, ſi ſuperficies a f fieret altior ſuperficie c d: ut uidere potes in ſecunda figura, in qua etiam per primam huius a g, eſt æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus ſupplementis ſuperficiei f b, excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.



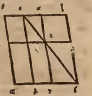
Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 27.*

27 Omnium parallelogrammorũ ad eãdem rectam lineã * proiecto- rum deficientiumq́; * ſpecie parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterq́; poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt, maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum ſimile exiſtens * ſumpto. *παραβαλλομένων, applicatorum. εἰδει, id eſt figuris. ἐλλείποντι, id eſt defectui.*

THEON *ex Zãb. Sit recta linea αβ, & ſecetur (per 10 primi,) bifariã in γ, prætẽditur quoq; (p' 18 ſexti, ad αβ, rectã lineã, parallelogrammũ αδ, deficiẽs ſpecie parallelogrãmo δβ, ſimili, ſimiliterq́; deſcripto ei quod à dimidia ipſius αβ, hoc eſt γβ. Dico qđ omniũ ad αβ, cõparatorũ parallelogrãmorũ, & deficiẽtiũ ſpecie parallelogrãmis ſimilib. ſimiliterq́; poſitis ipſi δβ, maximũ eſt αδ, prætẽdatur enim ad αβ, rectã lineã parallelogrãmũ αζ deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ζβ, ſimili ſimiliterq́; poſito ipſi βα. Dico q̃ maius eſt αδ, ipſo αζ. Quoniã enim ſimile eſt δβ, parallelogrãmũ ipſi ζβ, parallelogrãmo: circũ eãdẽ igitur ſunt dimetientẽ (p 26 ſexti) excitetur eorũ dimetiẽs δβ, & deſcribatur figura. Quoniã igitur (p 42 primi) æquum eſt ζγ, ipſi ζε, cõmune apponatur ζβ, totũ igitur γθ toti κε, eſt æquale. Sed γθ ipſi γκ eſt æquale (p 36 primi) quoniã & recta αγ, rectæ γβ æqualis. Igitur κγ, ipſi εκ, eſt æquale. Cõmune apponatur γζ, totũ igitur αζ, toti λμν, gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrammũ δβ, hoc eſt αδ, ipſo αζ parallelogrãmo maius eſt, omniũ igitur ad eãdẽ lineã cõſiſtentium parallelogrãmorum & deficientiũ ſpecie parallelogrãmis ſimilibus ſimiliterq́; poſitis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſt quod à dimidia cõparatum eſt, quod oportebat demonſtrare.*



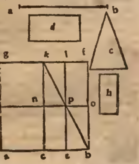
ALITER. *Sit enim rurſus αβ, diſſecta bifariam in γ, et cõparatũ αλ, deficiens ſpecie ipſo λβ. Comparetur q; rurſus ad αβ, parallelogrammum αε, deficiens ipſo εβ, ſimili ſimiliterq́; poſito ipſi λβ, quod à dimidia ſit ipſius αβ. Dico quod à dimidia comparatum, αλ maius eſt ipſo αε. Quoniam enim ſimile eſt εβ, ipſi λβ, circum eandem dimetientẽ ſunt (per 26 ſexti.) Sit eorum dimetiens εβ, deſcribaturq́; figura. & quoniam æquum eſt λζ, ipſi λθ, quoniam & rectæ ζκ, rectæ κθ eſt æqualis: maius igitur eſt λζ, ipſo κε, æquũ autem eſt λζ ipſi δλ, maius igitur eſt & δλ ipſo κε. commune eſto κδ, totum igitur αλ, toto αζ maius eſt: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 27.

27 TRilatera ſuperficie propoſita æquũ ei ſup quãlibet aſsignatã lineã parallelogrãmũ deſignare, cui deſit ad cõplendã lineã alij ſupficiei propoſitæ ſimile parallelogrãmũ quod ſecũdũ eiuſdẽ ſuũ eſſe parallelogrãmo ſuper dimidium datæ lineæ collocato minimè maius exiſtat.

CAMPANVS. Sit aſsignata linea a b, & propoſitus triangulus c, propoſitum que parallelogrammum d, uolo ſuper lineam a b deſignare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod deſit ad complen-



o s dam

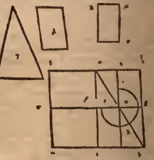
dam lineam a b parallelogrammum ſimile d: & ſit ita cōditionatum quod triangulus c nō ſit maior parallelogrāmo ſimili d, collato ſuper dimidiū lineæ a b, alioquin ad impoſsibile laboraret, per pręmiſſam. Diuido igitur lineā a b per æqualia in puncto e & ſecūdū doctrinā 19 huius ſuper eius medietatē b e cōſtituo parallelogrāmū e f ſimile d, & cōplebo ſup totā lineā a b parallelogrāmū b g. Quia igitur c non eſt maior parallelogrammo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitum eſt, ſi fuerit ei ęqualis, erit parallelogrāmū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9, & per diffinitionē ſimiliū ſuperficierum & 20 huius. Si aūt minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecundū doctrinā 21 huius quæ ſit h, eritq́ h ſimilis e f per 20 huius: quare per cōuerſionē diffinitionis, æquiāgula ſibi & ꝓportionaliū laterū, protrahā igitur in parallelogrāmo e f diametrū b k, & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad menſurā laterū ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtātibus laterib. ſuperficiei e f, ſecātibus ſe in puncto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h, eritq́ per 23, huius pūctū p, in diametro k b: protracta itaq; o n uſq; ad a d, dico parallelogrāmū a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cōplementū lineę a b parallelogrāmū p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d. Sed ipſum etiā parallelogrāmum a p eſt æquale triāgulo c. Eſt enim per primā huius, a n æquale n b, ergo per 41 primi, & hanc cōmunē ſcientiā ſi æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammū a p, eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale prallelogrammum k p, patet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propoſitio 28.*

Ad datā rectā lineā dato rectilineo ęqle parallelogrāmū cōparare, deficiēs ſpecie parallelogrāmo ſimili dato. Oportet iam datū rectilineū cui * expedit æquū cōparare, nō maius eſſe eo q̄d à dimidia cōparatū ſimilib. exiſtētib. ſumptis & eius q̄d à dimidia & cui expedit ſimile deficere.

*à dā
*dā oportet dā

THEON ex Zāb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineū cui oportet æquū prætendere ad α β, ſitq; illud γ, nō maius exiſtēs eo quod à dimidia cōparatū eſt ſimilib. exiſtentibus ſumptis, cui autē expedit ſimile deficere δ, oportet iā ad datā rectā lineam α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrāmū prætendere deficiens ſpecie parallelogrāmo ſimili exiſtēte ipſi δ. Secetur (p 10 primi) α β bifariā in ſigno ε. Deſcribaturq; (p 18 ſexti) ab ε β, ipſi δ ſimile, ſimiliterq; poſitū ε β ζ η. Cōpleaturq; α η prallelogrāmū. Iā α η aut æquū eſt ipſi γ, aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū eſt α η, ipſi γ, quod quærimus factū iam eſt. Cōparatū ſiquidē eſſet ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū α η deficiēs ſpecie parallelogrammo η β, ſimili ipſi δ. Si aūt nō eſt maius θ ε quàm γ, æquale aūt θ ε ipſi η β, maius igitur & η β quàm γ. Quo aūt maius eſt η β q̄ γ, tali exceſſui (p 25 ſexti) æquale ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitū idē cōſtituatur κ λ μ ν. Sed ipſi η β, ipſum δ eſt ſimile, & κ μ, igitur ipſi η β eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis κ λ, ipſi η ε, & λ μ, ipſi ε ζ. Et quoniā æquū eſt η β, ipſis γ κ μ, maius igitur eſt η β quàm κ μ. Maior igitur eſt η ε, quàm κ λ, & ε ζ, quàm λ μ, ponatur (p 3 primi) ipſi quidē κ λ æqualis η ξ, ipſi aūt λ μ æqualis η ο, & cōpleatur parallelogrāmum ξ η ο π. Aequū igitur eſt & ſimile η π ipſi κ μ. Sed κ μ, ipſi η β eſt ſimile, & η π igitur ipſi η β eſt ſimile. Circū eandē dimetientē (per 26 ſexti) igitur eſt η π, ipſi η β. Sit eorū dimetiens η π β, & deſcribatur figura. Quoniā igitur æquū eſt β η ipſis γ & κ μ, quorū η π ipſi κ μ, eſt æquale: reliquus igitur υ φ χ, gnomon reliquo γ eſt æqualis, & quoniā æquū eſt ο ρ. Totū igitur η β, toti α β eſt æquale. Sed ξ β ipſi τ ε eſt æquale: quoniā & latus α ε, lateri ε β eſt æquale, & τ ε igitur ipſi π β eſt æquale. Cōmune applicetur ξ ζ, totū igitur τ σ toti φ χ υ gnomoni æquū eſt. Sed φ χ υ gnomon ipſi γ, oſtenſum eſt quod eſt æqualis, & τ σ igitur ipſi γ æquū eſt. Ad datā rectā lineā igitur α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū cōparatū τ σ deficiēs ſpecie parallelogrāmo χ β, ſimili exiſtenti ipſi δ, quoniā π β, ipſi η π ſimile eſt: quod erat propoſitum.*

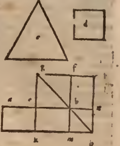


Euclid. ex Campano. *Propoſitio 30.*

SVper datā lineā datę ſupficiei trilaterę æquū parallelogrāmū cōſtituere, quod addat ſuper cōpletionē datę lineę ſupficiē æquidi-

quidiſtantium laterũ datæ ſuperficiei æquidiſtantium laterũ ſimilẽ.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c datumq́ parallelogrãm in d, uolo ſuper lineã a b conſtituere parallelogrammũ æquale triangulo c, quod addat ſuper totam lineam a b, parallelogrammum ſimile d. Diuido lineam a b per ęqualia in puncto e, & ſuper eius medietatẽ e b, facio e f ſimilẽ d, ſecundum quod docet 19 huius, & ſecũdum doctrinam 25 huius, facio k l cuius diameter g h, ſimilẽ d & æqualẽ duabus ſuperficiebus e f & c, eritq́ per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f, ita q̃d ambæ cõmunicẽt in angulo g: erit per 23 huius ſuperficies e f, cõſiſtens circa diametrũ ſuperficiei k l: quare punctum b eſt in diametro g h, cõplebo igitur parallelogrãmum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod cõſtat protractis linea f b uſq; ad m, & linea e b, uſq; ad n. Eſt enim per primã partẽ huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per cõmunẽ ſcientiã a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c, quia parallelogrammũ k l poſitũ fuit ęquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h eſt æquale c, & addit ad complementum lineę a b parallelogrammũ m n, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrammo d, quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.

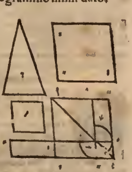


CAMPANI additio. Poſſumus aũt ad lineã datam adiungere parallelogrammum æquale nõ ſolũ trilaterę ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propoſitæ quęcunq; ipſa fuerit: cui deſit ad cõplendam lineam datã ſuperficiei ęquidiſtantiũ laterum propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per ante pręmiſſam, uel quod addat ſuper cõpletionem lineę ſuperficiẽ ęquidiſtantiũ laterũ ſimilem ſuperficiei propoſitæ ſicut proponit cõcluſio præſens. propoſitam enim ſuperficiẽ cui æquale parallelogrammũ debet ad lineam datã adiungi, quod addat aut diminuat ad completionem lineę parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato: reſoluemus in triangulos, & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiẽ æquidiſtantium laterum, totali ſuperficiei propoſitę ęqualem, hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris, require 25 huius. Dehinc ſuper duplum baſis eius æqualis altitudinis triangulum conſtituemus, quem (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem quare & ſuperficiei propoſitæ, huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementũ lineæ aũt minuat parallelogrammum ſimile parallelogrammo dato ſecundum quod docet hęc & præmiſſa: quod propoſitum erat te perfeciſſe non dubites.

Euclid. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 29.

29 Ad datam rectam lineam, dato rectolineo æquale parallelogrammum prætendere, excedens ſpecie parallelogrammo ſimili dato.

THEON ex Zamb. *Sit quidẽ data recta linea α β datũ uerò rectilineũ cui expedit ad α β, æquale parallelogrammum prætendere γ. Cui aũt oportet ſimile prætẽdere δ, oportet iam ad α β, rectã lineam ipſi γ, rectilineo æquum parallelogrammũ prætẽdere excedens ſpecie parallelogrãmo ſimili ipſi δ. Secetur (per 10 primi) α β, biſariã in ε, & deſcribatur (per 6 ſexti) ex ε β ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitum parallelogrammũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipſi aũt δ, ſimile ſimiliterq; poſito, idẽ conſtituatur η θ. Simile igitur eſt η θ, ipſi β ζ. Similis autem rationis eſto η θ, ipſi ζ λ, & η ν ipſi ζ ε. Et quoniam maius eſt η θ, ipſo ζ β, maior igitur eſt quidem η θ ipſa ζ λ, & η ν, ipſa ζ ε. Extendantur ζ λ & ζ ε, & ipſi quidem η θ, æqualis eſto ζ λ μ, ipſi autem η ν, æqualis eſto ζ ε ν. Compleatur que μ ν, igitur μ ν, ipſi η θ, æquum eſt & ſimile, ſed η θ, ipſi ε λ, eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti) μ ν, ipſi ε λ, eſt ſimile. circum igitur eandem diametrum conſiſtunt ε λ & μ ν. Excitetur eorum dimetiens ζ ξ, et deſcribatur figura: quoniã igitur æquũ eſt ζ θ ipſis ε λ et γ, ſed η θ ipſi μ ν eſt æquale, & μ ν igitur ipſis ε λ γ, eſt æquale. Cõmune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniã α ε, ipſi ε β, eſt æqualis, æquũ eſt (per trigeſimamſextam primi) et α ν, ipſi ν β, hoc eſt (per quadrageſimamtertiam primi) ipſi λ ο, cõmune apponatur*

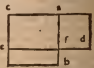


ponatur ε ζ, totũ igitur α ζ æquum eſt ipſi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis eſt ipſi γ. Igitur α ζ ip-ſi γ eſt æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum compoſitum eſt α ζ, excedens ſpecie parallelogrammo π ο ſimili exiſtente ipſi δ. Igitur δ ſimile eſt ipſi β ζ, & π ζ ipſi ο π, eſt ſimile: circum enim eandem dimetientem conſiſtunt quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

QVamlibet lineam propoſitam, ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema ſecare. 29

CAMPANVS. Sit propoſita linea a b: quam uolo diuidere ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratum b e: & ad eius latus a c adiungo ſecundum quod docet præmiſſa, parallelogrammum c d æquale quadrato b e: quod ſit ſimile b e, ſitq́ latus parallelogrammi c d, quod ęquidiſtat a c, d e, & ſecet lineam a b in pũcto f. Dico, lineam a b eſſe diuiſam in pũcto f. ſicut proponitur. Eſt enim a d quadratum, propter id quod eſt ſimile b e, quare a f, eſt æquale f d, ſed & f e eſt æqualis a b: propter id quod eſt æqualis a c, per 34 primi, & quia c d æquale b e: dempto ab utroq́ c f, erit a d æquale e b & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera ſunt mutekeſia: ergo e f ad f d, ſicut a f ad f b: & quia e f eſt æqualis a b & f d, erit a b ad a f, ſicut a f ad f b: ergo per diffinitionem eſt diuiſa ut proponitur. Idem etiam poteſt demonſtrari ex 11 ſecundi. Diuidatur enim a b in puncto f: ſecundum quod docet 11 ſecundi, ſitq́ c b, quod continetur ſub tota a b & eius parte f b: ita quod f e ſit æqualis a b & a d ſit quadratum a f eſt per prædictam 11 ſecundi e b, æquale a d. Quod reſtat arguere ut prius 13 huius, uel ſic: cum a b ſit diuiſa in puncto f, ſecundum quod docet 11 ſecundi quod ſit ex a b prima in f b, tertiam eſt æquale quadrato a f ſecundæ: ergo per ſecundam partẽ 16 huius proportio a b primæ ad a f ſecundam, eſt ſicut a f ſecundæ ad f b tertiam: per diffinitionem itaque diuiſa eſt a b ut proponitur.



Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propoſitio 30.*

τεμεῖν *ſecare* **Datã rectã lineã terminatã, extrema ac media ratione diſpeſcere.** 30

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipſam α β, rectam lineam extre-* τεμεῖν *ma & media ratione diſpeſcere. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Comparetur q́; (per 29 ſexti) ad α γ, ipſi β γ, æquum parallelogrammum γ δ excedens ſpecie α δ, ſimili ipſi β γ. Quadratum autem eſt β γ, quadratum igitur eſt & α δ, & quoniam æquum eſt β γ, ipſi γ δ, commune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ eſt æquale, eſt autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 ſexti) ipſorum β ζ, & δ α, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Eſt igitur ſicut ζ ε ad ε δ, ſic α ε, ad ε β. Aequalis autem eſt ζ ε, ipſi α γ, hoc eſt ipſi α β. Ipſa autem ε δ, ipſi α ε. Eſt igitur ſicut β α ad α ε, ſic α ε ad ε β, maior autem eſt (per 14 primi) α β, quàm α ε: maior igitur eſt & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione ſecta eſt in ε, & maius ſegmentum ipſius eſt α ε, quod feciſſe oportuit.*



ALITER. *Sit data recta linea α β, oportet ipſam iam α β extrema, & media ratione ſecare, ſecetur enim α β in γ (per 11 ſecundi) ut quod ſub α β & β γ, æquum ſit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod ſub α β & β γ, æquum eſt ei quod ex γ α, eſt igitur (per 17 huius) ſicut β α ad α γ, ſic α γ ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuiſa eſt ratione in γ, quod oportebat facere.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI fuerint duo anguli ſuper unũ angulum conſtituti, quorum duo latera angulũ illum cõtinentia duobus alijs eorum lateribus æquidiſtet, fuerintq́ illa quatuor latera ſecũdum æquidiſtantiã relata, proportionalia, illos duos triangulos ſuper unam lineam rectam conſtitutos eſſe neceſſe eſt. 30

CAMPANVS. Sint duo anguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitq́ a c æquidiſtans d e & d c, a b, & ſit proportio a c ad d e, ſicut a b ad d c, dico quod duæ baſes eorum b c & c e, ſunt linea una. Eſt enim angulus a. æqualis angulo d: quia uterque eorum eſt æqualis angulo a c d, per primam partem uigeſimænonæ primi, igitur per præcedentem hypotheſin

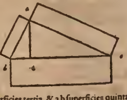
ſtı & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquianguli, & angulus b eſt æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres anguli qui ſunt ad c ſunt æquales duob. rectis. ipſi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, eſt linea una, quod eſt propoſitum.



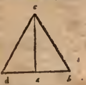
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 IN omni triangulo rectangulo ſuperficies lateris, quod ſubtẽditur angulo recto, ęqualis eſt ſuperficiebus duorum laterum, angulum rectum continẽtium pariter acceptis, cum fuerint ſimiles ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis, proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus: unde hęc eſt illa tanto uniuerſalior, quanto ſuperficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectãgulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quòd ſuperficies conſtituta ſuper latus c b, eſt æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper a b & a b, cum omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per ſecũdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, ſicut c a ad d c, & c b ad b a, ſicut b a ad d b. Si itaq; ſuper quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu, erit per correlarium 17 huius, proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper c a ſecundam, ſicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiuſdẽ ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecundam, ſicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuerſam proportionalitatem ſuperficiei a c ad ſuperficiem c b, ſicut c d ad c b, & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c, ſicut b d ad ſuperficiẽ b c: & ponatur a c prima, & c b ſecũda & quarta, & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta, & b d ſuperficies ſexta, & arguatur per 24 quinti, quòd proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies conſtitutas ſuper c a & c b ſimul, eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul. quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis erit ſuperficies conſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Conuerſam quoque huius poſſumus facilè demonſtrare per modum demonſtrationis ultimæ primi, ſit enim triangulus a b c, ſitq; ſuperficies cõſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus. Dico quòd angulus a eſt rectus, ponam enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo ſuperficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 ſuperficies conſtituta ſuper c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſibi ſimilibus, quare etiam cõſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili, hęc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a eſt rectus: quod eſt propoſitum.



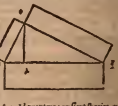
Seqaentes duę ex Zamberto propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano pręposte ro ordine reſpondent. *Euclid ex Zamb.* *Theorema 31.* *Propoſitio 31.*

31 In rectangulis triangulis, quę ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies, æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum comprehendẽtibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum, qui ſub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. Excitetur (per 12 primi) perpendicularis α δ. Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in baſim perpẽdicularis acta eſt α δ triangula α β δ et α δ γ, quæ ad perpẽdicularẽ, ſimilia ſunt toti α β γ, et ſibi inuicẽ (per 8 ſexti) quoniã ſimile eſt α β γ ipſi α β δ: eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic α β ad β δ. At quoniã tres rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt igitur (per correlariũ ſecundũ 20 ſexti) ſicut prima ad tertiã, ſic quæ à prima ſpecies ad eã quæ à ſecunda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ β ad β δ, ſic ſpecięs quæ ex β γ ad eã quæ β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea et ſicut β γ ad γ δ, ſic ſpecies quæ ex β ad eã quæ ex γ α.*

Quare

Quare ſicut β γ ad β δ & δ γ, ſic que ex β γ ſpecies ad ea que ſub β α & α γ, ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſunt. Aequalis aūt eſt α γ, ipſi β δ & δ γ: æqualis igitur eſt ſpecies que ex β γ eis que ex β α & α γ ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis igitur triangulis, que ad rectū angulum ſubtendentem ſpecies, æqualis eſt eis que ad rectū angulū cōprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis: quod demonſtraſſe oportuit.

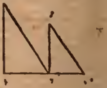


ALITER. *Qaoniam (per correlarium primum 20 ſexti) ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, igitur que ex β γ, eſt ſpecies ad eam que ex β α, duplam rationem habet quam γ β ad β α: habet autem & quod ex β γ quadratum ad id quod ex β α quadratum duplam rationem quàm γ β ad β α: & ſicut igitur que ex γ β ſpecies ad eam que ex β α ſpeciem, ſic quadratum quod ex γ β ad quadratum quod ex β α. Id propterea & ſicut ſpecies que ex β γ ad ſpeciem que ex γ α, ſic quadratum quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α. Quare & ſicut ſpecies que ex β γ ad ſpecies que ex β α & α γ, ſic quadratum quod ex β γ ad quadrata que ex β α & α γ. Quadratum autem quod ex β γ, æquum eſt eis que ex β α & α γ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur eſt ſpecies que ex β γ eis que ex β α & α γ ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

Si duo triangula componātur ad unū angulū, duo latera duobus 32
laterib. proportionalia habentia, ut quæ eiuſdē rationis eorū latera
ſint etiā parallela, reliqua ipſorū triāgulorū latera in rectā lineā erūt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ γ ε, duo latera β α & α γ duobus lateribus δ γ & δ ε, proportionalia habentia, ſicut quidem α β ad α γ, ſic δ γ ad δ ε: parallelum autem α β ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ε. Dico q, in rectam lineam eſt β γ ipſi γ ε. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi δ ε, & in eas incidit re-*
ἐναλλὰξ *cta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi) * utrobiq; qui ſub β α γ & α γ δ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε angulo α γ δ eſt æqualis. Quare angulus β α γ angulo γ δ ε eſt æqualis: & quoniam duo triangula ſunt α β γ, et δ γ ε, unum angulū qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualē habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidem β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ε: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum α β γ triāgulo δ γ ε. Aequalis igitur eſt angulus α β γ angulo δ γ ε. Patuit autem q, angulus α γ δ æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε duobus α β γ et β α γ eſt æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε & α γ β eis qui ſunt ſub γ α β, α γ β et γ β α ſunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, et α γ β (per 32 primi) duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ, ad ſignumq; in ea γ, due recte linee β γ & γ ε, non ad eaſdem partes du-*
ἐφεξῆς *cte, æquos * utrobiq; ſub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectam lineam: igitur eſt β γ ipſi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

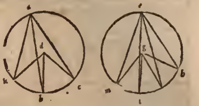


Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

SI in circulis ęqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunſe- 33
rentiam anguli conſiſtant, erit angulorū proportio tanquam proportio arcuum illos angulos ſuſcipientium.

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, æquales, ſuper quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g, & ſuper eorum circūferentias alij duo qui ſint b a c, & f e g, dico quód proportio angulorum tam eorū qui ſunt ſuper centra, quàm eorum qui ſuper circunferentias, eſt ſicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus ęquales, ſiue ſecundum eundē numerum ſiue ſecundum diuerſos, ſitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorū arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas k d, k a, m h l h, m e, & l e: eruntq; per 26 tertij, anguli qui ſunt ad d adinuicem æquales: ſimiliter quoq; & qui ſunt ad h, adinuicem æquales. Idem etiā de ijs qui ſunt ad a, & de ijs qui ſunt ad e, ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c: ita āgulus k d c āguli b d c, & angulus k a c āguli b a c: ſimiliter

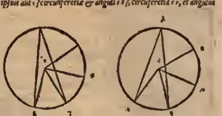
ſimiliter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g, angulus k d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g, & ſi maior, maiores: & ſi minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcũ f g, eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g, & ſicut anguli b a c ad angulum f e g, quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo.



Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 33.

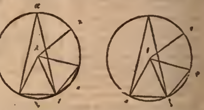
33 In ęqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus conſiſtunt, & ſi ad centra & ſi ad circunferentias fuerint conſtituti, tum etiam ſectores, utputa ad centra conſtituti.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, ad eorũq; centra η θ, anguli ſint β η γ, & ε θ ζ: ad eorũ circunferentias uerò anguli qui ſub β α γ, & ε δ ζ. Dico q. eſt ſicut circũferentia β γ, ad circunferentiã ε ζ, ſic eſt angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, et angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ, & inſuper η β γ ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Ponatur (per 28 tertij) ipſi quidẽ β γ, circunferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc eſt γ κ, & κ λ, ipſi aũt ε ζ, quotcunq; æquales circunferẽtiæ ζ μ & μ ν. Cõnectanturq; η κ, η λ, θ μ, & θ ν. Quoniã igitur æquales ſunt β γ, γ κ, & κ λ, circunferentiæ adinuicẽ, æquales (per 27 tertij) quoq; ſunt anguli β η γ, γ η κ, & κ η λ. Quotuplex igitur eſt β λ, circũferentia ipſius β γ circũferentiæ, totuplex eſt angulus β η λ, anguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex eſt ν ε, circunferentia ipſius ε ζ circũferẽtiæ, totuplex eſt angulus ν θ ε, ipſius ε θ ζ. Si igitur æqualis eſt circũferentia β λ, ipſi circunferẽtiæ ε ν, æqualis eſt et angulus β η λ angulo ε θ ν, & ſi maior eſt β λ circũferentia quã ε ν, circunferentia, maior eſt & angulus β η λ, angulo ν θ ε: & ſi minor, minor. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus. inquã circunferẽtijs β γ & ε ζ, binisq; angulis hoc eſt β η γ, & ε θ ζ, ſuſcipiuntur quidẽ ipſius β γ circunferentiæ atq; ipſius anguli β η γ, æquè multiplices hoc eſt β λ circũferentia & angulus β η λ, ipſius aũt ε ζ circunferẽtiæ & anguli ε θ ζ, circũferẽtia ε ν, et angulus ε θ ν. Oſtẽſum aũt eſt q. ſi circunferentia β λ excedit circunferentiam ε ν, angulus quoq; β η λ excedit angulũ ε θ ν: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) ſicut β γ circũferentia ad ε ζ circunferentiã: ſic angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ. Sed ſicut angulus β η γ ad angulũ ε θ ζ, ſic angulus β α γ ad angulum ε δ ζ, duplus enim eſt (per 20 tertij) uterq; utriuſq;.



Et ſicut igitur β γ, circunferentia ad ε ζ circunferentiam, ſic angulus β η γ, ad angulũ ε θ ζ, & angulus β α γ ad angulũ ε δ ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habent rationem ipſis circunferentijs, & ſi ad centra & ſi ad circunferentias cõſtituti fuerint: quod demonſtraſſe oportuit. Dico etiam, q. et ſicut β γ circunferentia ad ε ζ circunferentiam, ſic η β γ, ſector ad θ ε ζ ſectorẽ. Cõnectantur β γ & γ κ, & aſſumptis ſuper β γ, & γ κ, circũferẽtijs ξ ο ſignis, cõnectantur β ξ, ξ γ, γ ο, & ο κ. Et quoniã (per diffinitionẽ primi) duæ β η, & η γ, duab. γ η et η κ, ſunt æquales, æqualesq; angulos comprehendunt, et baſis β γ ipſi γ κ eſt æqualis: triangulũ igitur η β γ (per 4 primi) triangulo η γ κ eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt β γ circunferentia γ κ circunferentiæ, et reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ circunferẽtia reliquæ quæ in eundẽ totũ α β γ, circulũ circũferẽtiæ eſt æqualis. Quare & angulus β ξ γ ipſi γ ο κ eſt æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) eſt β ξ γ ſegmentũ, ipſi γ ο κ, eſt ſegmento, & in æqualibus ſunt rectis lineis β γ & κ γ. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſiſtunt, ea adinuicem ſunt æqualia (per 24 tertij) ſegmentum igitur β ξ γ ipſi γ ο κ ſegmento eſt æquale, eſt autem & triangulum η β γ triangulo η γ κ æquale. Totus igitur ſector η β γ, toti η γ κ ſectori eſt æqualis. Id propterea & η κ λ, ſector utrique ipſorum η β γ, & η γ κ, eſt æqualis. Tres igitur ſectores η β γ, η γ κ, & η κ λ ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea

pterea & θιζ, θζμ, & θμν, ſectores, ſibi inuicem ſunt æquales, Quotuplex igitur eſt β λ, circunferentia ipſius β γ circunferentiæ, totuplex eſt & λ η β, ſector ipſius η β γ, ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt ε ν, circunferentia ipſius ε ζ, circunferētiæ, totuplex eſt et θ ε ν ſector ipſius θ ε ζ, ſectoris. Si igitur æqualis eſt β λ, circunferentia ipſi ε ν circunferentiæ, æqualis eſt & β η λ, ſector ipſi ε θ ν, ſectori. Et ſi excedit β λ, circunferentia ipſam ε ν circunferentiam, excedit quoque & β η λ, ſector ipſum θ ε ν, ſectorem: & ſi deficit, deficit. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinib. duabus inquam β γ, et ε ζ circunferentijs, duobusq; η β γ, & ε θ ζ, ſectoribus, ſuſcipiuntur æquè multiplices ipſius quidem β γ circunferentiæ & ipſius η β γ ſectoris, hoc eſt β λ, circunferentiæ & η β λ ſector, ipſius autem ε ζ: circunferentiæ & ipſius θ ε ζ, ſectoris, circunferentia nempe ε ν, & ſector θ ε ν. Et oſtenſum eſt, quòd ſi circunferentia β λ excedit ipſam circunferentiam ε ν, excedit quoque & β η λ, ſector ipſum ε θ ν, ſectorem: & ſi æqualis, æqualis: & ſi deficit, deficit. Eſt igitur (per conuerſionem 5 diffinitionis ſexti) ſicut circunferentia β γ, ad ε ζ, ſic η β γ, ſector ad θ ε ζ, ſectorem.



CORRELARIVM. *Et manifeſtum eſt, quòd ſicut ſector ad ſectorem, ſic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber ſeptimus.*

Ex Campano triplex principiorum genus. *Primum.* *Diffinitiones.*

VNitas, eſt qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, eſt multitudo ex unitatibus cōpoſita. 3 Naturalis ſeries numerorū dicitur, in qua ſecundum unitatis additionē fit ipſorum cōputatio. 4 Differentia numerorū, appellatur numerus, quo maior abūdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui ſola unitate metitur. 6 Numerus compoſitus dicitur, quem alius numerus metitur. 7 Numeri cōtra ſe primi dicūtur, qui nullo numero excepta ſola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicē compoſiti ſiue communicantes dicuntur, quos alius numerus q̄ unitas metitur, nullusq; eorum eſt ad alium primus. 9 Numerus per aliū multiplicari dicitur, qui toties ſibi coaceruatur, quoties in multiplicante eſt unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorū multiplicatione creſcit. 11 Numerus aliū numerare dicitur, qui ſecundū aliquē multiplicatus illū producit. 12 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorē numerat. Et qui numerat̄, numerātis multiplex appellat̄. 13 Denominās, eſt numerus ſecūdū quē pars ſumit̄ in ſuo toto. 14 Similes dicunt̄ partes, q̄ ab eodē numero denominant̄.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communem, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore. 17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quòd eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorem, ſecundum quòd eum continet, & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartum uerò triplicata. 19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totum & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorẽ. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſsibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere. 4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdem ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorum æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicũq; numerus in unitatẽ ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat, unitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratum ab illo 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum *Liber ſeptimus.*

Euclid. ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas eſt, qua unumquodq; eorũ quæ ſunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cõpoſita multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quãdo eũ metitur minor. 6 Par numerus eſt, qui biſariã diuiditur. 7 Impar uerò, qui biſariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus eſt, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar eſt, quẽ par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par eſt, quẽ impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparẽ numerum. 12 Primus numerus eſt, quem unitas ſola metitur. 13 Primi ad inuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur communi menſura. 14 Cõpoſitus numerus eſt, quẽ numerus aliquis metitur. 15 Cõpoſiti autem ad inuicẽ numeri, ſunt, quos numerus aliquis cõmuni dimenſione metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quotę ſunt in ipſo unitates, toties cõponitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autẽ bini numeri ſeſe ad inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri ſeſe multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus ſolidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes ſeſe inuicẽ numeri. 19 Quadratus numerus eſt, qui æquè æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris cõtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè ęqualis æquè, uel qui ſub tribus æqualibus numeris cõtinetur. 21 Numeri proportionales ſunt, quando primus ſecundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadem pars, uel eædem partes. 22 Similes plani & ſolidi numeri ſunt, qui proportionalia habẽt latera. 23 Perfectus numerus eſt, qui ſui ipſius partibus eſt æqualis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI à maiore duorũ numerorũ minor detrahatur, donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquũ donec minus eo relinquatᷣ, itemq; à reliquo primo reliquũ ſecundũ, quouſq; minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi continua detractione nullus ſuerit reliquus qui ante relictũ numeret uſq; ad unitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

Campanus.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq́; c d ex a b quoties poteſt & ſit reſiduū e b, qui erit minor c d, alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d, detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt, ſitq́; reſiduum f d, ſed & f d detrahatur ex e b quoties poteſt. & ſit reſiduū g b, quod ſit unitas, dico tūc numeros a b & c d, eſſe cōtra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti, numerabit eos communiter per diffinitionē aliquis numerus præter unitatem, qui ſit h. & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimā conceptionem, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionē: ergo & c f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, & quia g b eſt unitas, ſequitur numerum eſſe partem unitatis uel ſibi æqualem: quod eſt impoſſibile. Erunt igitur a b & c d, contra ſe primi, quod eſt propoſitum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
b . .

CAMPANI *additio*. Quòd ſi duo numeri a b & c d ſint cōtra ſe primi, non erit in hac mutua detractione ſtatus, antequam ad unitatē perueniatur. Et eſt iſtud cōuerſum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ſit ut g b ſit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil ſit reſiduum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam cōceptionem, numerat & e g: & quia etiā numerat ſeipſum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed oſtēſum eſt prius, quòd numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e. & quia oſtenſum eſt prius quòd etiam numerat e b. ſequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrunque duorum a b & c d, numeri a b & c d ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. Per hanc ergo uiam, propoſitis quibuſque duobus numeris, inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi. ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus antequam perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt compoſiti.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

1 Si duobus numeris inęqualibus expoſitis, ſublato ſemper minore, à maiore reliquus minimè metiatur pręcedentē, quoad aſſumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Duobus namq; inequalibus numeris propoſitis αβ & γδ, ſublato ſemper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedētem, quoad ſumpta fuerit unitas. Dico quòd ipſi αβ et γδ primi adinuicem ſunt: hoc eſt quod ipſos αβ ad γδ unitas ſola dimetitur. Si autem αβ & γδ non ſunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metictur: metiatur, eſtoq; ε, & γδ ipſum βζ metiens, relinquat ſe minorem ζα: at αζ ipſum δη metiens, relinquat ſe minorē ηγ: & ηγ ipſum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipſum δγ metitur, & γδ ipſum βζ metitur, igitur & ε ipſum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipſum δη metitur, & ε igitur ipſum δη metietur: metitur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At ε η ipſum ζθ metitur, & ε igitur ipſum ζθ metietur: metitur autem & totum ζα, & reliquam igitur αθ metietur unitatem, numerus exiſtens, quod eſt impoſſibile. igitur ipſos αβ & γδ, nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem ſunt: quod demonſtrare oportebat.*

ε
ε . .
δ . . . η . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 PRopoſitis duobus numeris adinuicē cōpoſitis, maximū numerum comunem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtū eſt, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compoſiti a b & c d, minor c d: quia ergo numerat eos cōmuniter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum numerum, eos communiter numerantem. Secundum modum & ſimilitudinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad poſſum, uidelicet c d de a b, & ſit reſiduum e b: itemq́; e b de c d quoad poſſum, & ſit reſiduum f d: & quia huius diminutio nō po-

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

 teſt fieri

teſt fieri infinities per ultimam petitionem, nec poteſt etiam ad unitatem peruenire in propoſitio per præcedentem, quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi, quod eſt cõtra hypotheſin: ſit ut cũ detraxero f d ex e b, quoad potero, quod nihil ſit reſiduum: dico tunc f d eſſe maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numerat eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem alternatim quoties oportuerit repetitas, ſicut in demonſtratione cõuerſę præcedẽtis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipſo detrahitur quoad poteſt, nihil ſit reſiduũ, ergo & c f per penultimam conceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimã. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d ſic patet. Si enim fieri poteſt, ſit numerus g maior f d, numerans utrunque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e: & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet minorem: quod eſt impoſsibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlarium.

a .... e ...... b
c ...... f ... d
g ....

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 2.*

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimenſionem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipſorum α β & γ δ, maximam dimenſionem inuenire. Si quidem γ δ ipſum α β metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur γ δ, ipſorum γ δ & α β communis dimenſio eſt: & manifeſtum eſt, quòd maxima, nullus enim maior ipſo γ δ, ipſum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipſum α β, ipſorum α β & γ δ ſublato (per primã ſeptimi) ſemper minore à maiore, ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non ſumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipſum α β metiens, (per primam ſeptimi) relinquat ſe minorem α ε: α ε autem ipſum γ δ metiẽs, relinquat ſe minorem γ ζ, & γ ζ ipſum α ε metiatur. Quoniã igitur γ ζ ipſum α ε metitur, & α ε ipſum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipſum δ ζ metietur, metitur et ſeipſum, & totũ igitur γ δ metietur. At γ δ ipſum β ε metitur, & ε ζ igitur ipſum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur et totum β α metietur, metietur quoque ipſum γ δ, igitur γ ζ ipſos α β & γ δ metitur. igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ communis dimenſio eſt. Dico enim quòd & maxima, ſi γ ζ ipſorum α β & γ δ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior exiſtens, ipſo γ ζ metiatur, eſtoq; η. Et quoniam η ipſum γ δ, & γ δ ipſum β ε metitur, & η igitur ipſum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α ε ipſum δ ζ metitur, & η igitur ipſum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſos α β & γ δ numeros numerus non metietur, maior exiſtens ipſo γ ζ. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ maxima eſt communis menſura: quod oportebat facere.*

β .... α
δ .... γ
β .... ε .... α
δ .... ζ .. γ
β ...... ε ..... α
η ...
δ .... ζ .. γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quòd ſi numerus binos numeros metitur & maximam communem eorum dimenſionem metietur.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

PRopoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerorũ eos communiter numerantiũ inuenire.

CAMPANVS. Priuſquam hanc tertiam concluſionẽ demonſtremus, demonſtrandũ arbitramur ipſius antecedẽs, uidelicet propoſitis tribus numeris, qualiter poterimus certificare, an ipſi ſint adinuicem compoſiti. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipſi ſint adinuicem compoſiti: per primam igitur inquiro, an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicem primi, quòd ſi ſic, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti per diffinitionem. Si autem a & b ſunt adinuicem compoſiti, ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui ſi numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum, ſed ipſi c & d quidem ſunt contra ſe primi, non erunt a, b, c, adinuicem compoſiti: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, ſicq; eſſent d & c compoſiti, quod eſt

a ....
b ....
c ...

a .... d ....
b .... c ..
c ....
c ....
c .....

contra

contra hypotheſin. Si autem c & d ſunt compoſiti, erũt etiam a.b,c, adinuicem compoſiti. Sit enim per præmiſſam e, maximus numerans c & d. qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b. quare per diffinitionem a b c, ſunt adinuicem compoſiti. Simili quoq; modo ſcietur, propoſitis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes ſint adinuicem compoſiti. Propoſitis itaq; tribus qui ſunt adinuicem cõpoſiti, qui etiam ſint a,b c, uolo inuenire maximum numerũ numerantem omnes. Sumo ſecundũ doctrinam præmiſſæ, d maximum numerantem a & b, qui ſi numerat c, ipſe eſt quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis ſequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compoſiti per hypotheſin & correlariũ præcedentis & diffinitionem: ſit igitur maximus eos numerãs e, dico e eſſe maximum numerantem a, b c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypotheſin, quæ eſt ipſum eſſe maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, ſic patet: ſit enim, ſi poteſt fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmiſſæ d: & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium c maior uidelicet minorem, quod eſt impoſsibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod eſt propoſitum.

a ....
b ....
c ...

a .... d ....
b .... e ..
c ....
c ....
c ......

a .... d ....
b .... e ..
c .... f ...
c ......

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos. unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem eſt modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonſtrationis proceſſu, poſſumus etiam iſtud correlarium huic tertiæ concluſioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compoſitos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerãtes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 3.*

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem menſuram inuenire.

THEON *ex Zamb. Sint dati tres numeri non primi adinuicem α β γ, oportet iam ipſorum α β γ, maximam communẽ dimenſionem inuenire. Sumatur ipſorum α β, maxima cõmunis menſura δ, (per 2 ſeptimi.) Iam ipſe δ, ipſum γ aut metitur aut non metitur. metiatur primum: metitur autem ipſos & α β. igitur δ metitur ipſos α β γ. Igitur δ, ipſorum α β γ, cõmunis dimenſio eſt. Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipſorum α β γ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipſo δ. Metiatur, & eſto ε. Quoniam enim ε metitur ipſos α β γ, metietur igitur & ipſos α β. Igitur & ipſorum α β, maximam communem menſuram metietur. (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Ipſorum autem α β, maxima communis menſura eſt δ. Igitur ε ipſum δ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile (per conſtructionem.) Ipſos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior exiſtens ipſo δ. Igitur δ ipſorum α β γ, maxima communis dimẽſio eſt. Non metiatur iam δ ipſum γ. Dico quòd primum δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Quoniam enim α β γ, (per hypotheſin) non ſunt primi adinuicẽ, metietur eos aliquis numerus. At ipſos α β γ metiens, metietur & ipſos α β, & ipſorum α β maximam menſuram δ metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Metitur autem & γ. Ipſos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Sumatur (per 2 ſeptimi) igitur ipſorum δ γ, maxima cõmunis menſura ε. & quoniam ε ipſum δ metitur, at δ ipſos α β, metitur, & ε igitur ipſos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipſos α β γ, metitur. Igitur ε ipſorum α β γ, communis dimenſio eſt. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipſorum α β γ, non eſt maxima menſura, ipſos α β γ numeros metietur, aliquis numerus maior exiſtens ipſo ε. metiatur, & eſto ζ. Et quoniam ζ ipſos α β γ metitur, & ipſos α β metitur, & ipſorum α β, igitur communem maximam*

α ....
β ......
γ ....
δ ..
ε ...

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ..
ζ ...

menſuram metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) ipſorum autem α ζ, maxima communis mēſura eſt δ. Igitur ζ ipſum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipſos δ γ, metitur & ipſorum δ γ, maximam communem menſuram metietur (per idem.) At ipſorum δ γ maxima communis menſura eſt ε. Igitur ζ ipſum ε metitur, maior minorem: quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur maior exiſtens ipſo ε. Igitur ε ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio eſt: quod feciſſe oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . . . .
ε . .
ζ . . .

CORRELARIVM.

Proinde manifeſtum eſt, quòd ſi numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimenſionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima cōmmunis dimenſio inuenietur & correlarium ſuccedet.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

OMnium duorum numerorum inæqualium, minor maioris aut pars aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor: dico q̀ b eſt pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: ſi numerat, pars eius eſt per diffinitionem. Si non numerat ipſum, aut ergo ſunt adinuicem primi, aut non: ſi non ſunt adinuicē primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quę quoties fuerit in b tot partes a dicetur eſſe b per diffinitionem: ſi autem ſint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars eſt unitas ab ipſo denominata, patet idem per unitates.

a . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema a. Propoſitio 4.

Omnis numerus, oīs numeri minor maioris aut pars eſt, aut partes. 4

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α β γ, & ſit minor β γ. Dico quòd β γ ipſius α, aut pars eſt aut partes. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut nō: ſint primum α β γ, primi adinuicem. Diuiſo etenim β γ in eas quæ in ipſo ſunt unitates, erit unaquæque unitas earū quæ in β γ, pars aliqua ipſius α: proinde partes ſunt β γ, ipſius α. Non ſint autem ipſi α β γ, primi adinuicem. Iam β γ ipſum α aut metitur, aut nō metitur. Si quidem igitur β γ ipſum α metitur, pars eſt β γ ipſius α. Si autē non, ſumatur (per ſecundam ſeptimi) ipſorum α β γ, maxima communis menſura, ſitq; δ. Diuidatur β γ in æquales ipſi δ, hoc eſt β ε, ε ζ & ζ γ. Et quoniam δ ipſum α metitur, pars eſt δ ipſius α: æqualis autem δ unicuique ipſorum β ε, ε ζ & ζ γ: & unuſquiſque igitur ipſorum β ε, ε ζ & ζ γ, ipſius α eſt pars. Quare partes eſt β γ ipſius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars eſt aut partes: quod demonſtrare oportebat.*

α . . . .
β . . . . γ
β . . . . . . γ
β . . . ε . . . ζ . . . γ
δ . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars ſecundi, quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars ſecundi & quarti pariter acceptorum, quota primus ſecundi. 5

CAMPANVS. Volēs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentium non indigere, ſed per ſeipſos ſtare, partem eius quod propoſuit per primā quinti de quātitatibus in genere proponit per hāc quintā huius ſeptimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, ſitq; b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti ſint tota pars a & c pariter acceptorū, quota b eſt a: diuiſis enim a & c ſecundū quantitatem b & d, argumentare ſicut in prima quinti. erit enim ut totidē ſint partes a, quot c per poſitionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, ſit æquale aggregato ex b & d: ſimiliter quoq; & aggregatū ex ſecunda parte a & ſecunda c: & quia hæc aggregatio toties poteſt fieri, quoties cōtinetur b in a, ſequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare conſtat propoſitum.

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriuſque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. *Numerus enim α, numeri β γ eſto pars, & alter δ alterius ε ζ eadē pars, quæ eſt α ipſius β γ. Dico quòd uterque α δ, utriuſq; β γ & ε ζ eadem pars eſt, quæ &*

α . . . . . .

α, ipſius βγ. Quoniam enim α pars eſt ipſius βγ, eademq́; pars eſt δ ipſius εζ. quot igitur ſunt in ipſo βγ numeri æquales ipſius α, tot ſunt & in ipſo εζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, βγ in æquales ipſi α, hoc eſt βη & ηγ, & εζ in æquales ipſi δ, hoc eſt εθ, & θζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum βη & ηγ, multitudini ipſorum εθ & θζ. Et quoniam æqualis eſt βη ipſi α, & εθ ipſi δ, igitur βη & εθ, α δ ſunt æquales. Id propterea enim ηγ ipſi α eſt æqualis, & θζ ipſi δ: ipſi igitur ηγ θζ ipſis α δ æquales ſunt. Quot igitur ſunt in ipſo βγ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in βγ, εζ æquales ipſi α, δ. Quotuplex igitur eſt βγ ipſius α, totuplex eſt & uterq; βγ & εζ, utriuſq; α, δ. Quæ igitur pars eſt α ipſius βγ, eadem pars eſt, & uterq; α, δ, utriuſq; βγ & εζ: quod oportebat demonſtrare.

β . . . . . η . . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . θ . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

SI fuerint quatuor numeri, quorũ primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus ſecundi.

CAMPANVS. Quod propoſuit præmiſſa de parte, proponit iſta de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, ſitq́; ut b ſit tot & totę partes a. quot & quotæ d eſt c: dico quòd b & d. pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a, ſit ut ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritq́; ſimiliter per poſitionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b ſit e, & una partium d ſit f, eritq́; per hypotheſin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata a k. Similiter quoque & f erit pars d ſecundum h, & pars c ſecundum k. Compoſitus igitur ex e & f ſit g, eritq́; per præmiſſam, g pars b & d pariter acceptorum. ſecundum h, itemq́; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, ſecundum k quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quòd eorum communis pars eſt g minoris ſecundum h & maioris ſecundum k, & quia ſic erat b, a, conſtat propoſitum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autem & per hanc & præmiſſam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq́; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus ſecundi, erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus ſecundi, quod facilè probatur per hanc & præmiſſam, quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intẽtionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis, aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit, ex 13 quinti facilè demonſtraſſemus hanc ſextam. Nũc autem quia uidetur oppoſitum (aliter enim ſuperuacuè propoſuiſſet multa de numeris, quę demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus proprijs uti demonſtrationibus tanquam ex prioribus nihil ſumentes, ſolis huius ſeptimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, propoſito proprias non inconuenienter huius ſeptimi principio appoſuimus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 6.*

Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriuſq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zãb. *Numerus enim αβ, numeri γ eſto partes, & alter δε, alterius ζ eædem partes, quæ αβ ipſius γ. Dico quòd & uterq; αβ & δε, utriuſq; γ, ζ, eædẽ partes ſunt, quæ αβ ipſius γ. Quoniã enim quales partes eſt αβ ipſius γ, eædem partes eſt & δε ipſius ζ: quot igitur partes ſunt in ipſo αβ ipſius γ, tot partes & in δε, ipſius ζ. Diuidatur quidem αβ in partes ipſius γ, hoc eſt αη & ηβ, necnon δε in partes ipſius ζ, hoc eſt δθ, & θε. Erit multitudo ipſorum αη, ηβ æqualis multitudini ipſorum δθ, θε: & quoniam qualis pars eſt αη ipſius γ, talis pars eſt & δθ ipſius ζ: qualis igitur pars eſt αη ipſius γ, talis pars eſt & uterq; αη & δθ utriuſq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars ηβ ipſius γ, talis pars eſt & uterq; ηβ & θε, utriuſq; γ ζ. Quales igitur partes ſunt αβ ipſius γ, tales partes ſunt & uterq; αβ & δε, utriuſq; γ, ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . η . . . β
γ . . . .
δ . . . . θ . . . . ε
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

SI fuerint duo numeri, quorum unus alterius pars, detra- 7
haturq́ ab ambobus ipſa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMP. Quod proponit hic Euclides de numeris, propoſuit superius in quinta quinti de quãtitatibus in genere. Sit ita ut quota pars eſt totus a totius b, totus ſit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e reſiduus a f, reſidui b, quota eſt totus a totius b: & hęc eſt quaſi cõuerſa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota e eſt d, eritq́ per 5, tota pars a compoſiti ex g & d, quota e, d: quare & quota eſt a, b igitur per ſecundam conceptionem compoſitus ex g & d eſt æqualis b: dempto itaq́ ab utroq́ numero, d, erit g æqualis f, quare erit e tota pars f, quota eſt a, b, tota enim erat e, g: quod eſt propoſitum.

g
b
f . . . . d . . . .
a
e . . . . c . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.*

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus 7
reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ numeri γδ pars eſto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quòd & reliquus εβ reliqui ζδ eadem eſt pars, qualis eſt totius αβ totius γδ. Qualis enim pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſto & εβ ipſius γη. Et quoniam qualis pars eſt αε ipſius γζ talis pars eſt & εβ ipſius γη, qualis igitur pars eſt αε ipſius γζ, talis eſt (per 5 ſeptimi) & αβ ipſius ζη. Qualis autem pars eſt αε ipſius γζ, talis pars ſupponitur αβ ipſius γδ. Qualis pars igitur eſt αβ ipſius ζη, talis pars eſt αβ ipſius γδ: igitur αβ, utriusq́; ipſorum ηζ & γδ eadẽ pars eſt: æqualis igitur eſt ζη ipſi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt εβ ipſius ηγ, æqualis autem eſt ηγ ipſi ζδ: qualis igitur pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt & εβ ipſius ζδ. Sed qualis pars eſt αε ipſius γζ, talis pars eſt & αβ ipſius γδ: qualis igitur pars eſt εβ ipſius ζδ, talis pars eſt & αβ ipſius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis eſt pars, qualis totus αβ totius γδ: quod oportebat demonſtrare.*

η . . . . γ . . . . ζ . . . . δ
α . . . . . ε . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propo- 8
ſitis partes illæ ſubtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ eſt totus totius.

CAMP. Hæc eſt quaſi cõuerſa ſextæ, ut ſi ſit quot & quotę partes eſt totus a totius b, tot & totæ c, detractus a, b, ad detracti a b, erit e reſiduus a, tot & totę partes f reſidui b quot & quotę eſt a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritq́; propter hypotheſin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h d g, & remaneat k, eritq́; k per præmiſſam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quę eſt k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars eſt k, e: & totæ, quota eſt k, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propoſitum.

b
f . . . d . . . . . .
a
e . . c . . . .
g . . k .
h . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus 8
reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes eſto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quòd reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes eſt, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipſi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes eſt ηθ ipſius γδ, eædẽ partes eſt & αε ipſius γζ. Diuidatur quidẽ ηθ in ipſius γδ partes, hoc eſt ηκ et κθ & αε in ipſius γζ partes hoc eſt αλ et λε, erit autem æqualis multitudo ipſorũ ηκ et κθ multitudini ipſorũ αλ et λε, et quoniã qualis pars eſt ηκ ipſius γδ, talis pars eſt et αλ ipſius γζ: maior autẽ eſt γδ ipſo γζ, maior igitur eſt et ηκ ipſo αλ, ponatur ipſi αλ æqualis μν. Igitur qualis pars eſt ηκ ipſius γδ, talis pars eſt*

α . . . λ . . . . . β
γ . . . . ζ . . . δ
η . . . μ κ . . . ν . θ

pars eſt & ε μ ipſius γ ζ: & reliquus igitur μ κ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt ſicut totus ε κ totius γ δ. Rurſus quoniam qualis pars eſt κ θ ipſius γ δ, talis pars eſt & ε λ ipſius γ ζ, maior autẽ eſt γ δ ipſo γ ζ. maior igitur eſt & θ κ ipſo ε λ, ponatur ipſi ε λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars eſt κ θ ipſius γ δ, talis pars eſt & κ ν ipſius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadẽ pars eſt, quæ totus κ θ totius γ δ: patuit autem quòd & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars eſt, qualis totus ε κ totius δ γ: & uterq; igitur μ κ & ν θ (per 5 ſeptimi) ipſius δ ζ eædem partes eſt, quæ totus θ κ totius γ δ. Aequalis autem eſt uterq; ſimul μ κ & ν θ ipſi ε β. At θ κ ipſi β κ, & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes eſt, quæ totus α β totius γ δ: quod oportebat demonſtrare.

α......λ...ε..β
η...μ.κ...ν.θ
γ.........ζ...δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerint quatuor numeri, quorũ primus ſecũdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b ſecundi, quota c tertius d quarti: ſintq; a & b minores c & d: alter enim eſſet econuerſo ei quod proponit: dico quòd quota pars uel partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d: diuidantur enim, b quidem ſecundum quantitatem a, d uerò ſecundum c, eruntq; per præſentem hypotheſin, tot partes b, quot d: & quia unaquæq; partium b eſt æqualis a, & unaquæq; d, c, eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin, & per quartam huius, erit unaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d ut prima primæ ſecundæ: ſicq; de cæteris tota pars aut partes quota uel quotæ eſt a, c, per 5 igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

b...... d........
a... c....

Euclid ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicißim qualis pars eſt uel partes primus tertij, eadẽ pars erit uel partes ſecundus quarti.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α numeri β γ eſto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis eſt α ipſius β γ: minor autem eſto α ipſo δ. Dico quòd et uiciſsim qualis pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt uel partes β γ ipſius ε ζ. Quoniam enim qualis pars eſt α ipſius β γ, talis pars eſt & δ ipſius ε ζ, quot igitur ſunt in β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in ε ζ æquales ipſi δ. Dirimatur quidem β γ in ipſi α æquales, hoc eſt β η et η γ, & ε ζ in ipſi δ æquales, hoc eſt ε θ et θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum β η & η γ, multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales ſunt β η & η γ numeri adinuicem, & ε θ & θ ζ numeri, ſibijnuicẽ ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſorum β η & η γ multitudini ipſorum ε θ & θ ζ: æqualis igitur pars eſt β η ipſius ε θ uel partes, eadem pars eſt η γ ipſius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars eſt β η ipſius ε θ uel partes, talis pars eſt (per 2 quinti & 5 ſeptimi) & uterque β γ utriuſq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem eſt η β ipſi α, & ε θ ipſi δ. Qualis igitur pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt & β γ ipſius ε ζ uel eædem partes: quod oportebat demonſtrare.*

α....
β....η....γ
δ.....
ε.....θ.....ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum ſimiliter minores ſint a & b, ſitq; a totæ partes b, quotæ c eſt d: dico quòd quota pars aut partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c: eruntq; per præſentẽ hypotheſin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota qualibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam, ut quota pars aut partes eſt b, d, tota uel totæ ſit unaquæq; ex partibus a ſuæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c: quod eſt propoſitum.

a.... b......
c........ d............

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 10.*

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eędẽ partes & uicißim

ciſsim quæ partes eſt primus tertij uel pars, eædem partes erit & ſecundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γ partes eſto, & alter δε, alterius ζ eædem eſto partes, ſit autem αβ, ipſo γδ minor.* Dico quòd & uiciſsim quales partes eſt αβ ipſius δε, uel pars eadē partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt αβ ipſius γ, eædem partes eſt & δε ipſius ζ, quot igitur ſunt in ipſo αβ partes ipſius γ, tot & in δε ſunt partes ipſius ζ. Diuidatur quidē αβ in ipſius γ partes (æquales) hoc eſt αη & ηβ. Itidē'q; δε in ipſius ζ partes (æquales) hoc eſt δθ et θε, erit iam æqualis multitudo ipſorum αη & ηβ, multitudini ipſorum δθ & θε. Et quoniam qualis pars eſt αη ipſius γ, eadem pars eſt & δθ ipſius ζ, uiciſsim quoq; (per præcedentem) qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars eſt ηβ ipſius θε uel partes, talis pars eſt et & γ ipſius ζ uel partes. Quare qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, eadem pars eſt & αβ ipſius δε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 ſeptimi) qualis pars eſt αη ipſius δθ uel partes, talis pars oſtenſus eſt & γ ipſius ζ, uel eædem partes, & (per 12 quinti) quales igitur partes eſt & αβ ipſius δε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ, uel eadem pars: quod oportebat demonſtrare.

ζ..............
δ.....θ.....ε
γ......
α..η..β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorū primus 11
ſecūdo & tertius quarto ſit maior, erit ſecūdus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales eſſe conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, ſintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes eſt b a, tota uel totæ eſt d, c, & econuerſo.

a......c........
b...   d....

Erit enim per conuerſionem diffinitionis ſimilium proportionum, ut quoties b in a, toties ſit d in c, & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a, tota pars aut partes d ſuperfluant in c, ſi itaq; cōtineatur b in a ſine ſuperfluitate partis, quia toties ſine ſuperfluitate continetur d in c, erit per diffinitionē ſimilium partium quota pars b a, tot ad c. Quod ſi quotieslibet continetur b a cum ſuperfluitate partis, toties cōtinetur d in c cū ſuperfluitate ſimilis partis, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluitate, atq; e ſecūdum d ut ſuperfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cōmunem ſcientiā toties e in a quoties f in c: cùm igitur a & b habeant e partem cōmunem, ſimiliter c & d, f, ſit itaq; e in b quoties f in d, itēq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autē quotieslibet b cōtinetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimilium partium, diſtincto a ſecundum b ut ſuperfluat e, ſimiliter c ſecundū d ut ſuperfluat f: erit e tot & totę partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipſis, argumentandum ut prius, ſicq; patet primum. Secundum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotę d c, dico quòd erit proportio a ad b, ſicut c ad d: ſi enim eſt tota pars, conſtat propoſitum. Si autem totæ partes, diuiſis eis ſecundum partes illas, patebit toties eſſe b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a, quota an quotæ d ſuperfluunt in c, per diffinitionem itaq; eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, ſicq; liquet totum.

a   c
....e.. ....f....
b   d
....

a   c
;.....e.;.. ...f..
b   d
....

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI à duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo nume- 12
ri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractum a b, erit e reſidui a ad f reſiduum b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b, erit per præſentem hypotheſin & per conuerſionem diffinitionis

b
d...f.....
a
c...e...

nitionis,e tota pars aut partes d,quota uel quotę eſt a,b:per 7 igitur uel 8,erit e tota pars aut partes f,quota uel quotæ eſt a,b: per diffinitionem igitur erit proportio una,quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit maior b,erit per primam partem præmiſſæ quota pars aut partes b a,tota uel totæ d,c:quare per 7 uel 8,tota uel totæ erit f,e, itaq; per ſecundam partẽ præmiſſæ erit e ad f,ſicut a ad b, quare conſtat propoſitum.

b
d . . . f . . .
a
c . . . . e . . . .

CAMPANI *annotatio*. Cedunt autem huic,7 & 8,hæc enim ſola quod ambæ illæ,continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti,ſed ſi hoc intẽderet Euclides, cùm iſta proponat particulariter,quod illa uniuerſaliter,uanè (illa demonſtrata in quinto) propoſuiſſet hanc hic in ſeptimo, & quia iterum non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationem huius,cùm illa demonſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam, quæ infrà demonſtratur in numeris.Exiſtimo autem,& rationabiliter coouinci uidetur Euclidem (quẽ uultum demonſtratoris arithmetici,gratia decimi,in quo ſine numerorũ aliqua pręcognitione trãſire non poterat, conſtat aſſumere) idcirco plurima eorum quę in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit,hic repetere demonſtranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum,quę magis nota ſunt intellectui,quàm ea per quę proceſsit in quinto,ipſa demonſtrare intendit. principia enim quinti propter malitiam quantitatum incommunicannũ difficilia ſunt:principia uerò numerorum,magis ultrò ſe intellectui applicant,faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis diſpoſito.

Hæc ſequens undecima Euclidis ex Zamberto própoſitio,duodecimę pręcedenti ex Campano reſpondet.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.*

11 Si fuerit ſicut totus ad totum,ſic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit,ſicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Eſto ſicut totus αβ ad totũ γδ,ſic ablatus αε ad ablatum γζ.Dico quòd & reliquus εβ ad reliquum ζδ,eſt ſicut totus αβ ad totum γδ.Quoniam enim eſt ſicut αβ ad γδ, ſic αε ad γζ:qualis igitur pars eſt αβ ipſius γδ uel partes, eadẽ pars eſt & αε ipſius γζ uel eædem partes,& reliquus igitur εβ (per 8 ſeptimi) reliqui ζδ eadem pars eſt uel partes,quæ αβ ipſius γδ: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut εβ ad ζδ,ſic αβ ad γδ:quod oportebat demonſtrare.*

d b f e a c

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales,quãtus erit unus antecedens ad ſuũ conſequentem,tanti erunt omnes antecedẽtes pariter accepti ad omnes cõſequẽtes pariter acceptos.

CAMP. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere,proponit per hãc de numeris. Vt ſi ſint a,b,& c,d,& e,f,proportionales,dico q; quæ eſt proportio a ad b ea eſt quæ a, c, e,pariter accceptorum ad b,d,f,pariter acceptos.Si enim a,c,e ſint minores b,d,f,erit per conuerſionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b,tota uel totæ c,d,& e,f, per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas,erit quota pars uel partes a,b,tota uel totę a,c,e,pariter accepti b,d,f,pariter acceptorũ, quare per diffinitionem,proportio una.Si autem a,c,e,ſunt maiores b,d,f,erit per primam partem 11,quota pars uel partes b,a tota uel totæ d,c & f,e,per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas,erit quota pars uel partes b, a,tota uel totę b,d,f,pariter accepti a,c,e,pariter acceprorum:itaq; per ſecundam partem 11, proportio a ad b,ſicut a,c,e,pariter acceptorum,ad b,d,f,pariter acceepros:quod eſt propoſitum.

a . . . . c . . . e . . b . . . . d . . . . . . f . . . .
a . . . . e . . . . . .
b . . . . d . . . f . . .

Euclid ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

12 Si fuerint quotcũq; numeri proportionales,erit ſicut unus antecedentiũ ad unũ ſequentiũ, ſic omnes antecedẽtes ad oẽs cõſequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β,ſic γ ad δ.Dico q. eſt ſicut α ad β,ſic ſunt α & γ ad β & δ.Quoniã enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β,ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt α ipſius β uel partes,eadẽ pars eſt et γ ipſius δ uel partes,& (per 5 ſeptimi) uterq; igitur α,γ,utriuſq; β,δ,eadẽ pars eſt uel eædem partes,quæ α ipſius β:eſt igitur (per 12 quinti) ſicut α ad β,ſic α γ ad β δ.quod erat demonſtrandum.*

. . d
. . . c
. . . . . . b
. . . . a

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 14

CAMP. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b, ſicut c ad d erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primò minor utroq;, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit ſecundò a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes eſt b, a, a . . . . . . b . . . e . . . . d . . tota uel totæ ſit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per ſecundam partẽ 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertiò a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d c, quare per 9 uel 10 quota uel quotę eſt a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaq; proportio una. Vltimò quoq; ſit a minor b, maiorq; c; eritq; ut tota pars aut partes ſic c, d, quota uel quotæ eſt a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totę d, b, quota uel quotæ c, a, quare per ſecundam partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicq; conſtat propoſitum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambę illę proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt. 14

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ.* Dico q; *& uiciſsim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam etiam (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . δ . . . *α ipſius β uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 6 ſeptimi.) Viciſsim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadẽ pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI fuerint quotlibet numeri aliíq; ſecundum eorum numerum, omnesq; duo ex prioribus ſecundum proportionẽ omnium duorum ex poſterioribus, in proportione ęqualitatis proportionales erunt. 19

CAMP. Modum arguendi qui dicitur ęqua proportionalitas, quam demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatem quam demõſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, nõ proponit demonſtrandũ in numeris, ſed eam demonſtrabimus infrà ſuper 19 huius. nec eſt neceſſariũ, ut prędemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinionem. Vt ſi a ad c, & e ad f, a . . . . c . . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a c, quàm e f. tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes ſuperfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, qu.a ergo quota pars aut partes eſt a c, tota uel totæ eſt e f, aut quoties a continet e toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluunt in a tota uel totę f in e. erit per diffinitionẽ a ad c, ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & alij totidem c, d, f, ſitq; a ad b,

a . . . . e . . . . b . . . . d . . . e . . . . f . .

ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quòd erit in ęqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad f, erit enim per præmiſſam a ad c, ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f. idem erit ſumptis pluribus. ſicq; conſtat propoſitum.

CAMPANI *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis, quę ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa. proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonſtrabiles prætermiſit, demonſtrare.

Primùm

Primùm itaq; demõſtrabimus cõuerſam, ut ſi ſit a ad b, ſicut c ad d: dico quòd erit ecõuerſo b ad

a . . . . c . . . . . . b . . . . d . . .

a, ſicut d ad c: ſi enim fuerit a minor b, tunc quoq; erit c minor d, & tota pars aut partes a b, quota uel quotæ c d, quare per ſecundam partem 11, erit b ad a, ſicut d ad c: ſi autem fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d c, per diffinitionem igitur, b ad a, ſicut d ad c.

Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a ad b, ſicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, & per 12 ſicut a ad c,

a . . . . b . . . c . . . . . . d . .

quia ergo a ad c, ſicut b ad d, erit permutatim a ad b, ſicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, erit a b ad b, ſicut c d ad d: erit enim per a . . . . . . b . . . c . . . . d . . mutatim a ad c, ſicut b ad d: quare per 13 a b ad c d, ſicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, ſicut c d ad d.

Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a b ad a, ſicut c d ad c: erit enim a . . . . . . b . . . c . . . . d . . permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, quare per 12 ſicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, ſicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoq; leue eſt demonſtrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere uidelicet.

13 Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum, quinti quoque ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum, ſicut tertij & ſexti pariter acceptorum ad quartum.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, itemq; e ad b, ſicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, ſicut c & f pariter accepti ad d: erit enim per

a . . . . e . . . . c . . . . . . f . . . b . . . . d . . .

conuerſam proportionalitatem b ad e, ſicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, ſicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, ſicut c & f ad d: quod eſt propoſitum. Eodemq; modo probabis econuerſo, ſi ſit b ad a, ſicut d ad c, itemq; b ad e, ſicut d ad f, erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, erit enim per conuerſam proportionalitatem a ad b, ſicut c ad d: quare per æquam a ad e, ſicut c ad f, & coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: igitur econuerſo e ad a & e, ſicut f ad c & f, per æquam itaque proportionalitatem erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, quod erat propoſitum. Ex hoc quoque manifeſtum eſt, quòd ſi fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum ſicut totidem aliorum ad ſecundum, erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum ad primum, ſicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad ſecundum, ad ſecundum. Itemq; econuerſo ſi fuerit proportio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequẽtibus ad ipſum, ſicut ſecundi ad aggregatũ ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 14.*

14 Si fuerint quotcunq; numeri, & alij eiſdẽ ęquales numeros * cum duobus ſumpti, & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. *σὺν δύο, bini, duo & duo.*

THEON *ex Zamb.* *Sint quotcunq; numeri α, β, γ & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumptis in eadem ratione δ, ε, ζ, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicutq; β ad γ, ſic ε ad ζ.* Dico quòd *& ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β, ſic δ ad ε: & uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſſim igitur (per eandem) eſt ſicut β ad ε, ſic γ ad ζ: ſicut autem β ad ε, ſic α ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, ſic γ ad ζ. Viciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI numeret unitas aliquem numerum, quoties quilibet 16
tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties ſecundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt ſi ſit unitas ad a, ſicut b ad d, erit permutatim unitas ad b, ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc, demonſtrata permutata proportione, non enim ex illa poteſt concludi, quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non eſt numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propoſitum. Diuidatur a per unitates, & c, ſecundum quantitatem b, eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a, quot c: & quia unaquæq; partiũ a eſt unitas, & unaquæq; partium c eſt æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c, per modum itaq; demonſtrationis quintæ, ſequetur toties eſſe a in c, quoties unitas in b: quod eſt propoſitum.

unitas b . .
.
a . . . . c . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter nume- 15
rus alium quempiam numerum metiatur, & uiciſsim pariter unitas tertium numerum metietur, & ſecundus quartum.

THEON ex Zamb. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quòd & uiciſsim pariter α ipſum δ numerũ metietur, & βγ ipſum εζ. Quoniam enim æquè α unitas ipſum βγ numerum metitur, & δ ipſum εζ: quot igitur ſunt in βγ unitates tot ſunt in εζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo ſunt unitates, hoc eſt βη, ηθ & θγ. Ipſe uerò εζ in ipſi δ æquales, hoc eſt εκ, κλ & λζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorũ βη, ηθ & θγ, multitudini ipſorũ εκ, κλ & λζ: & quoniam βη, ηθ & θγ unitates ſibi inuicem ſunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri ſibi inuicem ſunt æquales, & eſt æqualis multitudo ipſarum βη, ηθ & θγ unitatem multitudini ipſorum εκ, κλ & λζ numerorum, eſt igitur ſicut βη unitas ad εκ numerum, ſic eſt ηθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentiũ ad unum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut βη unitas ad εκ numerum, ſic βγ ad εζ: æqualis autem eſt βη unitas ipſi α unitati, & εκ numerus ipſi δ numero: eſt igitur (per 12 quinti) ſicut α unitas ad δ numerum, ſic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipſum δ numerum metitur, & βγ ipſum εζ: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .
β . η . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

SI duorum numerorum uterque ducatur in alterum, qui 17
inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut ſi ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmiſſam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties eſt a etiã in d, quia ex b in a fit d, ſequitur ut toties ſit a in c, quoties in d: per conceptionem igitur c & d ſunt æquales.

CAMPANI *annotatio.* Poſſumus quoq; hanc concluſionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut ſi ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuerſionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c, quoties unitas in b: quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt unitas, ſequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas.
.
a . . .   b . . . .
c . . . .
d . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.*

Si bini numeri multiplicãtes ſe adinuicem, fecerint aliquos, geni- 16
ti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON

THEON ex Zamb. Sint bini numeri α, β, & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat γ, & β ipſum α multiplicãs, efficiat δ. Dico quòd æqualis eſt γ ipſi δ. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipſum γ, metitur per eas quæ in α ſunt unitates: metitur autẽ & ε unitas ipſum α numerum per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſorum α numerum metitur & β ipſum γ. Viciſsim igitur (per 15 ſeptimi) pariter ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Rurſus quoniã β ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ, igitur α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo β ſunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipſum β per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum δ: pariter autem ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Pariter igitur α, utrunque γ δ, metitur: æqualis igitur eſt γ ipſi δ: quod erat demonſtrandum.

ε .
α . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 18.

18 SI unus numerus in duos ducatur, tãtus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quãtus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, ſicut b ad c: ſequitur enim per conuerſionem diffinitionis eius quod eſt multiplicari, ut b in d, & c in e ſit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, eſt ſicut e ad c: æqualiter enim eos cõtinent, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

d . . . . . . e . . . .
b . . . c . . . .
a . .
.
Vnitas

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 18.

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis, eandem rationem habebunt, quam multiplicati.

THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicãs, efficiat ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, ipſum δ fecit, & β igitur ipſum δ metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipſum α numerum, per eas quæ in eo ſunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipſum α numerũ metitur, & β ipſum δ: eſt igitur ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic eſt β ad δ. Propterea iam & ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic γ ad ε: & ſicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, ſic γ ad ε. Viciſsim igitur (per 15 ſeptimi) eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.

ζ .
α . . .
β . . . .
γ . . . . .
δ . . . .
ε . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 19.

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ, concluditur hæc eadem paſsio quæ in præmiſſa, ut ſi uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, ſicut b ad c: erit enim per ante præmiſſam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmiſſam d ad e, ſicut b ad c: quod eſt propoſitum.

d . . . . . . e . . . .
a . . .

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quod proponit per hanc & præmiſſã de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quòd ſi unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmiſſam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut ſuprà polliciti ſumus) demonſtrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonſtrat Euclides per 13 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

b . . . c . . . .

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut d ad f, & b ad e, ſicut c ad d, erit a ad e, ſicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritq́; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f, quare & ſicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq́; per hanc 19 g ad k, ſicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econ uerſo per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, ſicut c ad d, quare ſicut b ad e, & quia iam oſtenſum eſt, quòd eſt g ad h ſicut a ad b, erit per 15, a ad e, ſicut g ad k, ſed ſic erat etiam c ad f: eſt igitur a ad e, ſicut c ad f, quod eſt propoſitum. Idem probabis, ſi fuerint in utroque ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . . . f . .
k . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Si duo numeri numerũ aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem, quam multiplicantes. 18

THEON *ex Zamb. Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipſos δ, ε. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipſum γ, fecit ipſum δ, & γ igitur ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ. Id propterea γ ipſum β multiplicans, ipſum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipſos δ, ε. Eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu ſecundi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum eſt ei quod ex ſecundo in tertium, illi quatuor numeri ſunt proportionales. 20

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia: Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, fiatq́; ex a in d, e & b in c, f: dico quòd e & f ſunt æquales, & econuerſo. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq́; per 18 g ad e, ſicut b ad d: & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, ſicut a ad c: æquales igitur ſunt f & e, quod eſt primũ. Nec oportet prædemonſtrare ſi unius numeri ad duos ſit una ꝓportio, quod ſunt æquales: aut ſi ipſi ſunt æquales, quod unius ad ipſos ſit una ꝓportio. Si enim eſt una proportio g ad e & ad f, aut ipſe erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem eſt f, & tunc per conceptionem patet e & f eſſe æquales, aut toties g continebit e quoties f, & ſuperfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem ſuperfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quòd ſi ipſi fuerint æquales, patet per conceptionem, quòd aut g erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipſius g ad utrunque eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunque cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunque proportio una.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . . c . . . .
b . . . d . .

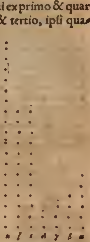
Secundum ſic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b eſt, ſicut c ad d, & eſt hæc conuerſa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui ſit ex a in b, & quia e & f ſunt æquales: erit g ad utrunque eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e, erit a ad c, ſicut b ad d, quare permutatim a ad b, ſicut c ad d.

CAMPANI *annotatio.* Non proponit autem Euclides de tribus numeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, ſit æqualis quadrato medij, & ſi ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quòd illi tres numeri ſint continuè proportionales, ſicut proponit in 16 ſexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonſtratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali aſſumpto, quemadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor, aſſumpta quarta æquali mediæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus eſt ei qui ex ſecũdo & tertio. Et ſi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex ſecundo & tertio, ipſi quatuor numeri proportionales erunt.



THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ: & α quidem ipſum δ multiplicans, efficiat ipſum ε, & β ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum ζ. Dico quòd æqualis eſt ε ipſi ζ. Ipſe autem α ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum η. Quoniã igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, multiplicans autem ipſum δ, ipſum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, & igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad ε. Sicut autem γ ad δ, ſic α ad β: & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic η ad ε. Rurſus quoniam α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, ſed β ipſum γ multiplicans, ipſum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipſos fecerunt η, ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic η ad ζ: ſed ſicut α ad β, ſic η ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, ſic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipſorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur eſt ε ipſi ζ (per 7 quinti.) Sit uerò rurſus æqualis ε ipſi ζ. Dico quòd eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ. Eiſdem namque diſpoſitis, quoniam α ipſos γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic η ad ε: æqualis autem eſt ε ipſi ζ: eſt igitur ſicut η ad ε, ſic η ad ζ (per ſecundam partem ſeptimæ quinti.) Sed ſicut quidem η ad ε, ſic γ ad δ: ſicut igitur γ ad δ, ſic η ad ζ: ſicut autem η ad ζ, ſic α ad β, (per 18 ſeptimi) ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic γ ad δ: quod oportebat demonſtrare*

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui ſub extremis æqualibus eſt ei qui à medio. Et ſi qui ſub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipſi tres numeri proportionales erunt.



THEON ex Zamb. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β. Ponatur enim ipſi β æqualis δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Igitur qui ex ipſis α γ, æquus eſt ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus eſt ei qui ex β: æqualis enim eſt β ipſi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus eſt ei qui β. Sed qui ex α, γ, æquus eſto ei qui ex β. Dico quòd ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus eſt ei qui ex β, qui uerò ex β, æquus eſt ei qui ex β, δ, eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, æquus autem eſt β ipſi δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ: quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

21 NVmeri ſecundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem, & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in ſua proportione, ſitq́ c ad d, ſicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, ęqualiter. Cum ſit enim a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: ſi itaq; fuerit pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars eſt e, c per hypotheſin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, ſicut f ad d: quare permutatim e ad f, ſicut c ad d, quare etiam ſicut a ad b: non ſunt itaque a & b, minimi ſuæ proportionis, quod eſt contrarium poſitis.

c . . . .   d . .
a . .   b .

c . . . . . .   d . . .
a . . . .   b . .
e . .   f .

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri, ſiue in eadem proportione, ſiue in diuerſis minimi, numerant omnes in eadem proportione quiſq; ſuum correlarium æqualiter.

Vt ſi ſint a.b,c, minimi in eadem proportione uel in diuerſis, ſintq; in eadem uel eiſdem d,e.f. ita quòd ſit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim eſt a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiã permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, ſicut a ad d: & quia a.b,c, ſunt minores d,e,f, erit b,e,&c,f. tota pars aut partes, quota eſt a,d. Si itaq; pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præſentem hypotheſin tota pars h, e, & k,f, quota g,d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, ſicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g.h,k, ſunt minores a,b,c, & in eadem proportione, ſequitur contrarium poſiti.

d . . . . e . . . . . . f . . . .
a . . . . b . . . . c . .

d . . . . e . . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .
g . . . h . . k.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorẽ, minor minorem. 21

THEON *ex Zamb. Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, β, ipſi γδ & εζ. Dico quòd æqualiter γδ ipſum α metitur, & εζ ipſum β. Ipſe enim γδ, ipſius α non eſt partes. Si enim poſsibile eſt, ſit γδ ipſius α partes: & εζ igitur ipſius β eadem partes eſt, quæ & γδ ipſius α. Igitur quot ſunt in γδ, partes ipſius α, tot ſunt & in εζ, partes ipſius β. Diuidatur quidem γδ in ipſius α partes, hoc eſt γη & ηδ. Sic & εζ in ipſius β partes, hoc eſt εθ et θζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum γη & ηδ, multitudini ipſorum εθ & θζ. & quoniam æquales ſunt γη & ηδ numeri adinuicem, ſunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, eſtq́; multitudo ipſorum γη & ηδ æqualis multitudini ipſorum εθ & θζ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut γη ad εθ, ſic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequentes. Eſt igitur ſicut γη ad εθ, ſic γδ ad εζ. igitur γη & εθ, ipſis γδ & εζ in eadem ratione ſunt, minores exiſtentes eis, quod eſt impoſsibile. Supponuntur enim ipſi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minimè partes eſt ipſius α, pars igitur, & εζ igitur ipſius β eadem pars eſt quæ & γδ ipſius α, pariter igitur γδ ipſum α metitur, & εζ ipſum β: quod oportebat demonſtrare.*

γ . . η . . δ
ε . . θ . ζ
α . . . .
β . . . . . .

Huic ex Zamberto propoſitioni reſpondet id quod ſuprà, ad 19 addidit Campanus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

σὺν δύο, bini — Si fuerint tres numeri, & alij eiſdem æquales numero, cum duobus ſumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorũ proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt. 22

THEON *ex Zamb. Sint numeri α, β, γ, & alij eiſdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus ſumpti, & in eadem ratione: ſit autem perturbata eorum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, & ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ζ. quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic ε ad ζ. qui igitur ex α, ζ, (per 20 ſeptimi) æqualis eſt ei qui ex β, ε. Rurſus quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε: qui igitur ex δ γ, æqualis eſt ei qui ex β, ε: oſtenſum autem eſt, quòd qui ex α ζ, æquus eſt ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur (per 20 ſeptimi) æquus eſt ei qui ex δ, γ. Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic δ ad γ, ſic δ ad ζ: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

SI fuerint duo numeri ſecũdum ſuam proportionem minimi, ipſi erunt ad inuicem primi. 22

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſecundum ſuam proportionem minimi: dico quòd ipſi ſunt cõtra ſe primi. Si enim nõ, numeret eos c ſecundũ d & e: eritq́ per 18 d ad e, ſicut a ad b: & quia d & e ſunt minores a & b, ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos, quod eſt contrarium poſitioni.

a...... b.....
c..
d.... e...

Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione ſuarum proportionum, ſiue (eadem ſiue diuerſę fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt ſi ſint a b c, minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos d, a quidem ſecundũ e, b uerò ſecundũ f, & c ſecundũ g: eritq́ per 18 e ad f, ſicut a ad b, & f ad g, ſicut b ad c, quia ergo e f g, ſunt minores a b c, & ſecundum proportionẽ eorum, non erunt a b c, quales poſiti ſunt, quod eſt inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, ſi fuerint minimi, poteſt tamen eſſe ut quoslibet duos ex eis numeret unus: ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum, ac utroq́ eorũ in aliquem tertium ad utrunq́ primũ, prouenient tres numeri, quorũ quiq́; duo erunt compoſiti, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri, quorũ quiſq́ ſit primus ad alios, ducaturq́ a in b & c, & proueniat d & e, itemq́ b in c, & proueniat f: dico quoſq́ duos ex d e f, eſſe adinuicem compoſitos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq́ patet eſſe compoſitos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f. quod autem nullus numeret omnes, patebit prius demonſtrato quòd a eſt maximus numerans d & e, b quoq́ maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic conſtat, ſi enim a non eſt maximus numerans d & e, ſit itaque g, numeretq́ d ſecũdum h, & e ſecundum k, erit per ſecundam partem 20 a ad g, ſicut h ad b: itemq́ per eandẽ a ad g, ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g, erit b minor h, & k minor c: & quia h ad k, ſicut b ad c, utraq́ enim eſt ſicut d ad a per 18 bis aſſumptam, ſunt autem h k minores b & c, erit per immediatẽ ſequentem, & hãc hypotheſin, quòd b & c ſunt contra ſe primi, reperire minimis minores: quod quia eſt impoſsibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq́ modo probabitur quòd b ſit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f: ſi quis ergo numerat d e f, per correlarium ſecundæ ter aſſumptum, ipſe numerabit a b c: ſed quiſque eorum primus erat ad reliquos, accidit igitur impoſsibile.

a........b.......c......
d..
e......f....g....

g.....h....k...
e....b...c..
f............c.........f......

Similiter quoque.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, ſecundum continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

Vt ſi ſint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. Alioquin ſint minimi d e f, qui per 21 numerabunt a b c, quiſq́ ſuum relatiuum æqualiter. ſit ergo ut ſecundum g, eritq́ per 17 ut uiceuerſa g numeret a b c, ſecundum d e f, quare accidit contrarium poſitioni.

a........b.......c......
d.....e....f...
g..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 23.*

23 Primi numeri adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint primi numeri adinuicem α β. Dico quòd ipſi α β, minimi ſunt eandẽ rationem habentiũ eis: ſi autem α & β non ſunt minimi eandẽ habentiũ rationẽ eis, erũt aliqui numeri ipſis α β,*

minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β. ſint autem γ δ. Quoniam *igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorē (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens ipſum antecedentem, & conſequens ipſum conſequentem. æqualiter igitur γ ipſum α metitur, & δ ipſum β. Quoties iam γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε, & δ igitur ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, & quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, igitur & ε ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. Id propterea & ε ipſum β metitur, per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur & ε ipſos α β, metitur primos exiſtentes adinuicem. Quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipſis α β, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β. Minimi igitur ſunt α & β, eandem rationem habentium eis: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .....
β .....
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet: præcedens autem ex Campano 22, ſequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

Quilibet numeri contra ſe primi, ſunt ſecūdum ſuam proportionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, ut ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi, ipſi erunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſin autem, ſint minimi in eadem proportione (ſi poſsibile eſt) c & d, conſtat itaque per 21, quòd c numerat a, & d, æqualiter ſit igitur ut ſecundum e, erit per 17 ut uiceuerſa e numeret a & b, a quidem ſecundum c, & b ſecundum d: non ſunt igitur a & b contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſim.

a ...... b .....
e ..
c .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 24.* *Conuerſa præcedentis.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem ſunt. 24

THEON *ex Zamb. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β, primi adinuicem ſunt. Si autem α β, adinuicem non ſunt primi, metietur aliquis numerus ipſos α β, metiatur & eſto γ: et quoties quidem γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in δ: quoties autem γ ipſum β metitur, tot unitates ſint in ε. Et quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in δ unitates exiſtunt, igitur & γ ipſum δ multiplicans ipſum α fecit: id propterea & γ ipſum ε multiplicans, ipſum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε, multiplicans ipſos α β fecit. Eſt (per 17 ſeptimi, & per 11 quinti) igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β: ipſi igitur δ ε ipſis α β in eadem ſunt ratione minores exiſtentes, quod eſt impoſsibile. Ipſos igitur α β numeros numerus aliquis nō metietur. Igitur ipſi α β, primi inuicē ſunt: quod demōſtraſſe oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

SI fuerint duo numeri cōtra ſe primi, ſi quis unum eorum numeret, ad alterū eſſe primus neceſſariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, c uerò numeret a. Dico quòd c primus eſt ad b, alioquin numeret eos d, quæ per penultimam conceptionem numerabit etiam a, nō ſunt ergo a & b contra ſe primi, d enim numerat ambos.

a .... b .....
c .. d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 25.*

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit. 25

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipſum aūt α metiatur aliquis numerus γ. Dico quòd et γ β, primi adinuicē ſunt. Si autem γ β, nō ſunt adinuicē primi, metietur ipſos γ β, aliquis numerus: metiatur & eſto δ. Et quoniā δ ipſum γ metitur, & γ ipſum α metitur, et δ igitur ipſum α metitur: metitur aūt et β. Igitur δ ipſos α β metitur, primos adinuicē exiſtētes, quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionem*

α ......
β ....
γ ...
δ ....

nitionem ſeptimi.) Ipſos igitur β γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ β primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMP. Sit uterq; duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quòd d eſt primus ad c, alter enim numeret eos c d, quidem ſecundum f: eritq; per ſecundam partem 20 a ad e, ſicut f ad b, & quia a & c ſunt primi, & e numerat c, ipſe erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſequitur ergo per 21, ut e numeret, b: & quia poſitum eſt, quòd ipſe numeret c, non erunt b & c contra ſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . .
e . . f . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 26.*

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α β, ad aliquem numerum γ primi ſint, & α ipſum β multiplicans, ipſum δ efficiat. Dico quòd ipſi γ δ, primi ſunt adinuicem. Si autem γ δ, non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur & eſto ε. Et quoniam ε α primi adinuicem ſunt, ipſum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε α (per 25 ſeptimi) primi ſunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipſum δ, tot unitates ſint in ζ: & ζ igitur ipſum δ metitur, per eas quæ in ε ſunt unitates. Igitur ε ipſum ζ multiplicans ipſum δ fecit. Sed & α ipſum β multiplicãs ipſum δ, fecit: æqualis igitur eſt qui ex ε ζ ei qui ex α β. Si aũt qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub medijs, quatuor numeri proportionales ſunt (per 19 ſeptimi) Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε ad α ſic eſt β ad ζ. Ipſi aũt α ε, primi: ipſi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 ſeptimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc eſt antecedens antecedentẽ, & conſequens conſequentem. Igitur ε ipſum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipſos γ β, metitur primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi) Ipſos igitur γ δ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ δ primi adinuicem ſunt: quod oportebat demonſtrare.*

α . . β . . .
γ . . . . .
δ . . . . .
ε . . .
ζ . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi, qui ex uno eorum in ſeipſum producitur, ad reliquum eſt primus.

CAMP. Sint contra ſe primi a & b, & ex a in ſe fiat c. Dico quòd c primus eſt ad b: ſit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b. & ex a in d, fiet c, per præmiſſam: igitur patet c primum eſſe ad b: quod propoſuimus.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 27.*

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON *ex Zamb. Sint bini numeri primi adinuicẽ α β, & α ſeipſum multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico quòd ipſi β γ, primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi α æqualis δ. Et quoniam α β, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt α ipſi δ & δ β: igitur primi adinuicem ſunt: uterq; igitur ipſorum δ α, ad β primus eſt, et qui ex δ α, igitur fit ad β primus eſt (per 26 ſeptimi) Qui autem ex δ α, fit numerus, eſt γ, igitur γ β, primi adinuicem ſunt: quod erat demonſtrandum.*

α . . β . . . .
γ . . . .
δ . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterq; ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad cũ qui ex duobus poſterioribus producetur, erit primus,

CAMPANVS,

CAMP. Sint a & b priores, c & d poſteriores: ſitq; uterq; duorum a & b, primus ad utrũq; duorum c & d, & ex a in b ſit e, et ex c in d f: dico quòd e primus eſt ad f. Hoc autem 25 ter aſſumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus eſt a ad c & ad d, erit per ipſam e primus ad c, & item per ipſam primus ad d. Quia item f ſit ex c in d, quorum uterq; primus eſt ad e, erit rurſus per ipſam f primus ad e: quod eſt propoſitum,

a . .   b . . . . .
e . . . .
c . . .   c . . . . . .
f . . . .

Euclid. ex Zamb.   *Theorema 26.*   *Propoſitio 28.*

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrũq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi ſint: & α quidẽ ipſum β multiplicans, efficiat ipſum ε, & γ ipſum δ multiplicãs, efficiat ipſum ζ. Dico quòd ε ζ, primi ſunt adinuicẽ. Quoniã enim uterq; ipſorum α β, ad ipſum γ primus eſt, et qui ex α β, igitur ſit (per 26 ſeptimi) ad γ primus eſt: qui autem ſit ex α β, eſt ε, igitur ε γ primi ſunt adinuicem. Id propterea et ipſi ε δ, primi ſunt adinuicem: & uterq; igitur ipſorũ γ δ, ad ε primus eſt, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus eſt, (per eandem.) Qui autem ſit ex γ δ, eſt ζ. Igitur ε ζ, primi ſunt adinuicem: quod erat demonſtrandum.*

α . . .
β . . . . .
ε . . . .
γ . .
δ . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp.   *Propoſitio 28.*

SI fuerint duo numeri cõtra ſe primi, ducaturq; eorum uterq; in ſeipſum, erunt inde producti contra ſe primi. Itemq; ſi in utrunq; productorum ſuum ducatur principium, erunt quoque producti contra ſe primi. 28

CAMP. Sint a & b, contra ſe primi, ducaturq; uterq; in ſe, & proueniant ex a quidẽ c, ex b uerò d, itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d eſſe contra ſe primos, itemq; e & f, contra ſe primos. Eſt enim per 26 c primus ad b: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, ſicq; conſtat primum, quod eſt c & d eſſe contra ſe primos.

a . .
c . . . .
e . . . .
b . . .
d . . . .
f . . . .

Reliquum ſic, eſt enim uterq; duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod eſt reliquum. Non ſolũ autem erit e primus ad f, ſed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; ſi infinities duceretur utrunq; productorum in ſuum principium, eſſent omnes producti contra ſe primi: & non ſolum, ſed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Euclid. ex Zamb.   *Theorema 27.*   *Propoſitio 29.*

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; ſeipſum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicem erunt. Et ſi qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos, & illi quoque primi adinuicem erunt, & ſemper circa extremos hoc cõtinget. 29

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α ſeipſum multiplicãs, efficiat γ, ipſum uerò γ multiplicãs, efficiat ε. At β ſeipſum multiplicans efficiat δ, ipſum autẽ δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi ſunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem ſunt, & α ſeipſum multiplicans fecit ipſum γ, igitur γ β, primi ſunt adinuicem (per 27 ſeptimi.) Quoniam igitur γ β primi ſunt adinuicem, & β ſeipſum multiplicans ipſum δ fecit, igitur γ δ primi ſunt adinuicem. Rurſus quoniam α β primi adinuicẽ ſunt (per eandẽ) & β ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit. Igitur α δ, primi ſunt adinuicem (per eãdem.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrunq; primi ſunt (per 27 ſeptimi) & qui ex α γ, igitur ſit ad eum qui ex β δ, primus eſt: qui autem ex α γ, eſt ε, qui ex δ β uerò, eſt ζ. igitur ε ζ, primi ſunt adinuicem: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . .
γ . . . .
ε . . . .
β . . . .
δ . . . .
ζ . . . .

Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 SI fuerint duo numeri cōtra ſe primi,qui ex ambobus coaceruatur,ad utrūq; eorum erit primus.Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrunq; eorum fuerit primus,duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS.Sint a & b, contra ſe primi,dico quòd ex eis compoſitus a b,ad utrunq; eorum erit primus, & econuerſo:nam ſi d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem ſcientiam & reliquum: quare non erunt contra ſe primi,ſed hoc poſitum fuerat,patet ergo primum.Secundum ſic. Sit a b primus ad utrunq; ſuorum componentium qui ſunt a & b, dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, ſequitur per communem ſcientiam,quòd etiam numeret a b ex eis compoſitum,quare ad neutrum duorum numerorum a & b,erit a b primus,ſed poſitum erat quod eſſet ad utrunque,accidit igitur impoſsibile.

a... b.....
d..

CAMPANI *annotatio.* Eodem quoq; modo ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum,primus quoque erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter ſe. Sit enim compoſitus ex a b, primus ad a,dico quòd erit etiam primus ad b,alioqui numeret eos d,qui per cōceptionem numerabit & a,cum numeret totum & detractum:hoc autem inconueniens,erat enim compoſitus ex a & b,primus ad a.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 30.*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterq; ſimul ad alterum ipſorum primus erit.Et ſi uterq; ſimul ad unum aliquem eorū primus fuerit,æqui in principio numeri,primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componātur enim bini numeri primi adinuicem,αϐ & βγ. Dico quòd & uterque αϐγ,ſimul ad alterum ipſorum αβ,ϐγ,primus eſt. Si autem γα et αβ primi adinuicem non ſunt,metietur eos aliquis numerus:metiatur,& eſto δ. Quoniam igitur δ ipſos γα & αβ metitur, & reliquum igitur βγ metietur. Metitur autem & βα. Igitur δ ipſos αβ & βγ metitur,primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem 7.) ipſos igitur γα & αϐ numeros,numerus aliquis non metietur. Igitur γα & αϐ,primi adinuicē ſunt. Id propterea iam & ipſi γα & βγ.primi ſunt adinuicem.Igitur αγ, ad utrunq; ipſorum αβ & βγ primus eſt. Sint rurſus γα & αϐ,primi adinuicem. Dico quòd ipſi αβ et ϐγ primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi αβ,βγ,primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos αβ & βγ,numerus aliquis,metiatur & eſto δ,& quoniam δ utrunq; ipſorum αϐ et ϐγ metitur:et totum igitur γα,metietur:metietur autem & ipſum αϐ. Igitur δ, ipſos γα,et αϐ primos adinuicem exiſtētes metietur,quod (per 13 diffinitionem ſeptimi) eſt impoßibile. Ipſos igitur αβ & ϐγ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur αϐ & βγ, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraße.*

α........ϐ.....γ
δ....

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 30.*

30 OMnis numerus compoſitus,ab alio primo numeratur. Zamb.33

C A M P. Sit a,quilibet numerus compoſitus.Dico quòd aliquis primus numerat ipſum,quia enim eſt compoſitus,numerabitur ab aliquo numero qui ſit b:qui ſi fuerit primus,uerum erit quod dicitur : ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat, eum,qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, conſtat quod dicitur.At ſi compoſitus,neceſſariò numerabit eū alius qui ſit d,qui etiam per communem ſcientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius.Quia ergo quoties occurrit compoſitus,neceſſe eſt minorem aſſumere,qui compoſitum occurrentem numeret,ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum,alioquin accidet impoſsibile & contrarium petitioni,numerum in infinitum decreſcere.

a.......................
b...........
c......
d...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 Omnis numerus,aut eſt primus,aut à primo numeratur. Zamb.34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus,dico ipſum eſſe primum, uel numerari à primo,quia ſi non eſt primus,erit compoſitus,quilibet autem talis,ab aliquo primo numeratur per præmiſſam: a igitur uel primus eſt,uel à primo numeratur:quod proponitur.

a.....
a.........
...

Euclid,

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 32.*

Zamb.31 **Omnis numerus primus, ad omnẽ quẽ non numerat, eſt primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a & b, ſunt contra ſe primi: ſi enim c numerat eos, non eſt uerum quòd a ſit primus.

a ..... b ....
c ..

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 33.*

Zamb.32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, neceſſe eſt eundem primum alterum, illorum duorum numerare.** 31

CAMPANVS. Sit e productus ex a in b, & ſit d numerus primus qui ponatur numerare e: dico quòd d numerat a uel b, numeret enim c, ſecundum e: ſi ergo non numerat a, erit primus ad ipſum per præmiſſam, & ideo erunt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23: & quia a ad d, ſicut e ad b, per ſecundam partem 20, ſequitur ut d numeret b per uigeſimam primam: quod eſt propoſitum.

a .... b .....
c ....
d ... e ....

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel ſi eidem fuerit commenſurabilis, commenſurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanm 30 31 32 33 — Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propoſitiones, quatuor ſequẽtibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent. — 33 34 31 32 Zambertim

Euclid.ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 31.*

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur, primus eſt. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipſum β non metiatur. Dico quòd ipſi β α, primi adinuicem ſunt. Si autem ipſi α β, non ſunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipſe γ, nõ eſt unitas. Quoniam igitur γ ipſum β metitur, & α non metitur ipſum β, igitur γ ipſi α non eſt idem. Et quoniam γ ipſos α β metitur, & α igitur metitur primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi.) Ipſos igitur α β, numerus aliquis non metitur. Igitur ipſi α β, primi adinuicem ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α .... β .... δ
γ .....

Euclides ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 32.*

Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem, factum autẽ ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes ſe adinuicem, ipſum efficiant γ, ipſum autẽ γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico q. δ, unũ ipſorũ α β, metitur. Ipſum α nõ metiatur, eſtq; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicẽ ſunt (per præcedentẽ) Et quoties δ ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniã igitur δ ipſum γ metitur per eas quæ in ε ſunt unitates: igitur δ ipſum ε multiplicãs, ipſum γ efficit. Atqui & α ipſum β multiplicãs, ipſum efficit γ: æqualis igitur eſt qui ex δ ε, ei qui ex α β. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi aũt δ α primi ſunt, primi autẽ et minimi: minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habẽtes æqualiter, maior maiorẽ, & minor minorẽ (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedẽs antecedentẽ, ſeqnẽs ſequentẽ. Igitur δ ipſum β metitur. Similiter quoq; oſtendemus, q. & ſi δ ipſum β nõ metiatur, metietur et α. Igitur δ, unũ ipſorũ α β metitur: quod erat demonſtrandũ.*

ε ....
δ ...
γ ....
β ......
α ..

Euclid.ex Zãb. *Theor.31.* *Popoſit.33.*

Omnis compoſitus numerus, ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compoſitus numerus α. Dico q. α ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. Quoniam enim α compoſitus eſt, metietur eũ aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ ſeptimi) metiatur & eſto β, & ſi β primus eſt, manifeſtum iam eſt quòd quærimus (per eandem.) Si aũt cõpoſitus, metietur eũ aliquis numerus (per eandem) metiatur, & eſto γ. Et quoniã γ ipſum β metitur, & β ipſum α metitur, et γ igitur ipſum α metitur: & ſi quidẽ γ primus eſt, manifeſtũ iã eſt id quod quæritur. Si aũt cõpoſitus eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõſideratione, ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipſum α metietur. Si aũt nõ ſumetur, metientur ipſum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor eſt, quod eſt impoßibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus nume*

γ ...
β ....
α ....

rus qui

rus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Omnem igitur compoſitum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonſtraſſe.

ALITER. *Sit cõpoſitus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniã compoſitus eſt ipſe α, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionem ſeptimi) & ſit minimus metientium eum β. Dico quòd β primus eſt. Si autem β, primus non eſt, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimenſionem ipſius γ. igitur γ ipſo β minor eſt: & quoniam γ ipſum β metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, minor exiſtens ipſo, β ipſum α metientium minimo, quod abſurdum eſt. Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

α ....
β ...
γ ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 32. *Propoſitio* 34.

34 Omnis numerus aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quòd α, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt α, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
α .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 34.

34 NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſsignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos communiter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. Sint a & b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos: ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus, per 23. ſi autem compoſiti, ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos communiter numerans qui ſit c, numeretq́ eos ſecundum d & e, eruntq́ in eadem proportione per 18, quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter: ſit igitur ut ſecundum h, eritq́ per ſecundam partem 20 c ad h ſicut f ad d, uel ſicut g ad e: quare c eſt minor h, itaq́ cum h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, ſed erat poſitum quód ſic: ergo contra hypotheſim.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecũdum continuitatem proportionum numerorum aſsignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifeſtum eſt, maximum numerum quotlibet communiter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c, ſecũdum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, ſiue fuerint in eadem proportione, ſiue in diuerſis, ſi nullus numerus numerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus, per 23. hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autem unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia, maximus eos communiter numerans qui ſit d, numeretq́ eos ſecundum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, ſit ut ſecundum m, eritq́ per ſecundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m, quare cum m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare ſequitur impoſsibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a ...... b .... c..........
d ..
e ... f .... g .....
h .. k ... l ....

Euclid. ex Zamb. *Problema* 33. *Propoſitio* 35.

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. Sint dati quotcunq; numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eaſdem rationes habentium eiſdem α β γ. Ipſi enim α β γ, aut primi adinuicem ſunt, aut non. Si quidem ipſi α β γ, primi ſunt adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per 23 ſeptimi) Si autem non ſumatur (per 3 ſeptimi) ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio δ, & quoties δ unumquẽq; ipſorum α β γ metitur, tot unitates ſint in unoquoq; ipſorum ε ζ η, & unuſquiſq; igitur ipſorum ε ζ η, unumquenq; ipſorum α β γ, metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur ipſi ε ζ η, ipſos α β γ: æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi ε ζ η, ipſis α β γ, in eadẽ ſunt ratione. Dico iam q; et minimi. Si enim ipſi ε ζ η, nõ ſunt minimi eãdem rationem habentium eiſdem α β γ: erũt aliqui numeri ipſis ε ζ η, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α β γ. Sint θ κ λ, æquè igitur θ metitur ipſum α, & uterq; ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ. Quoties autem θ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo & μ, uterq; igitur (per 21 ſeptimi) ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ metitur per eas quæ in μ ſunt unitates. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, & μ igitur ipſum α metitur per eas quæ in θ ſunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipſorum β γ, metitur per eas quæ in utrunque ipſorũ κ λ ſunt unitates. Igitur μ, ipſos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, igitur θ ipſum μ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea & ε, ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α. Aequalis igitur eſt qui ex θ μ (per 16 ſeptimi) Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt μ ad δ, maior autẽ eſt ε, ipſo θ: maior igitur eſt et μ ipſo δ, & metitur ipſos α β γ, quod eſt impoſsibile. Supponitur nanq; δ, ipſorum α β γ, maxima communis dimenſio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipſis ε ζ η, in eadem exiſtentes ratione ipſis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α β γ: quod feciſſe oportuit.

α ......
β ....
γ ....
δ ..
ε ...
ζ ....
η ......
θ ..
κ ...
λ ....
μ ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

QVilibet duo numeri minimos numeros, ſuæ proportionis maior minorem, & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipſis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorũ proportione c & d, eritq; per primã partem 20, ut ex a in d, & b in c, fiat idem numerus qui ſit e: quem dico eſſe minimũ numeratum ab a & b, aliter enim, ſit f. quem numerent a & b ſecundum g & h, eritq; per ſecundam partem 20, h ad g ſicut a ad b, & ſicut c ad d, & per 18 erit c ad h, ſicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc eſt impoſsibile, conſtat uerum eſſe quod dicitur.

a .... b ......
c .. d ...
e ....
f ....
g ... h .....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

PRopoſitis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

CORRELARIVM.

Manifeſtum etiam ex hoc eſt, minimum numerum quem quotlibet numerãt, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propoſiti numeri a b c d. Volo inuenire minimũ numerũ numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimũ numeratum ab a & b: quod ſi a numerat b, nõ erit alius quàm b: ſi autẽ non numerat eũ, nec econuerſo, ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & præmiſſam.

a ....
b ......
c ..
d ...
e ....
f ....
g ....
h ....

Quòd ſi ſunt communicantes, ſumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmiſſam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui ſit f, eritq; f minimus numeratus ab a b c, ſed & minimus quem numerant f & d, ſit g, eritq; g minimus: quẽ numerãt numeri propoſiti. quòd enim omnes ipſum numerent, patet per conceptionem: ſed ſi nõ eſt minimus, ponatur

ergo

ergo h, quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipſum e, per correlariũ præmiſſę: per idem quoq; correlariũ, numerabit ipſum f, ſed & g maior itaq; numerat minorē: quod eſt impoſsibile.

CAMPANI *additio*.

Hæc & præmiſſa proponuntur in alio loco ſub tribus concluſionibus, quarum prima ęquiualet præmiſſę, ſecunda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus quod hæc de quotlibet numeris. Eſt itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. *Zamb. 35.*

Dati numeri ſint a & b, quorum minor ſi numerat maiorē, eſt maior quem quęrimus, alioqui maiorem eorum numeraret minorem ſe. Si autē neuter neutrũ numeret, ſi ipſi ſunt contra ſe primi, erit qui ex a in b prouenit (qui ſit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam ſi minorem eo numerauerint, eſto d, quem numerent ſecundum e & f, eritq; per ſecundam partem 20 a ad b, ſicut f ad e: & quia a & b ſunt ſuæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 eſt c ad d ſicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, ſequitur c numerare d, ſed erat d minor c, quare impoſsibile. Si autem a & b ſint communicantes, negociare propoſitum ut in 35.

a ... b ....
c ....
d ....
e .. f ....

Secunda trium concluſionum ex ambobus correlarijs eſt confecta.

Si plures numeri numerum unum numęrent, neceſſe eſt ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret. *Zamb. 37*

Vt ſi ſit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eiſdem numeratus c, erit ut c numeret d, cum enim ſit d maior c, ſi c cũ numerat ipſum, numerabit tamen aliquid eius, ſitq; plurimum quod numerat e, & reſiduum ſit f, eritq; f minus c quia igitur a & b numerant c, numerabunt per communem ſcientiam & e, ſed numerabunt d itaq; per aliam communem ſcientiam numerabunt f: inconueniens ergo ſequitur, quòd c non fuit minimus quem numerant a & b. Idem quod conuinces & eodē modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, ſcilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. Vltima triũ cõcluſionum.

a .. b ...
d
e .... f ...
c ......

Propoſitis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. *Zamb. 38*

Tres numeri propoſiti ſunt a b c, minimusq; quem numerāt a & b ſit d, qui ſumetur ut prima trium concluſionum docet. Si igitur c numerat d, ſcito d eſſe quem quęrimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, ſit e, quem per præmiſſam concluſionem numerabit d, quod eſt impoſsibile. Si autem c non numerat d, ſumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipſum, & d ſimiliter, ergo & a b, qui numerāt d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, ſit f, quem per pręmiſſam concluſionem numerabit d, ſed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per præmiſſam e numerabit eum, maior minorem: quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propoſitis.

a ... b .... c ......
d ....
e ....

a ... b .... c ....
d ....
e ....
f ....

Duæ præcedētes ex Campano propoſitiones, 35 ſcilicet & 36, tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic rēſpondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto reſpōdeat: 36 autem ex Campano, ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones uniuerſales.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 36.*

36 Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON *ex Zamb. Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipſi α β certè aut primi ſunt adinuicem, aut non. Sint prius α β primi adinuicē, & α, ipſum β multiplicās, efficiat ipſum γ, & β igitur ipſum α multiplicans, ipſum efficit γ (per 16 ſeptimi) igitur ipſi α β ipſum γ metiuntur. Dico iam quòd & minimum. Si autem non, ipſi numeri α β, metiuntur aliquē numerum minorem exiſtentem γ, metiantur & eſto δ, & quoties α, ipſum δ metitur, tot unitates ſint in ε, quoties autem β, ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ζ. Igitur α, ipſum ε multiplicans, efficit ipſum δ, & β multiplicans ipſum γ, efficit ipſum δ, æqualis igitur eſt qui ex α ε, ei qui ex β ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad*

γ δ β, ſic eſt

β, ſic eſt ζ ad ε, ipſi autem α β, ſunt primi, primi autē (per 25 ſeptimi) & minimi, minimi uerò metiuntur eandē rationē habentes æqualiter: maior maiorem, & minor minorem. Igitur (per 21 ſeptimi) β metitur ipſum ε, ſequens uidelicet ſequentē. Et quoniam α ipſos β, ε, multiplicans ipſos γ δ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut β ad ε, ſic γ ad δ. At β, ipſum ε metitur, metitur ergo & γ, ipſum δ, maior minorem, quod eſt impoſsibile. Igitur ipſi α β, non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, quando ipſi α β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus eſt, qui ſub ipſorum α β, dimenſionem cadit. Non ſint primi ipſi β adinuicem, & ſumātur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipſi α β, ſintq; ζ ε, æqualis igitur eſt qui ex α ζ, ei qui ex β ε (per 19 ſeptimi) & α ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum γ. & β, igitur ipſum α multiplicans effecit ipſum γ. Igitur α β, ipſum γ, metiuntur. Dico iam quòd & minimum, ſi non, metiuntur ipſi numeri α β, aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, metiantur & eſto δ, & quoties quidem α, ipſum δ, metitur. tot unitates ſint in η. Quoties autem β, ipſum δ, metitur, tot unitates ſint in θ α, igitur η multiplicans, effecit ipſum δ, ipſe β uerò ipſum θ, multiplicans, effecit ipſum δ, æqualis igitur eſt qui ex α η, ei qui ex β θ. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α, ad β, ſic eſt θ, ad η. Sicut autem α ad β, ſic ζ ad ε, & (per 11 quinti) igitur ſicut ζ, ad ε, ſic θ ad η, ipſi autem ζ ε minimi uerò eandem rationem habentes æquè metiuntur: maior maiorem, & minor minorē (per 21 ſeptimi) igitur ε, ipſum η metitur, & quoniam α, ipſos ε ζ multiplicans, ipſos fecit γ δ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ε ad η, ſic eſt γ, ad δ. At ε, ipſum η metitur, & γ igitur ipſum δ metitur maior minorem, quod eſt impoſsibile. Ipſi igitur α β, non metientur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ. Igitur γ, minimus exiſtens, ſub ipſorum α β, dimenſionem cadit: quod oportuit facere.

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 37.

Si bini numeri numerum aliquem menſi fuerint, & minimus qui ſub eorum dimenſionem cadit, eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, numerum aliquem γ δ metiātur, minimus uerò ſit ε. Dico quòd ε quoq; ipſum γ δ, metitur. Si autem ε, ipſum γ δ, non metitur ipſum δ ζ, metiens ipſe ε, relinquat ſeipſo minorem, hoc eſt γ ζ, & quoniam ipſi α β, ipſum ε metiuntur, at ε, ipſum δ ζ, & ipſi α β, igitur ipſum δ ζ, metientur, metiūtur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ, metiētur minorem exiſtētem ipſo γ, quod eſt impoſsibile. Haud igitur non metitur ε, ipſum γ δ, metitur ergo: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 38.

Tribus numeris datis, inuenire quē minimum numerū metiūtur. 38

THEON ex Zamb. Sint dati numeri α β γ, oportet iam inuenire, quē minimū numerum metiuntur. Suſcipiatur enim (per 36 ſeptimi) minimus numerus δ, qui ſub ipſorum α β, dimenſionem cadat. Iam γ, ipſum δ, aut metitur, aut non metitur, metiatur prius, metiuntur autem & ipſi α β ipſum γ. Igitur ipſi α β γ, ipſum δ metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipſi α β γ, numeri metientur numerum minorē ipſo δ, metiātur ε. Quoniam ipſi α β γ, ipſum ε metiuntur, igitur & α β, ipſum ε metiūtur, & minimus igitur quē ipſi α β metiūtur, metietur ipſum ε, per 37 ſeptimi. At minimus quem ipſi α β metiuntur, eſt δ. Igitur δ, ipſum ε metietur, maior minorem, quod eſt impoſsibile. Ipſi α β γ, igitur nō metiētur numerum aliquem minorem exiſtentem ipſo δ. Igitur ipſi α β γ, minimū δ, metiuntur. Non metiatur rurſus γ, ipſum δ, & ſuſcipiatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus ε, quem metiātur ipſi γ δ. Quoniā α β, ipſum δ, metiuntur, at δ ipſum ε metitur, & α β ipſum ε, igitur metiūtur: metitur autem & γ, ipſum ε, igitur ipſi α β γ, ipſum ε, metiuntur. Dico quòd & minimum, ſi autem non ipſi α β γ, metiuntur aliquē numerum minorem exiſtentem ipſo ε, metiantur ζ. Quoniā ipſi α β γ, ipſum ζ, metiuntur, & ipſi α β igitur ipſum ζ metiuntur, & minimus igitur quem α β, metiuntur, ipſum ζ, metietur (per 37 ſeptimi) minimus autem quem ipſi α β metiūtur eſt δ. Igitur δ ipſum ζ, metitur autem & γ, ipſum ζ. Igitur ipſi δ γ ipſum ζ metiūtur, quare (per eandem) & minimus quem ipſi γ δ, metiuntur, ipſum ζ, metietur. At minimus quem ipſi γ δ, metiuntur eſt ε. Igitur ε ipſum ζ metitur, maior minorē, quod eſt impoſsibile. Ipſi α β γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo ε. Igitur ε minimus eſt, quem ipſi α β γ metiuntur: quod oportebat facere.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 37.*

37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius ſenſus eſt quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiam, & numeratus à quinario habet quintã: ſicq; de cæteris, ut ſi b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipſum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars eſt c a, quota unitas b: & quia unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo denominata per communem ſcientiam, erit c pars a, denominata a b: quod eſt propoſitum.

unitas .
c ... c ..
a .....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, menſus cognominatam partem habebit metienti.

THEON ex Zamb. *Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipſi β. Quoties enim β, ipſum α metitur, tot unitates ſunt in γ. Quoniam β, ipſum α, metitur per eas quæ in γ ſunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipſum γ, per eas quæ in eo ſunt unitates, æquè igitur (per 15 ſeptimi) δ unitas ipſum γ, numerum metitur, & β, ipſum α. Viciſſim igitur (per candẽ) æquè δ unitas ipſum β metitur numerum, metitur uerò & γ, ipſum α. Qualitatis igitur pars eſt δ, unitas ipſius β numeri, talis pars eſt & γ, ipſius α. At δ unitas, pars eſt ipſius β ei cognominata, & γ igitur ipſius α, pars eſt cognominata ipſi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipſi β: quod erat demonſtrandum.*

α ....
β ....
γ ...
δ .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipſum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: cuius eſt intentio, quòd omnis numerus habẽs tertiam, numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, ſicq; de cæteris, ut ſi b ſit pars a denominata a c, ſequitur ut c numeret a, quia enim b eſt pars à denominata a c, ſed & unitas eſt pars c denominata ab ipſo c per conceptionem, ſequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare conſtat propoſitum. Aliter idem. Cum ſit b pars a, ſit tota unitas c, eritq; per hãc cõmunem ſcientiam, unitatem eſſe partẽ omnis numeri ab ipſo denominatam c, denominans b in a: & quia eſt b in a quoties unitas in c, euidenter ſequitur propoſitum per 16.

unitas
.
b .. c ..
a ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. *Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipſi β, parti cognominatus ſit numerus γ. Dico quòd γ, ipſum α metitur. Quoniam enim β, ipſius α pars eſt cognominata ipſi γ, eſt autem & δ unitas ipſius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars eſt δ, unitas ipſius γ, numeri: talis pars eſt & β ipſius α, æquè igitur δ unitas ipſum γ numerum metitur: & β, ipſum α. Viciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æquè δ, unitas ipſum β numerum metitur & γ ipſum α, & γ igitur ipſum α metitur: quod erat demonſtrandum.*

α ....
β ....
γ ..
δ .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

39 NVmerorum minimum, propoſitarũ denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex q̊ manifeſtũ eſt q̄ minimus numerus numeratus à q̊tlibet, eſt minimus habẽs partes denominatas ipſis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propoſitas, & e minimus numeratus ab eis

ſumptus ſecundum 36. Ipſum e dico eſſe quē quærimus. Sint enim ſecundū quos numerant ipſum f g h k, eritq́ per 16 & hanc communem ſcientiam, unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta, ut uiceuerſa f g h k, numerent e ſecundum a b c d, quare ſunt partes eius ab illis dictæ: eſt igitur e habēs partes propoſitarum denominationum. Minimus etiam, quoniam ſi alter fuerit ut l, ſint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq́ per 16 & prædictam communem ſcientiam a b c d, uiceuerſa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod eſt inconueniens.

e . . . .
a . .   f . . . . . .
b . . .   g . . . .
c . . . .   h . . .
d . . . . . .   k . .

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, ſi cura eſt habere ſecūdū, aut quotūcūq́ libet, ſi ſecundū quidē, ſume duplū minimi, ſi tertiū, triplum, & ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex ipſius e numeretur ab a b c d, per hanc communem ſcientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnē numeratū ab illo: neceſſe eſt per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, ſi itaq́ duplus e, non fuerit ſecundus habens partes propoſitarum denominationū, erit alius, quem ſicut ſequitur eſſe maiorem e, ſic ſequitur eſſe minorē duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, ſequitur per correlarium 36 quòd e numeret eūdem, quod eſt impoſsibile: cum enim numeret ſe, numeraret per hanc cōmunem ſcientiam, omnis numerus numerans totum & detractum, numerat reſiduū, differentiam illius ad ſe, quę cum ſit minor eo, maior numerus numeraret minorē, quod eſſe non poteſt. Sequitur itaq́ duplum e, eſſe ſecundū numerum habentem propoſitarum denominationum partes. Similiter quoq́ argues triplū e eſſe tertium, probato duplo eſſe ſecūdum, alioqui quia eſſet triplo minor & duplo maior, ſequeretur e numerare aliquem inter ipſius duplum & triplum, quod ut prius patet, eſt impoſsibile: probato autem triplo eſſe tertium, ad huius ſimilitudinem probabis quadruplum eſſe quartum: & ſic in cæteris.

l . . . .
m . . . .
n . . . .
p . . . . .
q . . .

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propoſitarum denominationum ſumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem ſecundam, quæ ſecunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartā, aut qualitercunq́ contingat eas ab eiſdem uel diuerſis denominari. Multiplicare oportet denominatorē primæ partis in denominatorē ſecundę, & ex eis productū in denominatorē tertiæ, productum quoq́ in denominatorē quartæ, ſicq́ de cęteris uſq́ ad ultimam à prima uel uſq́ ad primam ab ultima. & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut propoſito 60 uel 84. Hoc autē ita eſſe demonſtratiuè ſic habeto. Sint numeri partes propoſitas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, ſed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq́ c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eū dico eſſe quem quęrimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, ſed & propter hoc erit e pars e dicta a b, & quia unitas eſt pars c dicta ab ipſo c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, ſit g, ſitq́ h pars eius dicta ab a, & k pars h dicta a b, l quoq́ pars k dicta a c, eritq́ per 18, f ad g, ut e ad h, & e ad h, ut c ad k. itemq́ c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut k ad l, ergo per 15. erit in proportione æqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g, ut unitas ad l, quare cum g ſit minor f, erit l minor unitate, ſequitur igitur impoſsibile partem numeri minorem eſſe unitate: erit itaq́ f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento ſi cura fuerit habere ſecundū aut quotūcunq́ libet, per minimi multiplices (ut prius dictum eſt) ſumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio ſecundum hunc modum.

f . . . .
e . . . .
c . . . .   c . . .   a . .
unitas
g . . . .
h . . . .
k . . . . .
l . .

Propoſitis partibus quotiſcunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt ſi partes propoſitæ ſint a b c, ſintq́ eas denominantes d e f, & ſumatur minimus quem numerāt d e f, qui ſit g, hunc dico eſſe quem quærimus, erunt enim in eo propoſitæ partes per 37, qui ſi non fuerit minimus eas continens: ſit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod eſt incōueniens, quia minimus erat.

a	tertia	d . . .
b	quinta	e . . . . .
c	ſexta	f . . . . . .

g . . . .
h . . . .

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a b c, indeterminatè poni, non ſub quantitate certa: aliter enim non eſſet neceſſarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f, eſſet

eſſet minimus contines partes propoſitas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui ſunt 120, 90 & 702, ſunt eiuſdẽ numeri partes, primus quidem tertia, ſecundus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui eſt 60: partes iſtas continet. Inſtandum igitur eſt (ſi partes ſub certa quantitate ponantur) primæ conſequentiæ huius demonſtrationis. Non enim ſequitur ut arguit per 37 ſi ternarius hunc numerat, ergo hic numerus poſitus eſt eius tertia, ſed ergo habet tertiam, quapropter idem eſt quod proponitur ſecundum utrunque modum, ſed ſecũdum primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autẽ oportet cùm omnis pars habeat quantitatẽ, quod in eo contingit ponere quoslibet & quaslibet partes ſecundum quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & ſub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem conſtat eſſe minimum numeratum ab eis, ſecũdum quos uerò numerat, ſunt qui illas in illo denominant. Cõtingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & ſecundum quas quantitates. Minimum quoque conſtat eſſe minimum numeratum ab illis, ſecundum quos uerò numerant, ſunt qui quantitates determinant, utrobique autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti ſunt hinc quidem qui has partes cõtinent: inde uerò in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rurſus ponere quotlibet partes & tandem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: ſed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſimilis ero inquiſitori uano quærenti impoſsibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut contingit, & inquirere quis numerus poſitas partes ſub poſitis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim eſt: nam ſiue propoſita fuerit una pars & una denominatio, ſiue plures & plures, non erit ſumere plures numeros quod propoſitum erit continentes. Solus enim eſt cuius ternarius eſt quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & ſenarius quarta, non plures. Ideoque proponentem partes & denominationes ipſarum in toto, non eſt quærere quis minimus continet has partes ſub iſtis denominationibus: ſed quis unus continet, proponentem autẽ partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: ſolas quoque proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autẽ uidetur partes per denomioationes inquirere, quàm denominationes per partes, diuerſitatem quidem denominationum: non partium, comitatur proportionum diuerſitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propoſitio 41.*

14 Numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus exiſtens habeat ipſas α, β, γ, partes. Sint (per 39 ſeptimi) ipſæ α, β, γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & ſumatur (per 38 ſeptimi) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ, metiuntur. Quoniã igitur ipſi δ, ε, ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipſis δ, ε, ζ, (per 39 ſeptimi.) Ipſis autem δ, ε, ζ, cognominatæ partes ſunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quòd & minimus exiſtens. Si autem η, non exiſtat minimus habens ipſas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipſo η, qui habebit ipſas partes α, β, γ. Sit (per 40 ſeptimi) θ, quoniam θ, habet ipſas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipſum θ, partibus autẽ α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ ſunt. Igitur ipſi δ, ε, ζ, ipſum θ metiẽtur, qui minor eſt ipſo η. Quod eſt impoßibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipſo η, qui habeat ipſas α, β, γ, partes: quod oportebat demonſtrare.*

a ſecunda d..
b tertia e...
c quarta f....
g...........
h.........

SEPTIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum Liber octauus.

Ex Campano. *Diffinitiones.*

LAtera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis, æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorum latera ſunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI numerorū quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint cōtra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuā proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales, a, b, c, duoq́ extremi qui ſunt a, c. ſint contra ſe primi, dico quòd in eadem proportione non reperientur totidē minores. Si autem contingit, ſint d, e, f, eritq́ per 15 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Euclid ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipſorū primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autē ipſorū hoc eſt α δ, primi ſint adinuicē. Dico quòd ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis α, β, γ, δ, ipſi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, in eadem ſunt ratione ipſis ε, ζ, η, θ, & æqualis eſt multitudo ipſorum ε, ζ, η, θ, ad α, δ, multitudini ipſorum α, β, γ, δ, æquè igitur eſt ſicut α ad δ, ſic ε, ad θ, primi ſunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 24 ſeptimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi.) Metitur igitur α, ipſum ε, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi ε, ζ, η, θ, minores exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonſtrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam, minimos inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum erit, quòd ſi fuerint tres numeri continuæ pro portionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati: quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducanturq; a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in ſe, & proueniat e, eruntq; c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem, erunt c, d e, ſecundum datam proportionem minimi, per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & pręmiſſam. Hac uia & ratione inueniuntur quinq;, uel ſex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema* 1. *Propoſitio* 2.

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunque imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex Zamb. *Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperẽtur iam quatuor, & α, ſeipſum, multiplicans, efficiat γ, ipſum uerò β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper β, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ε, multiplicans, ipſos ζ, η, θ, faciat, at β, ipſum ε, multiplicans efficiat ipſum κ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem β, multiplicans fecit ipſum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſũ multiplicans ipſum fecit ε, uterque igitur ipſorum α, β ipſum β, multiplicans effecit utrunque ipſorum δ ε. Eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) γ ad δ, ſic eſt δ ad ε. Et quoniam α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, η, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ, ad η. Sicut autem γ ad δ, ſic erat α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic eſt ζ ad η. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ε multiplicans, ipſos effecit η, θ, eſt igitur (per eandem 17) ſicut δ ad ε, ſic eſt η ad θ, ſed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic η ad θ, & quoniam ipſi α, β, ipſum ε, multiplicantes, ipſos effecerunt θ, κ: eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic θ ad κ: patuit autẽ quòd ſicut α ad β, ſic ζ, ad η, & η ad θ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad η, & η ad θ, ſic eſt θ ad κ. Igitur ipſi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quòd & minimi: quoniam enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 21 ſeptimi,) ipſi α, β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterq; ipſorũ α, β, ſeipſum multiplicans, utrunq; ipſorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipſorum γ, ε, multiplicans, utrunq; ipſorum ζ, κ, fecit. Igitur (per 29 ſeptimi) ipſi γ, ε, & ζ, κ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, β: quod oportuit feciſſe.*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *ſiue correlarium. Proinde manifeſtum eſt quòd ſi tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentiũ eis, extremi eorũ quadrati ſunt: ſi autẽ quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 3.

SI numeri quotlibet continuè proportionales ſecundũ ſuam propor-

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Hęc tertia eſt conuerſa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & ſecundum ſuam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt adinuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, ſint e & f, eruntq́ per 22 ſeptimi contra ſe primi, per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidẽ continuè proportionales & minimi quot ſunt numeri propoſiti, primo quidẽ tres qui ſunt g h k, deinde quatuor qui ſunt l, m, n, p, & ad hunc modum continuè per additionem unius, quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p: ſequitur ergo l, m, n, p, æquales eſſe a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione ſunt utriq; minimi, & quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi, erunt quoq; a & d illis æquales, contra ſeptimi, quod eſt propoſitum.

a........
b............
c..................
d..........................
e..
f...
g....
h......
k.........
l........
m...........
n..................
p..........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.* *Conuerſa primæ.*

Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, minimi eandem rationẽ habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationẽ habẽtiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorũ hoc eſt α, et δ, primi adinuicẽ ſunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc eſt ε ζ. Tres aũt η θ κ, et ſemp deinceps uno plus, quoad aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorũ α, β, γ, δ. Suſcipiãtur ſintq́; λ μ ν ξ. Igitur (per 29 ſeptimi) eorũ extremi λ ξ, primi adinuicẽ ſunt. Quoniã enim ε ζ primi ſunt, uterq; aũt eorũ ſeipſũ multiplicãs utrunq; ipſorũ η, κ, fecit utrunque aũt ipſorũ η, κ, multiplicãs utrunq; ipſorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 ſeptimi) ipſi η, θ, primi ſunt & λ ξ. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt, eandem rationem habentium eis, ſunt autem & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, δ, multitudini ipſorum λ, μ, ν, ξ, unuſquiſq; igitur ipſorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipſorum λ, μ, ν, ξ, eſt æqualis, æqualis igitur eſt α, ipſi λ, & δ ipſi ξ, & quoniam ipſi λ, ξ, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt λ ipſi α, & ξ, ipſi δ, igitur & ipſi α, δ, primi ſunt adinuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

α..........................
β..................................
γ....................................
δ..
ε...
ζ....
η.........
θ............
κ..................
λ............................
μ..
ν......................................
ξ..

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

Similitudinem aſsignatarũ proportionum in minimis numeris, ſecũdum ipſas proportiones continuatim proportionalibus inuenire. 4

a......
b......
c....
d...
e.....
f...

CAMPANVS. Aſsignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 ſeptimi, ſintq́ prima inter a & b, ſecunda inter c & d, tertia inter e & f, ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimũ quem numerant b & c, & quoties b numerat ipſum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties c g. Itaq; ſi e numerat k, ſit ut f numeret l, eruntq́ h, g, k, l, quos quærimus: conſtat enim per 18 ſeptimi, quòd ſit h ad g, ſicut a ad b, & g ad k, ſicut c ad g, at k ad l, ſi

h........................
g....................
k..............
l.........
m......................
n..................
p............
q.........

cut

cat e ad f. Minimi quoq;, nam ſi alij ſint minimi ut m n p q, oportebit per 21 ſeptimi, bis aſſumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 ſeptimi, quod eſt inconuenièns. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò ſi e non numerat k, ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & k, quē m quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, eruntq; per 18 ſeptimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, ſed quoties e numerat m, toties f, numeret q. & erit per eandem m ad q, ſicut e ad f. Manifeſtū igitur q; aſsignatæ proportiones, cōtinuatæ ſunt in quatuor numeris qui ſunt n p m q. Qui ſi nō fuerint minimi, ſint (ſi poſsibile eſt) alij qui ſint r, ſ, t, x, quia itaq; per 21 ſeptimi, bis aſſumptā uterq; duorum numerorū b & c, numerat s, ſequitur per correlariū 15 ſeptimi, ut g numeret eundē, quare etiā k numerabit t: at quia per 21 ſeptimi, ut e numerat eundē t, nō erit m minimus quē numerāt k & e. Hac ratione quartā illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo cōtinuare poteris.

a... b..
c.... d..
e..... f....
g............
h........
k......
n..
p...
m...............................
q.........................
r.......................................
s....................................
t...........................
x.................

Euclides ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 4.*

Rationibus datis quibuſcunq; in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipſius α ad β, & ipſius γ ad δ, & ipſius ε ad ζ, oportet iā numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim κ, minimus numerus, quē metiuntur β γ, et quoties quidē β, ipſum κ, metitur, toties α, ipſum θ metiatur: quoties autē γ ipſum κ metitur, toties δ, ipſum η, metiatur. At ε ipſum η aut metitur aut nō metitur. Metiatur primū. Et quoties ε ipſū η metitur: toties et ζ, ipſū λ metiatur, et quoniā α, ipſum θ, æquè metitur & β, ipſum κ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt θ, ad κ. Id propterea & ſicut γ ad δ, ſic κ, ad η, et inſuper ſicut ε ad ζ, ſic η ad λ. Igitur ipſi θ κ η λ, continuè ſunt proportionales, & in ipſius α ad β, & ipſius γ, ad δ, & inſuper ipſius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autē ipſi θ κ η λ, non ſunt continuè proportionales minimi in ipſius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erūt aliqui numeri minores ipſis θ κ η λ, in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: ſint autem ν ξ μ ο. Et quoniā eſt ſicut α ad β, ſic ν ad ξ, ipſi autē α β, minimi, minimi autē (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorē et minor minorē, hoc eſt antecedēs antecedentē, et ſequēs ſequentē, igitur β, ipſum ξ metitur. Id propterea & γ, ipſum ξ metitur. Igitur γ β ipſum ξ, metiuntur, & minimus igitur quē ipſi β γ, metiuntur (per 37 ſeptimi) ipſum ξ metietur: minimus autē quem ipſi β γ, metiuntur, eſt κ. Igitur κ ipſum ξ metitur maior minorem, quod eſt impoſsibile. Non erūt igitur aliqui numeri minores (per 15 ſeptimi) ipſis θ κ η λ, cōtinuè proportionales in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ, ratione.*

α...
β....
γ..
δ...
ε....
ζ.....
θ......
κ........
η.............
λ...............
ν....
ξ......
μ...........
ο............

Nō metiatur iam ε, ipſum η, & ſumatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus quem metiuntur ipſi ε η, & ſit μ, et quoties quidem η, ipſum μ, metitur, toties uterq; ipſorum θ κ utrunq; ipſorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipſum μ, metitur, toties et ζ, ipſum ο, metiatur. Et quoniam θ ipſum ν, & κ, ipſum ξ, æquè metitur: eſt igitur ſicut θ ad κ, ſic eſt ν ad ξ. Sicut autē θ ad κ, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic ξ ad ν. Id propterea etiam ſicut γ ad δ, ſic eſt ξ ad μ. Rurſus quoniam quoties ε, ipſum μ metitur, toties & ζ, ipſū ο: eſt igitur ſicut ε ad ζ ſic eſt μ ad ο. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, cōtinuè proportionales ſunt in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipſi ν ξ μ ο, non ſunt continuè proportionales

α.... ζ......
γ.. δ...
ε.... ζ.....
θ........
κ............
η..................
ξ................
ν.........................
μ..
ο..
π............
ρ...............
σ.....................
τ..........................

tionales

tionales minimi in ipſorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ν, μ ο, minores, continuè proportionales in ipſorum α β γ δ ε ζ rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniã eſt ſicut π ad ρ ſic eſt α, ad β, ipſi autem α β, minimi, minimi autẽ (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & ſequens ſequẽtem, igitur β, ipſum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipſum ρ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ρ metiuntur, & minimus igitur (per 36 ſeptimi) quem ipſi α γ, metiuntur, ipſum metietur ρ. minimus autem quem ipſi β γ metiuntur, eſt ν. Igitur ν ipſum ρ metitur, eſtq́ ſicut ν, ad ρ, ſic eſt ν, ad σ, & ν igitur ipſum σ metitur, metitur autem & ε, ipſum σ. Igitur ipſi ε ν, ipſum ν, metientur, & minimus quem ipſi ν κ, metiuntur, (per eandem) metietur ipſum σ. Minimus autem quem ipſi ε κ, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur maior minorem, quod eſt impoſsibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipſis ν ξ, μ ο, continuè proportionales in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, continuè proportionales minimi ſunt in ipſorum α β γ δ ε ζ, rationibus: quod oportuit fecisse.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

Omnium duorum numerorum compoſitorum proportio unius ad alterum, eſt ex laterum ſuorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris compoſitis. Sint duo numeri compoſiti a b, latera a, ſint c & g. latera b, ſint e & f, dico itaq; quòd proportio a ad b, conſtat ex ea quæ eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionem diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e. & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitum.

a.............
b......................
c.:
d......
e....
f....
g.......................

CAMPANI *annotatio.* Nec eſt neceſſarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundũ doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim eſt propoſito præter neceſſarium. Arguunt enim poſito quòd illi minimi ſint h k l, ita quòd ſit h ad k, ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq́; g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad b ut k ad l, quia ut d ad f, ideoq; ſecundum æquam proportionalitatem & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, componi ex quibus h & l, uerum quidem, ſed non neceſſarium aſſumpto.

a............
g.........................
b.....................
c..
e:...
d......
f....
h............
k..........................
l.....................

Euclid ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 5.*

Plani numeri, adinuicẽ rationẽ habent compoſitam ex lateribus.

THEON *ex Zamb. Sint plani numeri α β, ipſius quidẽ α, latera ſint γ δ, ipſius autem β, ſint ε ζ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, ſuſcipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipſorum γ ε, & δ ζ, rationibus, ſintq́; η θ κ. ut ſit ſicut γ ad ε, ſic eſt η, ad θ ſicutq́; δ, ad ζ, ſic θ, ad κ. Ipſi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipſius η ad κ ratio compoſita eſt ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipſi igitur η ad κ, rationẽ habet ex lateribus compoſitã. Dico igitur quòd eſt ſicut α ad β, ſic η ad κ, ipſe enim δ ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum λ. Quoniam δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autem ipſum ε efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, ſic η ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) η, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniam ε ipſum δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ζ, multiplicans ipſum fecit β. eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt λ, ad β. Sed ſicut δ ad ζ ſic eſt θ, ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, ſic λ, ad β, patuit autem quòd ſicut η, ad θ, ſic eſt α ad λ. Aequè igitur eſt (per 14 ſeptimi) ſicut η ad κ, ſic eſt α, ad β, ipſe autem η ad κ, rationem habet compoſitam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compoſitam ex lateribus,*

α.................
λ.........................
β....................................
γ...
δ......
ε....
ζ.......
η.........
θ............
κ.................

laterib. quod feciſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 SI numerorum quotlibet cõtinuè proportionalium primus ſecundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinuè proportionales, dico quòd ſi a non numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifeſtum autem eſt quòd ſi ipſum numeret, omnes numerabũt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. Si autẽ non numerat ipſum, patet quòd d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximè ſequentem e, quia ſunt poſiti cõtinuè proportionales. Sed quòd nullus alius ut e numeret ipſum, ſic conſtat. Sumantur ſecundum doctrinam 2 huius, totidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot ſunt ipſe e & omnes ſequentes, qui ſunt f, g, h, erũtq́ per 3 huius & f & h, contra ſe primi, & quia per æquam proportionem ead e ut f ad h, cum t non numeret h, nec e numerebit e: eodẽ modo nec aliquis aliorum, quare liquet, quod propoſitũ eſt.

a ....
b ....●............
c ....
d ....
e ....
f ...
g ......
h ....

Euclid. ex Zamb. *. Thorema 4.* *Propoſitio 6.*

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex *Zamb. Sint numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, ε. ipſe autem α, ipſum β, nõ metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipſi α, β, γ, δ, ε, continuè admuicẽ ſeſe non metiuntur, manifeſtum eſt: quia neq; α, ipſum β metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq; α, ipſum γ metietur, quot enim ſunt ipſi α, β, γ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationẽ habentium ipſis α, β, γ, ſintq́; ζ, η, θ. Et quoniam ipſi ζ, η, θ, in eadem ratione ſunt ipſis, α, β, γ, & eſt æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, multitudini ipſorum ζ, η, θ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi), eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt ζ, ad θ. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ζ, ad η, non metitur autem α, ipſum β, igitur neque ζ ipſum η, metitur. Igitur ζ, non eſt unitas. Si enim ζ, eſſet unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui) primi ſunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipſum θ, metitur, & eſt ſicut ζ, ad θ, ſic α, ad γ, neque igitur α, ipſum γ metitur. Similiter quoque oſtendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI numerorum continuè proportionalium primus ultimum numeret, idem ipſe & ſecundum numerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico ſi a numerat e: ipſe numerabit b, alioqui ex præmiſſa non numeraret e, quod eſt contrarium & impoſsibile. Non ſolũ autem numerabit b: ſed & omnes, & quiſque eorum quemlibet ipſum ſequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.*

7 Si fuerint quotcunque numeri continuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoq; metietur.

THEON ex *Zamb. Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, at α, ipſum δ metiatur. Dico quòd & α, ipſum β metietur. Si autem non metitur α, ipſum β, neq; alius ullus (per 7 octaui) aliũ ullũ metietur, quod (per hypotheſim) eſt impoßibile, ſupponitur enim α, ipſum δ metiri, metitur autẽ α, ipſum δ, metitur igitur & α, ipſum β: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes ſe in proportione e ad f, dico quòd totidē cadunt inter e & f & in eadē proportione, quod inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidē minimi: quot ſunt a & b qui inter eos cadūt, ſumpti quēadmodū docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq́ per 3 g & l, contra ſe primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, ſicut a, ad b, ideoq́, & ſicut e ad f, & quia ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, poſitisq́ m & n inter e & f, conſtat per 18 ſeptimi, e, m, n, f eſſe continuè proportionales quemadmodum ſunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b: quare patet quod dictum eſt.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
k . . . .
l . . . .

CAMPANI annotatio. Ex hac conſtat nullam ſuperparticularem poſſe per æqualia diuidi. ſi enim hoc eſſet, oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtantes numerum cadere medium, quod eſſe non poteſt: ideoq́ tonus in muſica, quem ſeſquioctaua continet proportio, in duo uera ſemitonia diuidi non poteſt, ſed neceſſariò diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot & inter eādem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, cōtinuè proportionales cadāt numeri γ, δ. Fiatq́ ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipſos α, β, cōtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoque inter ipſos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdem α, β, γ, δ, ſintq́; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipſorum, hoc eſt η, λ, primi ſunt adinuicem (per 3 octaui.) Et quoniā ipſi α, γ, & δ, β, ipſis η, θ, & κ, λ, in eadem ſunt ratione, & æqualis eſt multitudo ipſorum α, γ, & δ, β, multitudini ipſorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α, ad β, ſic eſt η, ad λ. Sicut autem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, ſic eſt ε, ad ζ. Ipſi autem η, λ, primi ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandem rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedētem & ſequens ſequentem. Aequè igitur η, ipſum ε metitur, & λ, ipſum ζ. Quoties autem η, ipſum ε metitur, toties & uterque ipſorum θ, κ, utrūque ipſorum μ, ν, metiatur. Ipſi igitur η, θ, κ, λ, ipſos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi) ipſi η, θ, κ, λ: ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi η, θ, κ, λ, ipſis α, γ, δ, β, in eadē ſunt ratione, & ipſi α, γ, δ, β, igitur, ipſis ε, μ, ν, ζ, in eadem ſunt ratione. Ipſi autem α, γ, δ, β continuè ſunt proportionales, & ipſi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales ſunt. Quot igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
η .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

SI inter duos numeros cōtra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidē erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq́ totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti, ut docet 34 ſeptimi, ex quibus ſumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

prout docet 2 huius, qui ſint g, h, k, deinde quatuor, qui ſint l, m, n, p, & hoc toties fiat, uſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p. Conſtat itaq; (cum ſint a, c, d, b, in ſua proportione minimi per primam huius, ſintq; l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nõ ſit autem poſsibile eſſe aliquid minus minimo) quòd numeri l, m, n, p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quiſq; ſuo relatiuo, eſt igitur l, æqualis a, & p, b. Manifeſtum autem eſt ex ſecunda huius, quòd ex f in ſe fit k, & ex eodem in k, p, per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicari, erit f in k, k quoque in p, quoties unitas eſt in f, itaq; unitas, f, k, p, ſunt continuè proportionales. ſimiliter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergò a & b loco l & p ſibi æqualiũ erunt inter a & unitatẽ g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidẽ, quot ſunt inter a & b: quod eſt propoſitũ.

a ....
l ....
g ....
c ....
m .... e ..
h ......
n .... f ...
d ....
k ....
p ....
b ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrũq; eorum & unitatem continuè proportionales cadunt.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quot quot inter α, β, continuè proportionales ceciderunt numeri, tot quoq; inter utrunq; ipſorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorum, α, γ, δ, β, ratione exiſtentes, ſintq; ζ, κ, tres autem: ſintq; θ, κ, λ, & ſemper ordinatim uno plus, quoad æqualis fiat multitudo ipſorum multitudini ipſorũ α, γ, δ, β, ſumantur, ſintq; μ, ν, ξ, ο. Manifeſtum iam eſt quòd ζ, ſeipſum multiplicans, fecit ipſum θ, ipſum autem θ multiplicans, ipſum effecit μ, & κ, ſeipſum multiplicans, ipſum λ, effecit: ipſum autem λ multiplicans, ipſum ο fecit. Et quoniam ipſi μ, ν, ξ, ο, (per hypotheſin) minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, ζ, ſunt autem (per 1 octaui), et ipſi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipſis α, ζ, & æqualis eſt multitudo ipſorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipſorum α, γ, δ, β: unuſquiſq; igitur ipſorum μ, ν, ξ, ο, unicuiq; ipſorum α, γ, δ, β, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt μ ipſi α, & ο, ipſi β. Et quoniam ζ ſeipſum multiplicans, ipſum efficit θ, igitur (per 16 ſeptimi) ζ, ipſum θ metitur per eas quæ in ζ, ſunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipſum ζ, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, pariter igitur (per 15 ſeptimi) ε unitas, ipſum ζ numerum metitur, & ζ, ipſum θ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ ad θ. Rurſus quoniam ζ ipſum θ multiplicans, ipſum effecit μ, igitur θ ipſum μ, metitur per eas quæ in ζ ſunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipſum ζ numerum, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipſum ζ, metitur numerum, & θ ipſum μ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ numerum ſic eſt θ, ad μ. Oſtenſum autem eſt quòd & ſicut ε, unitas ad ζ numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: ſic eſt ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipſi α, eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε unitas ad ζ numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & ſicut ε, unitas ad κ, numerum: ſic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipſos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipſorum α, β, & ipſum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonſtrandum.*

α ....
μ ....
θ ....
γ .... ζ ...
ν ....
κ .... ε .
ξ ....
δ .... κ ...
λ ....
ο ....
β ....

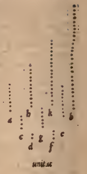
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 Si inter utrũq; eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate intereſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſintq; c & d, c d inter a & unitatẽ, e quoque & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico totidẽ eſſe inter a & b cõtinuè proportionales. Hæc eſt cõuerſa prioris, excepto quòd ad ſubiectum præmiſſæ, appoſitum erat a & b eſſe

a à b eſſe

b eſſe contra ſe primos, quod non apponitur hic ad paſsionem, quapropter uniuerſalior eſt paſsio huius, ſubiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties eſt d in c, & toties c in a, conſtat quòd ex d in ſe fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus ſit g, itemq; idem d ducatur in g & e, & ſint producti h & k. Conſtat igitur ex 18 ſeptimi, quòd c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f. quare c, g e, ſunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e, & per 19 k ad b ſicut d ad f, igitur ſunt a, h, k, b, continuè proportionales. Quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 8. Propoſitio 10. Conuerſa præcedentis.*

Si inter binos numeros & unitatem continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrũque ipſorum & unitatem continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos cõtinuè proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, η.* Dico quòd quot *inter utrunque ipſorum α, β, & ipſam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipſum ζ, multiplicans, ipſum efficiat θ, uterque autem ipſorum δ, ζ, ipſum θ multiplicans, efficiat ipſos κ, λ. Et quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum ſic eſt δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipſum δ, metitur numerum, & δ ipſum ε. Ipſa autem γ unitas, ipſum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipſo ſunt δ unitates, & δ igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, ſunt unitates. Igitur δ, ſeipſum multiplicans, ipſum ε, fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum, ſic eſt ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipſum δ, numerum metitur, & ε, ipſum α. At γ unitas, ipſum δ, numerum metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates, & ε, igitur ipſum α, metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates. Igitur δ, ipſum ε multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ζ ſeipſum multiplicans, ipſum η, fecit, ipſum autem η, multiplicans, ipſum β, fecit. Et quoniam δ, ſeipſum multiplicans ipſum ε fecit, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum fecit θ, eſt igitur (per decimam ſeptimi) ſicut δ, ad ζ ſic eſt ε ad θ. Id propterea etiam ſicut δ, ad ζ, ſic θ, ad η. Et ſicut igitur (per undecimam quinti) ε ad θ, ſic θ ad η. Rurſus quoniam δ utrunq; ipſorum ε, θ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, κ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic α, ad κ. Sed ſicut ε, ad θ, ſic eſt δ, ad ζ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ ſic α, ad κ. Rurſus quoniam uterque ipſorum δ, ζ, ipſum θ, multiplicãs, utrunq; ipſorum κ, λ, fecit: eſt igitur (per decimã ſeptimã ſeptimi) ſicut δ, ad ζ, ſic κ ad λ. Sed ſicut δ, ad ζ, ſic α, ad κ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) α, ad κ ſic κ ad λ. Inſuper quoniam ζ, utrunque ipſorum θ, η, multiplicans, utrũque ipſorum λ, β, fecit: eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut θ ad η, ſic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, ſic δ ad ζ: & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ ſic λ ad β. patuit autem quòd ſicut δ ad ζ, ſic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipſi α, κ, λ, β, continuè ſunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipſorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondent.

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b. & duo cubi c & d, latera tam quadratorũ quàm cuborum: ſint e, quidem a & c f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata, c uerò ad d ſicut eadẽ triplicata. Manifeſtũ enim eſt quòd ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c, ſic quoq; ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b. d. ducatur igitur e in f, & proueniat g. & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f. & per 19 g ad b. ſicut e ad f, g tur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata: quod eſt primum. Secundum eodem modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad k, ſicut g ad b, & per 19 k ad d, ſicut e ad f. quare c, h, k, d, ſunt etiam continuè proportionales in proportione c ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata: quod eſt ſecundum.

c........
a....
e.. h............
g......
f... k..................
b.........
d..........................

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 11.

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratũ duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, & ipſius quidem α, latus ſit γ. ipſius uerò β, ſit latus δ. Dico quòd ipſorum α, β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipſe enim γ, ipſum δ, multiplicans, ipſum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, id propterea & δ ſeipſum multiplicans ipſum β, fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipſorum γ, δ, multiplicans utrunq; ipſorum α, ε, effecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam γ, ipſum δ, multiplicans ipſum effecit ε, ut δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipſos ε, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad β. Sed ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε (& ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, ſic eſt ε ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, ſic γ ad δ. igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus: quod oportuit demonſtraſſe.*

α.........
γ...
ε............
δ....
β................

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 12.

12 Duorum cuborũ numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubũ triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto δ. Dico quòd ipſorum α, β, bini medij proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε: ipſum autem δ, multiplicans ipſum efficiat ζ, at δ ſeipſum multiplicans, ipſum η, faciat. Vterq; autem ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans utrunq; ipſorum θ, κ, faciat. Et quoniã α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, ipſum autem ε, multiplicans ipſum α confecit, Id propterea & δ ſeipſum multiplicans, ipſum η effecit: ipſum autem η, multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniã γ utrunq; ipſorum γ, δ, multiplicans, utrunque ipſorum ε, ζ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) ſicut γ ad δ, ſic ζ ad η. Rurſus quoniam γ utrunque ipſorum ε ζ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, θ, fecit: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic α ad θ, ſicut autem ε, ad ζ ſic γ ad δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, ſic eſt α, ad θ. Rurſus quoniam uterq; ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, κ, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt θ ad κ.*

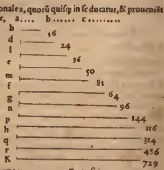
α...........................
θ.................................
κ......................................
β..
γ...
δ....
ε.........
ζ............
η................

Rurſus quoniam δ utrunq; ipſorum ζ, η, multiplicans, utrunq; ipſorum α, β, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad η, ſic eſt α ad β, ſicut autem ζ ad η, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, ſic α, ad β. Patuit autem quòd & ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad θ, & θ, ad κ, & κ, ad β. ipſorum igitur α, β, bini medij proportionales ſunt, hoc eſt θ λ. Dico iam quòd & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales ſunt α, θ, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, ſicut autem eſt α, ad θ, ſic eſt γ ad δ. Igitur α ad β triplã rationem habet, quàm γ ad δ: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI numerorum continuæ proportionalitatis quiſq; in ſe ipſum ducatur, qui inde producentur ſub cõtinua proportionalitate eſſe. Quod ſi item in ipſos productos principia ſua ducãtur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis eſſe, neceſſe eſt. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

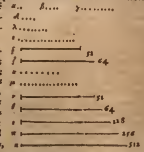
CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, quorũ quiſq; in ſe ducatur, & proueniãt ex a quidem, d ex b, uerò, e. ex c, f. Dico quòd d, e, f, ſunt continuè proportionales, quòd ſi item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e & proueniat h. & c in f, proueniat k, dico etiã quòd g, h, k erũt continuè proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per æquã proportionalitatẽ argue d ad e, ſicut e ad f: quod eſt primum. Reliquũ ſic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoq; ducatur in e & m, & proueniãt q & r, eruntq; per eaſdem g n, p, h, q, r, k, cõtinuè quoque proportionales in proportione primorũ, per æquam igitur proportionalitatem cõclude g ad h, ſicut h ad k: quod eſt reliquũ. Eadẽ erit ratio, quotieſcũq; primi in productos ducãtur.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 13.*

Si fuerint quotcũq; numeri cõtinuè proportionales, & multiplicãs unuſquiſq; ſeipſum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipſis proportionales erũt. Et ſi qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipſi quoq; proportionales erunt, & ſemper circa extremos hoc euenit. 13

THEON ex Zãb. *Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ, & ipſi quidem α, β, γ, ſeipſos multiplicãtes, efficiant ipſos δ, ε, ζ, ipſos aũt δ, ε, ζ multiplicantes, ipſos efficiant η, θ, κ. Dico quòd & ipſi δ, ε, ζ, & ipſi η, θ, κ, continuè ſunt proportionales. Ipſe nanq; α, ipſum β multiplicãs, ipſum efficiat λ, uterq; autem ipſorum α, β ipſum multiplicans λ efficiat utrunq; ipſorum μ, ν, & rurſus ipſe β, ipſum γ, multiplicãs, ipſum efficiat ξ, uterq; autem ipſorum β, γ, ipſum ξ multiplicãs, utrunq; ipſorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis diſcurſu oſtendemus quòd ipſi δ, λ, ε, & η, μ, ν, θ, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius α ad β ratione: et ipſi ε, ξ, ζ, et θ, ο, π, κ, ſunt proportionales in ipſius β, ad γ, ratione. Et eſt ſicut α, ad β, ſic eſt β ad γ, & ipſi δ, λ, ε, igitur ipſis ε, ξ, ζ, in eadem ſunt ratione & inſuper ipſi η, μ, ν, θ, ipſis, θ, ο, π, κ, & æqualis eſt quidem ipſorum δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipſorũ ε, ξ, ζ, ei autẽ quæ ipſorum eſt η, μ, ν, θ, ea quæ ipſorum eſt θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut quidẽ δ, ad ε, ſic eſt ε, ad ζ. Sicut autem η ad θ, ſic eſt θ ad κ: quod oportebat demonſtare.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret, latus quoq; ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMP. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c, quoq; numerabit d, & econuerſo. Cõſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ſex c in d erũtq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, cõtinuè proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Cõuerſa ſic patet, ſi c, numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e, ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continuè proportionales.

a....
c......
b........:
e..
d...

Euclid. ex Zamb. Theor 12. Propoſit. 14.

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metiet. Et ſi latus latus metiat, & quadratus quadratũ metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ δ. at α ipſum β metiatur. Dico quod & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 13 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum ε. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iam metitur & γ ipſum δ. Dico quod & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtendemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratione: et quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε, metitur autẽ γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.*

α.........
ε............
β.................
γ...
δ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI cubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMP. Sint duo numeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerſo: ducatur enim b in ſe, & fiat e, d quoq; in ſe, & fiat f, conſtat igitur quod ex c in e fit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & k, prouenient ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, continuè quoq; proportionales in eadem proportione: itaq; ſi a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c. d, eſt enim c ad d, ſicut a ad h, cõſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut cõuerſa prioris. Nã ſi c numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 15.

51 Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat κ. Vterq; autem ipſorũ γ δ ipſũ ζ multiplicans utrunq; ipſorũ θ efficiat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 et 18 ſeptimi et 13 octaui) quod ipſi ε ζ κ et α θ κ β, cõtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ κ β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum b, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſũ θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſũ δ. Sed iam metiatur γ ipſum δ. Dico quod & α, ipſũ β metitur, Eiſdẽ nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus quod ipſi α θ κ β cõtinuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniã enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

α........
θ...............
κ...............................
β...
γ..
δ....
ε....
ζ.......
κ................

Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

15 SI numerus quadratus quẽdã aliũ quadratũ nõ numeret, nec latus ſuũ, latus illius nnmerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quę affirmationibus quas 11 huius cõuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d, ſi a non numerat b, c quoq; non numerabit d. e conuerſo etiam ſi c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, ſi itaq; c numerat d, per ſecundam partem 13 huius & a numerabit b, quod eſt contrarium poſitioni, ſicq; patet primum. Secundum quoq; ſic: ſit ut c non numeret d, itaq; ſi a numeret b, per primam partẽ 13 neceſſe eſt ut c numeret d, neceſſe eſt igitur ut c numeret ipſum: cùm numerat ipſum: quod eſt impoſsibile.

a....b.........

c.. d...

CAMPANI annotatio. Quemadmodũ autem neceſſe eſt cõuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti, ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus, quas pręmiſſa cõuerti demonſtrauit, cõuertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ, nec latus eius numerabit latus illius: e conuerſo quoq; ſi latus unius nõ numerat latus alterius, nec ipſe cubus numerabit alterum cubum: demonſtratur autem hoc per præmiſſam à deſtructione conſequentis, ſicut quod propoſitum eſt per 13, ideoq; hoc autor non propoſuit, ſed per id quod propoſitum eſt, ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequentes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.* *Conuerſa 14.*

Si quadratus numerus quadratum numerum menſus nõ fuerit, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum non fuerit, neq; quadratus quadratum metietur. 16

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, eorum aũt latera ſint γ δ. At α ipſum β non metiatur. Dico q. neq; γ ipſum δ, metietur. Si autem γ ipſum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipſum β: non metitur autem (per hypotheſin) β ipſum β, neq; igitur γ ipſum δ metitur. Nõ metiatur autem rurſus γ ipſum δ. Dico q. neq; α ipſum β, metietur. Si aũt α ipſum β metitur, et γ (per 14 octaui) ipſum δ. Non metitur autem γ, ipſum δ (per hypotheſin) neque α igitur, ipſum β metietur: quod erat demonſtrandum.*

α.........

β.................

γ...

δ....

Euclid ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 17.* *Conuerſa 15.*

Si cubus numerus cubum numerũ non metiatur, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus non metiatur, neq; cubus cubũ metietur. 17

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipſius quidem α latus eſto γ, ipſius uerò β ſit δ. Dico quòd & γ ipſum δ non metietur. Si enim γ ipſum δ metitur, & α ipſum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipſum β (per hypotheſin) neq; igitur γ ipſum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β non metietur. ſi enim α ipſum β metitur, & γ ipſum δ metirtur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipſum δ (per hypotheſin) neq; α igitur ipſum β metietur: quod oportuit demonſtraße.*

α........

β...........................

γ......

δ...........

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles, neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe. Eritq; proportio unius numeri ad alterum ſibi ſimilem, uelut unius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſuperficiales & ſimiles, dico quòd inter ipſos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a ſint c & d, b uerò latera, ſint e & f, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad e, ſicut d ad f, conſtat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 18 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f, quare a ad g, ſicut g ad b,

a.........

g............

b....................

c..

d....

e...

e......

g ad b, eſt itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod eſt propoſitũ. Correlarium aũt patet, cũ ſit a ad b per diffinitionẽ ſicut a ad g duplicata, quæ eadẽ eſt illi quę eſt c ad e.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit, illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

CAMP. Hęc eſt conuerſa præmiſſæ. Vt ſi inter a & b ſit c ſub continua proportionalitate cõſtitutus, a & b erunt ſuperficiales & ſimiles, ſint enim d & e minimi in proportione qua cõtinuantur a c b, qui per 21 ſeptimi, numerabunt a & c æqualiter, ſitq; ut ſecundũ f, & per eandem c & b æqualiter, ſitq; ut ſecundũ g, erunt igitur per diffinitionem a & b ſuperficiales, & erunt etiam per diffinitionẽ d & f, latera numeri a, c quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipſi ſint ſimiles, ſic habeto, cùm enim ex d in g. ſit c, & ex c in f, ſit idem c, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, d ad e, ſicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b ſunt ſimiles, quod eſt propoſitũ. Hoc aũt ultimũ quod eſt a & b eſſe ſimiles, poteſt etiã haberi per 19 & 18 ſeptimi. & per has hypotheſes quod a c b. ſunt cõtinuę proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c ſecundum f & c, & b ſecundum g.

a........
c............
b.................
d..
e...
f....
g......

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles, neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe, eritq; proportio unius ſolidi ad alterũ ſibi ſimilem, uelut cuiuslibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe proportionaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſolidi ſimiles, dico quòd inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, ſint f g h, eruntq; ex cõuerſione diffinitionis numerorũ ſimilium, c ad f, & d ad g, ſicut e ad h. Sit igitur ex c in d, k & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, k & l, ſuperficiales & ſimiles, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius ſecundum proportionem c ad f, qui ſit m. Manifeſtum autem eſt quòd ex e in k, fit a, & ex h in l b, ſi igitur ex c in m, & l fiant n & p, erũt per 18 ſeptimi, a ad n, ſicut k ad m & n ad p, ſicut m ad l, quare a o p, ſunt cõtinuę proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiuſdem p ad b, ſicut e ad h, & ideo ſicut c ad f, ſequitur ut quatuor numeri a n p b, ſint continuę proportionales ſecũdum proportionem c ad f, ſunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, medij in cõtinua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti, quod eſt propoſitum. Correlarium autẽ patet, cũ proportio a ad b, ſit per diffinitionem ſicut a ad n triplicata quæ eſt eadem illi quę eſt c ad f.

a...............
n.......................
p....................................
b...
c..
d....
e..
f...
g......
h...
k.......
m...........
l......................

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

19 SI eis ſecundum continuam proportionalitatẽ duo numeri interiacẽt, quilibet duo numeri, ſolidi ſunt atq; ſimiles.

CAMPANVS. Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ, ut ſi inter a & b ſint duo numeri c & d medij in cõtinua proportione, erũt a & b ſolidi & ſimiles. Sumãtur enim tres minimi in eadẽ proportione cõtinuę proportionales: qui ſũt e f g, erũtq; per 17 e, & g ſuperficiales et ſimiles: ſint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correl. 16 huius e ad f, ſicut h ad l, aut ſicut k ad m. Manifeſtũ aũt eſt ex tertia q̃d e & g. ſunt contra ſe primi, ideoq; per 25 ſeptimi, in ſua ꝓportioe minimi, & q̃a per æquã ꝓportionalitatẽ ſũt a ad d & c ad b, ſicut c ad g. ſequitur per 21 ſeptimi, ut ipſi numerẽt a & d æqualiter, q̃d ſit ſecundũ n, & itẽ c & b æqualiter, q̃d ſit ſecundũ p. Quia igitur ex h in k ſit e, & ex e in n ſit a, ſequitur per diffinitionẽ ut a ſit ſolidus, eiusq; latera h k n, ſimiliter quia ex l, in m ſit g. & ex g in p b, ſeqtur etiã ut b ſit ſolidus, & eius latera l, m, p. Ipſos autẽ eſſe ſimiles ſic cõſtabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodẽ in p b: erit per 18 ſeptimi,

a................
c.........................
d...........................
b...
e.... h.. k.. n..
f......
g........ m... l... p...

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum *Liber octauus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

LAtera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis, æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorum latera ſunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI numerorũ quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint cõtra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuã proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales, a, b, c, duoq́ extremi qui ſunt a, c. ſint contra ſe primi, dico quòd in eadem proportione non reperientur totidẽ minores. Si autem contingit, ſint d, e, f. eritq́ per 15 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 23 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.

a.... b........ c.........

d... e..... f........

Euclid ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

SI fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipſorũ primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eandem rationem habentium eis,

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autẽ ipſorũ hoc eſt α δ, primi ſint adinuicẽ. Dico quòd ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis α, β, γ, δ, ipſi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, in eadem ſunt ratione ipſis ε, ζ, η, θ, & æqualis eſt multitudo ipſorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipſorum α, β, γ, δ, æquè igitur eſt ſicut α ad δ, ſic ε, ad θ, primi ſunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 24 ſeptimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi.) Metitur igitur α, ipſum ε, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi ε, ζ, η, θ, minores exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur α, β, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonſtrare.*

α........

β............

γ.......................

δ............................

ε......

ζ........

η............

θ..................

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam, minimos inuenire.

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum erit, quòd ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati: quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi a & b ducaturq́; a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in ſe, & proueniat e, eruntq́; c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi. Et quia e & e ſunt contra ſe primi per 28 eiuſdem, erunt c, d e, ſecundum datam proportionem minimi, per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, cõtinuè proportionales in proportione a ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoq; per 28 eiuſdem & præmiſſam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel ſex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 2.*

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunque imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex *Zamb. Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperẽtur iam quatuor, & α, ſeipſum, multiplicans, efficiat γ, ipſum uerò β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper β, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ε, multiplicans, ipſos ζ, η, θ, faciat, at β, ipſum ε, multiplicans efficiat ipſum κ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem β, multiplicans fecit ipſum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſũ multiplicans ipſum fecit ε, uterque igitur ipſorum α, β ipſum β, multiplicans effecit utrunque ipſorum δ ε. Eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) γ ad δ, ſic eſt δ ad ε. Et quoniam α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, η, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ, ad η. Sicut autem γ ad δ, ſic erat α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic eſt ζ ad η. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ε multiplicans, ipſos effecit η, θ, eſt igitur (per eandem 17) ſicut δ ad ε, ſic eſt η ad θ, ſed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α ad β, ſic η ad θ, & quoniam ipſi α, β, ipſum ε, multiplicantes, ipſos effecerunt θ, κ: eſt igitur (per decimamoctauam ſeptimi) ſicut α ad β, ſic θ ad κ: patuit autẽ quòd ſicut α ad β, ſic ζ, ad η, & η ad θ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad η, & η ad θ, ſic eſt θ ad κ. Igitur ipſi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quòd & minimi: quoniam enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 21 ſeptimi,) ipſi α β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterq; ipſorũ α, β, ſeipſum multiplicans, utrunq; ipſorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipſorum γ, ε, multiplicans, utrunq; ipſorum ζ, κ, fecit. Igitur (per 29 ſeptimi) ipſi γ, ε, & ζ, κ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, β: quod oportuit feciſſe.*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *ſiue correlarium. Proinde manifeſtum eſt quòd ſi tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentiũ eis, extremi eorũ quadrati ſunt: ſi autẽ quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

SI numeri quotlibet continuè proportionales ſecundũ ſuam propor-

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra ſe primos eſſe neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Hęc tertia eſt conuerſa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & ſecundum ſuam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt adinuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, ſint e & f, eruntq́ per 22 ſeptimi contra ſe primi, per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidē continuè proportionales & minimi quot ſunt numeri propoſiti, primo quidē tres qui ſunt g h k, deinde quatuor qui ſunt l, m, n, p, & ad hunc modum continuè per additionem unius, quouſq; fiant tot quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l, m, n, p: ſequitur ergo l, m, n, p, æquales eſſe a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione ſunt utriq; minimi, & quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi, erunt quoq; a & d illis æquales, contra ſeptimi, quod eſt propoſitum.

a........
b............
c.................
d............................
e..
f...
g....
h......
k.........
l........
m............
n.................
p..........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 3.* *Conuerſa primæ.*

Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, minimi eandem rationē habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationē habētiū eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorū hoc eſt α, et δ, primi adinuicē ſunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorū α, β, γ, δ, ratione: hoc eſt ε, ζ. Tres aũt η θ κ, et ſemp deinceps uno plus, quoad aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorū α, β, γ, δ. Suſcipiātur ſintq́; λ μ ν ξ. Igitur (per 29 ſeptimi) eorū extremi λ ξ, primi adinuicē ſunt. Quoniā enim ε ζ, primi ſunt, uterq; aũt eorū ſeipſū multiplicās utrunq; ipſorū η, κ, fecit utrumque aũt ipſorū η, κ, multiplicās utrunq; ipſorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 ſeptimi) ipſi η, θ, primi ſunt & λ ξ. Et quoniam ipſi α, β, γ, δ, minimi ſunt, eandem rationem habentium eis, ſunt autem & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, δ, multitudini ipſorum λ, μ, ν, ξ, unuſquiſq; igitur ipſorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipſorum λ, μ, ν, ξ, eſt æqualis, æqualis igitur eſt α, ipſi λ, & δ ipſi ξ, & quoniam ipſi λ, ξ, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt λ ipſi α, & ξ, ipſi δ, igitur & ipſi α, δ, primi ſunt adinuicem: quod demonſtraſſe oportuit.*

α........................
β....................................
γ..................................
δ..
ε...
ζ....
η.........
θ...........
κ................
λ.........................
μ..................................
ν...............................
ξ...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SImilitudinem aſsignatarũ proportionum in minimis numeris, ſecũdum ipſas proportiones continuatim proportionalibus inuenire. 4

a......
b......
c....
d...
e.....
f...

CAMPANVS. Aſsignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 ſeptimi, ſintq́ prima inter a & b, ſecunda inter c & d, tertia inter e & f, ſic quoq; de pluribus ſi fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimũ quem numerant b & c, & quoties b numerat ipſum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties c g. Itaq; ſi e numerat k, fit ut f numeret l, eruntq́ h, g, k, l, quos quærimus: conſtat enim per 18 ſeptimi, quòd ſit h ad g, ſicut a ad b, & g ad k, ſicut c ad g, at k ad l, ſicut

h.........................
g.....................
k...............
l.........
m.......................
n.................
p...........
q.........

cut e ad f. Minimi quoq;, nam ſi alij ſint minimi ut m n p q, oportebit per 21 ſeptimi, bis aſſumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 ſeptimi, quod eſt inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò ſi e non numerat k, ſit m minimus numeratus ab eis ſcilicet e & k. quē m quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, erūtq; per 18 ſeptimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, ſed quoties e numerat m, toties f, numeret q. & erit per eandem m ad q, ſicut e ad f. Manifeſtū igitur q; aſsignatæ proportiones, cōtinuatæ ſunt in quatuor numeris qui ſunt n p m q. Qui ſi nō fuerint minimi, ſint (ſi poſsibile eſt) alij qui ſint r, ſ, t, x, quia itaq; per 21 ſeptimi, bis aſſumptā uterq; duorū numerorū b & c, numerat s, ſequitur per correlariū 35 ſeptimi, ut g numeret eundē, quare etiā k numerabit t: at quia per 21 ſeptimi, ut e numerat eundē t, nō erit m minimus quē numerāt k & e. Hac ratione quartā illis & quotlibet alias ſine omni offendiculo cōtinuare poteris.

a... b..
c.... d..,
e..... f....
g............
h ....
k......
n...
p...
m...............................
q.......................
r....................................
s...................................
t........................,
x.................

Euclides ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

Rationibus datis quibuſcunq; in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex *Zamb. Sint datæ rationes in minimis numeris, ipſius α ad β, & ipſius γ ad δ, & ipſius ε ad ζ, oportet iā numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η, minimus numerus, quē metiuntur β γ, et quoties quidē β, ipſum η, metitur, toties α, ipſum θ metiatur: quoties autē γ ipſum η metitur, toties δ, ipſum κ, metiatur. At ε ipſum κ aut metitur aut nō metitur. Metiatur primū. Et quoties ε ipſū κ metitur: toties et ζ, ipſū λ metiatur, et quoniā α, ipſum θ, æquè metitur & β, ipſum η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt θ, ad η. Id propterea & ſicut γ ad δ, ſic η, ad κ, et inſuper ſicut ε ad ζ, ſic κ ad λ. Igitur ipſi θ η κ λ, continuè ſunt proportionales, & in ipſius α ad β, & ipſius γ, ad δ, & inſuper ipſius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autē ipſi θ η κ λ, non ſunt continuè proportionales minimi in ipſius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erūt aliqui numeri minores ipſis θ η κ λ, in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: ſint autem ν ξ μ ο. Et quoniā eſt ſicut α ad β, ſic ν ad ξ, ipſi autē α β, minimi, minimi autē (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem habentes æquè, maior maiorē et minor minorē, hoc eſt antecedēs antecedentē, et ſequēs ſequentē, igitur β, ipſum ξ metitur. Id propterea & γ, ipſum ξ metitur. Igitur γ β ipſum ξ, metiuntur, & minimus igitur quē ipſi β γ, metiuntur (per 37 ſeptimi) ipſum ξ metietur: minimus autē quem ipſi β γ, metiuntur, eſt η. Igitur η ipſum ξ metitur maior minorem, quod eſt impoſsibile. Non erūt igitur aliqui numeri minores (per 15 ſeptimi) ipſis θ η κ λ, cōtinuè proportionales in ipſius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Nō metiatur iam ε, ipſum κ, & ſumatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus quem metiuntur ipſi ε κ, & ſit μ, et quoties quidem κ, ipſum μ, metitur, toties uterq; ipſorum θ η utrunq; ipſorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipſum μ, metitur, toties et ζ, ipſum ο, metiatur. Et quoniam θ ipſum ν, & η. ipſum ξ, æquè metitur: eſt igitur ſicut θ ad η, ſic eſt ν ad ξ. Sicut autē θ ad η, ſic eſt α ad β, & ſicut igitur (p 11 quinti) α ad β, ſic ξ ad ν. Id propterea etiam ſicut γ ad δ, ſic eſt ξ ad μ. Rurſus quoniam quoties ε, ipſum μ metitur, toties & ζ, ipſū ο: eſt igitur ſicut ε ad ζ ſic eſt μ ad ο. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, cōtinuè proportionales ſunt in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico q; & minimi. Si autem ipſi ν ξ μ ο, non ſunt continuè propor-*

α...
β....
γ..
δ...
ε....
ζ....
θ......
η........
κ............
λ..............,
ν....
ξ......
μ..........
ο............

α.... β......
γ.. δ...
ε.... ζ....
θ........
η...........
κ.................
ξ...............
ν.........................
μ.................................
ο..
π...........
ρ..............
σ..................
τ..........................

tionales

tionales minimi in ipſorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ο, μ ο, minores, continuè proportionales in ipſorum α β γ δ ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniā eſt ſicut π ad ρ, ſic eſt α, ad β, ipſi autem α β, minimi, minimi autē (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & ſequens ſequētem, igitur β, ipſum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipſum ρ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ρ metiuntur, & minimus igitur (per 36 ſeptimi) quem ipſi α γ, metiuntur, ipſum metietur ρ. minimus autem quem ipſi β γ metiuntur, eſt κ. Igitur κ ipſum ρ metitur, eſtq́; ſicut κ, ad ρ, ſic eſt κ, ad σ, & κ igitur ipſum σ metitur, metitur autem & ι, ipſum σ. Igitur ipſi ι κ, ipſum σ, metientur, & minimus quem ipſi ι κ, metiuntur, (per eandem) metietur ipſum σ. Minimus autem quem ipſi ι κ, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipſis ν ξ, μ ο, continuè proportionales in ipſius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, continuè proportionales minimi ſunt in ipſorum α β γ δ ε ζ, rationibus: quod oportuit feciße.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnium duorum numerorum compoſitorum proportio unius ad alterum, eſt ex laterum ſuorum producta proportionibus. 5

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris compoſitis. Sint duo numeri compoſiti a b, latera a, ſint c & g, latera b, ſint e & f, dico itaq; quòd proportio a ad b, conſtat ex ea quę eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionem diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e. & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitum.

a............
b.....................
c.:
d......
e....
f....
g.........................

CAMPANI annotatio. Nec eſt neceſſarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eam quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundū doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim eſt propoſito prēter neceſſarium. Arguunt enim poſito quòd illi minimi ſint h k l, ita quòd ſit h ad k, ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex propoſitorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad b ut k ad l, quia ut d ad f, ideoq; ſecundum ęquam proportionalitatem & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, componi ex quibus h & l, uerum quidem, ſed non neceſſarium aſſumpto.

a...........
g.........................
b.....................
c..
e....
d......
f....
h............
k..........................
l.....................

Euclid ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Plani numeri, adinuicē rationē habent compoſitam ex lateribus. 5

THEON ex Zamb. Sint plani numeri α β, ipſius quidē α, latera ſint γ δ, ipſius autem β, ſint ε ζ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, ſuſcipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipſorum γ ε, & δ ζ, rationibus, ſintq́; η θ κ. ut ſit ſicut γ ad ε, ſic eſt η, ad θ ſicutq́; δ, ad ζ, ſic θ, ad κ. Ipſi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipſius η ad κ ratio compoſita eſt ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipſi igitur η ad κ, rationē habet ex lateribus compoſitā. Dico igitur quòd eſt ſicut α ad β, ſic η ad κ, ipſe enim δ ipſum ε multiplicans, efficiat ipſum λ. Quoniam δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autem ipſum ε efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, ſic η ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) η, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniam ε ipſum δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ζ, multiplicans ipſum fecit β. eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt λ, ad β. Sed ſicut δ ad ζ ſic eſt θ, ad κ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, ſic λ, ad β, patuit autem quòd ſicut η, ad θ, ſic eſt α ad λ. Aequè igitur eſt (per 14 ſeptimi) ſicut η ad κ, ſic eſt α, ad β, ipſe autem η ad κ, rationem habet compoſitam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compoſitam ex lateribus,

α.................
λ.........................
β......................................
γ...
δ......
ε....
ζ........
η.........
θ............
κ................

laterib. quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 SI numerorum quotlibet cõtinuè proportionalium primus ſecundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinuè proportionales, dico quòd ſi a non numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifeſtum autem eſt quòd ſi ipſum numeret, omnes numerabũt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem. Si autẽ non numerat ipſum, patet quòd d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proximè ſequentem e, quia ſunt poſiti cõtinuè proportionales. Sed quòd nullus alius ut c numeret ipſum, ſic conſtat. Sumantur ſecundum doctrinam 2 huius, eidem minimi continuè proportionales in proportione eadẽ, quot ſunt ipſe c & omnes ſequentes, qui ſunt f, g, h, eruntq́ per 3 huius & f & h, contra ſe primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerabit e: eodẽ modo nec aliquis aliorum, quare liquet, quod propoſitũ eſt.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ...
g ......
h ....

Euclid. ex Zamb. Thorema 4. *Propoſitio 6.*

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipſe autem α, ipſum β, nõ metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipſi α, β, γ, δ, ε, continuè adinuicẽ ſeſe non metiuntur, manifeſtum eſt: quia neq; α, ipſum β metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq; α, ipſum γ metietur, quot enim ſunt ipſi α, β, γ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem rationẽ habentium ipſis α, β, γ, ſintq́; ζ, η, θ. Et quoniam ipſi ζ, η, θ, in eadem ratione ſunt ipſis, α, β, γ, & eſt æqualis multitudo ipſorum α, β, γ, multitudini ipſorum ζ, η, θ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi), eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt ζ, ad θ. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ζ, ad η, non metitur autem α, ipſum β, igitur neque ζ ipſum η, metitur. Igitur ζ, non eſt unitas. Si enim ζ, eſſet unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui) primi ſunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipſum θ, metitur, & eſt ſicut ζ, ad θ, ſic α, ad γ, neque igitur α, ipſum γ metitur. Similiter quoque oſtendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI numerorum continuè proportionalium primus ultimum numeret, idem ipſe & ſecundum numerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico ſi a numerat e: ipſe numerabit b, alioqui ex præmiſſa non numeraret e, quod eſt contrarium & impoſsibile. Non ſolũ autem numerabit b: ſed & omnes, & quiſque eorum quemlibet ipſum ſequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. *Propoſitio 7.*

7 Si fuerint quotcunque numeri continuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoq; metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, at α, ipſum δ metiatur. Dico quòd & α, ipſum β metietur. Si autem non metitur α, ipſum β, neq; alius ullus (per 7 octaui) aliũ ullũ metietur, quod (per hypotheſim) eſt impoſsibile, ſupponitur enim α, ipſum δ metiri, metitur autẽ α, ipſum δ, metitur igitur & α, ipſum β: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere neceſſe eſt.

8 CAMPA-

prout docet 2 huius, qui ſint g,h,k, deinde quatuor, qui ſint l,m,n,p, & hoc toties fiat, uſquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti, ut ſunt hic l,m,n,p. Conſtat itaq; (cum ſint a,c,d,b, in ſua proportione minimi per primam huius, ſintq; l, m, n, p, eondem minimi in eadem, nõ ſit autem poſsibile eſſe aliquid minus minimo) quòd numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quiſq; ſuo relatiuo, eſt igitur l, æqualis a, & p, b. Manifeſtum autem eſt ex ſecunda huius, quòd ex f in ſe fit k, & ex eodem in k, p, per diffinitionem igitur eius quod eſt multiplicari, erit f in k, k quoque in p, quoties unitas eſt in f, itaq; unitas, f,k,p, ſunt continuè proportionales. ſimiliter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergò a & b loco l & p ſibi æqualiũ erunt inter a & unitatẽ g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales todẽ, quot ſunt inter a & b: quod eſt propoſitũ.

a ....
l ....
g ....
c ....
m .... e ..
h ......
n .... f ...
d ....
k ....
p ....
b ....

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 9.

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cõtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrũq; eorum & unitatem continuè proportionales cadunt.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ,δ, & ponatur ε unitas. Dico quot quot inter α,β, continuè proportionales ceciderunt numeri, tot quoq; inter utrunq; ipſorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 ſeptimi) bini numeri minimi in ipſorum α,γ,δ,β, ratione exiſtentes, ſintq; ζ,η, tres autem: ſintq; θ, κ,λ, & ſemper ordinatim uno plus, quoad æqualis fiat multitudo ipſorum multitudini ipſorũ α,γ,δ,β, ſumantur ſintq; μ,ν,ξ,ο. Manifeſtum iam eſt quòd ζ, ſeipſum multiplicans, fecit ipſum θ, ipſum autem θ multiplicans, ipſum effecit μ, & η, ſeipſum multiplicans, ipſum λ, effecit: ipſum autem λ multiplicans, ipſum ο fecit. Et quoniam ipſi μ,ν,ξ,ο, (per hypotheſin) minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis η, ζ, ſunt autem (per 2 octaui), et ipſi α,γ,δ,β, minimi eandem rationem habentium ipſis η,ζ, & æqualis eſt multitudo ipſorum μ,ν,ξ,ο, multitudini ipſorum α,γ,δ,β: unuſquiſq; igitur ipſorum μ,ν,ξ,ο, unicuiq; ipſorum α, γ,δ,β, eſt æqualis. Aequalis igitur eſt μ ipſi α, & ο, ipſi β. Et quoniam ζ ſeipſum multiplicans, ipſum efficit θ, igitur (per 16 ſeptimi) ζ, ipſum θ metitur per eas quæ in ζ, ſunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipſum ζ, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, pariter igitur (per 15 ſeptimi) ε unitas, ipſum ζ numerum metitur, & ζ, ipſum θ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ ad θ. Rurſus quoniam ζ ipſum θ multiplicans, ipſum effecit μ, igitur θ ipſum μ, metitur per eas quæ in ζ ſunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipſum ζ numerum, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipſum ζ, metitur numerum, & θ ipſum μ. Eſt igitur ſicut ε, unitas ad ζ numerum ſic eſt θ, ad μ. Oſtenſum autem eſt quòd & ſicut ε, unitas ad ζ, numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: ſic eſt ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipſi α, eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε unitas ad ζ numerum, ſic eſt ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & ſicut ε, unitas ad η, numerum: ſic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipſos α,β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipſorum α, β, & ipſum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonſtrandum.*

α ....
μ ....
θ ....
γ .... ζ ...
ν ....
κ .... ε .
ξ ....
δ .... η ...
λ ....
ο ....
β ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI inter utrũq; eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate intereſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſintq; c & d, c d inter a & unitatẽ, e quoque & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico todẽ eſſe inter a & b cõtinuè proportionales. Hæc eſt cõuerſa prioris, excepto quòd ad ſubiectum præmiſſæ, appoſitum erat a &

e à b eſſe

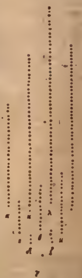
b eſſe contra ſe primos, quod non apponitur hic ad paſsionem, quapropter uniuerſalior eſt paſsio huius ſubiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties eſt d in c, & toties c in a, conſtat quod ex d in ſe fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in ſe & in e, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus ſit g, itemq; idem d ducatur in g & e, & ſint producti h & k. Conſtat igitur ex 18 ſeptimi, quòd c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f. quare c, g, e, ſunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e, & per 19 k ad b ſicut d ad f, igitur ſunt a, h, k, b, continuè proportionales. Quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 10. Conuerſa præcedentis.

Si inter binos numeros & unitatem continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrũque ipſorum & unitatem continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter eos cõtinuè proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, η. Dico quòd quot inter utrunque ipſorum α, β, & ipſam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipſum ζ, multiplicans, ipſum efficiat θ, uterque autem ipſorum δ, ζ, ipſum θ multiplicans, efficiat ipſos κ, λ. Et quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum, ſic eſt δ, ad ε: æquè igitur γ, unitas ipſum δ, metitur numerum, & δ ipſum ε. Ipſa autem γ unitas, ipſum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipſo ſunt δ unitates, & δ igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, ſunt unitates. Igitur δ, ſeipſum multiplicans, ipſum ε, fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ numerum, ſic eſt ε ad α, æquè igitur γ, unitas ipſum δ, numerum metitur, & ε, ipſum α. At γ unitas, ipſum δ, numerum metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates, & ε, igitur ipſum α, metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates. Igitur δ, ipſum ε multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ζ ſeipſum multiplicans, ipſum η, fecit, ipſum autem η, multiplicans, ipſum β, fecit. Et quoniam δ, ſeipſum multiplicans ipſum ε fecit, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum fecit θ, eſt igitur (per decimam ſeptimã ſeptimi) ſicut δ, ad ζ, ſic eſt ε ad θ. Id propterea etiam ſicut δ, ad ζ, ſic θ, ad η. Et ſicut igitur (per undecimam quinti) ε ad θ, ſic θ ad η. Rurſus quoniam δ utrunq; ipſorum ε, θ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, κ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic α, ad κ. Sed ſicut ε, ad θ, ſic eſt δ, ad ζ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, ſic α, ad κ. Rurſus quoniam uterque ipſorum δ, ζ, ipſum θ, multiplicãs, utrunq; ipſorum κ, λ, fecit: eſt igitur (per decimã ſeptimã ſeptimi) ſicut δ, ad ζ, ſic κ ad λ. Sed ſicut δ, ad ζ, ſic α, ad κ, & ſicut igitur (per undecimã quinti) α, ad κ ſic κ ad λ. Inſuper quoniam ζ, utrunque ipſorum θ, η, multiplicans, utrũque ipſorum λ, β, fecit: eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi) ſicut θ ad η, ſic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, ſic δ ad ζ: & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, ſic λ ad β. patuit autem quòd ſicut δ ad ζ, ſic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipſi α, κ, λ, β, continuè ſunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipſorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt: quod demonſtraſſe oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondent.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterũ tanquã ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorũ quàm cuborum: ſint e, quidem a & c fuerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata, c uerò ad d ſicut eadẽ triplicata. Manifeſtũ enim eſt quòd ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c, ſic quoq; ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g. & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 ſeptimi a ad g, ſicut e ad f. & per 19 g ad b, ſicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata: quod eſt primum. Secundum eodem modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad k, ſicut g ad b, & per 19 k ad d, ſicut e ad f. quare c, h, k, d, ſunt etiam continuè proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata: quod eſt ſecundum.

c........
a....
e.. h............
g......
f... k..................
b.........
d..........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 11.*

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et quadratus ad quadratũ duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α, β, & ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius uerò β, ſit latus δ. Dico quòd ipſorum α, β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipſe enim γ, ipſum δ, multiplicans, ipſum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, id propterea & δ ſeipſum multiplicans ipſum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunq; ipſorum γ, δ, multiplicans utrunq; ipſorum α, ε, effecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam γ, ipſum δ, multiplicans ipſum effecit ε, ut δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipſos ε, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad β. Sed ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε (& ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, ſic eſt ε ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, ſic γ ad δ. igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus: quod oportuit demonſtraſſe.*

α.........
γ...
ε............
δ....
β................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 12.*

12 Duorum cuborũ numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubũ triplam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

THEON *ex Zamb. Sint bini cubi numeri α, β, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto δ. Dico quòd ipſorum α, β, bini medij proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ε: ipſum autem δ, multiplicans ipſum efficiat ζ, at δ ſeipſum multiplicans, ipſum η, faciat. Vterq; autem ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, κ, faciat. Et quoniã α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, ipſum autem ε, multiplicans ipſum α confecit, Id propterea & δ ſeipſum multiplicans, ipſum η effecit: ipſum autem η, multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniã γ utrunq; ipſorum γ, δ, multiplicans, utrunque ipſorum ε, ζ, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) ſicut γ ad δ, ſic ζ ad η. Rurſus quoniam γ utrunque ipſorum ε ζ, multiplicans, utrunq; ipſorum α, θ, fecit: eſt igitur ſicut ε ad ζ, ſic α ad θ, ſicut autem ε, ad ζ ſic γ ad δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, ſic eſt α, ad θ. Rurſus quoniam uterq; ipſorum γ, δ, ipſum ζ multiplicans, utrunq; ipſorum θ, κ, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt θ ad κ.*

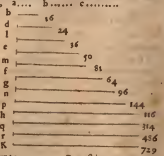
α...........................
θ...................................
κ...
β...
γ...
δ....
ε.........
ζ...........
η................

Rurſus quoniam δ utrunq; ipſorum ζ, κ, multiplicans, utrunq; ipſorum κ, β, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad κ, ſic eſt κ ad β, ſicut autem ζ ad κ, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, ſic κ, ad β. Patuit autem quòd & ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad θ, & θ, ad κ, & κ, ad ϐ. ipſorum igitur α, ϐ, bini medij proportionales ſunt, hoc eſt θ λ. Dico iam quòd & α ad ϐ triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales ſunt α, θ, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, ſicut autem eſt α, ad θ, ſic eſt γ ad δ. Igitur α ad β triplã rationem habet, quàm γ ad δ: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

SI numerorum continuæ proportionalitatis quiſq; in ſe ipſum ducatur, qui inde producentur ſub cõtinua proportionalitate eſſe. Quod ſi item in ipſos productos principia ſua ducãtur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis eſſe, neceſſe eſt. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, quorũ quiſq; in ſe ducatur, & proueniãt ex a quidem, d ex b, uerò, e. ex c, f. Dico quòd d, e, f, ſunt continuè proportionales, quòd ſi item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e & proueniat h. & c in f, proueniat k, dico etiã q; g, h, k erũt continuè proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per ęquã proportionalitatẽ argue d ad e, ſicut e ad f: q̃d eſt primum.

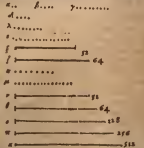


Reliquũ ſic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoq; ducatur in e & m, & proueniãt q & r, eruntq; per eaſdem g n, p, h, q, r, k, cõtinuè quoque proportionales in proportione primorũ, per æquam igitur proportionalitatem cõclude g ad h, ſicut h ad k: quod eſt reliquũ. Eadẽ erit ratio, quotieſcũq; primi in productos ducãtur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

Si fuerint quotcũq; numeri cõtinuè proportionales, & multiplicãs unuſq; ſeipſum fecerit aliq̃s, q fiũt ex ipſis proportionales erũt. Et ſi qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipſi quoq; proportionales erunt, & ſemper circa extremos hoc euenit. 13

THEON *ex Zãb. Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, ϐ, γ, ſicut α ad β, ſic ϐ ad γ, & ipſi quidem α, β, γ, ſeipſos multiplicãtes, efficiant ipſos δ, ε, ζ, ipſos aũt δ, ε, ζ multiplicantes, ipſos efficiant κ, θ, κ. Dico q. & ipſi δ, ε, ζ. & ipſi κ, θ, κ, continuè ſunt proportionales. Ipſe namq; α, ipſum ϐ multiplicãs, ipſum efficiat λ, uterq; autem ipſorum α, β ipſum multiplicans λ efficiat utrunq; ipſorum μ, ν, & rurſus ipſe β, ipſum γ, multiplicãs, ipſum efficiat ξ, uterq; autem ipſorum β, γ, ipſum ξ multiplicãs, utrunq; ipſorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis diſcurſu oſtendemus quòd ipſi δ, κ, ε, & κ, μ ν, θ, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius α ad β ratione: et ipſi ε, ξ, ζ, et θ, ο, π, κ, ſunt proportionales in ipſius β, ad γ, ratione. Et eſt ſicut α, ad β, ſic eſt β ad γ, & ipſi δ, λ, ε, igitur ipſis ε, ξ, ζ, in eadem ſunt ratione & inſuper ipſi κ, μ, ν, θ, ipſis, θ, ο, π, κ, & æqualis eſt quidem ipſorum δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipſorũ ε, ξ, ζ, ei autẽ quæ ipſorum eſt κ, μ, ν, θ, ea quæ ipſorum eſt θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut quidẽ δ, ad ε, ſic eſt ε, ad ζ. Sicut autem κ ad κ, ſic eſt κ ad θ: quod oportebat demonſtare.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

13 SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret, latus quoque ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMP. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraque eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c, quoque numerabit d, & econuerſo. Cõſtat enim quod ex c in ſe ſit a, ex d quoque in ſe, b fiat igitur, e ex c in d eruntque per 18 & 19 ſeptimi, a e b, cõtinuè proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Cõuerſa ſic patet. ſi c, numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e, ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continuè proportionales.

a....
c......
b........:
c..
d...

Euclid. ex Zamb. *Theor. 12.* *Propoſit. 14.*

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus metiatur, & quadratus quadratũ metietur.

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ δ. at α ipſum β metiatur. Dico quod & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 12 quinti, ac 13 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum ε. Eſtque ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iam metitur & γ ipſum δ. Dico quod & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanque diſpoſitis ſimiliter oſtendemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratione: et quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε, metitur autẽ γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.*

α.........
ε...........
β................
γ...
δ....

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI cubus alium cubum numeret, latus quoque ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMP. Sint duo numeri a & b cubi, lateraque eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c quoque numerabit d, & econuerſo: ducatur enim b in ſe, & fiat c, d quoque in ſe, & fiat f, conſtat igitur quod ex e in c ſit a, & ex d in g b, fiat itaque f, ex c in d: eruntque per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & k, proueniant ex e in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, continuè quoque proportionales in eadem proportione: itaque ſi a numerat b, idem per 7 huius numerabit h. quare & c. d, eſt enim c ad d, ſicut a ad h, cõſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut cõuerſa prioris. Nã ſi c numerat d, a quoque numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

15 Si cubus numerus cubum numerum menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat η. Vterque autem ipſorũ γ δ ipſũ ζ multiplicans utrunque ipſorũ θ κ efficiat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 et 18 ſeptimi et 12 octaui) quod ipſi ε ζ η et α θ κ β, cõtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ κ β, cõtinuè ſunt proportionales, & metitur α ipſum b, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſũ θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſũ δ. Sed iam metiatur γ ipſum δ. Dico quod & α, ipſũ β metitur, Eiſdẽ nãque diſpoſitis: ſimiliter oſtendemus quod ipſi α θ κ β cõtinuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniã enim γ ipſum δ, metitur, eſtque ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

α.........
θ................
κ...............................
β..
γ..
δ....
ε....
ζ........
η.................

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 SI numerus quadratus quẽdã aliũ quadratũ nõ numeret, nec latus ſuũ, latus illius nnmerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quę affirmationibus quas 13 huius cõuerti propoſuit opponuntur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d, ſi a non numerat b, c quoq; non numerabit d. econuerſo etiam ſi c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, ſi itaq; c numerat d, per ſecundam partem 13 huius & a numerabit b, quod eſt contrarium poſitioni, ſicq; patet primum. Secundum quoq; ſic: ſit ut c non numeret d, itaq; ſi a numeret b, per primam partẽ 13 neceſſe eſt ut c numeret d, neceſſe eſt igitur ut c numeret ipſum: cùm numerat ipſum: quod eſt impoſsibile.

a....b........

c.. d...

CAMPANI annotatio. Quemadmodũ autem neceſſe eſt cõuerti negationes oppoſitas affirmationibus quas 13 demonſtrauit conuerti, ſic quoq; neceſſe eſt eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus, quas pręmiſſa cõuerti demonſtrauit, cõuertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ, nec latus eius numerabit latus illius: econuerſo quoq; ſi latus unius nõ numerat latus alterius, nec ipſe cubus numerabit alterum cubum: demonſtratur autem hoc per præmiſſam à destructione conſequentis, ſicut quod propoſitum eſt per 15, ideoq; hoc autor non propoſuit, ſed per id quod propoſitum eſt, ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequentes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.* *Conuerſa 14.*

Si quadratus numerus quadratum numerum menſus nõ fuerit, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum non fuerit, neq; quadratus quadratum metietur. 16

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, eorum aũt latera ſint γ δ. At α ipſum β non metitur. Dico q; neq; γ ipſum δ, metietur. Si autem γ ipſum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipſum β: non metitur autem (per hypotheſin) β ipſum β, neq; igitur γ ipſum δ metietur. Nõ metiatur autem rurſus γ ipſum δ. Dico q; neq; α ipſum β, metitur. Si aũt α ipſum β metitur, et γ (per 14 octaui) ipſum δ. Non metitur autem γ, ipſum δ (per hypotheſin) neque α igitur, ipſum β metietur: quod erat demonſtrandum.*

α.........

β................

γ...

δ....

Euclid ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 17.* *Conuerſa 15.*

Si cubus numerus cubum numerũ non metiatur, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus non metiatur, neq; cubus cubũ metietur. 17

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipſius quidem α latus eſto γ, ipſius uerò β ſit δ. Dico quòd & γ ipſum δ non metietur. Si enim γ ipſum δ metitur, & α ipſum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipſum β (per hypotheſin) neq; igitur γ ipſum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β non metietur. ſi enim α ipſum β metitur, & γ ipſum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipſum δ (per hypotheſin) neq; α igitur ipſum β metietur: quod oportuit demonſtraſſe.*

α........

β..........................

γ......

δ..........

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles, neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe. Eritq; proportio unius numeri ad alterum ſibi ſimilem, uelut unius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſuperficiales & ſimiles, dico quòd inter ipſos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a ſint c & d, b uerò latera, ſint e & f, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad e, ſicut d ad f, conſtat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 16 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f, quare a ad g, ſicut g ad b,

a.........

g............

b..................

c..

d...

e...

e......

g ad b, eſt itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod eſt propoſitũ. Correlarium aũt patet, cũ ſit a ad b per diffinitioñ ſicut a ad g duplicata, quæ eadẽ eſt illi quę eſt c ad e.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

87 **SI ſecundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interſit, illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.**

CAMP. Hęc eſt conuerſa præmiſſæ. Vt ſi inter a & b ſit c ſub continua proportionalitate cõſtitutus, a & b erunt ſuperficiales & ſimiles, ſint enim d & e minimi in proportione qua cõtinuantur a c b, qui per 21 ſeptimi, numerabunt a & c æqualiter, ſitq; ut ſecundũ f, & per eandem c & b æqualiter, ſitq; ut ſecundũ g, erunt igitur per diffinitionem a & b ſuperficiales, & erunt etiam per diffinitionẽ d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipſi ſint ſimiles, ſic habeto, cùm enim ex d in g, ſit c, & ex e in f, ſit idem c, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, d ad e, ſicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b ſunt ſimiles, quod eſt propoſitũ. Hoc aũt ultimũ quod eſt a & b eſſe ſimiles, poteſt etiã haberi per 19 & 18 ſeptimi, & per has hypotheſes quod a c b, ſunt cõtinuè proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c ſecundum f & c, & b ſecuodum g.

a . . . .
c . . . .
b . . . .
d . .
e . . .
f . . . .
g . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

88 **SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles, neceſſe eſt eis duos numeros ſecundum continuam proportionalitatem intereſſe, eritq; proportio unius ſolidi ad alterũ ſibi ſimilem, uelut cuiuslibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe proportionaliter, proportio triplicata.**

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſolidi ſimiles, dico quòd inter ipſos cadent duo numeri in cõtinua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, ſint f g h, eruntq; ex cõuerſione diffinitionis numerorũ ſimilium, c ad f, & d ad g, ſicut c ad h. Sit igitur ex e in d, k & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, k & l, ſuperficiales & ſimiles, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius ſecundum proportionem e ad f, qui ſit m. Manifeſtum autem eſt quòd ex e in k, fit a, & ex h in l b, ſi igitur ex e in m, & l fiant n & p, erũt per 18 ſeptimi, a ad n, ſicut k ad m & n ad p, ſicut m ad l, quare a n p, ſunt cõtinuè proportionales in proportione e ad f, & quia per 19 eiuſdem p ad b, ſicut e ad h, & ideo ſicut c ad f, ſequitur ut quatuor numeri a n p b, ſint continuè proportionales ſecũdum proportionem c ad f, ſunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, medij in cõtinua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti, quod eſt propoſitum. Correlarium autẽ patet, cũ proportio a ad b, ſit per diffinitionem ſicut a ad n triplicata quæ eſt eadem illi quę eſt e ad f.

a . . . .
n . . . .
p . . . .
b . . . .
c . .
d . . . .
e . .
f . . .
g . . . . .
h . . .
k . . . . . .
m . . . .
l . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

89 **SI eis ſecundum continuam proportionalitatẽ duo numeri interiacẽt, quilibet duo numeri, ſolidi ſunt atq; ſimiles.**

CAMPANVS. Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ, ut ſi inter a & b ſint duo numeri c & d medij in cõtinua proportione, erũt a & b ſolidi & ſimiles. Sumãtur enim tres minimi in eadẽ proportione cõtinuè proportionales: qui ſũt e f g, erũtq; per 17 e, & g ſuperficiales et ſimiles: ſint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correl. 16 huius e ad f, ſicut h ad l, aut ſicut k ad m. Manifeſtũ aũt eſt ex tertia q̃d e & g. ſunt contra ſe primi, ideoq; per 25 ſeptimi, in ſua ꝓportioe minimi, & q̃a per æquã ꝓportionalitatẽ ſũt a ad d & c ad b, ſicut e ad g. ſequitur per 21 ſeptimi, ut ipſi numerẽt a & d æqualiter, q̃d ſit ſecundũ n, & itẽ e & b æqualiter, q̃d ſit ſecundũ p. Quia igitur ex h in k ſit e, & ex e in n ſit a, ſequitur per diffinitionẽ ut a ſit ſolidus, eiuſq; latera h k n, ſimiliter quia ex l, in m ſit g. & ex g in p b. ſeqtur etiã ut b ſit ſolidus, & eius latera l, m, p. Ipſos autẽ eſſe ſimiles ſic cõſtabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodẽ in p b: erit per 18 ſepti-
mi,

a . . . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . . .   h . .   k . .   n . .
f . . . . .
g . . . .   m . . .   l . . .   p . . .

mi, n ad p, ſicut d ad b, & quia ſic erãt h ad l, & k ad m, per diffinitionem manifeſtum eſt & b, eſſe ſimiles: quod eſt propoſitum.

Quatuor præcecedentes ex Campano Euclidis propoſitiones ſcilicet 16, 17, 18, 19, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18, 19, 20, 21, hoc ordine reſpondẽt, prima primæ, ſecunda tertiæ, tertia ſecundæ, quarta quartæ.

Euclides ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

Duorum ſimilium planorum numerorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationẽ, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini plani ſimiles numeri α β, & ipſius α latera ſint γ δ, ipſius aũt β ſint, ε ζ. Et quoniam ſimiles plani ſunt, qui proportionalia habent latera (per 32 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ. Dico igitur quòd ipſorũ α β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet, quàm γ ad ε, uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſſim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt, ipſius autem latera ſunt γ δ, igitur δ, ipſum γ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ε, ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans ipſum efficiat η, & quoniã δ, ipſum quidem γ multiplicans, ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α ad η. Sed ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, ſic α ad η. Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit η, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum β fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt η ad β, oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ, ſic eſt α ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad η ſic eſt η ad β. Igitur ipſi α η β, continuè ſunt proportionales. Ipſorum igitur α β unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α η β, continuè proportionales ſunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & eſt ſicut α ad η, ſic eſt γ ad ε, & δ ad ζ, & α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ ad ε uel δ ad ζ: quod erat demonſtrandum.*

α ....
η ....
β ....
γ ..
δ ......
ζ ...
θ ....

Euclid. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 19.

Duorum ſimilium ſolidorum numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles ſolidi numeri α β, & ipſius quidẽ α, latera ſint γ δ ε, numeri ipſius autem β ſint ζ η θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habẽt proportionalia, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, ſicut aũt δ ad ε, ſic η θ. Dico q ipſorũ α β, bini medij proportionales ſunt numeri, & q α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad ζ, uel δ ad η, uel inſuper γ ad θ. Igitur γ ipſũ δ multiplicãs ipſũ efficiat κ: at ζ ipſum η multiplicans ipſũ efficiat λ. Et quoniã ipſi γ δ, ipſis ζ η in eadẽ ſunt ratione, ex ipſiſq; γ δ gignitur κ, ex ipſis aũt ζ η, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorũ igitur κ λ, unus medius proportionalis eſt numerus (p 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedẽti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ, ſic eſt μ ad λ. Et quoniã δ ipſũ quidẽ γ multiplicãs, fecit ipſũ κ, ipſum aũt ζ multiplicãs, fecit ipſum μ, eſt igitur (p 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ, ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ, ſic μ ad λ. Ipſi igitur κ μ λ, cõtinuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad ζ ratione. Et quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, uiciſſim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad η. Rurſus quoniã eſt ſicut δ ad ε, ſic η ad θ, uiciſſim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut δ ad η, ſic eſt ε ad θ. Ipſi igitur κ λ μ cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ, ad ζ, & δ ad η ratione, & inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ, ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat, & quoniam α ſolidus eſt, latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ε cũ*

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
ο ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

qui ex

qui ex γ δ, multiplicans ipſum effecit α, at qui gignitur ex γ δ, eſt κ. Igitur ε ipſum κ multiplicans, ipſum effecit α. Id propterea etiam θ ipſum qui gignitur ex ζ η, hoc eſt λ multiplicans, ipſum effecit β. Et quoniam ε, ipſum κ multiplicans ipſum α effecit, ſed & ipſum μ multiplicans, ipſum ν effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut κ ad μ, ſic eſt α ad ν. Sicut autem κ ad μ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & inſuper ε ad θ, ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν. Rurſus quoniam uterq; ipſorũ ε θ ipſum multiplicans μ, utrunq; ipſorũ ν ξ fecit, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ε ad θ, ſic eſt ν ad ξ. Sed ſicut ε ad θ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et δ ad η, & ε ad θ, ſic eſt α ad ν, & ν ad ξ. Rurſus quoniã θ, ipſum μ multiplicans cõficit ipſum ξ, ſed et ipſum λ multiplicans, ipſum effecit β, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut μ ad λ, ſic ξ ad β.

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

Sed ſicut μ ad λ, ſic eſt γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ, & ſicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ, ſic nõ ſolũ ξ ad β, ſed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipſi α ν ξ β, continuè ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico inſuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ, numerus ad ζ uel δ ad η, & inſuper quàm ε ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continuè ſunt proportionales, hoc eſt, α ν ξ β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, triplam rationem habet quàm α ad ν. Sed ſicut α ad ν, ſic patuit γ ad ζ, δ ad η, & inſuper ε ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ numerus ad ζ numerũ, et δ ad η, et ε ad θ: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 20.

20 **Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, ſimiles plani erunt ipſi numeri.**

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis eſto γ, numerus. Dico quòd ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Sumantur (per 35 ſeptimi) enim minimi numeri eandem rationẽ habentiũ ipſis α γ β, duo: ſintq; δ ε. Eſt igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad γ, ſed ſicut α ad γ, ſic eſt γ ad β, et ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic γ ad β. Aequè igitur δ ipſum α metitur, & ε ipſum γ, quoties autem δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ζ, igitur ζ ipſũ δ multiplicans ipſum effecit α. Ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit γ, quare α, planus eſt: latera autẽ eius ſunt δ ζ (per 22 diffinitionem ſeptimi) Rurſus quoniam ipſi δ ε minimi ſunt eandem rationem habẽtium ipſis γ β, æquè igitur (per 21 ſeptimi) δ ipſum γ metitur, & ε ipſum β. Quoties autẽ ε, ipſum β metitur, tot unitates ſint in ipſo κ. Igitur ε ipſum β metitur per eas quæ in κ, ſunt unitates, igitur κ ipſum ε multiplicans, ipſum effecit β, igitur planus eſt (per 22 diffinitionem ſeptimi) latera autem eius ſunt ε κ. Igitur ipſi α β, plani ſunt duo numeri. Dico inſuper quòd et ſimiles. Quoniã enim uterque ipſorum ζ κ, ipſum ε multiplicans, utrunq; ipſorum γ β effecit,

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . .
ε . . . .
ζ . . . . . .
κ . . . .

Hoc fiet, per 35 ſeptimi, ſumendo ipſorum aut α γ, aut γ β, maximam dimenſionem, per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc eſt δ ε.

eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut ζ ad κ, ſic eſt γ ad β. Sicut autem γ ad β, ſic δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, ſic ζ ad κ. Ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt numeri, eorum enim latera proportionalia ſunt: quod erat demonſtrandum. Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 **Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri, ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri.**

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . .
κ . . .
λ . . . .
μ . . . .

THEON ex Zamb. Duorũ enim numerorum α β, duo medij proportionales ſint numeri γ δ: dico quòd ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt. Sumãtur enim (per 35 ſeptimi aut 2 octaui) minimi numeri eãdẽ rationẽ habentiũ eiſdẽ α γ δ β, tres, ſintq; ε ζ η. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε η, primi adinuicẽ ſunt, & quoniã ipſorum ε η, unus medius proportionalis eſt numerus, ſimiles igitur plani ſunt (per 20 octaui.) Sunt

Hoc fiet per 35 ſept. ſumendo ipſorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimenſionẽ, per quã inuenientur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipſorũ uel α γ uel γ δ, uel δ β, ſumendo maximã dimẽſionẽ per quã ſumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, per quos per 2 octaui ſumentur tres, hoc eſt ε ζ η.

Sint igitur ipſius quidem ε, latera θ κ, ipſius autem η, ſint λ μ. Manifeſtum igitur eſt ex hoc, quòd ipſi ε ζ η, continuè proportionales ſunt in ipſius θ, ad λ ratione, & ipſius κ, ad μ. Et quoniam ipſi ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut ε ad η, ſic eſt α ad δ. At ε η, (per 3 octaui primi) ſunt, primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem ratione habentes æqualiter: maior maiorē, & minor minorē, hoc eſt antecedēs antecedentē, & ſequēs ſequentem: æquè igitur ε, ipſum α metitur, & η ipſum δ: quoties igitur ε, ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo ν. Igitur ν, ipſum ε, multiplicans, ipſum effecit α. At ε, eſt ex θ κ. Igitur ν, eum qui ex θ κ, gignitur multiplicās ipſum effecit α. Solidus igitur eſt α, latera autem eius ſunt θ κ ν. Rurſus quoniam ipſi ε ζ η, minimi ſunt eandem rationem habētium ipſis γ δ β, æquè igitur ε, ipſum γ metitur, & η ipſum β. Quoties autem η, ipſum δ metitur: tot unitates ſint in ξ. Igitur η, ipſum β metitur per eas quæ in ξ, ſunt unitates. Igitur ξ, ipſum η multiplicans, ipſum effecit β. At η eſt ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipſum fecit β.

α ....

γ ....

δ ....

β ....

ε ....

ζ ....

η ....

θ ...

κ ...

ν ...

λ ....

μ ....

ξ ....

Solidus igitur eſt β, latera autem eius ſunt λ μ ξ. Igitur ipſi α β, ſolidi ſunt. Dico inſuper quòd & ſimiles, quoniam ν ξ, ipſum ε multiplicantes, ipſos fecerunt α γ, eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut ν ad ξ, ſic eſt α ad γ, hoc eſt ε ad ζ. Sed ſicut ε ad ζ, ſic eſt θ ad λ, & κ ad μ, & igitur (per 11 quinti) θ ad λ, ſic κ ad μ & ν ad ξ, & ſunt quidem ipſi θ κ ν, latera ipſius α, ipſi uerò ξ λ μ, latera ſunt ipſius β. igitur ipſi α β, numeri ſolidi ſunt ſimiles: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

SI trium numerorum continuè proportionaliū primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum eſſe. 20

CAMPANVS. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, ſitq; a quadratus. Dico quòd c eſt etiam quadratus: ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles: cùm igitur a ſit quadratus per hypotheſin, erit c quadratus.

a .... b ...... c ....

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 22.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit. 22

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autē ſit quadratus. Dico quòd et tertius quadratus eſt, quoniam enim ipſorum α γ (per 20 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus β, igitur α γ, ſimiles plani ſunt, at quadratus eſt α, quadratus igitur eſt & γ: quod erat demonſtrandum.*

α ....

β ....

γ ....

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

SI quatuor numerorum continuè proportionaliū primus fuit cubus, quartum cubum eſſe neceſſe eſt. 21

CAMP. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d, ſitq; a cubus, dico quòd d eſt etiam cubus, conſtat enim per 19, quòd a & d, ſunt ſolidi ſimiles, & quia a eſt cubus per hypotheſin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 23.

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit. 23

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, ſit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipſorum α δ, duo medij proportionales ſunt numeri β γ. Ipſi igitur α δ, ſimiles ſunt ſolidi numeri, at α cubus eſt, cubus igitur eſt & δ: quod demonſtraſſe oportuit.*

α ....

β ....

γ ....

δ ....

Euclid. ex Camp. propoſitio 22.

22 SI duorum numerorum, quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c, & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d, ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b. per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

24 Si bini numeri ratione͂ habuerint, qua͂ quadratus numerus ad quadratu͂ numeru͂, primus au͂t fuerit q̃dratus, et ſecu͂dus quadratus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quòd & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ δ, ſunt quadrati, ipſi γ δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur γ δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et ſi ſicut γ ad δ, ſic α ad β. Ipſorum igitur, α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt: quod erat demonſtandum.

α....
....
β.........
γ................
....
δ.......................................

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

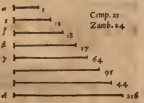
23 SI duorum numeroru͂, quorum proportio unius ad alterum ſit, ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquum eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quòd c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaque per 18 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si bini numeri adinuice͂ ratione͂ habuerint, quam cubus numerus ad cubum numeru͂, primus aute͂ cubus fuerit, & ſecu͂dus cubus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, adinuice͂ rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubu͂ numerum δ, cubus aute͂ eſto α. Dico quòd & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ δ, ſimiles ſolidi, ipſorum igitur γ δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ δ continuè proportionales cadunt, totidem & inter ca͂dem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipſi ε ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ζ β, continuè proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β: quod erat demonſtrandum.



Camp. 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 NVmerorum ſuperficialium ſimiliu͂ eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quòd unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius, in co͂tinua proportione qui ſit c, ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eoru͂ qui ſunt d e f, eru͂t per correlariu͂ 2, d & f quadrati: &

a........
c............
b....................
d....
e......
f.........

quia per ęquam proportionalitatem eſt a ad b ſicut, d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Thorema 24.* *Propoſitio 26.*

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. 26

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles plani numeri α β. Dico quòd α ad β rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quoniam ipſi α β, ſimiles planẽ ſunt, inter ipſos igitur α β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & ſit γ, aſſumanturq́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem ipſis α β γ, habentium rationem, ſintq́; δ ε ζ. ipſi igitur ipſorum extremi, hoc eſt δ ζ, ſunt quadrati. Et quoniã eſt ſicut δ ad ζ, ſic α ad β, & ipſi δ ζ, ſunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonſtrare oportebat.*

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

Omnium duorum ſolidorũ ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum. 25

CAMPANVS. Sint a & b ſolidi ſimiles, dico quòd eſt proportio unius eorum ad alterum, eſt ſicut alicuius cubi ad aliquẽ alium cubũ. Sunt quidẽ per 18 inter eos duo numeri medij ſecũdum continuã proportionẽ, qui ſint c & d, & in eorum proportione ſint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium ſecundæ: quia igitur per æquam proportionalitatem eſt a ad b, ſicut e ad h, liquet propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 27.*

Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum. 27

THEON *ex Zamb. Sint ſimiles ſolidi numeri α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipſi α β, ſimiles ſolidi ſunt, inter ipſos igitur α β (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadant, & ſint γ δ. Accipianturq́; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipſis α γ δ β, ſintq́; ipſis æquales multitudine ε ζ κ θ. Ipſi igitur ε θ, eorum extremi cubi ſunt: eſtq́; ſicut ε ad θ ſic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
κ . . . .
θ . . . .

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEmentorum *Liber nonus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

Par numerus, eſt qui poteſt in duo æqualia diuidi. 1
2 Impar numerus, eſt qui in duo æqualia diuidi non poteſt, additq́ſupra parẽ unitatem. 3 Pariter par eſt, quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar eſt, quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter eſt, quem pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti impares

pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus ſuis quibus numeratur, eſt æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 9 Diminutus uerò, qui maior.

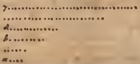
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerum quadratũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c eſſe quadratum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius ſecundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, ſequitur per 8 eiuſdem, ut unus quoque cadat inter d & c, itaque cum d ſit quadratus, erit per 20 eiuſdem, c quoque quadratus: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

2 Si bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicãtes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.



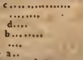
THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles plani numeri α β, & α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ quadratus eſt, ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat, ipſe igitur δ, quadratus eſt. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit: eſt (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Et quoniam ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipſorum α, β. Si autem inter binos numeros continuè proportionales, numeri proportionales ceciderunt, quod inter ipſos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos γ δ, unus medius proportionalis numerus cadit: eſt autem ipſe δ, quadratus quadratus igitur eſt γ: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patẽs eſt, quia ſi tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis produceĩ, tetragonũ eſſe. Si uerò ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, tetragonus producatur, illũ numerũ aliquẽ eſſe tetragonũ. Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ, non tetragonus producatur, eum numerũ aliquẽ non tetragonum eſſe. Si uerò tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

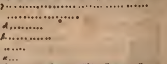


CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, ſuperficiales ſimiles. Sit enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b. Per 16 autem octaui, cum d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo quòd ſunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius ſecundum cõtinuam proportionẽ: per 8 itaq; eiuſdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiuſdem, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles: quod eſt propoſitum. Prima pars correlarij patet per præmiſſam, ſunt enim omnes tetragoni, ſuperficiales ſimiles. Secunda patet ex hac, cum ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipſius correlarij parte, à deſtructione cõſequentis. Quarta uerò patet ex eiuſdem parte ſecunda, à deſtructione conſequentis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint, ſimiles plani ſunt.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum efficiāt γ. Dico q. & ipſi α β, ſimiles plani ſunt numeri. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat: δ igitur quadratus eſt. Et quoniam α ſeipſum quidē multiplicans ipſum δ fecit, ipſum autē β multiplicās ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ: & quoniam δ quadratus eſt, ſed & γ, ipſi igitur δ γ ſimiles plani ſunt, ipſorū igitur δ γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus, & eſt ut δ ad γ, ſic α ad β. Ipſorū igitur α β (per 8 octaui) unus medius eſt proportionalis. Si autē binorū numerorū unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſimiles plani ſunt numeri: ipſi igitur α β ſimiles plani ſunt: quod oportuit demōſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

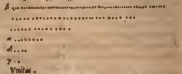
SI numerus cubus in ſeipſū ducatᷣ, q inde ꝑducetᷣ erit cubus. 3

CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in ſe ducto fiat b, dico b eſſe cubū: ſit enim c latus cubicū a, ex c uerò in ſe, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: ſunt igitur unitas c d a, cōtinuè proportionales, quod ex 18 ſeptimi, & præſentibus hypotheſibus manifeſtū eſt, & quia eſt a ad b, ſicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas eſt in a, toties a in b, erūt inter a & b, duo numeri medij ſecundū proportionalitatē continuā per 8 octaui, cum igitur ex hypotheſi ſit a cubus, erit per 21 eiuſdem, b quoq; cubus: quod oportebat demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si cubus numerus ſeipſū multiplicās aliquē fecerit, fact⁹ cubus erit. 3

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, ſeipſum multiplicās, ipſum efficiat β. Dico quòd β cubus eſt, accipiatur enim ipſius α latus γ, et γ ſeipſum multiplicās, ipſum efficiat δ, manifeſtum iam eſt, quòd γ ipſum δ multiplicans, ipſum efficit α: & quoniā γ ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit, igitur γ ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Sed & unitas ipſum γ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ ad δ. Rurſus quoniam γ ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α, igitur ipſe δ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. At unitas ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ, ſic δ ad α. Sed ſicut unitas ad γ, ſic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur ſicut unitas ad γ, ſic γ ad δ et δ ad α. Ipſius igitur unitatis & α, bini medij ſunt continuè proportionales numeri γ δ. Rurſus quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit, igitur α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Metitur autem & unitas ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad α, ſic α ad β. Ipſius autē α & unitatis, bini medij ſunt proportionales numeri. & ipſorum igitur α β, bini medij proportionales ſunt numeri (per 8 octaui) Si autē binorum numerorum bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 21 octaui) eſt autē α cubus, & β igitur cubus eſt: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

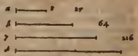
SI cubus in aliū cubum ducatur, qui inde producetᷣ erit cubus. 4

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per præmiſſam d cubus, & quia per 16 ſeptimi, eſt a ad b, ſicut d ad c, conſtat ex 23 octaui, c eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquam fecerit, factus cubus erit. 4

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubum numerum β multiplicans, efficiat γ. Dico quòd γ cubus eſt. ipſe nāque α ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat δ. Igitur δ cubus eſt (per præcedentem) Et quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans, ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Et quoniā ipſi α β cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt ipſi α β. Ipſorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiuſdem ipſorum) δ γ, bini medij proportionales ſunt numeri, eſt autem δ cubus, cubus igitur eſt & γ: quod demonſtrare oportebat.*



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 SI numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritque productus cubus, in quem ductus eſt, numerum cubum eſſe neceſſe eſt.

CORRELARIVM.

Vnde & manifeſtum eſt, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductóque cubo in numerum aliquem, ſi fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit neceſſe eſt eſſe non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, qui per antepræmiſſam erit cubus, quia igitur eſt per 18 ſeptimi a ad b ſicut d ad c, eſtq́ a cubus, ſed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod eſt propoſitũ. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, à deſtructione cõſequentis, ſecunda per præmiſſam, ſimiliter à deſtructione conſequentis. 1728

C. 5

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.* Z. 5.

5 Si cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

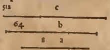


THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus eſt. Ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat. Cubus igitur eſt (per 3 noni) & ipſe δ, & quoniam α ſeipſum multiplicans, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicãs ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, & quoniam ipſi δ γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt. Ipſorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq́; ſicut δ ad γ, ſic eſt α ad β: & ipſorum igitur α β (per 8 eiuſdem) bini medij ſunt proportionales numeri, eſtq́; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

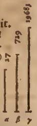
6 SI ex ductu cuiuſdam numeri in ſeipſum cubus producatur, eum eſſe cubum neceſſariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in ſe fiat b, ſitq́ b cubus: dico ergo a eſſe cubum. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniam conſtat ex 18 ſeptimi, quòd ſit a ad b, ſicut b ad c, cum ſint b & c cubi, ſequitur ex 23 octaui, a eſſe cubum: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 Si numerus ſeipſum multiplicãs, cubũ fecerit, & ipſe cubus erit.

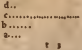


THEON *ex Zamb. Numerus enim α ſeipſum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus eſt. Ipſe enim α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus eſt. Et quoniam α ſeipſum multiplicans ipſum β fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum effecit γ, ſicut igitur (per 17 ſeptimi) α ad β, ſic β ad γ. Et quoniam ipſi β γ cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt, ipſorum igitur β γ (per 19 octaui) bini ſunt medij proportionales numeri, eſtq́; ſicut β ad γ, ſic α ad β, & ipſorum igitur α β bini, medij ſunt proportionales numeri (per eandem) eſt autem β cubus, cubus igitur eſt & α: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI numerus compoſitus in numerum quemlibet ducatur qui inde producetur, erit ſolidus.

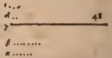
CAMPANVS. Sit a numerus compoſitus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c eſſe numerum ſolidum. Cum enim a ſit compoſitus, numeratur ab aliquo numero, qui ſit d, numeretq́ eum ſecundum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione ſolidorum c ſolidus: eiuſq́ latera c d b: quod eſt propoſitum.



t 3

Euclid.ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

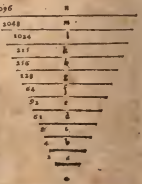
Si compoſitus numerus numerũ aliquem multiplicans, aliquem fecerit, factus ſolidus erit. 7



THEON ex Zãb. Cõpoſitus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicãs, ipſum γ efficiat. Dico, quòd γ ſolidus eſt. Quoniã enim α compoſitus eſt, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eũ δ. & quoties δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε. Igitur ε ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit α. Et quoniam α ipſum β multiplicãs, ipſum γ fecit, et α eſt ex δ ε, qui igitur ex δ ε, ipſum β multiplicãs, ipſum effecit γ: & β igitur eũ qui ex δ γ, multiplicãs ipſum γ fecit. Igitur γ ſolidus eſt, latera autem ipſius ſunt ipſi δ ε β: quod oſtẽdere oportuit.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 8.

SI fuerint numeri ab unitate continuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno ſemper intermiſſo. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus ſemper intermiſsis. Itemq́ꝫ ſeptimus ab unitate, eſt quadratus cubicus, ac deinceps quinqꝫ ſemper intermiſsis quadratus cubicus continuò ſequitur.



CAMPANVS. Sint cõtinuè proportionales, unitas a b c d e f g h k l m n. Dico b eſſe quadratum, & d, omiſſo c, & ſic alios uno ſemper obmiſſo, unde ſimpliciter omnes exiſtentes in locis imparibus, ſunt quadrati, ut ſunt tertius, quintus & ſeptimus. Dico item c eſſe cubũ, & f, duobus obmiſsis, & ſic in cæteris. Omnisqꝫ ſimpliciter eſt cubus, cuius ab unitate locus addit ſuper ternariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius ternarij unitatẽ, ut ſunt quartus, ſeptimus, decimus, tertiuſdecimus & ſextuſdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui duos trãſmittũt. Itẽqꝫ dico f ab unitate ſeptimum, eſſe quadratũ cubicũ, & ſimiliter n, quinqꝫ numeris intermiſsis, idẽqꝫ in cęteris. Simpliciter aũt dico, cuius locus ab unitate addit ſuper ſenariũ, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius unitatem, ut ſunt ſeptimus, tertiuſdecimus, decimuſnonus, & uiceſimuſquintus illum eſſe quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ quoniã eius locus impar, cubũ autẽ quoniã ſuper multiplicẽ ternarij addit unitatẽ, quippe ſenarij multiplices, cunctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. Quæ autẽ propoſita ſunt, ſic conſtat. Eſt enim ex hypotheſi a in b, quoties unitas in a, itaqꝫ b ex diffinitione quadratus. Quia igitur b c d, ſunt cõtinuè proportionales, cũ b ſit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d eſſe quadratum. Eadẽ ratione & f, quia d e f, ſunt cõtinuè proportionales, & d eſt quadratus. Idẽ in cęteris uno intermiſſo. Cõſtat itaqꝫ primũ. Secundũ ſic: Cũ ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi, ſequitur à diffinitione ut ex a in b ſuũ quadratũ fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c eſt cubus. At quia c d e f, ſunt cõtinuè proportionales, ſed & f g h k, eſt autẽ c cubus, neceſſe eſt per 19, uel 21 octaui, ut f quoqꝫ ſit cubus, ideoqꝫ & k. Idẽqꝫ in cęteris, duobus trãſmiſsis. Quare liquet ſecundũ. Quoniã autẽ in f ſeptimo, & in n decimotertio, cæterisqꝫ quinqꝫ medios obmittẽtibus, ſimpliciter uerò & in omnibus quorũ locus ſuper quẽlibet multiplicẽ ſenarij addit unitatẽ, terminẽtur quadratorũ et cuborũ cõputationes, in his quidẽ unius, in illis autẽ duorũ obmiſsione, ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex ſecunda, quare quadrati cubici. Cõſtat ergo totũ quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

Si ab unitate quotcunqꝫ numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus eſt, & unũ relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquẽtes omnes, ſeptimus uerò cubus ſimul & quadratus & quinque relinquentes omnes.

Iſte continuè. THEON ex Zãb. *Sint ab unitate quilibet α ordinatim proportionales numeri α β γ δ ε ζ. Dico quòd tertius quidẽ ab unitate ſcilicet β, eſt quadratus, & unũ relinquẽtes oẽs, quartus autẽ γ eſt cubus, & binos relinquẽtes oẽs, ſeptimus uerò ζ cubus et ſimul quadratus, et quinqꝫ relinquẽtes omnes. Quoniã enim eſt ſicut*

eſt unitas ad α, ſic α ad β, æquè igitur unitas ipſum α numerũ, & α ipſum β metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur, & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates: & quoniam α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β, quadratus igitur eſt β. Et quoniam ipſi β, γ, δ, ordinatim ſunt proportionales, & β quadratus eſt, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus eſt, & iã id propterea & ζ quadratus eſt. Similiter iam demonſtrabimus quòd & unum relinquentes, quadrati ſunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc eſt γ, cubus eſt, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α numerum, ſic β ad γ: æquè igitur unitas ipſum α numerum, & β ipſum γ metitur, at unitas ipſum α metitur per eas que in α ſunt unitates, igitur & β ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, et α igitur ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans, ipſum effecit β, ipſum autem β multiplicans ipſum δ fecit, cubus igitur eſt ipſe



γ. Et quoniam ipſi γ, δ, ε, ζ, ordinatim ſunt proportionales, ipſe autem γ cubus eſt. & ζ igitur (per 23 octaui) cubus eſt. Demonſtratum autem eſt, quòd ζ ſeptimus ab unitate exiſtens quadratus eſt. Igitur ζ cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtendemus quod & quinq; relinquẽtes cubi ſunt omnes & quadrati: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatem ſequens quadratus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem ſequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

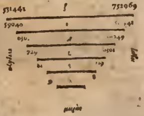
CAMPANVS. Sint qui prius continuè proportionales ab unitate, ſitq; a quadratus, dico omnes eſſe quadratos. Aut ſit idem cubus, tunc quoque dico omnes eſſe cubos, b enim conſtat eſſe quadratum per præmiſſam, quia ergo a ad b, ſicut b ad c, ex 22 octaui, ſequitur c eſſe quadratum, idem quoque ex eiuſdem 17 uel 20 potes arguere. De ſequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem ſic. Cum b fiat ex a in ſe, ſi fuerit a cubus, erit per tertiam ipſe quoque cubus: c uerò conſtat eſſe cubum per præmiſſam, itaque per 23 octaui, d omnesq; ſequentes cubicos eſſe probabis, eſt enim a ad b, ſicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiuſdem: ſunt enim a, b, c, d, ſed & b, c, d, e, ſinguliq; quatuor continuè ſumpti, continuè proportionales.



Euclid ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Si ab unitate quotcunq; numeri conſequẽter proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erũt. Et ſi q poſt unitatẽ cubus fuerit, & reliqui oẽs cubi erunt.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate conſequenter proportionales, quotcũq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò poſt unitatem, α ſit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidẽ tertius ab unitate, β ſit quadratus & unũ relinquẽtes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico q, & reliqui omnes quadrati ſunt. Nã quoniã ipſi α, β, γ, ordinatim ſunt proportionales, & α eſt quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ eſt quadratus. Rurſus quoniã ipſi β, γ, δ, ordine ſunt proportionales, & β eſt quadratus, & δ igitur (p 22 octaui) eſt quadratus. Similiter iã oſtendemus q, & reliqui omnes quadrati ſunt. Sed iã eſto α cubus. Dico quòd reliqui omnes cubi ſunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc eſt γ cubus



bus eſt, & binos relinquentes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi ſunt. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α, ſic α ad β, æquè igitur unitas ipſum α numerum metitur, & α ipſum β metitur. Vnitas autem ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates: & α igitur ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit. Eſt autem & α cubus. Si autem cubus numerus ſeipſum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus eſt (per tertiam noni) & β igitur cubus eſt. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales ſint ipſi α, β, γ, δ, & α cubus eſt, & δ igitur (per 21 octaui) cubus eſt. Iam id propterea & ε cubus eſt, & ſimiliter reliqui omnes ſunt: quod oportuit demonſtraſſe.

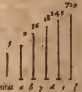
Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatem ſequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quiſquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno ſemper intermiſſo reperiuntur tetragoni. Si uerò ſecundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum ſemper intermiſſione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex oppoſito ſubiecti præmiſſæ, infert partem oppoſiti paſsionis. Dico autem partem quoniã ex 8 conſtat omnes in locis imparibus cõſtituros eſſe quadratos, omnesq́ quorum locus ſuper ternariũ uel quemlibet ipſius multiplicem addit unitatem, eſſe cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continuè proportionales, non ſit autem a quadratus, ſed nec cubus, dico nullum ex omnibus eſſe quadratum aut cubicum, niſi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, ſequitur per 22 octaui, a eſſe quadratum. Quod ſi cubus, ſequitur per 23 eiuſdem, a eſſe cubum. quorum utrunq; contrarium eſt hypotheſi. Conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatem non fuerit quadratus, neq; alius nullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus: & ſi qui poſt unitatẽ, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit, exceptis quarto ab unitate & binos relinquẽtib. omnibus. 10



THEON ex Zamb. Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò poſt unitatem α non ſit quadratus. Dico quòd neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim poßibile, eſto γ quadratus, eſt autem & β quadratus: ipſi igitur β, γ, adinuicem rationẽ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Eſtq́; ſicut β ad γ, ſic α ad β, ipſi igitur α, β, adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipſi α, β ſimiles plani ſunt, & quadratus eſt β, igitur α eſt quadratus, quod non ſuppoſitum eſt. Igitur γ non eſt quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non ſit cubus. Dico quòd neq; alius ullus cubus erit, exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim eſt poßibile, ſit δ cubus. Eſt autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Eſtq́; ſicut γ ad δ, ſic β, ad γ, igitur β ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. quare (per 27 octaui) ipſi β, γ, ſimiles ſolidi ſunt, & cubus eſt γ, igitur β cubus eſt. Eſtq́; ſicut unitas ad α, ſic α ad β. At unitas metitur ipſum α, per eas quæ in ipſo ſunt unitates, igitur & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum β cubum effecit. Si uerò numerus ſeipſum multiplicans, cubum fecerit, & ipſe cubus erit (per 4 noni.) Cubus igitur eſt & α, quod ſuppoſitum non eſt. Igitur δ cubus non eſt. Similiter iam oſtendemus quòd neq; alius ullus cubus eſt, præter quartum ab unitate & binos relinquentes omnes: quod oſtendendum fuerat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

SI numeris quotlibet ab unitate cõtinua proportionalitate diſpoſitis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoque qui unitatem ſequitur numerare neceſſe eſt. 11

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint uſq; ad d cõtinuè proportionales ab unitate: ſitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipſum numerare: d dico quòd idem numerabit a. Nam ſi non, erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi, & quia ex a in ſe fit b, ſequitur ex 26 eiuſdẽ ut ipſe quoq; ſit primus ad b, ſed & ad c & ad d, ſequitur ipſum eſſe primũ per 25 eiuſdẽ, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodẽ in c, d, non ergo numerat d, cũ ſit primus ad ipſum, quare accidit contrarium hypotheſi. Idem aliter. Cum ſit e primus, ſi non numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſeptimi, itaque per 32 eiuſdem, erunt mi nimi in ſua proportione: quia autem e ex hypotheſi numerat d,



ſit ut ſecundum f, conſtat uerò quod ex a in c, fiat d, ergo per ſecundam partem 30 ſeptimi, erit a ad e, ſicut f ad c, quare per 32 eiuſdem, e numerabit c, & ſit ut ſecundum g, & quia ex a in b fit c, ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo ut e numeret b: eſto ergo quòd ſecundum h, & quoniam rurſus ex a in ſe ſit b, neceſſe eſt iterum per eaſdem ut e numeret a, ſed poſitum erat non numerare, ergo accidit impoſsibile. Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

12 IN numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, ſecundum aliquem in illa proportionalitate diſpoſitum.

CAMPANVS. Sint ab unitate uſq; ad f continuè proportionales, dico nullum ipſorum numerare f, niſi ſecundum aliquem aliorum. Conſtat enim quòd e numerat ipſum f ſecundum a, eſt enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f ſecundũ b, eſt nanq; per æquam proportionalitatẽ d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo, quòd ſecundum ſeipſum numeret eum. E conuerſo quoq; a numerat eũ ſecundum e, eo quod ſicut unitas

f ....

e ....

d ....

c ....

b ....

a ..

Vnitas .

ad e, ita ad f, b uerò ſecundũ d. eſt enim ut unitas ad d, ita b ad f, uerũ igitur eſt quod proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur ultimũ numerare, fuerit ſub ultimo ſecundum totũ ſupra unitatem. numerare ipſum: conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpoſtero reſpondent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 11.

11 Si ab unitate quotcunq; nũeri cõtinuè proportionales fuerint, minor maiorẽ metit͂ per aliquẽ præexiſtentẽ in proportionalib. numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continuè proportionales β, γ, δ, ε. Dico quòd ipſorum β, γ, δ, ε, minor β, ipſum ε maiorem metitur per aliquem ipſorum γ, δ. Quoniam enim eſt ſicut α unitas ad β, ſic δ ad ε. æquè igitur α unitas ipſum β numerum metitur, & δ ipſum ε: uiciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æquè α unitas ipſum δ metitur, & β ipſum ε. At α unitas ipſum δ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates: & β igitur ipſum ε metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates.*

ε ....

δ ....

γ ....

β ..

α .

Quare minor β ipſum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexiſtentem in proportionalibus numeris: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 12.

12 Si ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales fuerint, quot primorum numerorum ultimum metientur, tot & eum qui apud unitatem eſt metientur.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quòd quot primorum numerorum ipſum δ metiuntur, tot quoque & ipſum α metientur: metiatur enim ipſum δ numerus aliquis primus ε. Dico etiam quòd ε ipſum α metiatur, nõ enim metiatur ε ipſum α, eſt autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerum quem non metitur, primus eſt (per trigeſimumprimum ſeptimi) ipſi igitur α, ε, primi ſunt adinuicem. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum efficit δ. Rurſus quoniam α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates, igitur α ipſum γ multiplicãs, ipſum δ efficit. Sed & ε ipſum ζ multiplicans, ipſum δ efficit,*

effecit. Igitur qui ex α γ, ei qui ex ε ζ, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic eſt ζ ad γ. At ipſi α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 20 ſeptimi) antecedens antecedentem, et ſequens ſequentem: metitur igitur ε ipſum γ, metiatur ipſum per η. Igitur ε ipſum η multiplicans, ipſum effecit γ. Sed & tollatur & α ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ε, η, eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ε, ſic η ad γ. Ipſi autem α, ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur ε ipſum β, metiatur ipſum per θ, igitur ε ipſum θ multiplicans, ipſum β effecit. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β: qui igitur ex ε θ, ei qui ex α eſt æqualis, eſt igitur ſicut ε ad α, ſic α ad θ. At ipſi α, ε, primi, primi autē & minimi: minimi uerò (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem



eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem. Igitur ε ipſum α metitur, ſed & nō metitur, quod eſt impoſsibile. Ipſi igitur α, ε, non ſunt adinuicem primi: compoſiti igitur. At compoſitos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipſi igitur α, ε, ſub alicuius numeri primi dimenſionem cadunt, & quoniam ε primus ſupponitur. At primus numerus ſub alterius numeri menſuram non cadit (per diffinitionem) quàm ſub ſibipſius, igitur ε ipſos α, ε, metitur, quare ε, ipſum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipſos α, δ, metitur: ſimiliter iam demonſtrabimus, quòd quot numeri primi ipſum δ metiuntur, tot & ipſum α metientur: quod oſtendere oportuit.

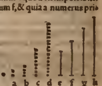
Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

Quotlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, ſi qui unitatem ſequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum, niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis, nullus numerabit. 13

CAMPANVS. Sint ut prius uſq; ad d cōtinuè proportionales ab unitate, ſitq; a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum, nec ſimpliciter aliquem eorum, niſi aliquis eorum, qui antecedit ultimū, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis, qui numeret d, qui ſi fuerit primus per 11 numerabit a: non igitur eſt a primus, quod eſt contra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus, neceſſe eſt per 30 ſeptimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a ut f, cum neceſſe ſit ipſum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus, numerās e. Quoniam autem e numerat d, ſit ut ſecundum g eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e, ſicut g ad c: ſit enim d ex a in e Quare cum a numeret e, & g numerabit c. ſitq; ut ſecundum h, ſequiturq; ut a numeret g, ſicut ſequebatur ut numeraret e, alioqui ſi g quidem eſt primus, cum numeret c. ſequitur per 11 ipſum numerare a Si autē cōpoſitus, per eandē ſequitur numerū primū numerantē g numerare a, quod eſt inconueniens. Itaq; a numerat eū. Sequitur ergo per ſecundam partē 20 ſeptimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex a in b, quàm ex g in h conſtat produci c, numeret h itaq; ipſum, ſecundum k. Conſtat autem (ut prius d e g) quod a numeret h Nam ſi non, non erit a primus, itaq; per ſecundam partē 20 ſeptimi, ſequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in ſe quàm ex h, in k b. Manifeſtum eſt autem k non eſſe a, nullus enim numerorum g, h, k, eſt aliquis ex a b, c, d: ſi enim g eſſet aliquis ex eis, cum ipſe numeret d ſecundum e, eſſet per præmiſſam, e quoq; aliquis ex eis: ſed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundum g non erit h aliquis ex a, b, c, nam eſſet per præmiſſam & g: oſtenſum eſt autem quòd non, nec igitur h. Eadem ratione nec k. cum enim ipſe numeret b ſecundum h, ſi ipſe eſſet a, conuinceretur per præmiſſam, h quoque eſſe a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipſum, non eſt itaq; a primus: quod eſt impoſsibile.



ALITER idem. Si e diuerſus ab a. b, c, d, numerat d, ſit ut ſecundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, ſequitur ex 31 ſeptimi, quòd ipſe numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tā ex a in e, quàm eſt e in f fit d, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e, ſicut f ad c, numerat itaq; f. c, ſit ut ſecundū g, eritq; per 31 ſeptimi, ut a quoq; numeret f uel g, ſitq; ut f. Sequiturq; per ſecundam partem 20 eiuſdem, ut g numeret b, ſicq; ut ſecundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & ſit ut numeret g, h ergo per ſecundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a, non erit a primus. Quod



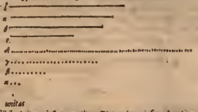
eſt contra

eſt contra hypotheſin. Si autem æqualis, erit unuſquiſq; numerorum g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmiſſam quoties oportet aſſumptam. Non eſt igitur e diuerſus ab eis, quod eſt etiam contra hypotheſin. Itaq; conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 13.*

13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò poſt unitatē primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexiſtentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, qui uerò poſt unitatem ſit primus, hoc eſt α. Dico quòd maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipſos α, β, γ. Si enim poßibile metiatur ipſum ε, & ε nulli ipſorum α, β, γ, δ, ſit idem manifeſtum quòd ε primus non eſt. Si enim ε primus eſt, & ipſum δ metitur, & ipſum α metietur primum exiſtentem, eidem non idem exiſtens, quod eſt impoßibile. Igitur ε primus non eſt: compoſitus igitur. Omnis autem compoſitus numerus, ſub alicuius primi menſuram cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ε metitur, & ε ipſum δ metitur, & ipſe igitur ipſum δ metietur: quare & ipſum α metietur primum exiſtentem,*

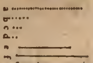


cùm ei non ſit idem, quod eſt impoßibile. Igitur α ipſum ε metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipſorum α, β, γ, eſt idem. Si enim ζ alicui ipſorum α, β, γ eſt idem, & metitur ipſum δ, per ε, unus igitur ipſorum α, β, γ, metitur ipſum δ per ε, ſed unus ipſorum α, β, γ, ipſum δ metitur per aliquem ipſorum α, β, γ, igitur ε uni ipſorum α, β, γ, eſt idem, quod non ſupponitur. Igitur ζ uni ipſorum α, β, γ, non eſt idem. Similiter iam oſtendemus quòd α ipſum ζ metitur, oſtendentes rurſus quòd ζ nō eſt primus. Si enim eſt primus, & metitur ipſum δ, & ipſum α metitur primum exiſtentem non exiſtens ei idem, quod eſt impoßibile. Igitur ζ non eſt primus. Compoſitus igitur, & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico q; eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ζ metitur, at ζ ipſum δ metitur, & ille igitur ipſum δ metietur, quare & ipſum α metietur primum exiſtentem, cum ei non ſit idem, quod eſt impoßibile. Igitur α ipſum ζ metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur per ζ, ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit δ. Sed & α ipſum γ multiplicans, ipſum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, eſt æqualis: proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ε, ſic ζ ad γ. At α ipſum ε metitur, & ζ igitur ipſum γ metitur, metiatur ipſum per η, ſimiliter oſtendemus quòd ipſe η, nulli ipſorum α, β, eſt idem, & quod eum metitur ipſe α. Et quoniam ζ ipſum γ metitur per η: igitur η ipſum ζ multiplicans ipſum fecit γ, ſed & α ipſum β multiplicans, ipſum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, eſt æqualis: proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ζ, ſic η ad β: metitur autem α ipſum ζ, metitur igitur & η ipſum β, metiatur ipſum per θ. Similiter iam oſtendemus quòd ipſi α non eſt θ idem: & quoniam η ipſum β metitur per eas quæ in θ ſunt unitates, igitur η ipſum θ multiplicans ipſum effecit β. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato eſt æqualis. Eſt igitur ſicut θ ad α, ſic α ad η, metitur autem α ipſum η, metitur igitur & θ ipſum α primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod abſurdum eſt. Igitur ipſum δ maximum alter numerus non metietur præter ipſos α, β, γ: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI propoſitus fuerit numerus, minimus quem numerāt primi aſsignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos aſsignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui ſunt b, c, d. Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, ſit e primus numerans eum ſecundum f: quia ergo quilibet numerorum b, c, d, numerat a productum ex e in f, eſt autem quilibet eorum primus, ſequitur ex 33 ſeptimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, ſed e nullus numerat cum ſit primus: quilibet



ergo eorum numerat f, cum itaque ſit f minor a, utpote qui numerat eum ſecundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod eſt inconueniens.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 14.*

Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint, nullus alius primus numerus ipſum metietur, præter eos qui in principio metiuntur. 14

THEON ex Zamb. *Minimus enim quem ipſi β, γ, δ, primi metiuntur, ſit α. Dico quòd ipſum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ. ſi enim poßibile, metiatur eũ primus numerus ε, & nulli ipſorum β, γ, δ, eſto idem. Et quoniã ε ipſum α metitur, ipſum metitur per ζ: ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit α. Et ipſum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquẽ, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 ſeptimi) ipſi igitur β, γ, δ, unam ipſorum ε, ζ, metientur. Ipſum autem ε non metientur, nam ε primus eſt, & nulli ipſorum β, γ, δ, eſt idem: ipſum igitur ζ metiuntur minorem exiſtẽtem ipſo α, quod eſt impoßibile. Nam α ſupponitur minimus, quem ipſi β, γ, δ, metiuntur. Ipſum igitur α, numerus primus non metietur, præter β, γ, δ: quod oportuit demonſtrare.*

α ………………………………………
β . .
γ . . .
δ . . . . . .
ε ————————
ζ ——————————

Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio, nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

SI quotlibet numeri continuè proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi, quicunque aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit commenſurabilis. 15

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi ſecundum proportionem f ad g, qui ſint in ſua proportione minimi, et ponatur h numerare c. Dico quòd h eſt commenſurabilis f uel g, ſumantur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui ſunt k, l, m, n, conſtat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret eſſe minus minimo, quod eſſe non poteſt. Itaque per correlarium 33 ſeptimi, erit h commenſurabilis f uel m, quod ſi f, conſtat propoſitum: ſi autem m, ſumantur in eadem proportione tres minimi qui ſint p, q, r, eritque ex 2 octaui, ut fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid eſſe cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h eſt commenſurabilis f uel r, ſed non erat f, ſic enim conſtabat propoſitum: commenſurabilis igitur eſt, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in ſe, ſequitur ex dicto correlario, ut h ſit commenſurabilis g, quod eſt propoſitum.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
e ……………………………………………………………
k . . . .
l . . . .
m . . . .
n . . . .
p . . . .
q . . . . . .
r . . . .
f . . g . . . h . . . .

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in ſua proportione minimi, quilibet eorum ad compoſitum ex reliquis primus eſſe, neceſſariò comprobatur. 16

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi: dico compoſitum ex a, b, c, primum eſſe ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui ſit e, compoſitum ex a, b, c, numerabit & d: per præmiſſam igitur erit e, communicãs alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g, erit itaque numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui ſit h: quia ergo h numerat e, numerabit

numerabit d,& cõpoſitum ex a,b, c, & quia numerat f uel g, quorum uterq; numerat utrunque mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint, ex 2 octaui, ſequitur ut ipſe numeret b & c,ergo & a, quia numerat totũ a, b,c, non ſunt igitur a & d contra ſe primi, quod eſt inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque conſtabit, compoſitum ex a, b, d, primum eſſe ad c. Si enim ut prius c numerat ambos,ſequitur per pręmiſſam, ut aliquis numerus, qui etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g, itaque h numerat c, & totum a, b,d,ſed & b, cum utraque radicum numeret omnes medios: igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi,& ita idem ut prius.

a........
b............
c..........c.......
d.........................
a........b..............c...................
a........b............d...............................
e ————————
f..
g...
h ———

CAMPANI annotationes. Demonſtrãt autem idem aliter de tribus continuè proportionalib. & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitum primum eſſe ad reliquum. Sint itaque tres continuè proportionales & minimi a,b,c, quorum termini d & e: dico tunc compoſitum ex a & b,primum eſſe ad c, & compoſitum ex b & c,ad a, itemq; ex a & c, ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecundo octaui, quod ex d in ſe, fit a,& in e fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi, quod d & e ſunt contra ſe primi. Itaque ex prima parte 29 eiuſdem, erit totus d e primus ad utrunque eorum: quia igitur uterque numerorum d & d e primus eſt ad e,erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur (& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam compoſitus ex a & b ſit primus ad c,fit enim c ex e in ſe, ſimili quoque demonſtratione probabis compoſitum ex b & c primum eſſe ad a.

a....
b......
e.........
a....b......
e.........
b ...... c.........
a....
d..
e...
d.. e...

At uerò compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 ſeptimi,qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e, itaque per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitum ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus, cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquum : demonſtratum autem eſt hoc ſuprà 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitum ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e,ſuppoſito quòd ex d in ſe fit a & ex eodem in e,b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c.Huius itaque gratia proponimus hæc demonſtranda.

a....
b......
c.........
a....c.........
b......
d..
e...
d..e..

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantum quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

Idem proponit prima ſecundi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quòd ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitum ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis, eius quod mulriplicatur, ut tota pars ſit b e tota c f,ſed & d tota g,quota eſt unitas a. per 5 itaque ſeptimi, tota quoque pars erit compoſitus ex b & c & d, compoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionem ex a in cõpoſitum ex b & c & d, fit compoſitus ex e & f & g: quod eſt propoſitum.

a..
b ... c.... d.....
e ...... f........g.........
a..
b... c.... d.....
e......f........g.........

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in unũ,æquũ eſt ei quod

u fit ex

fit ex compoſito eorum in eundem.

b... c.... d....
a..
e...... f........ g..........
b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........

Hoc eſt conuerſum eius quod modò demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoque compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facilè concluditur.

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum. 3

a.. b... c....
d.... e..... f........
a.. b... ...
d.... e...... ....

Vt ſi a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturq́ producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per antepræmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaque conſtat peopoſitum.

Numero in quotlibet partes diuiſo, tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes. 4

b.. c...d ....
e.........

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quòd tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e ęquali a, conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a. quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.

Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentium tantum eſt, quantum quod ex eodem in ſe & in alterum. 5

a
b..... c...
d..

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c. quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c eſt, quantum quod ex c in a, pee 17 ſeptimi. Sumpto itaq; d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a, & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.

Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe eſt, quantum quod ex ductu utriuſque diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum. 6

a
b...... c...

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in c. eſt enim pee 4 harum, quod ex a in ſe, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo antem in b, per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandem eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.

Numero per duo æqualia, duoq́ inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum eſt quadrato medietatis totius. 7

a...... c... d.. b

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatue in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b. itemq́ in duos inæquales, quorũ ſit maior a d, & minoe d b: dico quòd illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b, eſt æquale quadrato c d, & qnadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantũ fit, quãtum in c b per peimam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuiſus, eiq́ alius numerus adiũctus, quod fit ex ductu totius cõpoſiti in adiunctũ cum quadrato medietatis, æquum eſt quadrato cõpoſiti ex dimidio & adiũcto.

Idem proponit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros, qui ſint a c & c b, addaturq́ ei numerus b d: dico illud quod fit ex tota a d in d b, cum quadrato b c, eſſe æquale quadrato c d. Eſt enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b, & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in ſe & in b c bis, eſt quantum ex b d in d a, ſunt enim a c & c b, æquales. Itaque quadratum c d, ſuperat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod eſt propoſitum.

a.... c.... b.....d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in ſe, cum eo quod ex altero diuidentium in ſe, eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.

Idem proponit 7 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum eſſe, quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Conſtat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum eſt, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe, & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b fit, quãtum ex d bis in a per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, eſt quãtum quadratum a cum quadrato d: quare patet propoſitum.

a
b..ſ... d...

10 Cum fuerit numerus in duo diuiſus, eiq́ additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compoſiti ęquum eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum eſſe, quantum eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d eſt æquale quadrato c b, erit quadratum a d ęquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmiſſam autem, eſt quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaque quadratum a d tantum eſt, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, conſtat uerum eſſe, quod propoſitum eſt.

a... c..... b.....d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duo'que inæqualia diuiſus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum ſunt quadratq medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales, qui ſint a c & c b, & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaque quadratum a d cum quadrato b d, ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales, patet propoſitum.

a...... c... d...b

Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus, alius'que adiunctus, quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti, duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto. 12

Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b, ſitq; ſibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum ſit enim numerus c d in duo diuiſus, ſibiq; ſi a c additus æqualis uni diuidētium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uerò a c, eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater cum quadrato b d. Itaque quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum eſt ad quadratū c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c, conſtat propoſitum.

a .... c .... b ...

Numerū aliquem ita diuidere, ut quod ſub toto & una eius portione continetur, æquum ſit quadrato alterius, eſt impoſsibile. 13

Quod 11 ſecundi proponit faciendum in lineis, demonſtrat hoc impoſsibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus a, b. Dico impoſsibile eſſe ipſum ſic diuidi, ut proponitur: ſic enim diuideretur ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt, diuidatur in c, ſitq; a b ad b c, ſicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis ſibi qui ſit c d, quia igitur eſt proportio totius a b ad totum b c, ſicut b c detracti ab a b ad c d detractum ab b c, erit eadem a c reſidui a b ad b d reſiduum b c, quare b c ad c d, ſicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaque d e de c d, ut ſit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e, quare ſic d b reſidui c b, ad c e reſiduum c d: poteſt igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis iſtius detractionis, quod eſt impoſsibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.

a ...... c .... e .. d .. b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 15.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt. 15

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quòd ipſorum α, β, γ, bini quilibet cōpoſiti, ad reliquum primi ſunt, ſcilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Aſſumantur (per 35 ſeptimi) bini minimi numeri eandem ipſis α, β, γ, habentium rationem, ſintq; δ ε, ε ζ: manifeſtum iam eſt quòd δ ε ſeipſum multiplicans, ipſum effecit α, & ipſum ε ζ multiplicans, ipſum β fecit. & inſuper ε ζ ſeipſum multiplicans, ipſum effecit γ. Et quoniam ipſi δ ε, ε ζ, minimi ſunt, primi adinuicē ſunt (per 24 ſeptimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicē fuerint, et uterq; ſimul ad alterum primus eſt (per 30 ſeptimi.) Igitur δ ζ, ad utrunq; ipſorū δ ε, ε ζ, primus eſt. Sed et δ ε ad ε ζ primus eſt. Ipſi igitur δ ζ, δ ε, ad ipſum ε ζ primi ſunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur ad ε ζ (per 26 ſeptimi) primus eſt. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicē, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus eſt (per 27 ſeptimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui eſt ex ε ζ, primus eſt. Sed qui ex ζ δ, δ ε, eſt qui ex δ ε unà cū eo qui ex δ ε, ε ζ, (per tertiam ſecūdi.) Qui igitur ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus eſt. Eſt autem qui ex δ ε, ipſe α, qui uerò ex δ ε, ε ζ, ipſe β: qui autem ex ε ζ, eſt γ. Ipſi α β, igitur compoſiti, a γ primi ſunt. Similiter oſtendemus quòd ipſi β, γ, ad α primi. Dico iam quòd ipſi α, γ, ad β primi ſunt: nam quoniam δ ζ ad utrunque ipſorum δ ε, ε ζ, primus eſt, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui ſub δ ε, ε ζ, primus eſt. Sed ei qui ex δ ζ, æquales ſunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui bis eſt ſub δ ε, ε ζ,*

α .... β ....
γ ....
β .... γ ....
α ....
γ .... α ....
β ....
δ ... ε .... ζ

Si enim quæ ex δ ε unà cū eo quæ ex ε ζ, & qui ſub δ ε, ε ζ, nō eſſent primi, cum cōmunis dimenſio metiatur cōpoſitū, nō erunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui ſub δ ε, ε ζ, et qui ſub δ ε, ε ζ, primi. At iterū cum cōmunis dimēſio metiatur & cōpoſitum, nō erūt qui ex δ ε, ε ζ, unà cū eo qui ſub δ ε, ε ζ bis: et qui ſub δ ε, ε ζ, adinuicē primi, cuius cōtrariū eſt oſtēſum.

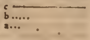
Et qui

Et qui ex $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, igitur unà cum iis qui bis ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, ad eum qui ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, primi ſunt. Diuidendo quoq; qui ex $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, unà cum eo qui ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, primi ſunt ad eum qui ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$. Inſuper diuidendo, qui ex $\delta\varepsilon$, $\delta\zeta$, ad eum qui ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, primi ſunt. Eſt autem qui ex $\delta\varepsilon$, ipſe α, qui ex $\varepsilon\zeta$, ipſe γ: qui uerò ſub $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, ipſe β. Ipſi ergo α, γ, compoſiti, ad β primi ſunt: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, quantus eſt primus eorum ad ſecundum, tantum eſſe ſecundum ad tertium quemquam impoſsibile eſt.

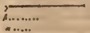
CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, dico impoſsibile eſſe, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt, ſit c, quia igitur a ad b, ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret ſe, non erunt a & b contra ſe primi: quod eſt contrarium poſitioni.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 16.*

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ſecundus ad aliquem alium.

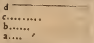
THEON ex Zãb. *Bini enim numeri α, β, primi ſint adinuicem. Dico quòd nõ eſt ſicut α ad β, ſic β ad aliquẽ aliũ. Si enim impoſſibile, ſit ſicut α ad β, ſic β ad γ. Ipſi autem α, β, primi ſunt: primi autẽ & minimi (per 21 ſeptimi) minimi uerò, metiũtur eandem rationẽ habentes, æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentem, metitur igitur α ipſum β, antecedens antecedentem, metitur autem & ſeipſum: igitur α ipſos α, β, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum, non eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint cõtra ſe primi, quãtus eſt primus ad ſecundũ, tãtum eſſe ultimũ ad aliquem alium, eſt impoſsibile.

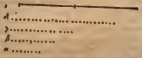
CAMPANVS. Sint a, b, c, continuè proportionales, ſintq; a & c contra ſe primi: dico quòd in eadẽ proportione non poteſt eis adiungi alius: ſi enim poteſt, ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: ſunt autem a & c, in ſua proportione minimi, per 23 ſeptimi, itaq; per 21 eiuſdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, ſi primus numerat ſecundum, ipſe numerat omnes, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem: at quia etiam numerat ſe, non erunt a & c contra ſe primi: quod eſt inconueniens.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 17.*

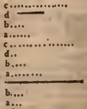
17 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, ipſorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zãb. *Sint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, α, β, γ, δ, ipſorum autem extremi α δ ſint primi adinuicem. Dico quòd non eſt ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium. Si enim poſſibile, eſto ſicut α ad β, ſic δ ad ε: uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi autem α, δ, primi ſunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, eſtq; ſicut α ad β, ſic β ad γ, & β igitur ipſum γ metitur. quare & α ipſum γ metitur: & quoniam eſt ſicut β ad γ, ſic γ ad δ, metitur autem β ipſum γ metitur igitur & γ ipſum δ. Sed α ipſum γ metitur, quare & α ipſum δ metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur α, ipſos α, δ, metitur primos inuicem exiſtentes, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad aliquem alium: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

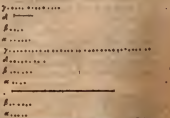
PRopoſitis duobus numeris, an ſit eis tertius cōtinuè pro- 19
portionalis, perſcrutari.



CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propoſiti, uolo inquirere, an eis poſsit tertius ſub coorinua proportionalitate adiungi. Igitur ſi ipſi ſunt contra ſe primi, impoſsibile eſt per 17. ſi uerò compoſiti, ducatur b in ſe, & proueniat c, quem ſi a numerat, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecūdum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſic b ad d, itaque quia ex b in ſe fit c, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in d fit idem: igitur a numerat c ſecundum d, ſed erat poſitum quòd noo, quare ſequitur impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 18.*

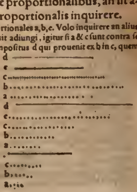
Binis numeris datis, conſiderare ſi poſsibile eſt eis tertium pro- 18
portionalem inuenire.



THEON ex Zamb. *Sint bini dati numeri α, β, ſitq́; α opportunum ſcrutari, ſi eſt poßibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipſi α, β, aut ſunt primi adinuicem, aut non. Si quidem igitur primi ſunt adinuicem, patet (per 16 noni) quod impoßibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſint ipſi α, β, primi adinuicem, & β ſeipſum multiplicans ipſum efficiat γ. Iam α aut ipſum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per δ. Ipſe igitur α ipſum δ multiplicans, ipſum effecit γ. Sed & β ſeipſum multiplicans, ipſum γ effecit, qui ex α, δ, igitur ei qui ex β eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad δ (per ſecundam partem 19 ſeptimi.) Ipſis igitur α β, tertius inuentus eſt δ. Sed iam non metiatur α ipſum γ. Dico quòd ipſis α, β, impoßibile eſt tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei eſt æquus qui ex β, qui autem ex β, ipſe eſt γ. Igitur qui ex α, δ, æquus eſt ipſi γ. Quare α ipſum δ multiplicans, ipſum effecit γ. Igitur α, ipſum γ metitur per δ. Sed ſupponitur etiam non metiri, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur poßibile ipſis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipſum γ non metitur: quod oportuit oſtendere.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

DAtis tribus numeris continuè proportionalibus, an ſit a- 20
liquis quartus eis continuè proportionalis inquirere.

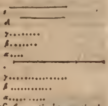


CAMPANVS. Siot continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis ſub continua proportionalitare poſsit adiungi, igitur ſi a & c ſunt contra ſe primi, impoſsibile eſt per 18. Si autem compoſitus d qui prouenit ex b in c, quem ſi numerat a, erit: ſi uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecundum e, qui erit quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in e fit idem, ergo a oumerat d ſecundum c, ſed poſitum erat quòd non. Idem potes perſcrutari, quotlibet continuè proportionalibus propoſitis. ſi enim duo extremi ſint cootra ſe primi, finem habet intentio per 18. ſi autem compoſiti, ducto ſecundo in ultimum, ſi productum numeret primus, is ſecundum quem eum numerat, eſt quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi: ſi autem primus productū non oumerat, nullus erit.

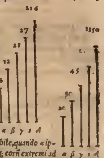
erit quotlibet enim poſito, per primam partem eiuſdem ſecundum ipſum poſitum numerabit primus productum, quod poſitum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 19.

19 Tribus numeris datis, conſiderare ſi eſt poſsibile eis quartum inuenire proportionalem.

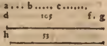


THEON ex Zamb. Sint dati tres numeri, α β γ, ſitq́; oportunum coniectare, ſi poßibile eſt eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipſi α β γ, aut continuè ſunt proportionales, & eorum extremi α γ, ſunt primi adinuicem, aut non ſunt continuè proportionales, & eorum extremi primi ſunt adinuicem, aut continuè ſunt proportionales, & eorum extremi non ſunt adinuicem primi, uel neque ſunt cōtinuè proportionales, neque eorum extremi primi ſunt adinuicem. Si quidem igitur ipſi α β γ, continuè ſunt proportionales: & eorum extremi α γ, ſunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod eſt impoſſibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non ſint iam ipſi α β γ, continuè proportionales, extremis rurſus primis exiſtentibus adinuicem. Dico quòd & ſic quartum proportionalem inuenire, eſt impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur δ. Vt ſit ſicut α ad β, ſic γ ad δ. fiatq́; ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Et quoniam eſt ſicut quidem α ad β, ſic γ ad δ, ſicut autem β ad γ, ſic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic γ ad ε. At α γ, primi ſunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi) metitur igitur α ipſum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & ſeipſum. Igitur α ipſos α γ, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt impoßibile: ipſis igitur α β γ, quartum proportionalem inuenire eſt impoßibile. Sed iam rurſus ſint ipſi α β γ, continuè proportionales, at α γ, non ſint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire eſt poßibile. Nam β ipſum γ multiplicans, ipſum efficiat δ. Igitur α ipſum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipſum per ε. Igitur α ipſum ε multiplicans, ipſum effecit δ, ſed & β ipſum γ multiplicans ipſum δ effecit. Igitur qui ex α ε, ei eſt æquus qui ex β γ, proportionalis igitur eſt ſicut α ad β, ſic γ ad ε. Ipſis igitur α β γ, inuentus eſt quartus proportionalis ε ſcilicet. Sed iam non metiatur α ipſum δ: dico quòd ipſis α β γ, quartū proportionalē inuenire eſt impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε, et qui ex β γ, eſt æqualis. Sed qui ex β γ, eſt ipſe δ, et qui ex α ε, igitur ipſi δ eſt æqualis. Igitur α ipſum ε multiplicans ipſum effecit δ. igitur α ipſum δ metitur, ſed & non metitur, quod eſt impoßibile. Igitur ipſis α β γ, quartum proportionalē inuenire numerum eſt impoßibile, quando α ipſum δ nō metitur. Sed iam ipſi α β γ, neq; cōtinuè ſint proportionales, neq; eorū extremi adinuicē ſint primi, & β ipſum γ multiplicans, ipſum efficiat δ. Similiter oſtendetur q, ſiquidē α ipſum δ metitur, poßibile eſt eis proportionalē inuenire; ſi autē nō metitur, eſt impoßibile: quod oſtēdere oportebat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

21 Datis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, niſi quòd numeri primi ſint infiniti, demonſtrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico eſſe aliquem primum diuerſum ab eis. ſit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui eſt primus aut compoſitus: ſi primus, conſtat propoſitum: ſi compoſitus, numerat eum aliquis primus, qui ſit h, quem non eſt poſsibile eſſe aliquem ex primis propoſitis. Si enim eſſet aliquis eorum, cùm quilibet ipſorum numeret d f, ipſe quoque numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipſum numerare f g, qui eſt unitas, quod eſt impoſsibile. Idem ſequitur poſito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 20.

20 Primi numeri, plures ſunt omni propoſita multitudine primorū numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propoſiti primi numeri α β γ. Dico quòd ipſis α β γ, plures ſunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 ſeptimi) minimus quem ipſi α β γ metiantur, ſitq; δ ε, addaturq; δ ε unitas δ ζ, iam ε ζ, aut eſt primus aut non, ſit prius primus, inuenti igitur ſunt primi numeri α β γ ε ζ, plures ipſis α β γ. Sed iam non ſit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 ſeptimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipſorum α β γ, eſt idem. Si enim η alicui ipſorum α β γ, eſt idem, ipſi autem α β γ, ipſum δ ε metiuntur, igitur & η ipſum δ ε metietur, metitur autem et ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus exiſtens, quod eſt abſurdum: igitur η non eſt idem uni ipſorum α β γ, ipſe autem ſupponitur & primus. Inuenti igitur ſunt primi numeri plures propoſita multitudine ipſorum α β γ, ipſi α β γ η: quod oſtendere oportuit.*

α ..
β ...
γ ....
114 — 19
ε ———— δ. ζ
α ————

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoque ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quiſq; numerorum a b c, par. a.. b.... c......
Dico ex eis compoſitum, eſſe parem: habet enim ex conuerſione diffinitionis quiſq; eorum medietatem, ſint ergo eorum medietates d e f, quia igitur ſicut a ad d, ſic b ad e, et c ad f, erit ex 13 ſeptimi ſicut a ad d, ſic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, eſt medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, eſt par: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 21.*

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par eſt. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipſi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α β, β γ, γ δ,* α....β......γ........δ..........ε *δ ε, par eſt, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par eſt, qui bifariam diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

SI numeri impares numero pares coaceruētur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

CAMP. Sit quilibet numerorum a b e d, impar: dico ex eis compoſitū, eſſe parem, dempta a... b..... c....... d.........
enim à quolibet unitate, conſtat reſiduos eſſe pares, & quia illę unitates, demptę componunt parem, cùm ſint numero pares, conſtat propoſitum per præmiſſam.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 22.*

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd* α.....β.........γ........δ...ε *totus α ε par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar eſt, ablata unitate ab uno quoq;, unuſquiſq; reliquus par erit. Quare & compoſitus ex ipſis par erit (per 21 noni) Eſt autem & unitatum multitudo par, totus igitur α ε par eſt: quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis compoſitum eſſe imparem. a... b..... c.......
Erit enim per præmiſſam compoſitus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, eſt par; erit per antepræmiſſam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque conſtat totum eſſe imparem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 23.*

23 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem iſorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON *ex Zamb. Componantur enim quotcunq; impares numeri, quorum multitudo ſit impar αβ, βγ, γδ. Dico quòd totus αδ impar eſt. Auferatur ab ipſo γδ, unitas δε, reliquus igitur γε par eſt: eſt autem & αγ par, & totus igitur αε par eſt: eſt autem δε unitas, totus igitur αδ impar eſt: quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . . . . β . . . . γ . . . . ε . δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25.*

25 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; ſit par, & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem, ſit enim d medietas a, e quoq; ſit medietas b, detractoq; e de d, ſit reliquus f, erit per 13 ſeptimi, c ad f, ſicut a ad d, quare f eſt medietas, itaq; eſt par: quod eſt propoſitum.

a
. . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . e . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 24.*

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON *ex Zamb. A' pari enim αβ, auferatur par. Dico quòd reliquus αγ par eſt. Nam quoniam αβ par eſt, habet partem dimidiam: iam id propterea & βγ, habet partē dimidiam, quare & reliquus γα habet partē dimidiā, par igitur eſt αγ: quod oſtendere oportuit.*

α . . . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SI de numero pari imparē tollas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui ſit impar. Dico c b reſiduum eſſe imparem, ſubtrahatur enim ab a c, unitas quæ ſit c d, eritq; a d par, itaq; per 25, d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt unitas, ſequitur c b eſſe imparem: quod eſt propoſitum.

a . . . . d . c . . . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 25.*

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON *ex Zamb. A' pari nanq; numero αβ, auferatur impar βγ. Dico quòd reliquus γα impar eſt. Auferatur ab ipſo βγ, unitas γδ, igitur δβ, par eſt. Eſt autem αβ quoq; par, & reliquus igitur αδ, par eſt, at γδ eſt unitas, igitur αγ impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

α . . . . γ . δ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

72 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMP. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam ſit impar: dico reliquū qui eſt a c, eſſe parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quę ſit b d, erit uterq; duorum reſiduorum quæ ſunt a d & d c, par: per præmiſſam itaque conſtat, a c eſſe parem: quod eſt propoſitum.

a . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 26.*

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON *ex Zamb. Ab impari nanque αβ, impar auferatur βγ. Dico quòd reliquus γα par eſt, nam quoniam αβ impar eſt, auferatur unitas βδ: reliquus igitur αδ, par eſt. Iam id propterea & γδ par eſt (per diffinitionem) quare & reliquus γα par eſt: quod oſtendere oportuit.*

α . . . . γ . . . . . . δ . β

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

SI à numero impari numerum parem ſubtrahas, qui relinquitur impar eſt. 28

CAMP. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui ſit par. Dico b c reſiduum eſſe imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c d par, cum itaq; ſit d b unitas, erit c b impar: quod eſt propoſitum.

a...... c.... d. b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 27.*

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON ex Zamb. *Ab impari namq; α ϐ, par reſtratur β γ. Dico quòd reliquus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, & reliquus igitur γ δ par eſt: eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

α . δ . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par. 29

CAMP. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 28.*

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par eſt. 28

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α parem β multiplicans, ipſum efficiat. Dico quòd γ par eſt. Nam quoniam α ipſum β multiplicans, ipſum γ fecit, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates componitur: eſtq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uerò numeri pares quotcunq; componãtur, totus par eſt (per 21 noni) igitur γ par eſt: quod oſtendere oportuit.*

γ............

β....

α...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoque ex 24 manifeſta eſt.

Hæ ſequentes duæ ex Campano propoſitiones, nullas ſibi ex Zamberto reſpondentes habent.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit. 31

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparẽ fieret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 32.*

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMP. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod eſt inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 29.*

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit. 29

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicãs, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ impar eſt. Nam quoniam α ipſum β multiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorũ multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt: quod oſtendere oportuit.*

γ...............

β.....

α...

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

SI numerus impar numerum parem metiatur, eiuſdem quoq; dimidium ipſum metiri neceſſe eſt. 33

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit a numerus par, cuius dimidium b, ſitq; c numerus impar qui numeret a. dico quòd c numerabit b, numeret enim a ſecundum d, eritq; per 31, d numerus par. Eſto igitur eius dimidiũ e, ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 ſeptimi a ad f, ſicut d ad e, & quia etiã eſt a ad b, ſicut d ad e, ſequitur b & f eſſe æquales: cũ itaq; e numeret f, idẽ numerabit b: quod eſt ꝓpoſitũ.

a .... f......
b...... e..
c... d....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 30.*

30 Si impar numerus parem numerum menſus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerũ β metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniã α ipſum β metitur, ipſum metiatur per γ. Dico quòd γ nõ eſt impar. Si enim poſsibile, ſit impar. Et quoniam α metitur ipſum β per γ, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum efficit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar eſt. Igitur β impar eſt, quod eſt abſurdum, ſupponitur enim par. Igitur impar non eſt, par igitur eſt γ. Quare α ipſum β metitur pariter, & γ igitur ipſum β metitur per α: habet autem uterq; ipſorum γ β, partem dimidiam, eſt igitur ſicut γ ad β, ſic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipſum β per α, & dimidium ipſius metietur ipſius β dimidium per α: igitur α, dimidium multiplicans ipſius γ dimidium ipſius β efficit. Igitur α ipſius β dimidium metitur, metiturq; per ipſius γ dimidiũ. Idq; propterea α ipſius dimidium metietur: quod oſtendere oportuit.*

α ...
γ ......
β ....

Euclid. ex Camp. *propoſitio 34.*

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiuſdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum ſit c. Dico quòd a eſt primus ad c: ſi autem, numeret eos d. Cumq; a ſit impar, ſequitur d eſſe imparẽ, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmiſſam itaq; a numerabit b, non ſunt igitur a & b contra ſe primi: quod eſt contra hypotheſin.

c............ d
a...., d
b......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 31.*

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipſius duplum primus eſt.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus eſto, ipſius autem β, duplus eſto γ. Dico quòd α ad γ primus eſt. Si autem α γ, non ſunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & eſto δ. eſt autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar exiſtẽs ipſum γ metitur, eſt autem & γ par, igitur δ metietur ipſius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipſius γ, eſt β, igitur δ ipſum β, metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipſos α β, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum. Igitur α ad γ primus eſt. Ipſi igitur α γ, primi ſunt adinuicem: quod erat oſtendendum.*

α.......
β........
γ................
δ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

35 NVmeri à duobus dupli, ſunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, ſitq; a binarius. Dico omnes eos eſſe pariter pares, eisq; ſecundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium eſſe pariter parem. De his quidẽ conſtat per diffinitionem, cùm per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet ſequentem per aliquem eorũ quos omnes oportet eſſe pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 13 eo quòd a qui eſt binarius unitatem ſequens eſt primus. Quod autem nullus alius ab his ſit pariter par, conſtat ſic. Poſito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quouſq; numerus aut unitas diuiſionem impediat, quod neceſſe eſt euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipſe erit impar. qui cùm numeret pariter parem poſitum non erat pariter par, qui poſitus eſt pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.

d
....
c
....
b
....
a
..
.
Vnitas

Euclid

Euclid.ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 32.

A' binario duplorum unuſquiſq;, pariter par eſt tantum. 32

THEON ex Zamb. A' binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β γ δ. Dico quòd ipſi β γ δ, pariter pares ſunt tantum. Quod quidem unuſquiſq; pariter par eſt, manifeſtum eſt: à binario enim eſt duplicatus. Dico quòd & tantũ. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales ſunt, qui autem poſt unitatem α primus eſt, maximũ ipſorum α β γ, hoc eſt ipſum δ nullus metitur, præter ipſos α β γ (per 13 noni) eſt autem unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par. Igitur δ pariter par eſt autem. Similiter iam oſtendemus, quod et unuſquiſq; ipſorum α β γ, pariter par eſt tantum: quod oportuit demonſtrare.

δ................
γ........
β....
α..
.
Vnitas

Euclid. ex Camp. Propoſitio 36.

NVmerus cuius medietas eſt impar, eſt pariter impar. 36

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ ſit b, ſit impar. Dico a, eſſe pariter imparem. Sit enim c binarius, manifeſtum itaq;, quoniam ex c in b fit a. Sit autẽ d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum ſecundum e, eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi, e ad b, ſicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.

a..................
b........ b...
c.. d......

Euclid.ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 33.

Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar eſt tantũ. 33

THEON ex Zamb. Numerus enim α, dimidiũ habeat imparem. Dico quòd α pariter impar eſt tantum. Quod quidem pariter impar, eſt manifeſtum: eius nanq; dimidius impar exiſtẽs, eum pariter metitur (per diffinitionem) Dico quòd & tantum. Si enim α pariter par eſt, & eius dimidius par eſt (per diffinitionem) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar exiſtens, quod eſt abſurdum. Igitur α pariter impar eſt tantum: quod oportuit oſtendere.

α..................

Euclid.ex Camp. Propoſitio 37.

OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas eſt par, eſt pariter par & impariter. 37

CAMP. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quę ſit b ponatur par: dico ipſum eſſe pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifeſtum eſt quod ipſe numerat a ſecundum b: quia uerò a non eſt duplus a duobus, neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuiſionem, qui propter hoc quod diuiſionẽ non recipit, erit impar, ſitq; is in quo ſiſtit diuiſio d. In numero quippe neceſſe eſt ſtare, quia ſi uſq; ad unitatem perueniret diuiſio, eſſet a de numeris duplis a binario, de quibus non eſt, de d uerò manifeſtũ eſt quod & ipſe numerat a per hanc cõmunem ſcientiã. Omnis numerus numerans aliũ, numerat omnẽ numeratũ ab illo. Numeret ergo eũ ſecundũ e, eritq; e par, alioquin cùm d ſit maior impar, ſequeretur per 30 a eſſe imparem. Quia igitur b numerus par numerat a ſecundum c, qui quoq; eſt par (eſt enim binarius) at uerò c numerus par numerat eundem ſecundum d qui eſt impar, conſtat ex diffinitione numerum a eſſe pariter parẽ & impariter: quod eſt propoſitũ.

a...........
b...... d...
c.. e....

Euclid.ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 34.

Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparẽ habuerit, pariter par eſt & pariter impar. 34

THEON ex Zamb. Numerus enim α non ſit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quòd α pariter par eſt et pariter impar, quod quidem α pariter par eſt, manifeſtum eſt: dimidiũ nanq; non habet imparem. Dico iam quòd & pariter impar eſt. Si enim ipſum α biſariam ſecuerimus, idq; ſemper efficientes, in quẽdam numerum δ deſinemus imparem, qui ipſum metietur α per parem numerum. Si autẽ non deſinemus in quendam imparem numerũm, qui per parem numerum metiatur ipſũ α: ad binariũ enim ueniemus, eritq; ipſe α ex iis qui à binario duplicati ſunt, quod nõ ſuperponitur

α.......................

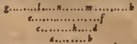
καταντήσομεν, incidemus.

ponitur. Quare α pariter impar eſt, patuit autem quòd & pariter par. Igitur α pariter par eſt & pariter impar: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 38.*

38 SI de ſecũdo atq; ultimo numerorũ continuè proportionalium, ęquale primi dematur, quantũ eſt reliquũ ſecundi ad primũ, tantũ eſſe reliquũ ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus neceſſariò comprobatur.

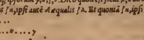
CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, demanturq; de c d æqualis a b, qui ſit c k, & de g h qui ſit g l. Dico tunc quòd proportio k d ad a b, eſt ſicut l h ad cõpoſitũ ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui ſit g m, & æqualis c d qui ſit g n, eritq; l n æqualis k d. Manifeſtũ aũt eſt per 12 ſeptimi, quòd cũ ſit g h ad g m ſicut g m ad g n, erit h m reſiduum ad m n reſiduum, ſicut g h ad g m, ideoq; ſicut e f ad c d, ſimili quoque modo erit m n ad l n ſicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, ſicut n l ad a b: itaque coniuncti, per 13 ſeptimi, erit l h compoſitus ex h m, m n & l n, ad compoſitum ex e f, c d & a b; ſicut l n ad a b: ideoq; ſicut k d ad a b, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 35.*

35 Si fuerint quotcunq; numeri cõtinuè proportionales, auferantur autem à ſecundo & ultimo æquales ipſi primo, erit ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic ultimi exceſſus ad omnes ſe præcedentes.

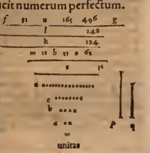
THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo, auferaturq; ab ipſis β γ & ε ζ ipſi α æqualis uterq; ipſorum γ, κ, ζ, θ. Dico quòd eſt ſicut β, κ ad α, ſic eſt θ ε ad α, β, γ, δ. Ponatur enim ipſi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipſi autẽ δ æqualis ζ λ. Et quoniã ζ κ, ipſi γ β eſt æqualis, quorũ ζ κ, ipſi γ κ eſt æqualis: reliquus igitur θ κ reliquo κ β eſt æqualis. Et quoniã eſt ſicut ε ζ ad δ, ſic eſt δ ad β γ, et γ β ad α: æquus aũt eſt δ ipſi ζ λ & β γ ipſi ζ κ, & α ipſi ζ θ: eſt igitur ſicut ε ζ ad ζ λ ſic λ ζ ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & ſicut ε λ ad λ ζ, ſic λ κ ad ζ κ, & θ κ ad κ θ. Eſt igitur & ſicut unus antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes ſequẽtes. Eſt igitur ſicut κ θ ad ζ θ, ſic ε λ, λ θ, κ θ ad ipſos λ ζ, ζ κ, ζ θ: æqualis autem eſt κ θ ipſi β κ, & ζ θ ipſi α. Ipſi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipſis δ, β γ, α, eſt igitur ſicut β κ ad α, ſic ε θ ad δ, β, γ, α. Eſt igitur ſicut ſecundi exceſſus ad primum, ſic eſt ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

39 CVm coaptati fuerint nũmeri ab unitate cõtinuè dupli, q cõiuncti faciãt numerũ primum, extemus corũ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus ſit, qui ponatur eſſe numerus primus, in quẽ e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g eſſe numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continuè dupli ad e, ut tot ſint e, h, k, l, quot ſint continuè dupli ad unitatem ſumpti, eritq; per æquã proportionalitatẽ l ad e, ſicut d ad a: quare per primam partẽ 20 ſeptimi, ex a in l prouenit f g, nam ipſe f g prouenit ex d in e. Et quia a eſt binarius, eſt f g duplus ad l, ſunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui ſit m h, & reſiduus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq; ex f g dematur eidem e æqualis qui ſit f n, eritq; per præmiſſam n g, quantum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum ſit æqualis e, eſt quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate,



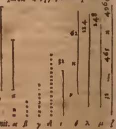
x itemq;

itemq́ totus f g eſt quãtus aggregatus ex omnibus his ſcilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifeſtum eſt, quòd numerant eum ſcilicet f g, e quidem ſecundum h, & h ſecundum k, quod ex prima parte 20 ſeptimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate ſicubi opus fuerit. Eſt enim ut a ad c, ſic k ad h, & ut d ad b, ſic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, neceſſe eſt prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipſe erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc poſsibile eſt, ſit p qui numeret eum ſecundum q, eritq́ per 33 ſeptimi, ut e numeret alterum eorum, ponaturq́ue quòd numeret p. Et quia per ſecundam partem 20 ſeptimi, eſt q ad d ſicut e ad p, ſequitur ut q numeret d, quare cum a qui ſequitur unitatem ſit primus (eſt enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autẽ horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, ſi enim q fuerit a, conſtat quòd p erit l: quòd ſi fuerit b, p erit k, ſi autem c, p quoque erit h: non eſt igitur p diuerſus ab illis ut fuerat poſitum, relinquitur ergo quòd f g ſit numerus perfectus, quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinuè expoſiti fuerint in duplici proportione, quoad totus compoſitus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON ex Zamb. *Ab unitate ſiquidem exponantur quotcunq; numeri continuè duplici proportione, quoad totus compoſitus primus ſit α, β, γ, δ, & toti æquus eſto ε, & ε ipſum δ multiplicans, ipſum efficiat ζ, η. Dico quòd ζ η perfectus eſt. Quot enim ſunt multitudine ipſi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiãtur in duplici proportione, hoc eſt ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei eſt æquus qui ex α, μ, eſtq́; qui ex ε, δ, ipſe ζ η. Igitur qui ex α, μ, ipſi ζ η eſt æqualis. Igitur α ipſum μ multiplicans, ipſum efficit ζ η: igitur μ ipſum ζ η metitur per eas que in α ſunt unitates. Eſt autem binarius α, duplus ergo eſt ζ η ipſius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, cõtinuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ, η, continuè ſunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à ſecundo κ θ, & ultimo ζ η, ipſi ε primò æqualis uterq; ipſorum θ ν & ζ ξ: igitur (per præcedentem) ſicut ſecundi numeri exceſſus ad primũ: ſic ultimi exceſſus ad omnes ſeipſum præcedentes, eſt igitur ſicut ν κ ad ε, ſic eſt ξ η ad ipſos μ, λ, κ, θ, ε. At eſt ν κ ipſi ε æquus, & ξ η: igitur ipſis μ, λ, θ, κ, ε, eſt æquus. Eſt autem et ξ ζ ipſi ε æqualis, at ε ipſis α, β, γ, δ, et unitati. Totus igitur ζ η æquus eſt & ipſis ε, θ, κ, λ, μ, & ipſis α, β, γ, δ, & unitati, et ſub eorũ dimẽſionem cadit. Dico quòd ipſum ζ η nullus alius metitur, præter ipſos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatẽ. Si enim poſsibile metiatur ipſum ζ η ipſe ο, & ο nulli ipſorũ α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, eſto idem, & quoties ο ipſum ζ η metitur, tot unitates ſint in π. Igitur ο ipſum π multiplicans ipſum fecit ζ η. Sed & ε ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit ζ η: eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut ε ad ο, ſic π ad δ: uiciſsim igitur (per 9 ſeptimi) ſicut ε ad π, ſic ε ad δ. Et quoniã ab unitate continuè proportionales ſunt ipſi α, β, γ, δ, qui uerò poſt unitatẽ α primus eſt, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (per 13 noni) Supponitur quæ nulli ipſorũ α, β, γ, ipſe ο idẽ: igitur ipſum δ ipſe ο nõ metitur. Sed ſicut ο ad δ, ſic ε ad π, neq; ε igitur ipſum π metitur, eſtq́; ε primus, omnis autẽ primus numerus ad omnem quẽ non metitur primus eſt (per 31 ſeptimi) igitur ipſi ε, π, primi ſunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandẽ rationẽ habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedẽtem, & ſequens ſequentem. Eſtq́; ſicut ε ad π ſic ο ad δ, æquè igitur ε ipſum ο metitur, & π ipſum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipſorum α, β, γ, eſt idem. Sit π ipſi β idem, & quot ſunt ipſi β, γ, δ, multitudine, totidẽ aſſumãtur ab ipſo ε ipſi ε, θ, κ, λ: ſunt autẽ ipſi ε, θ, κ, λ, ipſis β, γ, δ, in eadẽ ratione, ex æquali ergo per 13, eſt ſicut β ad δ, ſic ε ad λ: igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, eſt æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π ο, eſt æqualis, & qui ex π ο, igitur ei qui ex β λ eſt æqualis. Eſt igitur ſicut π ad β, ſic λ ad ο, eſtq́; π ipſi β idem, & λ igitur ipſi ο eſt idẽ: quod eſt impoſsibile. Nam ο nulli expoſitorũ ſupponitur idem: igitur ipſum ζ η aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & oſtenſum eſt quòd ζ η ipſis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati eſt æqualis: perfectus autem numerus eſt (per diffinitionem) qui ſuis partibus eſt æqualis, perfectus igitur eſt ζ η: quod oſtendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber decimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

QVantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicētur cōmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cōmunis quātitas eas numerans, dicentur incōmenſurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarū ſuperficies quadratas una communis ſuperficies numerat. 4 Lineæ incommenſurabiles in potentia dicuntur, quarū ſuperficies quadratas non numerat una communis ſuperficies. Quæ cum ita ſint, manifeſtum eſt quia omni lineæ poſitæ, multę aliæ ſunt incommenſurabiles: quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur poſita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei communicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incōmunicantes, dicuntur irrationales ſiue ſurdę. 8 Omnis uerò quadrata ſuperficies, de qua per hypotheſin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei cōmunicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommenſurabiles ſuperficies, dicuntur irrationales, ſiue ſurdæ. 11 Latera uerò quæ in illas quadratas poſſunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*

COmmenſurabiles magnitudines dicūtur, quas eadē menſura dimetietur. 2 Incōmenſurabiles autē, quæ ſub nullius cōmunis mēſuræ dimenſionē cadunt. 3 Rectæ linęę potentia cōmenſurabiles ſunt, quando quæ ab ipſis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incōmenſurabiles autē, quādo nulla area cōmunis menſura eſſe poteſt eorū quæ ex ipſis ſunt quadratorum. His expoſitis indicatur, quòd propoſita recta linea, hoc eſt à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales ſumuntur mēſurę, ipſi ſunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cōmenſurabiles & incommēſurabiles. 5 Cōmenſurabiles quidē, aut potentia tantū, aut potētia & longitudine ſimul: incōmenſurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia ſimul. 6 Vocatur igitur ipſa quidem propoſita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic cōmenſurabiles ſiue longitudine & potentia, ſiue potentia tātum, rationales.

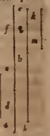
8 Quæ autem incommenſurabiles per utrunq́, hoc eſt longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à propoſita recta linea quadratum, rationale. 10 Et quæ huic commen

ſurabilia, irrationalia. 11 Et quæ huic incommenſurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipſorum (ſi quadrata fuerint) latera, ſin autem alia quæpiam rectilinea, ipſa potentes æqualiaq́; ipſis quadrata deſcribentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI duabus quãtitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio à maiori detrahaẽ, itẽq; de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq; eodẽ modo, neceſſe eſt ut tandem minore poſitarum, minor quantitas relinquatur.

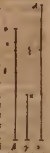
CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c, uel eius reſiduo, quod neceſſe erit reliqui quãtitatem minorem eſſe a. Multiplicetur enim a toties quouſque excedat b c, ſitq́; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipſa b c maius dimidio, quod ſit b, d. Itemq́; ex reſiduo quod eſt g c, maius dimidio quod ſit g h, hoc quoq; toties fiat, quouſque b c diuiſa ſit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum reſiduum ut eſt hic a c, eſt minus a. Multiplicetur nanq; h c, quoties eſt multiplicata a in d e f, ſitq́; eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæq; quantitatum k, l, m, eſt æqualis h c ſequitur ut & k ſit minor b g, ſed & l minor g h, at quia m eſt æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cum ſit ergo d e f ad a ſicut k l m n ad h c, ſitq́; d e f maior k l m, ſequitur per 14 quinti, quòd a ſit maior h c, quod eſt propoſitum. Idemq́; ſequitur, ſi a maiori dimidium dematur, itemque de reliquo dimidium, fiat'que toties quouſque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorem poſitarum quantumlibet excedente.



CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quòd huic propoſitioni uidetur decimaquinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Poſito enim angulo quolibet rectilineo, ſi ab ipſo maius dimidio dematur, itemq́; de reſiduo maius dimidio, neceſſe uidetur hoc toties poſſe fieri, quouſque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppoſitum 15 tertij ſyllogiſat. Sed hi non ſunt uniuocè anguli, non enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuũ & rectum. At uerò nec angulum contingentiæ toties contingit ſumi, ut qualemcunque rectilineum excedat, quod neceſſarium eſt (ut ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc ut conſequens ex antecedẽte ſequatur. Planum ergo eſt etiam, quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ eſſe maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum eſt maius quàm dimidium, idq́; ſemper fiet, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita.



THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines inæquales α, β, quarum maior ſit α β. Dico quòd ſi ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium, & hoc ſemper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita γ. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior tandẽ erit quàm α β, multiplicetur, & eſto δ ε ipſius quidem γ multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturq́; δ ε in æquales ipſi γ, hoc eſt δ ζ, ζ η, η ε. Auferaturq́; ab ipſa α β maius quàm dimidium β θ, & ab ipſa α θ maius quàm dimidium, hoc eſt θ κ: & hoc fiat ſemper, quoad quæ in α β ſunt diuiſiones æquales ſint multitudine eis quæ in ipſo δ ε ſunt diuiſionibus, ſintq́; igitur α κ, κ θ, & θ β, diuiſiones æquales exiſtentes multitudine ipſi θ δ ζ, ζ η, & η ε. Et quoniam maior eſt δ ε, quàm α β, ablatumq́; eſt ab ipſa δ ε minus quàm dimidium, hoc eſt ε η, ab ipſa autem α β maius quàm dimidium β θ: reliquum igitur η δ reliquo θ α maius eſt. Et quoniam maius eſt η δ quàm θ α, ablatumq́; ab ipſa η δ dimidium hoc eſt η ζ, ex ipſa autem α θ maius dimidio, hoc eſt θ κ: reliquum igitur δ ζ reliquo κ α maius*

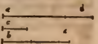
maius eſt. Aequale autẽ eſt δ ζ ipſi γ, & γ igitur ipſo α κ maius eſt: minus igitur eſt α κ ipſo γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipſa α κ magnitudo, minor exiſtens minore expoſita magnitudine γ: quod oportuit demonſtraſſe. Similiter quoque oſtendetur, ſi dimidia ſublata fuerint.



ALITER idem oſtendere. Conſtent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniã minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior erit tãdẽ quàm α, β, multiplicetur & eſto ζ μ ipſius γ multiplex. Diuidaturq́; ζ μ, in ipſi γ æqualia, hoc eſt μ θ, θ κ, κ ζ, et ab ipſa α β auferatur maius quàm dimidiũ β ε, & ex ipſa ε α maius quàm dimidiũ, hoc eſt ε δ, et hoc fiat quoad quæ in ipſa ζ μ diuiſiones æquales fiãt ipſis quæ ſunt in α β diuiſionibus, fiant autẽ ſicut β ε, ε δ, & δ α. Et ipſi δ α unaqueq; ipſarũ κ λ, λ ν, & ν ξ eſto æqualis, & hoc fiat quoad diuiſiones quæ ſunt in κ ξ fiãt æquales eis quæ ſunt in μ ζ. Et quoniã β ε, maior eſt quàm dimidiũ ipſius α β, ipſa β ε maior eſt quàm ε α, multo maior igitur eſt β ε quàm δ α. Sed ipſi δ α æqualis eſt κ λ: igitur β ε maior eſt quàm ν ξ. Rurſus quoniã δ ε maior eſt quàm dimidiũ ipſius ε α, ipſa igitur δ ε maior eſt quàm δ α, ſed ipſa δ α æqualis eſt ipſi λ ν: igitur ipſa δ ε maior eſt quàm λ ν. Tota igitur δ β maior eſt quàm ξ λ. Sed ipſa δ α æqualis eſt ipſi ν ξ. Tota igitur α β maior eſt quàm κ ξ. Sed ipſa μ ζ maior eſt quàm β α, multo maior igitur eſt μ ζ quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ ſibi inuicẽ ſunt æquales, & μ θ, θ κ, & κ ζ ſibi inuicẽ ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſarũ quæ in μ ζ, multitudini ipſarũ quæ in κ ξ: eſt igitur ſicut κ λ ad ζ κ, ſic λ ν ad κ θ, & ν ξ ad θ μ: igitur (per 12 quinti) ſicut κ λ ad ζ κ, ſic ξ κ ad ζ μ. Maior aũt eſt ζ μ quàm κ ξ, maior igitur eſt & ζ κ quàm λ κ. at ζ κ æqualis eſt ipſi κ λ, ipſi α δ. Igitur γ maior eſt quàm α δ: quod oportuit demõſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

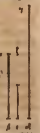
2 SI fuerint duæ quãtitates inęquales, detrahaturq́ à maiori ęquale minori, donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale demat̃, donec minus eo relinquatur: denuò quoq́ reliquo primo ęquale reliqui ſecũdi donec minus eo ſuperſit, auferat̃ & in huiuſmodi cõtinua detractione nullum reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe, neceſſe eſt.



CAMPANVS. Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duę quãtitates inęquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nõ occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incõmenſurabiles eſſe. Si autem ſint commenſurabiles, ſit cõmunis earum mẽſura c. Detrahatur igitur b ex a quoties poteſt, ſitq́ reſiduũ d, quod reſiduũ detrahatur ex b quoties poteſt, & ſit reſiduũ e. Fiatq́ toties iſta detractio, quouſq́ ex alterutra duarum quantitatũ a & b remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſsibile per pręcedentẽ, ſitq́ hic e minus c. Cum igitur c mẽſuret b detractũ ab a, & etiã a menſurabit per conceptionẽ, d reſiduum: ideoq́ cum menſuret d detractum ab ipſo b, & etiam ipſum b menſurabit e reſiduum, ſed erat e minus c: maior ergo quantitas menſurat minorem, quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſublata ſemper minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedẽtem, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.



THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus exiſtẽtibus α, β, γ, δ, & exiſtente minore ipſa α β, ſublata ſemper minore ipſa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quòd incommenſurabiles ſunt ipſæ α β, γ δ, magnitudines. Si enim ſunt cõmenſurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur ſi poßibile eſt, & eſto ε & α β ipſam δ ζ metiens, relinquat ſeipſa minorem γ ζ. At γ ζ ipſam β α metiens (per 1 decimi) relinquat ſeipſa minorem α η, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quædã magnitudo quæ ſit minor quàm ε fiat, & (per præcedentẽ) ſumatur α η minor quàm ε. Quoniã igitur ε ipſam α β metitur, ſed α β ipſam δ β metitur. Igitur ε ipſam δ ζ metietur, metitur aũt & totã γ δ, igitur & reliquã γ ζ metietur. Sed γ ζ ipſum β α metitur, & ε igitur ipſam β α metitur: metitur autẽ & totam α β, & reliquũ igitur α η metietur, maior minorẽ, quod eſt impoßibi-

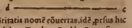
impoßibile. Ipſas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitudo. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, γ δ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq; ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incommenſurabiles: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 3.

PRopoſitis duabus quãtitatibus inæqualibus communicantib. maximã quãtitatẽ cõmuniter eas numerantẽ inuenire. 3

CORRELARIVM.

Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, quæ duas metiẽ quãtitates, maximã quoq; cõmuniter ãbas metiẽtẽ metiri.



CAMPANVS. Huius demonſtrationem, ſi 2 ſeptimi nõ ignoras, nõ potes ignorare. Si enim numeri nomẽ in quãtitatis nomẽ cõuertas, idẽ prſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobiq; idẽ erit.

Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Propoſitio 3.

Duabus magnitudinibus commẽſuralibus datis, maximam earum communem inuenire menſuram. 3

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines cõmenſurabiles α β, & γ δ, quarũ minor ſit α β, oportet iã ipſarũ α β, et γ δ, maximã cõmunẽ inuenire menſurã. Igitur α β aut metitur ipſam γ δ, aut non. Si enim metitur, metitur autẽ & ſeipſam, igitur α β, ipſarũ α β & γ δ cõmunis eſt dimenſio. Et manifeſtum eſt quòd & maxima, maior nanq; ipſa α β magnitudine, ipſam α β non metietur. Non metiatur autem α β, ipſam γ δ. Sublata igitur ſemper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipſæ α β, γ δ ſunt cõmenſurabiles, & α β ipſam ε δ metiens relinquat ſeipſa minorem ε γ: at ε γ ipſam ζ β metiens, relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζ α, at ζ α ipſam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ ipſam γ ε metitur, ſed γ ε ipſam ζ β metitur, & α ζ igitur ipſam ζ β metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur α β metietur ipſa α ζ. Sed α β ipſam δ ε metitur, igitur α ζ ipſam ε δ metietur, metitur autem & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ ipſas α β & γ δ metietur: igitur α ζ ipſarum α β & γ δ communis eſt dimenſio. Aio quoq; quòd & maxima, ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa α ζ, quæ ipſas α β & γ δ metietur, ſitq; inquam η. Quoniam igitur η ipſam α β metitur, ſed α β ipſam ε δ metietur. Metitur autẽ & tota γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipſa η. Sed γ ε ipſam ζ β metitur & η ipſam ζ β metietur, metitur aũt & totã α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa α ζ ipſas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ ipſarum α β & γ δ maxima communis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus cõmenſurabilibus datis α β & γ δ, maxima cõmunis dimẽſio inuenta eſt α ζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM.

Ex hoc manifeſtũ eſt, quòd ſi magnitudo binas magnitudines menſa fuerit, & maximã earũ cõmunem dimenſionem metietur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 4.

PRopoſitis tribus quantitatibus communicantibus, maximam eas communiter numerantem inuenire. 4

CAMPANVS. Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecunda: ſimulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex ſecunda deductum eſt.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 4.

Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram inuenire. 4

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles α, β, γ, oportet iam ipſarũ α, β, γ, maximã cõmunẽ menſuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipſarũ duarum α, β, maxima cõmunis menſura, ſitq; illa δ. Igitur δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipſum γ metitur, metitur autẽ & ipſas α β, igitur δ ipſas α, β, γ, metitur. Igitur δ ipſarũ α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtum quòd maxima, maior nãq; quàm δ magnitudo ipſas α, β, γ, non metietur. Si enim poßibile, metiatur ipſas α, β, γ, magnitudine δ maior ipſa ε. Et quoniã ε ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β, & ipſarũ igitur α β maximã cõmunẽ mẽſurã metietur, hoc eſt ipſam δ, maior uidelicet minorẽ, quod eſt impoßibile. Non metiatur iam δ ipſam γ, dico quòd cõmenſurabiles ſunt ipſæ γ δ. Quoniam enim commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipſas α, β, metietur, quare & ipſarum α, β, maximam communem menſuram δ, metietur (per correlarium*



præce-

præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipſas γ, δ. Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ, δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimenſio, ſitq́; ε. Quoniam igitur ε ipſam δ metitur, ſed δ ipſas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur. metitur autem & γ. Igitur ε, ipſarū α, β, γ, communis eſt mēſura. Dico quòd & maxima. Si enim poßibile, ſit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq́; ζ ipſas α β γ. Et quoniam ζ ipſas α, β, γ, metitur, metitur & ipſas α, β: et ipſarum igitur α β (per præcedens correlarium) maximā cōmunē menſuram metietur. At ipſarū α, β, maxima cōmunis menſura eſt δ. Igitur ζ ipſum δ metitur, metitur autem et γ. igitur ζ ipſas γ δ metitur, & ipſarum ergo γ, δ, maximam cōmunem menſuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis menſura ipſarum γ δ, eſt ε, igitur ζ ipſam ε metitur maior minorem, quod eſt impoßibile. Ipſa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipſas α, β, γ, nō metitur. Igitur ε, ipſarū α, β, γ, maxima cōmunis eſt dimēſio, ſi nō metiatur δ ipſā γ. Si aūt metiatur, ipſa eſt δ. Trib. igitur magnitudinib. cōmenſurabilib. datis, maxima cōmunis earū dimēſio inuēta eſt, quod facere oportebat.



CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifeſtū eſt, q. ſi magnitudo tres magnitudines menſa fuerit, & maximam quoq; earum cōmunem dimenſionem metietur. Similiterq́; & in pluribus & communis maxima menſura, & ſubinde correlarium, inuenietur.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 Omnium duarum quantitatum communicantium eſt proportio, tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earū proportio eſt ſicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter menſurans a & b reperta, ut docet ſecunda huius, quæ menſuret a ſecundum numerum d, & b ſecundum numerum e, eritq́; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd ſicut a eſt multiplex c, ita d eſt multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam ſicut c eſt ſubmultiplex b, ita unitas eſt ſubmultiplex e, igitur per æquā proportionalitatē a ad b, ut d ad e, quod eſt propoſitū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 Commenſurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamb. Sint commenſurabiles magnitudines α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quā numerus ad numerū. Quoniā enim commenſurabiles ſunt α β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur & eſto γ. Et quoties γ ipſam α metitur, tot unitates ſint in δ, quoties aūt γ ipſum β metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniam igitur γ ipſum α metitur per eas quæ in δ ſunt unitates, & unitas metitur ipſum δ per eas quæ in ipſo ſunt unitates, æquè igitur unitas ipſum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipſam α, eſt igitur ſicut γ ad α, ſic eſt unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) ſic ut α ad γ, ſic δ ad unitatem. Rurſus quoniam γ ipſum β metitur per eas quæ in ε ſunt unitates, metitur autem et unitas ipſum ε per eas quæ in eo ſunt unitates, æquè igitur unitas ipſum ε metitur, & γ ipſum β. Eſt igitur (per idem) ſicut γ ad β, ſic eſt unitas ad ε. Patuit autem quòd & ſicut α ad γ, ſic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt, ſicut α ad β, ſic eſt δ numerus ad ε numerum. Commenſurabiles igitur magnitudines α β, adinuicem rationem habent, quam numerus δ ad numerum ε: quod oportebat demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI fuerint duæ quantitates quarū ſit proportio unius ad alterā tanq̃ numeri ad numerū, eas duas cōmunicātes eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Hæc eſt cōuerſa prioris, ut ſi ſit a ad b ſicut numerus e ad numerū d, erūt duæ quātitates a & b cōmunicantes. Sit enim c toties menſurās b, quoties eſt unitas in d, & toties menſurās f, quoties unitas in e. Cū ſit igitur f ad c ut c ad unitatē, ac c ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut e ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f eſt æqualis a. Cūm itaq; c menſuret f, per cōceptionem menſurabit a: igitur a & b communicantes, menſurabat enim & b: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6.

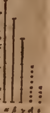
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationē habuerint quam nume

rus ad numerum, commenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

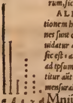
THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationẽ habeant, quam numerus δ ad numerum ε. Dico quòd commenſurabiles ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſo δ unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 ſexti) ipſa α & uni earum æqualis eſto γ. Quot autem unitates ſunt in ε, ex totidem magnitudines ipſi γ æqualibus componatur ζ. Quoniã igitur quot ſunt unitates in ipſa δ, tot magnitudines ſunt & in ipſa α æquales ipſi γ: qualis igitur pars eſt ι, unitas ipſius δ, talis pars eſt & γ ipſius α: eſt igitur ſicut γ ad α, ſic ι unitas ad ipſum δ. Metitur autem ι unitas ipſum δ numerum, metitur igitur & γ ipſum α. Et quoniã eſt ſicut γ ad α, ſic eſt ι unitas ad numerum δ: & contra (per correlarium 4 quinti) ſicut eſt α ad γ, ſic eſt δ numerus ad ι unitatem. Rurſus quoniam quot unitates ſunt in ε, tot ſunt & in ipſa ζ æquales magnitudines ipſi γ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic ι unitas ad ζ numerum. Patuit autem et ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad unitatem ι. Ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ζ, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β. Igitur (per 11 quinti) et ſicut α ad β ſic eſt & α ad ζ. Igitur α ad utranq; ipſarum β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti) igitur eſt β ipſi ζ, metitur autem γ ipſam ζ, metitur igitur & β, ſed & ipſam α. Igitur γ ipſas α, β, metitur. Commenſurabilis igitur eſt α ipſi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commenſurabiles ſunt ipſæ magnitudines: quod erat oſtendendum.*



CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifeſtum eſt, ſi fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea ſicut α, quod datur & factu eſt poßibile ſicut numerus ad numerum ſic recta linea ad rectam lineam. Si autem ut ipſarum α, ζ, media proportionalis ſumpta fuerit, ſicut β, erit ſicut α ad ζ, ſic quod ex ipſa α ad id quod ex ipſa β, hoc eſt ſicut prima α ad tertiam ζ, ſic quòd α prima ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptam (per correlarium 19 ſexti) Sed ſicut α ad ζ, ſic eſt δ numerus ad ε numerum: fit igitur ſicut δ numerus ad ε numerum, ſic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.*

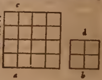


ALITER *idem oſtendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicẽ rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipſæ magnitudines ſunt cõmenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earũ æqualis eſto ε. Eſt igitur ſicut unitas ad γ numerum, ſic eſt ε ad α, eſt aũt & ſicut γ ad δ, ſic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut unitas ad ipſum δ numerũ, ſic eſt ε ad β, metitur autẽ unitas ipſum δ: metitur igitur ε ipſum β, metitur aũt & α, quoniã unitas ipſum γ. Igitur ε utranq; ipſarũ α, β, metitur. Ipſæ igitur α, β, cõmenſurabiles ſunt, & ε ipſarũ cõmunis eſt dimenſio.*



Euclid. ex Camp. Propoſit. 6.

OMniũ duarũ ſuperficierũ quadratarũ, quarum latera in lõgitudine cõmunicant, eſt proportio unius ad alterã, tanq̃ numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si uerò fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiẽ quadratã, tanq̃ proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicãtia. Quod ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, latera earum erũt in longitudine incõmenſurabilia. 6



CAMPANVS. Sint a & b duæ lineæ quadratæ. quarũ quadrata ſint c & d. Dico quòd ſi a & b cõmunicant in longitudine, erit proportio c ad d, ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerſo. Si aũt proportio c ad nõ ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmenſurabiles in lõgitudine, & cõuerſo. Veruntamẽ iſtud argumẽtũ quartum non proponit. Primum patet ſic. Si a & b communicant in lõgitudine, ipſæ per 5 erũt in proportione duorũ numerorũ qui ſint e & f, quorũ quadrati ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d, ſicut a ad b, proportio duplicata per 18 ſexti. ſequitur ut ſit etiã c ad d, ſicut d etiã ad f, duplicata, ſed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut c ad f duplicata: ergo c ad d, ſicut



ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d, ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit c ad d, ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h, per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b, ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecũdo, à deſtructione cõſequentis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum. ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti, qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, erit que per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad aliũ. Sint ergo hi numeri e & f. qui ſiut minimi in ſua proportione, eritq́ ob hoc alter eorũ impar.



Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h: ſi ergo e eſt impar, erit quòque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h, eritq́ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratũ a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaq́ g duplus ad h, ſic enim eſt quadratum a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiã k eſt duplus ad h, ſequitur

e . . .   f . . . .
g . . . .   h . . . . ;
k . . . .
e . .   l . .   f . . . . .
m . . .   k . . . . . .   h . . . .

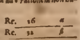
per nonã quinti, utputa g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & f impar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quòd ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui k ponatur eſſe duplus, eritq́ k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cumq́ k ſit etiã duplus ad m. erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari: quod eſt propoſitũ.

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.* *Conuerſa quintæ.*

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

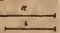
THEON *ex Zamb. Sint incommenſurabiles magnitudines α, β. Dico quòd α ad β rationem non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β eam rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit α ipſi β (per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur α ad β rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 8. *Conuerſa ſextæ.*

8 Si binæ magnitudines adinuicẽ rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erũt ipſæ magnitudines.

THEON *ex Zamb. Binæ enim magnitudines α, β adinuicẽ non eam habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ α, β, magnitudines ſunt incõmenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

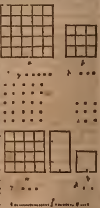


Euclid. ex Zamb. Theorema 7. *Propoſitio 9.*

9 A' longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationẽ habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebũt lõgitudine cõmenſurabilia. A' longitudine uerò incommenſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicem

adinuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, necꝫ latera habebunt longitudine commenſurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine commenſurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Quoniā enim cōmenſurabilis eſt α ipſi β lōgitudine: igitur α ad β, rationē habet quā numerus ad numerū (per 5 decimi) habeat, inquā, quam γ ad δ. Quoniā igitur eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ numerus ad δ numerum, ſed ipſius quidem α ad β, rationis dupla eſt ipſius α quadrati ad ipſius β, quadratū ratio (ſimiles namq; figuræ (per 19 ſexti & per correlarium primū 20 ſexti) in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterū) ipſius autem γ numeri ad δ numerum rationis, dupla eſt ratio ipſius γ quadrati ad ipſius δ quadratū (duorū etenim quadratorum numerorum (per 11 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus, & quadratus ad quadratum duplam rationem habet quam latus ad latus) eſt igitur ſicut quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, ſic & ex γ numero, quadratus numerus ad eum qui ex δ numero quadratū numerū.* 2



ALITER *idem demonſtrare. Quoniā enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationē habet (per 5 decimi) quā numerus ad numerū, habeat autem quam γ ad δ, & γ ſeipſum multiplicans, efficiat ε, ipſum autem δ multiplicans, efficiat ipſum ζ ad δ, ſcipſum multiplicās, efficiat ipſum η. Quoniam igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum effecit ε, at multiplicans ipſum δ fecit ipſum ζ: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, hoc eſt ſicut α ad β, ſic eſt ε ad ζ. Sed ſicut α ad β, ſic id quod ex α ad id quod ſub α β (per 1 ſexti) Eſt igitur ſicut quod ex α ad id quod fit ſub α, β, ſic ε ad ζ. Rurſus quoniā γ ipſum δ multiplicans ipſum efficit ζ, δ autē multiplicans ipſum efficit ζ: igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, hoc eſt α ad β, ſic eſt ζ ad η. Sed ſicut α ad β, ſic eſt quod ſub α, β, ad id quod ex β, eſt igitur ſicut id quod ſub α, β, ad id quod ex β, ſic eſt ζ ad η. Sed ſicut quod ex α ad id quod ſub α β, ſic ε ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut quod ex α ad id quod ex β ſic eſt ε ad η: eſt autem uterque ipſorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipſo γ, at η eſt ab ipſo δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationem quā quadratus numerus ad quadratū numerū: quod oportebat demonſtrare.*

Sed iam eſto ſicut quadratū quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quòd α ipſi β commenſurabilis eſt longitudine. Quoniam enim eſt ſicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, ſic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum, ſed ipſius quidē quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, eſt dupla eius quæ eſt ipſius α ad β, quadrati aūt qui ex γ numero, ad eū qui ex δ numero quadratū (per 11 octaui) ratio dupla eſt eius rationis quæ eſt ipſius γ numeri ad ipſum δ numerū: eſt igitur ſicut α ad β, ſic eſt γ numerus ad δ numerū. Igitur α ad β eā habet rationē, quam γ numerus ad δ numerū. Commenſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β longitudine. 2

ALITER *idem demonſtrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quā quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quòd commenſurabilis eſt α ipſi β. Sit enim ipſius ε latus γ, ipſius autem η ſit δ & γ ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ipſi igitur ε, ζ, η, continuè ſunt proportionales, in ea quæ eſt ipſius γ ad δ ratione (per 17 & 18 ſeptimi) Et quoniam eorum quæ ex α & β, medium proportionale eſt id quod ſub α β (per 17 ſexti) & ipſorum ε η ipſe ζ: eſt igitur ſicut quod ex α ad id quod ſub α, β, ſic ε ad ζ ſicut autem quod ſub α, β, ad id quod ex β, ſic ζ ad η. Sed ſicut quod ex β ad id quod ſub α, β, ſic eſt α ad β. Igitur α & β commenſurabilia ſunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ hoc eſt γ ad δ, quod oportebat demonſtrare.*

α Re. 18. β Re. 9.

Sed iam incommenſurabilis eſto α ipſi β longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod eſt β eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commenſurabilis erit α ipſi β, non eſt autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationē quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rurſus quadratum quod ex α ad id quadratū quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

tus ad numerum quadratum. Dico quòd incommenſurabilis eſt α ipſi β longitudine. Si enim fuerit commẽſurabilis α ipſi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationẽ quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commenſurabilis non eſt α ipſi β longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt α ipſi β longitudine. A longitudine commenſurabilibus igitur quadrata, & quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.

CORRELARIVM.

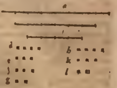
Et manifeſtum eſt ex his, quòd longitudine commenſurabiles rectæ lineæ, omnino ſunt potentia: quæ autem potentia, non omnino longitudine: longitudine uerò incommenſurabiles, non omnino potentia: quæ autem potentia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ, non ſolùm longitudine ſunt commenſurabiles, ſed & potentia. Rurſus quoniã quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habẽt quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commenſurabilia ſunt, quæcunque igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ſed ſimpliciter quam aliquis numerus ad numerũ, cõmenſurabilia potentia quidẽ habent latera, non autẽ & longitudine. Quare longitudine quidem cõmenſurabiles rectæ lineæ, omnino & potẽtia: quæ aũt potẽtia, non omnino lõgitudine, niſi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Dico iam quòd & quæ longitudine incommenſurabiles, non omnino & potentia. Quæ enim quidẽ quadrata commenſurabilia, poſſunt rationem habere non quidẽ quã quadratus ad quadratũ, ſed ſimpliciter quã aliquis numerus ad numerũ, & ob id potentia commenſurabilia latera habebunt, & longitudine incommenſurabilia. Quare quæ longitudine incommenſurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine exiſtentes incommenſurabiles poſſunt & potentia eſſe incommenſurabiles, ſi eorum quadrata ſunt incommenſurabilia. Quæ autem potentia incommenſurabiles, omnino et longitudine incommenſurabiles. Si enim longitudine commenſurabiles fuerint, erunt quoq; & potentia commenſurabiles. Supponuntur autem & incommenſurabiles, quod eſt abſurdum. Quæ igitur potentia incommenſurabiles, omnino & longitudine.

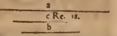
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI fuerint duæ quantitates uni quantitati communicantes, ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, communicans quantitati c, dico a & b eſſe commẽſurabiles. Eſt enim per 5, a ad c, ſicut numerus ad numerum, ſimiliter quoque per eandem, c ad b, ſicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerum e, ſicut a ad c, numerusq; f ad numerũ g, ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g, contineatur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquam proportionalitatem a ad b, ſicut h numerus ad l, numerum, per 6 igitur ſunt a & b commmunicantes, quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; ſequitur, q; ſi fuerint duæ quantitates ſibi inuicem communicantes, cuicunq; una earum communicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponaturq; quælibet quãtitas quæ ſit c, cum qua communicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, quod ex hac octaua patet cũ utrunq; earum communicet cũ a ex hypotheſi. Quòd ſi iterũ a & b ſint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quãtitate cũ qua non communicet a, dico q; b non communicabit cum eadem. Si enim c cõmunicaret cũ b, cum a quoq; per hypotheſin communicet cũ eodẽ b eſſent per hanc octauam a & c communicantes, ſed poſitum erat, quòd non eſſent: quare cõſtat quod diximus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes, totũ quoq; ex eis confectum utriq; earum erit cõmunicans. Si uerò fuerit totũ utriq; commenſurabile, erunt ambæ commenſurabiles.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b commenſurabiles, dico totũ ex eis compoſitum quòd ſit c, utriq; earũ eſſe commenſurabile, & econuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitũ uni earum communicet, dico quòd cõmunicabit alteri, & ipſæ ſimiliter inter ſe etiam communicabunt. Idem quoq; in contrario, ſi enim a & b ſint incommunicantes, dico quòd c utriq; earum erit incommunicans: & econuerſo, ſic alteri earum ſit incommunicans, erit quoque incommunicans & alteri, & ipſæ etiam inter ſe. Sint itaque primùm a & b communicãtes, ſitq; earum communis menſura d, quæ cùm utranq; earum numeret per conceptionem ſimilem antepenultimæ ſeptimi, numerabit & c, quare per diffinitionẽ c cõmunicabit utriq; earum ſcilicet a & b. Econuerſo quoque ſi



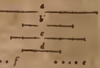
c communicet utrique earum, ſit omnium communis menſura d, conſtat itaque per diffinitionẽ a & b communicantes eſſe. Sed communicet c cum altera earũ quæ ſit a, dico quòd communicabit cum b, & a etiam & b communicabunt adinuicem: ſit enim d communiter menſurans c & a. Quia igitur d menſurat totum & detractum, per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cum b, & a communicat quoque cum b.

CAMPANI additio. Si autem a & b ſint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earum. Si enim cum utraque ſeu etiam cum altera earum communicaret, & ipſæ communicarent adinuicem. quod eſt contra hypotheſin. Similiter quoque econuerſo ſic eſt incommunicans utrique earum, ſeu etiam alteri earum, erit quoque incommunicãs reliquæ, & ipſæ inter ſe, quod palàm eſt ex prædemonſtratis, à deſtructione conſequentis.

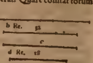
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Zamb.11. OMnium quatuor quantitatum proportionalium, ſi fuerit prima communicans ſecundæ, tertia quoq; erit communicans quartæ. Si uerò prima incommenſurabilis fuerit ſecundæ, tertia quoq; incommenſurabilis erit quartæ. 10

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quòd ſi a communicat cum b, c quoque communicabit cum d: quòd ſi a eſt incõmenſurabilis b, c quoq; erit incommenſurabilis d. Et ſi a communicabit cum b in potentia tantum, c quoq; communicabit cum d in potentia tantum: ueruntamen illud non proponit autor, quia facilè patet ex demonſtratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b, ſicut numerus ad numerum, ſit ergo ſicut e ad f. At quia per hypotheſin a ad b, ſicut c ad d, ſicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur eſt c communicans cum d: quod eſt primum. Secundum patet ex primo à deſtructione conſequentis. Si enim a eſt incommẽſurabilis b, oporter c eſſe incommenſurabilem d: nam ſi eſſet ei cõmenſurabilis, cùm ſit ut c ad d, ſic a ad b, per hypotheſin, eſſet per primam partem a communicans cum b: ſed non erat. Quare conſtat totum quod proponit autor.



Quod autem adiunximus, uidelicet quòd ſi a communicat cum b in potentia tantum, c communicat cum d in potentia tantũ, ſic patet. Cùm enim a non communicet cum b in longitudine, nec c quoque ex parte ſecunda huius, communicabit cum d in longitudine. At uerò cùm quadratum a communicet cum quadrato b ex hypotheſi, erit per 5, quadratum lineę a ad quadratum lineæ b, ſicut numerus ad numerum qui ſint e & f. Et quia quadratum c ad quadratum d, ſicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, ſicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia, & quia non communicant in longitudine, conſtat propoſitum.



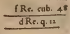
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

Zamb.14. PRopoſita qualibet recta linea, duas ei incommẽſurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire. 11

CAMPANVS. Sit linea a propoſita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uerò ſit incommenſurabilis ei in longitudine

ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquã ſe habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, ſintq; hi b & c, quos facile eſt ſumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris ſumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a, ſicut numerus b ad numerum c. Hanc autẽ lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot ſunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 ſexti, dehinc ſuper extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas eſt in c. Quia igitur ex prima ſexti proportio quadrati lineæ a ad ſuperficiem quæ fit ex a in e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tunc per primam partem 6 eiuſdem quadratum erit æquale ſuperficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, ſicut numeri b ad numerum c: quare a & d ſunt commenſurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem ipſæ ſunt incommenſurabiles in longitudine, reperta eſt itaque d prima linea, quam propoſitum erat inquirere. Alteram ſic reperio. Interpono ut docet 9 ſexti, lineam f medio loco proportionalẽ inter a & d, eritq; per correlarium 17 ſexti quadratum a ad quadratum f, ſicut a ad d, itaque per ſecundam partem 10, quadratum a eſt incommenſurabile quadrato f, igitur linea f eſt incommenſurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, eſt itaque f ſecunda linea quam propoſitum erat reperire: & ſic patet propoſitum.

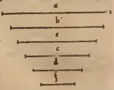




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 OMnium quatuor linearum proportionaliũ ſi prima tanto amplius poſsit ſecunda, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine, neceſſe eſt tertiam quoque tanto amplius poſſe quarta, quãtum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine. Quod ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineæ incõmenſurabilis ſibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ ꝑportionales a b c d, ſitq; a maior b, & c maior d, ſit quoque a potẽtior b quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd ſi a commmunicet e in longitudine, c quoque communicabit f in longitudine: quòd ſi a non communicat e in lõgitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quòd & ſi a communicat e in potentia tantùm, c quoque communicabit f in potentia tantum. Veruntamen iſtud ultimum non proponit autor, quia facilè patet ex priorum demonſtratione. Cum ſit enim proportio a ad b ſicut c ad d, erit quadrati ad quadratum b, ſicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a eſt æquale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f. erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiunctim erit quadratum b ad quadratum e, ſicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e ſicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, ſicut c ad f, ergo per primam partem decimæ conſtat prima para huius, & per ſecundam ſecunda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propoſitiones ex Campano cũ ſuis additionibus, ſequentibus ſeptem ex Zamberto cum ſibi præmiſsis lemmatibus hoc ordine reſpondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimæſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & undecima apud Campanum decimæ, & undecimæ ex Zamberto propoſitionibus præpoſtero reſpondent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

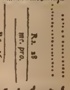
THEON. Lemma.

Quoniã autẽ oſtenſum eſt in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd ſimiles plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, & quòd ſi bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ ſimiles, ſunt ipſi plani numeri (per 24 eiuſdem) manifeſtum ex his, quòd diſſimiles plani numeri, hoc eſt latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Si enim habebunt, ſimiles ipſi plani erunt, quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 10.

Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incõmenſurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ & potẽtia. 10

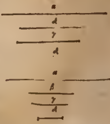
THEON ex Zamb. Sit propoſita recta linea α, oportet iam ipſi α, binas rectas inuenire incõmenſurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alterã autem & potentia. Ponantur bini numeri β γ, adinuicem rationẽ non habẽtes, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc eſt nõ ſimiles plani (ſimiles nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat ſicut β ad γ, ſic q; ex α quadratũ ad id quod ex δ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex α, ei quod ex δ, cõmenſurabilis igitur potẽtia eſt α ipſi δ, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationẽ habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi δ, longitudine. Capiatur (per 13 ſexti) ipſarum α δ, media proportionalis ε, eſt igitur ſicut α ad δ, ſic quod ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommenſurabilis autem eſt α, ipſi δ longitudine, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incõmenſurabilis igitur eſt α, ipſi ε, potẽtia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ α inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles longitudine, inquam tantum ipſa δ, at ε potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus menſuras capi, uidelicet ipſi α, inuenta eſt tantum potentia commenſurabilis δ, hoc eſt rationalis, potentia tantum commenſurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuerſum appellat, longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.



Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 11.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem ſecundæ fuerit commenſurabilis, & tertia quartæ commenſurabilis erit: & ſi prima ſecundæ incommenſurabilis fuerit, & tertia quartæ incommenſurabilis erit. 11

THEON ex Zãb. Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ſit autem α ipſi β commenſurabilis. Dico quòd & γ ipſi δ, eſt cõmenſurabilis. Quoniã enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut α ad β ſic γ ad δ. Igitur & γ ad δ eã habet rationẽ, quam numerus ad numerũ. Commenſurabilis igitur eſt γ ipſi δ. Sed iam α ipſi β incõmenſurabilis eſto. Dico quòd & γ ipſi δ eſt incommenſurabilis. Quoniã enim incommenſurabilis eſt α ipſi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Igitur (per octauam decimi) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur γ ipſi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.



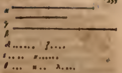
Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 12.

Quæ eidẽ magnitudini cõmẽſurabiles, & adinuicẽ ſunt cõmẽſurabiles. 12

THEON ex Zamb. Vtraq; enim ipſarum α β, ipſi γ ſit commenſurabilis. Dico q; & α ipſi β eſt commẽſurabilis. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (p 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ habeat, quam δ ad ε. Rurſus quoniã cõmẽſurabilis eſt γ ipſi β, igitur (p eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat aũt quã ζ ad η. Et rationib. datis qbuſcũq;, ea ſcilicet quã habet δ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuẽ proportionales in datis rationib. ſintq; θ κ λ, ſicut δ ad ε, ſic θ κ, ſicutq; ζ ad η, ſic κ ad λ. Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ε, ſed ſicut δ ad ε, ſic θ ad κ, eſt igitur

(per 11

(per 11 quinti) ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad β, ſic ζ ad η, ſed ſicut ζ ad η, ſic κ ad λ, & ſicut igitur γ ad β, ſic κ ad λ, eſt autem et ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad β, ſic eſt θ ad λ. Igitur α ad β rationẽ habet, quã numerus θ ad numerum λ. Cõmenſurabilis eſt igitur (per 6 decimi) α ipſi β. Quæ idem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles: quod oportuit demonſtraſſe.



THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commenſurabilis fuerit eidem, altera uerò incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipſi quidem γ eſto commenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Dico quòd & α, ipſi β eſt incommenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, eſt quoque & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipſi β eſt commenſurabilis: quod non ſupponitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 13.

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq́ue earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſurabilis erit.

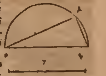
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines cõmenſurabiles α β, earumq́; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ, ſit incõmẽſurabilis. Dico quòd & reliqua β, ipſi γ incõmenſurabilis eſt. Si enim cõmenſurabilis eſt β ipſi γ, iam α ipſi β commenſurabilis eſt & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ, commenſurabilis eſt, ſed & incommenſurabilis, quod eſt impoßibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior ſit α β, oportet iam inuenire quo maius poteſt α β, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & in ipſum (per 1 quarti) coaptetur ipſi γ æqualis α δ, connectaturq́; δ β, manifeſtum eſt iam quòd angulus α δ β rectus eſt, & quod α β, ipſa α δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq́; inuenire potentem ipſas. Ponantur enim ut α δ, δ β, comprehendant rectum angulum qui ſub α δ β, connectaturq́; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi) quòd ipſas α δ, δ β, potens eſt ipſa α β.



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq́ue prima ſecunda maius eo quòd fit ab eidem lõgitudine commenſurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quòd fit ab incommenſurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & α quidẽ, ipſa β, maius poßit, eo quòd fit ex ε, γ uerò ipſa δ, eo quòd fit ex ζ. Dico quòd ſi α ipſi ε eſt commenſurabilis, commenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ, ſed ſi α ipſi ε, incommenſurabilis eſt, incõmenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic

γ δ eſt id



eſt id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quadẽ quod fit ex α æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε β: ei autem quod fit ex γ, æqua ſunt ea quæ fiunt ex δ ζ. Igitur (per 9 quinti) ſicut quæ ex ε β, ad id quod ex β, ſic quæ ex δ ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur eſt (per 17 quinti) q. ſicut ex ε, ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex ζ ad id quod ex δ. Eſt igitur & ſicut ε ad β, ſic eſt ζ ad δ. Conuerſim igitur eſt (per 22 ſexti, & correlarium 4 quinti) ſicut β ad ε, ſic eſt δ ad ζ, eſt autem & ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ε, ſic eſt γ ad ζ. Si igitur commenſurabilis eſt α ipſi ε, commenſurabilis eſt quoque (per 11 decimi) γ ipſi ζ, ſi uerò incommenſurabilis eſt α ipſi ε, incommenſurabilis eſt γ ipſi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 15.*

Si binę magnitudines cõmẽſurabiles, cõpoſitę fuerint, & tota utrique ipſarũ commenſurabilis erit. Et ſi tota uni earũ cõmenſurabilis fuerit, & quę in principio magnitudines commenſurabiles erunt. 15

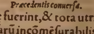
THEON *ex Zamb. Componantur binæ magnitudines commenſurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ utriq; ipſarũ α β, β γ, commenſurabilis eſt. Quoniam enim commenſurabiles ſunt ipſæ α β, β γ, ipſas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionẽ 10) metiatur, & ſit δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipſas α β, β γ, igitur δ ipſas α β, β γ, & α γ, metietur. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi) α γ, utriq; ipſarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipſarum α β, β γ, ſit cõmenſurabilis, ſitq; ipſi α β. Dico quòd α β, β γ, commenſurabiles ſunt. Quoniam enim commenſurabiles ſunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & eſto δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur δ ipſas α β, β γ metietur. Cõmenſurabiles igitur ſunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ ſequuntur: quod oportebat demonſtrare.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 16.* *Præcedentis conuerſa.*

Si binę magnitudines incõmẽſurabiles cõpoſitę fuerint, & tota utrique ipſarũ incõmẽſurabilis erit. Et ſi tota uni ipſarũ incõmẽſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erũt. 16

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ magnitudines incommenſurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipſarum α β, β γ, incommenſurabilis eſt. Si enim γ α, & α β, incommenſurabiles non ſunt, ipſas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur ſi eſt poßibile, ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autẽ & α β, igitur δ, ipſas α β, & β γ, metietur. Commenſurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) ſunt ipſæ α β, β γ. Supponuntur autẽ quòd & incõmenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α, & α β. Similiter iam demonſtrabimus, quòd & ipſæ α γ, & γ β, incommenſurabiles ſunt. Sed iam ipſa α γ, uni ipſarum α β, & β γ, incommenſurabilis eſto, & primum ipſi α β. Dico quòd & ipſæ α β, β γ, incommenſurabiles ſunt. Si enim ſunt commenſurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eandem) metiatur ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas α β, & β γ metitur, et totam igitur α γ metietur, metititur autem & α β, igitur δ, ipſas γ α, & α β metitur. Commenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α & α β. Suppoſitæ uerò ſunt quòd & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, β γ. Similiter iam demonſtrabitur quòd ipſa α γ, reliquæ β γ, incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

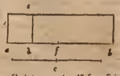


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

SI fuerint duę lineę inęquales, quarũ longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat ſuperficies ſibi adiuncta inæqualis quartæ parti quadrati breuioris lineę, cui adiũctę ſupficiei deſit ad cõplendã totam lineã ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ipſam lineã lõgiorẽ linea breuiori tãto amplius poſſe, quãtum eſt quadratũ alicuius lineę communi-

cõmunicãtis eidẽ lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior fuerit potentior breuiori, augmẽto quadrati lineæ cõmunicãtis ſibi in longitudine, ciq́ adiũgat̃ ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris lineæ, cui deſit quadrata ſuperficies, ſuperficiẽ ſibi adiũctã, eãdẽ lineã longiorem in duas portiones commẽſurabiles diuidere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineã a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quòd deſit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata: hoc enim eſt poſsibile per 27 ſexti. Quod facilè fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita q̃ inter eas cadat medietas lineæ c, cõtinuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonſtrationis huius docebitur. Eritq́ ex 16 ſexti, ſuperficies b d in d a, quę ſit b e, ęqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 ſecũdi erit eadem ſub quadrupla quadrati lineæ c, d: eſt quoq́ ad complẽdam lineam a b, ſuperficies quadrata, cum & a d ſit æqualis d e. Dico itaq́ quòd ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & ecõuerſo. Cum enim ſit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, ſic enim eſſet ſuperficies d e quadrata, & quia ipſa eſt ęqualis quadrato medietatis lineæ c, eſſet a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod eſt cõtra hypotheſin. Non eſt igitur a d ęqualis d b. Itaq́ de maiori earum quę ſit d b, abſcindatur d f, æqualis a d: eritq́ per 8 ſecundi quadratum totius a b, æquale iis quæ ſunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineę f b, quã neceſſe eſt cõmunicari toti a b, ſi linea a d eſt communicans lineæ d b: ſi enim hoc fuerit, erit d b cõmunicãs d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d. & ideo toti a d & propter hoc cũ tota a f, igitur & cũ tota a b. Sicq́ patet primum. Conuerſum huius ſic patet. Sit a b potentior c in linea f b quę communicet cum eo in lõgitudine. Dico tunc quòd quarta pars quadrati lineæ c, addita ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo communicãtia. Diuidatur enim f a per ęqualia in d, & fiat ſuperficies b e ex d b in d a, & deerit ad cõplendam lineam a b, ſuperficies quadrata, eritq́ per 8 ſecũdi, quadratum a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplũ ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c, cũ ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quòd d b eſt cõmunicans cum a d, cum ſit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d ſit communicans cum a b, erit etiam communicãs cum a f, per nonam, quare & cum a d: ſed & cum d f, itaq́ & d b eſt communicans cum a d, quod eſt ſecundum.



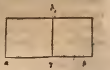
NVNC autem mõſtrandum eſt qualiter linea a b (cum ipſa poſita fuerit maior linea a c) poſſit ſic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineę c, cõtinuè proportionalis. Cum enim ſic fuerit diuiſa, ſuperficies quæ fiet ex una in alterã, erit ſuperficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipſa erit ſuperficies ęqualis quartæ parti quadrati lineæ c: adiuncta ad lineã a b, ita quòd deſit ſuperficies quadrata: hoc enim ſic fiet. Diuiſa a b p æqualia in d, lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b, & ſumatur b e perpẽdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidiſtans ad a b, uſquequo ſecet circunferentiam ſemicirculi in puncto f (neceſſe eſt enim ut ſecet eam, cum linea a b ſit maior linea c) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cum per 34 primi ſit æqualis lineæ e b, erit quoq́ æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq́ lineæ f a, f b, eritq́ per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 ſexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quę eſt ſibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter eaſdem: quod eſt noſtrum propoſitum.



THEON. *Lemma.*

Si ad aliquã rectã lineã * comparet̃ parallelogrãmũ, deficiẽs forma quadrata, ipſum cõparatũ æquũ eſt ei quod (cõtinet̃) ſub ſegmẽtis rectę lineę, quę ex ipſa cõparatione ſunt facta. *παραβάλλω, apponatur, applicetur*

THEON *ex Zamb. Ad aliquam rectam lineam α β, comparetur parallelogrammum α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quòd α δ æquum eſt ei quod ſub α γ, γ β, & ex ſeipſo manifeſtum eſt. Quoniam enim quadratum eſt δ β, æqualis eſt δ γ, ipſi γ β, & α δ, eſt quod ſit ſub α γ, γ δ, hoc*

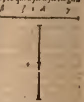


α γ, γ δ, hoc eſt quod ſub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ ſequuntur reliqua: quod fuerat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. *Propoſitio 17.*

Si fuerint binæ rectæ lineę inęquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquũ ad maiorem cõparatã fuerit deficiẽs forma quadrata, & in cõmẽſurabilia ipſã diuiſerit lõgitudine, maior minore maius poterit eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. Etſi maior minore maius poterit eo ꝙ fit à ſibi cõmenſurabili longitudine, quartę uerò parti eius quod à minore æquale ad maiorem cõparatum deficiens forma quadrata, incommenſurabilia longitudine ipſam diſtribuet. 17

THEON *ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ, quarum maior ſit β γ, quartæ uerò parti eius quod ſit ex minore ipſa α, hoc eſt ei quod ex dimidio ipſius α, æquum ad ipſam β γ, comparetur (per 28 ſexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub β δ, & δ γ, commenſurabilis autem eſto (per hypotheſin) β δ ipſi δ γ longitudine. Dico quòd β γ, ipſa α maius poteſt, eo quòd fit à ſibi lõgitudine commenſurabili. Secetur enim (per 10 primi) β γ, bifariam in ſigno ε, ponaturq́; (per 3 primi) ipſi δ ε, æqualis ε ζ: reliqua igitur δ γ æqualis eſt ipſi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, ſecta eſt in æqualia in ſigno ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 ſecundi) quod ſub β δ, & δ γ comprehenditur rectangulum unà cum eo quod ex γ δ, quadrato æquum eſt ei quod ex ε γ quadrato. Et ipſa quadruplicia, quod igitur quater ſub β δ & δ γ, unà cum eo quod ex ε δ, ſumpto æquũ eſt ei quod ex quater ſumpto ε γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater ſub β δ & δ γ æquũ eſt id quod ex α quadratum, ei autem quod ex δ ε, quater ſumpto, æquum eſt id quod ex δ ζ, quadratum, dupla enim eſt δ ζ, ipſius δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater ſumpto, æquum eſt id quod ex β γ quadrato, dupla enim rurſus eſt β γ, ad ipſum γ ε. Quæ igitur ex α & δ ζ, quadrata, æqualia ſunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ eo quòd ex α maius eſt, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipſa α maius poteſt, ipſa δ ζ, oſtẽdendum quod & commenſurabilis eſt β γ ipſi δ ζ. Quoniam enim commenſurabilis eſt β δ, ipſi δ γ longitudine, commenſurabilis igitur eſt (per 15 decimi) & β γ, ipſi δ γ, ſed γ δ, & β ζ, commenſurabilis eſt longitudine, æqualis enim eſt γ δ ipſi β ζ, & β γ igitur ipſis β ζ, & γ δ longitudine commenſurabilis eſt (per 12 decimi) Igitur (per 15) & β γ ipſi ζ δ, commenſurabilis eſt longitudine. Igitur β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quod fit à ſibi longitudine commenſurabili. Sed iam ipſa β γ, quàm α maius poſſit eo quòd à ſibi commenſurabili in longitudine, quartæq́; eius quod ex α æquale ad ipſam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, ſitq́; quod ſub β δ, & δ γ. Demonſtrandum eſt quòd commenſurabilis δ γ longitudine. Eiſdem namq́; diſpoſitis, ſimiliter oſtendemus quòd β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quòd fit ex ζ δ, poteſt autem β γ, quam ipſa α maius eo quod ex ſibi commenſurabili. Commenſurabilis igitur eſt β γ, ipſi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utriq́; ipſarum β ζ, & γ δ, ſimul commenſurabilis longitudine eſt β γ. Sed utraq́; β ζ, & δ γ, ſimul commenſurabilis eſt ipſi δ γ longitudine: æqualis enim eſt β ζ, ipſi δ γ, & β γ igitur commenſurabilis eſt ipſi γ δ, longitudine. Manifeſtum eſt igitur quòd β δ ipſi δ γ, eſt commenſurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat oſtendendum.*

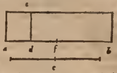


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

SI fuerint duę lineę inæquales, quarũ longiorẽ diuidat in duas partes incõmẽſurabiles ſuperficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris ſibi adiũcta, ita quod deſit ad eius cõpletionẽ ſupficies quadrata, erit lõgior, potẽtior breuiori, augmẽto quadrati lineę incõmẽſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine. Si uerò lõgior, potẽtior fuerit breuiori, q̃drato lineę incõmẽſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine, adiũgatq́; ei ſupficies æq̃lis parti quartę quadrati breuioris, defueritq́; lõgiori ſupficies quadrata, neceſſe eſt ut ipſa ſupficies ſibi adiũcta eãdẽ lõgiorẽ lineã in duas portiões incõmẽſurabiles diuidat. 14

Campanus.

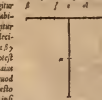
CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmiſſæ infert contrarium conſequentis præmiſſæ, & non differt eius diſpoſitio à diſpoſitione illius, ſed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f ſibi a d æqualis communicabit cum eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b. quare neq; a f, ſunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; a b communicabit cum linea f b. Quod ſi hoc fuerit uidelicet ſi a b non communicet cum f b, non communicabit cū a f, quare neque cum a d aut d f, neque igitur a b cum d a. Poteſt quoque hæc 14 demonſtrari per præmiſſam, prima pars huius ex ſecunda illius, & ſecunda ex prima, à deſtructione conſequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam ſi a b & b f cōmunicarent, oporteret per ſecundam partem præmiſſæ ut a d communicaret cum d b, ſed poſitum eſt quòd non. Eodem modo de ſecunda parte, ſi enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabūt: nam ſi ſic, ſequitur per primam partem præmiſſæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 18. Conuerſa præcedentis.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inęquales, quartę autē parti eius quod ex minore æquum ad maiorē comparetur deficiēs forma quadrata, & in incōmenſurabilia ipſam diuiſerit lōgitudine, maior minóre maius poteſt eo quòd ex ſibi incōmenſurabili longitudine. Et ſi maior minor maius potuerit, eo quòd ex ſibi incōmenſurabili, quartæ autē ipſius quod ex minore ęquū, ad maiorē comparatum fuerit deficiēs forma quadrata, in incommenſurabilia longitudine ipſam diſpeſcit.

THEON *ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & β γ, quarum maior ſit β γ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipſam β γ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub β δ, & δ γ. Incommenſurabilis autem eſto β δ, ipſi δ γ. Dico quòd β γ, quàm ipſa α maius poteſt, eo quòd à ſibi incōmenſurabili. Ipſis nanq; diſpoſitis ut in præmiſſa, ſimiliter demonſtrabimus, quòd β γ quàm ipſa α, maius poteſt eo quòd ex δ ε. Demonſtrandum igitur quòd incommenſurabilis eſt β γ, ipſi δ ζ longitudine. Quoniam enim incommenſurabilis eſt β γ ipſi δ γ, incommenſurabilis igitur eſt (per 16 decimi) β γ ipſi γ δ, longitudine. Sed ipſa δ γ commenſurabilis eſt utriq; & β ζ & δ γ ſimul, quia β ζ ipſi δ γ eſt æqualis, & β γ, igitur (per 13) ipſis β ζ & δ γ incommenſurabilis eſt, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζ δ, incommenſurabilis eſt, & β γ longitudine. Et ipſa β γ quàm α maius poteſt, eo quòd ex ζ δ. Igitur ipſa β γ, quàm α, maius poteſt eo quòd à ſibi commenſurabili longitudine. Poſſit iam rurſus β γ maius quàm α, eo quòd à ſibi incommenſurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipſam β γ comparetur deficiens forma quadrata, & eſto id quod ſub β δ γ. Demonſtrandum quòd incommenſurabilis eſt β δ ipſi δ γ longitudine. Eiſdem nanq; diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus, quòd ipſa β γ quàm α, maius poteſt eo quòd ex ζ δ. Sed iam (per hypotheſin) ipſa β γ, quàm α, maius poteſt eo quòd à ſibi incommenſurabili. Incommenſurabilis eſt igitur β γ ipſi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ β ζ & δ γ utriq; incommenſurabilis eſt β γ. Sed utraq; β ζ & δ γ, ipſi δ γ commenſurabilis eſt longitudine. Igitur (per 13 decimi) β γ ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine, quare & diuidendo β δ, ipſi δ γ incommenſurabilis eſt longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ ſequuntur: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 15.

15 OMnis ſuperficies rectangula, quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cōtinentes ſuperficiem rectangulā a c rationales in longitudine, dico ſuperficiem a c eſſe rationalē: deſcripto enim quadrato cuiuſuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d communicat in lōgitudine cū a b ex hypotheſi, eo quòd b c ſua æqualis, erit per primam partem decimę c d communicans a c. Cum ſit itaq; c d rationalis per diffinitionem, erit & a c rationalis: quod eſt propoſitū.

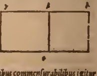


THEON. Lemma.

Quoniam oſtenſum eſt, quòd quæ longitudine cōmenſurabiles, *omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, ſed uidelicet, poſſunt & longitudine commenſurabiles eſſe & incommenſurabiles, manifeſtum eſt q. ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine, uerùm & potentia, quæ enim longitudine commenſurabiles, omnino & potētia. Si autē poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia, ſiquidem & longitudine dicitur etiā rationalis & ei cōmenſurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potētia, longitudine fuerit ei incommenſurabilis, dicitur ſic rationalis, potentia tantū cōmenſurabilis.* Procli ſcholion. *Rationales appellat, expoſitæ rationali longitudine & potentia commenſurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia uerò tantum cōmenſurabiles, & id propterea rurſus appellantur rationales, cōmenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cōmenſurabiles adinuicem uel non ſolum potentia, ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & ſi longitudine quidē, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicem ſunt commenſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Quod autem rationales commenſurabiles ſunt, hinc certū eſt. Quoniam enim rationales ſunt quæ expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ uerò idem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur ſunt commenſurabiles.*

Euclid ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 19.

Sub rationalib. longitudine cōmenſurabilib. rectis lineis iuxta aliquem prædictorū modorū comprehēſum rectangulū rationale eſt. 19



THEON ex Zamb. *Sub rationalibus enim lōgitudine commenſurabilibus rectis lineis $\alpha\beta$, & $\beta\gamma$, rectangulum comprehendatur $\alpha\gamma$. Dico q. $\alpha\gamma$, rationale eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex $\alpha\beta$, quadratum $\alpha\delta$, rationale igitur eſt $\alpha\delta$. Et quoniam commenſurabilis eſt $\alpha\beta$, ipſi $\beta\gamma$, longitudine, æqualis autem eſt $\alpha\beta$, ipſi $\beta\delta$, commēſurabilis eſt igitur $\beta\delta$, ipſi $\beta\gamma$ longitudine, eſtq; ſicut $\beta\delta$ ad $\beta\gamma$, ſic eſt $\delta\alpha$ ad $\alpha\gamma$. Commenſurabilis autem eſt $\beta\delta$ ipſi $\beta\gamma$, commenſurabile igitur & $\delta\alpha$, ipſi $\alpha\gamma$: rationale autem $\delta\alpha$, rationale igitur (per 11 decimi) eſt & $\alpha\gamma$. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit oſtendiſſe.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

CVm adiuncta fuerit lineæ in lōgitudine rationali ſuperficies rationalis rectāgula, latus eius ſecūdū erit in lōgitudine rationale, laterićq; primo in lōgitudine cōmēſurabile. 16



CAMP. Hæc eſt quaſi cōuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c adiūcta ad lineam a b rationalē in longitudine, fuerit rationalis, dico q. latus eius ſecundū quod eſt b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicans cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti, ſicut a d ad a c, ita eſt etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partē decimæ b d communicans cū b c, ergo cum b a ſua æquali. Sed b a, rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaq; propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 20.

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commenſurabilemq; ei ad quam comparatur longitudine. 20



THEON ex Zamb. *Rationale enim $\alpha\gamma$, ad rationalem iuxta aliquē prædictorum modorū $\alpha\beta$, comparetur, latitudinem efficiens $\beta\gamma$. Dico q. rationalis eſt $\beta\gamma$, & cōmenſurabilis ipſi $\beta\gamma$ longitudine. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex $\alpha\beta$, quadratū $\alpha\delta$. Rationale igitur (per 9 diffinitionis decimi) eſt $\alpha\delta$, rationale autē & $\alpha\gamma$, cōmenſurabile igitur (per cōuerſionē 10 diffinitionis) eſt $\delta\alpha$, ipſi $\alpha\gamma$. Eſtq; ſicut $\delta\alpha$ ad $\alpha\gamma$, ſic eſt $\delta\beta$ ad $\beta\gamma$: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) $\delta\beta$, ipſi $\beta\gamma$. Aequalis autem eſt $\delta\beta$, ipſi $\beta\alpha$, commenſurabilis igitur eſt $\alpha\beta$, ipſi $\beta\gamma$. Rationalis autem eſt $\alpha\beta$, rationalis igitur eſt (per conuerſionē 7 diffinitionis.)*

& $\beta\gamma$

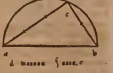
& β γ, & commenſurabilis ipſi β α, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, &, quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Subſequentes ex Campano proportionales 17 ſcilicet & 18 reſpondent 29 & 30 ex Zamberto infrà ſuo loco & ordine diſpoſitis.

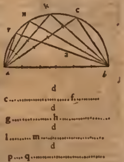
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commenſurabiles, quarum longior plus poſsit breuiori, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem, quæ ſit a b, ſuper quam deſcribo ſemicirculũ a c b, & ſumpto aliquo numero ut d e, diuido ipſum in duos numeros d f & f e, ita quòd ſit proportio d e ad d f. ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non ſit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d ad cuius quadratũ ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipſa reperiatur, in demonſtratione 5 dictum eſt. Hanc lineam inuentam quæ neceſſariò eſt minor a b, coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b, ſitque a c, & ſubtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b, eſſe quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij. angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadratum a b æquale eſt quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c eſt ſicut d e ad f per hypotheſin, erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per ultimam partem 7, conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per ſecundam partem ſeptimæ cõmunicat ſecum in longitudine, conſtat habitum eſſe propoſitum.



CAMPANI *annotatio.* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una potentior longior ſit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine, reperire, ſicut prius linea a b rationalis in longitudine, ſuper quam deſcribatur ſemicirculus a c b, ſumaturque numerus d quadratus, qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorum non quadratorum minimè ſit proportio ſicut aliquorũ numerorum quadratorum, tales autem numeri ultrò ſe offerunt, ut 36, qui eſt diuiſibilis in 25 & 11: itemque in 16 & 20, rurſuſque in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32, iſtorum uerò non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratũ. Eſto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, ſicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & cõſtat propoſitum: & ut prius demonſtratum eſt a b & b c eſſe duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoque diuidã d in g quadratũ & h nõ quadratũ, ſitque quadratũ lineæ a b ad quadratum lineæ a k, ſicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, ſi rurſus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur proportio



proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n, ſicut d ad l,m producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ſicut d ad p, & protracta fuerit linea r b erunt etiam duæ a b & b r, quales inquirimus. Sunt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea communicantes, quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine, conſtat propoſitum. Iſtud autem ſic probatur, patet enim ex præmiſsis, quòd quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k. eſt ſicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k, eſt ſicut numerus f ad numerum h: ſed nullus quatuor numerorum f, h m, k, ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum, quare per 3 partem ſeptimæ, duæ lineæ b c, b k, ſunt incommmenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

Zamb.30. DVas lineas in potentia tantũ rationales communicantes, quarum longior plus poſsit breuiori quantum quadratũ lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire. 18

CAMPANVS. In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quę in præmiſſa, hoc ſolum mutato quòd proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e, ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet, poſito d e, quotlibet numero quadrato diuiſo in duos numeros non quadratos, ut ſi d e ſit 9, & d f, 6, & f e 3, argumentando ut prius, hoc duntaxat excepto quòd a b & a c ſint incommenſurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



CAMPANI *additio*. Et ſciendum quòd duę lineæ quales hæc & præmiſſa docent inuenire, componunt binomium, & minori earum abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt dicitur reſiduum. Nota etiam quòd linęę tantum potentia rationales communicãtes, poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis, ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 25 pedum, & alia 24, ſunt rationalia potentia tantũ cõmunicantia. latus enim primæ ſuperficiei eſt 5, latus uerò ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales, ut latera tetragonica duarum ſuperficierum, quarum una ſit 24 pedum & alia 18, neutrius enim numeratur latus, ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ. Quòd ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales commmunicantes, quarum una ſit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, ſumatur talis numerus qui poſsit pluries ſic diuidi quòd ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquam aliarũ ſit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratum, ut 25 poteſt diuidi in 2 & 23: item in 5 & 20, & rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

OMnis ſuperficies quam continent duæ linęę potentialiter tantum rationales communicantes, eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis, eiusque latus tetragonicum, ſcilicet quod in eã poteſt, eſt irrationale, diciturq; linea medialis. 19

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b, b c, continentes ſuperficiem a c, rationales potentia tantum communicantes, quę qualiter reperiantur, ex præmiſſa & ante præmiſſam manifeſtum eſt, dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratũ b c, eritq; rationale per hypotheſin, eo quòd linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d, ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d quia ex hypotheſi nõ communicat cum ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10, ut etiam a c nõ communicet cum c d, quare per diffinitionem, ſuperficies a c eſt irrationalis, ideoq; & ſuum latus tetragonicũ eſt etiam irrationale. Dicitur autem

tem

tem hęc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipſam cõtinentium. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hę duę lineæ ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.



THEON. *Lemma.*

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.

Poſsit enim α, irrationalẽ aream, hoc eſt id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationale areæ. Dico quòd α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum. ſic enim in diffinitionibus: nõ eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, & reliqua: quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propoſitio 21.*

21 Sub rationalibus potẽtia tantum commenſuralibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, illudq́ potens irrationalis eſt, uocetur q́ media.

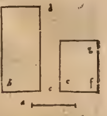
THEON ex Zamb. *Sub rationalibus enim potentia tantum commenſuralibus rectis lineis α β, & β γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, irrationale eſt, potensq; illud irrationalis eſt, & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ, rationale igitur eſt ipſum α δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine (potentia nanq; tantum ſupponuntur commenſurabiles) æqualis autem eſt α β ipſi β δ, incommenſurabilis igitur eſt & β δ, ipſi β γ longitudine. Eſtq; ſicut δ β ad β γ, ſic eſt α δ ad α γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uocetur q; media, eo quia ex ipſa quadratũ, æquale eſt ei quod fit ex α β, & β γ, & eo quia ipſa media (per ſecundam partem 17 ſexti) proportionalis eſt ipſis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 20.*

20 Cum adiũcta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundum potentialiter tantum erit rationale, laterique primo in longitudine incommenſurabile.

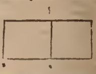
CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa pręmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq́ linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 ſexti, eritq́ ſuperficies ex b c in d ęqualis quadrato lineę a, per 16 eiuſdem: dico latus eius ſecundum quod eſt d c, eſſe rationale in potentia tantum, & incommenſurabile in longitudine lateri b c. Eritq́ ex pręmiſſa per diffinitionem lineæ medialis, ut linea a poſsit in aliquam ſuperficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ ſit ſuperficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq́ duę ſuperficies b d & e g per primam partem 13 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectangulę, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e, f: eo quòd quadrata utriuſque eorum ſunt rationalia ex hypotheſi, f g communicabit in potentia cum c d. Cùm igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoque quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia ſuperficies b d eſt irrationalis, ſicut ſua ęqualis e g, per pręmiſſam, ſequitur ut quadratum lineę c d non communicet cum ſuperficie b d. Et quia quadratum lineę c d ad ſuperficiem b d eſt per primam ſexti, ſicut c d ad c b, erit per ſecundam partem 10, ut c d non communicet cum b c. Quare cum b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi. erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis, Patet ergo propoſita concluſio.



THEON. Lemma.

Si binæ fuerint rectæ lineæ, eſt ſicut prima ad ſecundam, ſic quod à prima ad id quod ſub duabus rectis lineis.

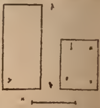
Sint binæ rectæ lineæ, ζε, εκ. Dico quòd eſt ſicut ζε, ad εκ, ſic eſt quod ex ζε, ad id quod ſub ζε, & εκ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex ζε, quadratum δκ, compleaturq; ζθ. Quoniam igitur eſt ſicut ζε ad εκ, ſic eſt ζδ ad ζκ, & eſt quidem ζδ, id quod fit ex ζε, at ζκ id eſt quod ſub δε, et εκ, hoc eſt quod ſub ζε, et εκ, eſt igitur ſicut ζε ad εκ, ſic quod ex ζε ad id quod ſub ζε, et εκ, ſimiliter quoq; et ſicut quod ſub κε, et εζ ad id quod ex εζ, hoc eſt ſicut κδ ad δζ, ſic εκ ad εζ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 22.

Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommenſurabilem. 22

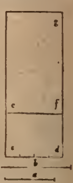
THEON ex Zamb. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ.* Dico quòd rationalis eſt γδ, et incommenſurabilis ipſi γβ longitudine. *Quoniam (per 21 decimi) α media eſt, aream poteſt comprehenſam ſub rationalibus potentia tantū commenſurabilibus, poſſit ipſam ηζ, poteſt autem & βδ, æqualis igitur eſt βδ, ipſi ηζ, eſt autem & ei æquiangula. Aequalium autē & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, proportionaliter igitur eſt ſicut βγ ad εη, ſic εζ ad γδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut id quod ex βγ ad id quod ex εη, ſic eſt id quod ex εζ ad id quod ex γδ. Commenſurabile autem eſt (per hypotheſin) quod ex βγ, ei quod ex εη. Rationalis enim eſt utraq; ipſarum. Commenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & quod ex γδ ei quod ex γδ. Rationale autem eſt quod ex εζ, rationale igitur et quod ex γδ, rationalis igitur eſt γδ. Et quoniam incommenſurabilis eſt εζ, ipſi εη longitudine (potētia enim tantum ſunt commenſurabiles) ſicut autem εζ ad εη, ſic (per lemma præcedens) quod ex εζ ad id quod ſub εζ, & εη, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex εζ, ei quod ſub ζε, & εη. Sed ei quidem quod ex εζ commenſurabile eſt ei quod ex γδ, rationales enim ſunt potentia, ei autem quod ſub ζε, & εη, commenſurabile eſt id quod ſub δγ, & γβ, æqualia enim ſunt ei quod ex α. Incommenſurabile igitur eſt (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod ſub δγ, & γβ. Sicut autem quod ex γδ ad id quod ſub δγ, & γβ, ſic (per lemma præcedens) eſt δγ ad γβ. Incommenſurabilis igitur eſt δγ, ipſi γβ longitudine. Rationalis igitur eſt γδ, et ipſi γβ longitudine commenſurabilis. quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.

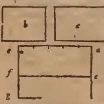
OMnis linea communicans mediali, eſt medialis. 21

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineę a: & item ſuperficies e g ęqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſæ demonſtratione dictum eſt. Eritq; per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantū, & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primā ſexti e g ad c f, ſic f g ad d f, communicat autem e g cū c f eo quòd quadratum b, communicat cum quadrato a per hypotheſin, quib quadrans dictæ ſuperficies poſitæ ſunt æquales, ſequitur per primam partem decimæ ut linea f g cōmunicet cū linea d f, quare f g eſt rationalis in potentia tantum, ſicut eſt d f. & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cū linea d f ſibi cōmunicans ſit incōmenſurabilis eidē e f, eo quòd ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8. quòd ſi fuerint duę quantitates communicantes, unicuiq; una earum nō communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis, & eius latus tetragonicum, quod eſt b mediale: quod eſt propoſitum.



CAMPANI additio. Similiter quoque omnis ſuperficies communicans ſuperficiei mediali, medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies

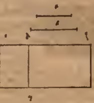
cies a medialis. cui ponatur ſuperficies b eſſe communicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungaturq́ ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea e f, ad quam ſic ſe habeat unum ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea e d ſe habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter repetiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq́ ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Item'que eodem modo ad lineam e f adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaque per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypotheſi, erunt quoq́ e c & e g eis æquales communicantes, itaque per primam ſexti & per primam partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incommenſurabilis in longitudine: quare per 19 ſuperficies e g erit medialis, cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g, erit quoque b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quòd omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ e f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum. & non communicans c d in longitudine, itaque per 19 d g eſt medialis. Eodemq́ modo ſi ſint plures.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 23.*

21 Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.

THEON *ex Zamb. Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quòd & β media eſt. Exponatur enim rationalis γ δ, et ei quod ex α ſit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipſam ε δ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) ε δ, incommenſurabilisq́; ipſi γ δ longitudine, ei autem quod eſt β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod eſt β. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt ε γ: ei autem quod ex β, æquū eſt, γ ζ. Commenſurabile igitur eſt ε γ ipſi γ ζ, eſtq́; ſicut ε γ ad γ ζ, ſic eſt ε δ ad δ ζ. Commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε δ ipſi δ ζ longitudine. Rationalis autem eſt ε δ, & ipſi δ γ incommenſurabilis longitudine. Rationalis igitur eſt & δ ζ & ipſi δ γ longitudine incommenſurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq́; media, potens igitur id quod ſub γ δ, & δ ζ, media eſt, poteſtq́; β quod ſub γ δ & δ ζ ſit, media igitur eſt β: quod erat oſtendendum.*



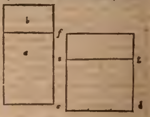
CORREL. *Hinc igitur eſt manifeſtum, quòd mediæ areæ rationali commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. Similiter autem eis quæ de rationalibus & medijs dicta ſunt, ſequitur ut mediæ longitudine commenſurabilis, media apelletur, eiq́; commenſurabilis, non tantum longitudine, ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine commenſurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commenſurabiles potentià tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 OMnis differentia qua abūdat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur. *Zamb. 26*

CAMPANVS. Sit utraq; duarum ſuperficierum a b & a, medialis: dico quòd ſuperficies b quæ eſt earū differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e ęqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b, & d e æqualis a, erit per cōceptionē g f ęqualis b. Si itaq; ſuperficies b nō eſt irrationalis, ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cum linea e g ſit rationalis in longi

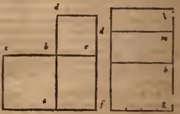
tudine ſicut ſua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineę e g, per 20 autem eſt utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tãtum rationalis, & lineæ c d incommenſurabilis in longitudine: itaq; e f linea eſt incommenſurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt, ſicut e f ad c e, ſequitur per ſecundam partem decimæ, ut quadratum lineę e f ſit incommenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipſum quadratũ erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum ſit rationale, eſt communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpoſitum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4. ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incommenſurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, ſequitur per ea quæ addita ſunt in 5, ut quadratum c f ſit incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis ſit rationale, ſequitur quadratum lineæ c f non eſſe rationale, & ideo linea c f non eſt rationalis in potentia, & idcirco non erit ſuperficies d f medialis, neque a b ſibi æqualis, quod eſt inconueniens, cum ſit contrarium poſitis. Relinquitur igitur quòd ſuperficies b, eſt irrationalis: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

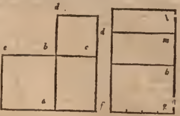
OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potẽtialiter tantum communicantes, aut rationalis eſt, aut medialis. 19

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd ſuperficies a c ab eis contenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: eruntq; ex hypotheſi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quæ ſit rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres ſuperficies f h, h k, & k l continuè proportionales, ſicut ſunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam ſexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum, continuè proportionales. Et cum ſuperficies f h & k l ſint communicantes ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, ſequitur per primam ſexti & decimam huius, ut linea g h ſit communicans cum l m, utraq; autem earum eſt rationalis, in potentia per 20 huius: igitur ſuperficies unius earum in alteram eſt rationalis: omnis enim ſuperficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, communicantes in longitudine, neceſſariò eſt rationalis, ut patet ex prima ſexti & prima parte decimę huius, & ex diffinitione ſuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in longitudine ſibi communicans lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, erit, per 15 ſuperficies h k rationalis, ideo'que & ſua æqualis a c. Si autem h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m, quæ eſt æqualis lineæ f g, cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia, eo quòd ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h k medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



Zamb. 24 CAMPANI *annotatio.* Et nota quòd ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in lõgitudine communicans

municantes,eſſet ſuperficies a c medialis tantum,eſſet enim ſuperficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin,& per 10 huius, & ideo ſuperficies h k æqualis a c,eſſet communicans utrique ſuperficiei f h & k l, igitur per primam ſexti & 10 huius linea h m eſſet communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potentia tantum, non communicantes in longitudine lineæ f g, eſſet quoque h m rationalis in potentia tantum, non communicans in longitudine lineę f g. quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tantum,& ideo etiam a c ſibi ęqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales,neque in longitudine neque in

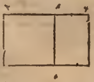


potentia communicantes,ſuperficies a c neque eſſet rationalis neque medialis: ſi enim ſic eſſet, ſcilicet quòd duæ lineæ a b & b c eſſent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes,eſſent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ ſuperficies f h & k l eis æquales quoque eſſent incommunicantes,quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommenſurabiles per primam ſexti,& per ſecundam partem decimi. Et quia utraque earum eſt rationalis tantum in potentia,per 20 eſſet ſuperficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineę h m ſit æquale dictę ſuperficiei,quæ fit ex g h in m l,per primam partem 16 ſexti eſſet per 19 linea h m linea medialis,per 15 ergo non eſſet ſuperficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c.

Præcedentes duæ ex Campano propoſitiones,ſcilicet 22. & 23. tribus ex Zamberto ſequentibus, uidelicet 24. 25. & 26. inuerſo ordine reſpondent,22. nanque ex Campano,26. ex Zamberto,26.autem ex Campano,cum additione,24.& 25. ex Zamberto reſpondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 24.*

24 Sub medijs longitudine commenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, medium eſt.



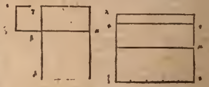
THEON ex Zamb. *Sub medijs enim longitudine commenſurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ, dico quòd α γ medium eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur eſt α δ. Et quoniam commenſurabilis eſt α β ipſi β γ longitudine, æqualis autem eſt α β ipſi β δ, commenſurabilis igitur eſt δ β ipſi β γ longitudine. Quare & δ α ipſi α γ (per correlarium 23 decimi) commenſurabile eſt: medium autem & δ α, medium igitur & α γ: quod oportebat oſtēdere.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 25.*

25 Sub medijs potentia tantum commēſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum,aut rationale aut medium eſt.

THEON ex Zamb. *Sub medijs potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ. Dico quòd α γ, aut rationale, aut medium eſt. Deſcribantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium eſt igitur utrunque ipſorum α δ & β ε. Exponaturque rationalis ζ η ipſique α δ æquum ad ζ η comparetur (per 43 primi) rectangulum parallelogrammum η θ, ipſam latitudinem efficiens ζ θ. Ipſi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulū parallelogrammum μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et inſuper (per eandem) β ε æquum ſimiliter ad κ ν cōparetur ν λ, ipſam latitudinē efficiēs κ λ. In rectas lineas igitur ſunt ζ θ, θ κ, & κ λ, & quoniā utrūque ipſorū α δ & β ε medium eſt, eſtque æquale α δ, ipſi η θ, & β ε ipſi ν λ, mediū igitur eſt & utrūque ipſorū η θ, ν λ, et ad rationalē ζ η com-*

parata ſunt. Rationalis igitur eſt (p 22 decimi) utraq; ipſarũ ζθ & κλ, & incõmenſurabilis ipſi ζγ, lõgitudine. Quoniã igitur commeſurabile eſt α δ ipſi ϐε, cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & κθ ipſi νλ, eſtq; ſicut κθ ad λν, ſic (per 1 ſexti) eſt ζθ ad κλ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per eandẽ 11) ζθ ipſi κλ longitudine. Ipſæ igitur ζθ, κλ, rationales ſunt longitudine commẽſurabiles. Rationale eſt igitur (per 19 decimi) quod ſub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis eſt quidem δβ ipſi βα, & ξβ ipſi βγ, eſt igitur ſicut δβ ad βγ, ſic eſt αβ ad βξ. Sed ſicut quidem δβ ad βγ, ſic eſt (per 1 ſexti) & per 11 quinti) δα ad αγ, ſic ut autem αβ ad βξ, ſic eſt αγ ad γξ, eſt igitur ſicut δα ad αγ, ſic eſt αγ ad γξ, æquum autem eſt α δ ipſi κθ, & αγ ipſi μκ, & γξ ipſi νλ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut κθ ad μκ ad νλ, eſt

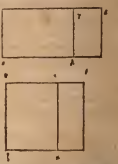


igitur ſicut & ζθ ad ipſam θκ, ſic eſt θκ ad ipſam νλ. Igitur quod ſub ζθ, κλ, æquum eſt ei quod fit ſub θκ. Rationale autem eſt quod ſub ζθ, ζλ, rationale igitur eſt & quod ex θκ. Rationalis eſt igitur (per 19 decimi) ipſa θκ, & ſiquidem commenſurabilis eſt ipſi θμ, hoc eſt ipſi ζο longitudine, rationale eſt (per 22 decimi) ipſum νθ. Si autem incõmenſurabilis eſt ipſi ζκ longitudine, ipſæ θκ & θμ rationales (per 22 decimi) potentia ſolum commenſurabiles, medium igitur eſt θν. Igitur θν aut rationale eſt aut medium, æquum autem eſt θν ipſi αγ, igitur αγ uel rationale, uel medium eſt. Sub medijs igitur potentia tantum commenſurabilibus, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. *Propoſitio 26.*

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zãb. *Si enim poſſibile, medium αβ, medium αγ excedat rationali δβ, ponaturq; rationalis εζ, ipſiq; αβ æquum ad εζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ζθ, latitudinem efficiens εθ: ipſi autem αγ æquum auferatur ζι, reliquum igitur βδ (per tertiam communem ſententiam) reliquo κθ eſt æquale. Rationale autem eſt δβ, rationale igitur eſt & κθ. Quoniam igitur medium eſt utrunque ipſorum αβ, αγ, eſtq; αβ ipſi ζθ æquale (per correlarium 23 decimi) at αγ ipſi ζκ, medium igitur eſt utrunq; ipſorum ζθ, ζκ, & ad rationalem εζ comparata ſunt. Igitur rationalis eſt utraq; ipſarum θε & εκ, & incommenſurabilis ipſi εζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale eſt δβ, eſtq; ipſi κθ æquale rationale, igitur eſt & κθ, ad rationalemq; εζ comparatum eſt, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) κθ, & ipſi εζ longitudine commenſurabilis. Sed εκ rationalis eſt, & ipſi εζ longitudine incommenſurabilis: incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) εκ ipſi κθ longitudine, eſtq; ſicut εκ ad κθ, ſic*



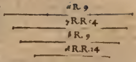
quod ex εκ ad id quod εκ & κθ. Incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex εκ, ei quod ſub εκ & κθ. Sed ipſi quidem quod ex εκ, commenſurabilia ſunt quæ ex εκ & κθ, κθ quadrata, rationalia etenim utraq; ei autem quod ſub εκ & κθ commenſurabile eſt (per 13 decimi) id quod bis ſub εκ & κθ, duplum nanq; eſt illius. Incommenſurabilia ſunt (per 16 decimi) quæ ex εκ & κθ, ei quod bis ſub εκ & κθ, & utraq; igitur ſimul quæ ex εκ & κθ, & quod bis ſub εκ & κθ, & quod eſt id quod ex εθ (per 4 ſecundi) incommenſurabile eſt eis quæ ex εκ & κθ. Rationalia autem ſunt quæ ex εκ & κθ (per diffinitionem.) Irrationale igitur eſt quod ex εθ, irrationalis igitur eſt εθ, ſed & rationalis, quod eſt impoſſibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat oſtendendum.

Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano reſpondentes habent.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 27.*

Medias inuenire potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes. 27

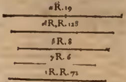
THEON ex Zamb. *Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles αϐ, ſumanturq; (per 13 ſexti) ipſarũ α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Et quoniam ipſæ α, β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, igitur quod ſub α, β, hoc eſt quod ex γ fit (per 22 decimi) medium eſt, media igitur eſt γ. Et quoniam eſt ſicut α ad ϐ, ſic γ ad δ, ipſæ autem α, β, potentia tantum*



tantum ſunt commenſurabiles, & γ, δ, igitur (per 12 decimi) potentia tantum ſunt commenſurabiles, eſtq́; γ media, media igitur eſt (per 23 decimi) & δ. Ipſæ igitur γ, δ (per conſtructionẽ) mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Dico quòd & rationale cõprehendunt. Quoniã enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ad γ, ſic eſt β ad δ. Sed ſicut α ad γ, ſic γ ad β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, ſic β ad δ, igitur quod ſub γ, δ, æquũ eſt ei quod ex β. Rationale autem eſt quod ex β. Rationale igitur eſt quod ſub γ, δ. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 28.

28 Medias comperire potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes.



THEON ex Zãb. Exponãtur enim tres rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles, α, β, γ, ſuſcipiaturq́; (per 13 ſexti) ipſarũ α, β, media proportionalis δ. Fiatq́; (p 12 ſexti) ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Quoniã enim α, β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, igitur (p 21 decimi) quod ſub α β, hoc eſt id quod ex δ, medium eſt: media igitur eſt δ. Et quoniã β, γ, potentia ſolum ſunt cõmenſurabiles, eſtq́; ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, ipſæ igitur δ, ε (per 11 decimi) potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, media uerò eſt δ, & igitur ε. Igitur ipſæ δ, γ, mediæ ſunt potentia tantũ commẽſurabiles. Dico q; & medium comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut β ad δ, ſic eſt γ ad ε. Sicut autem β ad δ, ſic δ ad α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, ſic γ ad ε. Quod igitur ſub α, γ, (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub δ, ε, medium autem quod ſub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod ſub δ ε. Inuẽtæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes: quod fecisse oportuit.

THEON. Lemma.

Cõperire duos q̃dratos numeros, ut ex eis cõpoſitus ſit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, ſintq́; aut pares, aut impares. Et quoniam ſi à pari par auferatur, & ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, ſi igi- α...... δ ..... γ........β tur ab α β pari par β γ, aut ab impari α β, impar β γ auferatur, reliquus α γ par eſt. Secetur α γ biſariam in δ, ſint autẽ ipſi α β, β γ, aut ſimiles plani, aut quadrati, qui & ipſi ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus eſt (per 6 ſecundi) ei qui ex β δ quadrato, eſtq́; quadratus qui ſub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compoſiti, β δ quadratum conficiunt.

CORREL. Ac manifeſtũ quòd inuenti ſunt rurſus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorum exceſsus qui ſub α β, β γ, eſt quadratus, quando ipſi α β, β γ, ſimiles fuerint plani. Quando autẽ non fuerint ſimiles plani, inuenti ſunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum exceſſus qui ſub α β & β γ non eſt quadratus. Lemma præcedentis oppoſitum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cõpoſitus nõ ſit quadratus. Sint enim α β, β γ, ſimiles plani ut qui ſub α β, β γ (p 1 noni) ſit quadratus, ſitq́; par γ α, ſeceturq́; γ α biſariam in δ. Manifeſtum iam eſt quòd qui ſub α β, β γ, quadratus α.. η .. θ . δ . ε . ζ ... γ........β unà cũ eo qui ex γ δ quadrato, æquus eſt ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui ſub α β et β γ unà cum eo qui ex γ ε, minor eſt eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur q; qui ſub α β, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ε, non eſt quadratus. Si enim eſt quadratus, uel eſt æqualis ei qui ex β ε, uel eo minor. Maior aũt non erit, cũ qui ſub α β, β γ, quadratus unà cũ eo qui ex γ δ quadrato, hoc eſt qui ex β δ, primus ſit maiorũ quadrato qui ex β ε, unitas enim non ſecatur: maior autem eſt eo qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipſo γ ε unitate maior. Sit autẽ (ſi poſsibile eſt) prius qui ſub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, ſitq́; ipſius δ ε unitatis duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus eſt, quorum α η ipſius δ ε eſt duplus, & reliquus igitur (per 7 ſeptimi) η γ reliqui ε γ duplus eſt, biſariam igitur ipſe γ η, diuiſus eſt in ε. Igitur qui ſub η β & β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ex β ε quadrato. Sed qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus ſupponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui ſub η β, β γ igitur unà cũ eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε. Cõmuni igitur ſublato eo qui ex γ ε, η β ducitur α β æqualis ipſi η β, quod eſt impoſsibile. Qui ſub α β, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ε, æquus nõ eſt ei

Græcus ſic habet: Maior autem nõ erit, ne ſcilicet ſecetur unitas, et ne qui ſub α β, β γ unà cum eo qui γ δ, qui eſt ipſius δ β quadratus, æquus ſit ei qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε. ουνάγεται, colligitur.

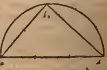
qui ex β ε. Dico iam q̃ nec minor ei ex β ε. Si enim poßibile, ſit ei qui ex β ζ æqualis, et ipſius δ ζ duplus ponatur θ α. & Conducaturq; duplus rurſus θ γ ipſius γ ζ, et quod ipſe θ γ bifariã ſectus eſt in ζ, ac per hoc is qui ſub θ β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε eſt æqualis et qui ex β ζ. Conducetur igitur qui ſub α β, β γ unà cum eo qui ex γ ε æqualis ei qui ex θ β & η γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod abſurdũ eſt. Igitur qui α .. ε .. θ . δ . ε . ζ ... γ .... β ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus non eſt minori eo qui ex β ε, patuit autẽ q̃ neq; ei qui ex η ε, neq; eo maiori. Igitur qui ſub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, quadratus nõ eſt. Cum autẽ ſit poßibile & pluribus modis prædicta oſtendere, ſufficiãt nobis tamen prædicta, ne materia longior exiſtens longius protrahatur.

συνεχθέντα colligetur

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 29.

Camp. 17

Cõperire binas rationales potẽtia tantũ commenſurabiles, ut maior minore maius poſsit, eo quod ex cõmenſurabili ſibi lõgitudine. 29

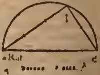


THEON ex Zamb. Exponatur enim quædã rationalis α β, & bini quadrati numeri γ δ, δ ε, ut ipſorum reſiduus γ ε non ſit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) & ſuper α β deſcribatur ſemicirculus α ζ β. Fiatq; ſicut (per correlariũ 6 decimi) δ γ ad γ ε, ſic quòd ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ η. Quoniam igitur eſt ſicut quod ex β α ad id quod eſt α ζ, ſic γ δ ad γ ε, igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationẽ quã numerus γ δ ad numerũ γ ε. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autẽ quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur eſt & α ζ. Et quoniã δ γ ad γ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Igitur α β (per 9 decimi) ipſi α ζ longitudine incõmenſurabilis eſt. Ipſæ igitur α ζ, α β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniã eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti), ſicut γ δ ad δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex η ζ. At γ δ ad δ ε eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α β ad β ζ lõgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ζ & ζ η. Igitur α β ipſa α ζ maius poteſt ipſa η ζ ſibi commenſurabili. Inuentæ igitur ſunt binæ rationales potentia tantum commenſurabiles η α & α ζ, ut η maior ipſa α ζ maius poßit, eo quod ex ζ η ſibi longitudine commenſurabili: quod facere oportebat.

Camp. 18

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 30.

Cõperire binas rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ut maior minore maius poſsit eo quod fit à ſibi longitudine incõmenſurabili. 30

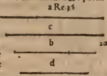


THEON ex Zib. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ε & ε δ, ut ex eis cõpoſitus γ δ non ſit quadratus (per lemma ſecundum 28 decimi.) Deſcribaturq; ſuper α β, ſemicirculus α ζ η, fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut δ γ ad γ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex α ζ, connectaturq; ζ β. Similiter iam oſtendemus ſicut in præcedenti, quòd ipſæ β α & α ζ rationales ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles. Et quoniam eſt ſicut δ γ ad γ ε, ſic eſt quod ex β α ad id quod ex α ζ, cõuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ δ ad δ ε, ſic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, nec igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationẽ habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerũ. Incommẽſurabilis igitur eſt α β ipſi β ζ lõgitudine, poteſtq; α β, quã ipſa α ζ maius eo quod ex β ζ ſibi incõmẽſurabili. Ipſæ igitur α β, β ζ, rationales ſunt potentia tãtũ cõmenſurabiles, & α η q̃ ipſa α ζ maius poteſt quod ex ζ β ſibi longitudine incõmenſurabili: quod feciſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Prop. 24.

DVas lineas mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes, ſuperficiemq́; rationalẽ continẽtes, quarũ longior ſit potẽtior breuiore, augmẽto quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, inuenire. 24 CAMPANVS. Cum omnes duæ lineę mediales potentia tantũ communicantes, cõtineant ſuperficiẽ rationalẽ aut medialẽ, ut ex præmiſſa patet, docet inuenire eas duas quæ cõtinent ſuperficiẽ rationalẽ & eas quæ medialẽ. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantũ communicantes, quarum longior

poſsit

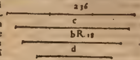
poſsit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine, quę con
tineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b poten-
tia tantum rationales communicantes, quarum longior quæ ſit a
poſsit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecũ
communicantis in longitudine, & ponam lineam c ſecundum do
ctrinam 9 ſexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam
ut ſit proportio a ad b, ſicut c ad d. quod qualiter fiat, in 10 ſexti di 20
ctum eſt. Dico tunc duas lineas c & d, eſſe quas quærimus. Patet
enim ex 19. quod ſuperficies quam cõtinent duæ lineæ a & b, eſt
medialis. Et quia per primam partem 16 ſexti, quadratum lineæ c
eſt dictæ ſuperficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem ſit a ad b, ſicut c ad d & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi, quia tam a quàm b rationalis eſt in potẽtia, ſequitur per 10 quód c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21, cũ c ſit linea medialis, erit etiam d medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d, contineãt ſuperficiẽ rationalem, ipſæ ſunt quales inquirimus. Eas autẽ continere ſuperficiem rationalem, ſic habeto. Cũ ſit a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſed erat a ad c, ſic c ad b, igitur eſt c ad b, ſicut b ad d: itaq; per primam partẽ 16 ſexti, ſuperficies quã continent duæ lineæ c & d, eſt æqualis quadrato b: eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin, cum ipſa ſit rationalis in potẽtia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, eſt rationalis: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio* 25.

35 DVas lineas mediales potentia tantũ communicantes, ſuperficieḿq; rationalẽ continentes, quarũ longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommenſurabilis, inuenire.

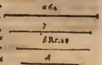
CAMPANVS. Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum longior poſsit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18 cæteriſq; poſitionibus manentib. ſicut in pręmiſſa, argumẽtando modo conſimili, patebit duas lineas c & d. eſſe quales quærimus. Et nota quód duæ lineę quas hęc & præmiſſa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minor earum abſciſſa de maiori: quę reliqua eſt dicitur reſiduum mediale primum.



Euclid. ex Zamb. *Problema* 8. *Propoſitio* 31.

31 Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius poſsit, eo quod fit à ſibi longitudine commenſurabili.

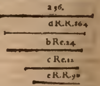
THEON ex Zamb. *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, ut α maior exiſtens, ipſa β minore maius poßit, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili, & ei quod ſub α β, comprehenditur æquum eſto id quod ex γ. Medium autem eſt quod ſub α β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi) quod ſub γ, media igitur eſt γ (per 21 decimi) Ei uerò quod ex β, æquum eſto quod ſub γ δ. Rationale autem eſt quod ex β, rationale igitur & quod ſub γ δ. Et quoniam (per 1 ſexti) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt quod ſub α β, ad id quod ex β, ſed ei quidem quod ſub α β, æquum eſt id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum eſt quod ſub γ δ, ſicut igitur α ad β, ſic quod ex γ ad id quod ſub γ δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod ſub γ δ, ſic eſt γ ad δ: & ſicut igitur α ad β, ſic γ ad δ. Commenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α ipſi β potentia tantum: commenſurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipſi δ potentia tantum. At γ, media eſt, media igitur eſt (per 23 decimi) & δ. Et quoniam eſt ſicut α ad β & γ ad δ, at α ipſa β maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & γ igitur ipſa δ maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles γ δ, rationale comprehendentes, & γ ipſa δ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Similiter uerò oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando β maius poterit eo quod fit ex ſibi incommenſurabili: quod facere oportuit.* Camp. 35.



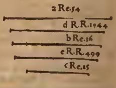
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

DVas lineas mediales potentia tantũ communicantes ſuperficiemq́ꝫ medialẽ continentes, quarũ longior breuiore tanto amplius poſsit, quantum eſt quadratũ alicuius lineę incõmenſurabilis ipſi lõgiori in lõgitudine, inuenire. 16

CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potẽtia tantum communicantes, ſuperficiemq́ꝫ rationalem continẽtes, quarum longior plus poſsit breuiori in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, & ſecum incommenſurabilis in longitudine: nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemq́ꝫ medialem continẽtes, quarum longior ſit potẽtior breuiori in quadrato lineæ non ſecum commenſurabilis, ſed ſolum ſibi incommenſurabilis in longitudine, illud enim facilè habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis, & in ea ſolũ communicantes, ſitq; a potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 ſexti, & ſit d ad e, ſicut a ad c, dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cùm ſit enim quadratum lineæ d ęquale ſuperficiei quę continetur ſub a & b per primam partem 16 ſexti, ſitq; ſuperficies contenta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantũm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c, ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypotheſi, ſequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incommẽſurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Si igitur duę lineę d & e contineant ſuperficiem medialem, conſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autem continere ſuperficiẽ medialem, ſic habetur. Cũ ſit ex hypotheſi a ad c, ſicut d ad e, erit permutatim a ad d, ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin, itaq; d ad b, ſicut c ad e, igitur per primam partem 12 ſexti ſuperficies quam continent d & e, eſt ęqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent ſuperficiem medialem per 19, cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum communicantes ex hypotheſi, itaq; d & e continent ſuperficiem medialem: quod eſt propoſitũ.



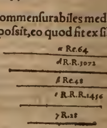
CAMPANVS. Si autem cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemque medialem continentes, quarum longior eſſet potentior breuiori quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine, ſumeremus tres lineas ſecundum doctrinã 27 a b c, potentia tantum rationale, & in ea ſolum cõmunicantes, & poneremus lineam a eſſe potentiorem linea c, quadrato alicuius lineę ſibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, & argumentatione conſimili concluderemus, duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. Et nota quòd duę lineę quas hæc 16 docet inuenire, componunt bimediale ſecundum, & minori earũ abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt: dicitur reſiduũ mediale ſecundũ.



Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 32.*

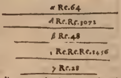
Inuenire duas medias potentia tantum commenſurabiles mediũ comprehendentes, ut maior minore maius poſsit, eo quod ſit ex ſibi comm[illegible]nſurabili. 32

THEON ex Zamb. *Exponantur tres rationales potentia tantum commenſurabiles α β γ, ut α (per 29 decimi) ipſa γ maius poßit eo quod ex ſibi commenſurabili, & ei quidem quod ſub α β, æquum ſit (per 13 & 17 ſexti) quod ex δ, medium aũt eſt quod ſub α β, medium igitur (per eandem) quod ex δ, & δ igitur media eſt. Ei autem quod ſub β γ, æquum eſto quod ſub δ ε. Et quoniã (per 1 ſexti et lẽma 21 decimi) ſicut quod ſub α β ad id quod ſub*



β γ, ſic

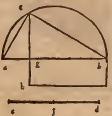
β γ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub α β, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub β γ, æquum eſt id quod ſub δ ε, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δ ε. Sicut autē quod ex δ ad id quod ſub δ ε, ſic eſt δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ε. Commenſurabilis autem eſt α, ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ε potentia tantum. Media autem eſt δ, media igitur (per 23 decimi) eſt & ε. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, & α quàm γ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex ſibi cōmenſurabili (per 14 decimi) Dico inſuper quod comprehenſum ſub δ ε, medium eſt. Quoniā enim æquum eſt quod ſub β γ, ei quod ſub δ ε, medium autem quod ſub β γ, medium igitur (per correlarium 23) & quod ſub δ ε. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commenſurabiles δ ε, medium comprehendentes, ut maior minore maius poſſit, eo quod fit ex ſibi commenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incōmenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit, eo quod fit ex ſibi incommenſurabili: quod facere op[ortuit].



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 **D**Vas lineas potentialiter incommēſurabiles ſuperficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.

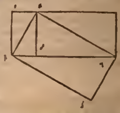
CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommēſurabiles tam in potentia quàm in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem. & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalē. Ad hæc autem ſumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cōmunicantes, quarum longior quæ ſit a b, ſit potentior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incōmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculum a e b Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pūctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictū eſt Et pono quòd ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq; ex prima parte 16 ſexti quadratum c f, æquale ſuperficiei b h. Et quia quadratum c f, eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecūdi. & quia ſuperficiei b h deeſt ad complēdam lineā a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potentior eſt linea c d, quadrato lineę ſibi incommenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incommenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem ſuper lineam a b uſq; ad circunferentiam ſemicirculi, quę ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primam partem correlarij 8 ſexti, ſecunda uerò per hypotheſin, propter quod quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartam ſexti proportio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e: ſunt autem a g & g e, & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b. quare per 18 ſexti, erit quadratum lineę a e ad quadratum lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cùm ſit igitur a g in communicans g b erit per ſecundam partem 10 quadratum a e incommunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incommenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b eſt æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b eſt rationale, cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duæ lineæ cōtinent ſuperficiē medialem. habitū eſt propoſitū. Erat aūt c d rationalis in potentia & in ea tantū cōmunicans lineæ a b, quare & c f & ideo etiā g e ſibi æqualis erit potētia rationalis, & tantum in eadē communicans cū a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primam partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b, eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus. Et nota quòd duæ lineę quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineā maiorem & minori earum abſciſſa de maiori: quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.



THEON.

THEON. Lemma.

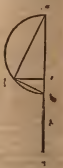
THEON ex Zamb. Eſto triangulum rectangulum α β γ, rectum habẽs qui ſub β α γ, exciteturq́; (per 11 primi) perpẽdicularis α δ. Dico q́, ſub γ β & β δ, æquũ eſt ei quod ex β α: quod uerò ſub β γ, γ δ, ei q́, ſub γ α: quod autem ſub α β & δ γ, æquũ eſt ei quod ex α δ: & inſuper id quod ſub β γ, α δ, æquũ eſt ei quod ſub β α & α γ. In primisq́;, q́, id quod ſub γ β & β δ, æquũ eſt ei quod ex α β. Quoniã enim in rectangulo triãgulo β α γ, ab angulo recto in baſin, perpẽdicularis ducta eſt α δ, igitur (per 8 ſexti) triangulũ α β δ, & α δ γ, ſimilia ſunt toti α β γ, & ſibi inuicem. Et quoniã triangulũ α β γ, ſimile eſt triangulo α δ β, eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic eſt α β ad β δ. Igitur quod ſub γ β & β δ, æquum eſt ei quod ex α β. Id propterea iã quod ſub β γ & γ δ, æquũ eſt ei quod ex α γ. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpẽdicularis excitetur, excitata baſis ſegmentorũ media proportionalis eſt (per correl. 8 ſexti) eſt igitur ſicut β δ ad δ α, ſic eſt α δ ad δ γ. Igitur (per 17 ſexti) quod ſub β δ, δ γ, æquũ eſt ei quod ex δ α. Quo autem q́, & id quod ſub β γ & α δ, æquũ eſt ei quod ſub β α & α γ. Quoniã enim ut diximus α β γ, ſimile eſt ipſi α γ δ, eſt igitur ſicut β γ ad α γ, ſic β α ad α δ. Si fuerint aũt quatuor rectæ lineæ proportionales, quod ſub extremis (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub medijs, quod igitur ſub β γ, α δ, æquum eſt ei quod ſub β α, α γ. Vel etiã quando deſcribimus ε γ rectangulum parallelogrammũ, complebimusq́; α ζ, æquũ erit (per 41 primi) ε γ ipſi α ζ, utrunq; enim eorũ, ipſius α β γ trianguli duplũ eſt, eſtq́; quod ex β α, α γ, id quod ſub β γ, α δ, ipſũ aũt α ζ eſt id quod ſub β α & α γ. Quod igitur ſub β γ, α δ, æquũ eſt ei quod ſub β α & α γ.



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 33.

Inuenire binas rectas lineas potentia incommenſurabiles, conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipſis rationale, quod uerò ſub ipſis medium. 33

THEON ex Zamb. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, ut maior α β, minore β γ maius poſſit, eo quòd ex ſibi incommenſurabili. Seceturq́; (per 10 primi) β γ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipſarũ β δ, δ γ (per 16 ſexti) æquum ad ipſam α β comparetur parallelogrammum deficiẽs forma quadrata, ſitq́; quod ſub α ε, ε β. Deſcribaturq́; ſuper α β ſemicirculus α ζ β, exciteturq́; (per 11 primi) ipſi α β ad angulos rectos ε ζ, cõnectanturq́; α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt inæquales α β, β γ, & α β ipſa β γ maius poteſt, eo quòd α ſibi incõmenſurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipſa β γ, minore, hoc eſt ab eius dimidio, æquum ad ipſam α β parallelogrãmum comparatum eſt deficiens forma quadrata, efficitq́; id quod ſub α ε, ε β: incommenſurabilis igitur eſt (per ſecundam partem 18 decimi) α ε ipſi ε β. Eſtq́; ſicut α ε ad ε β, ſic quod ſub α β & β ε. Eſt autem quod ſub β α, & α ε, æquũ eſt id quod ex α ζ. Quod aũt ſub α β, & β ε (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ eſt æquale. Incommenſurabile igitur eſt quod ex α ζ, ei quod ex β ζ. Ipſæ igitur α ζ, ζ β, potentia ſunt incõmenſurabiles. Et quoniã α β rationalis eſt, rationale igitur eſt (per 7 diffinitionẽ decimi) quod ex α β, quare & compoſitũ ex eis quæ ex α ζ, ζ β, rationale eſt. Et quoniã rurſus quod ſub α ε, ε β, æquũ eſt (per lemma præcedentis) ei quod ex ε ζ, ſupponitur aũt id quod ſub α ε, ε β, ipſi quod ex β δ æquale, æqualis igitur eſt ζ ε, ipſi β δ. Dupla igitur eſt β γ, ipſius ζ ε. Quare & quod ſub α β, β γ, duplum eſt eius quod ſub α β, ε ζ, mediũ autẽ eſt quod ſub α β, β γ, mediũ igitur & id quod ſub α β, ε ζ, æquũ autem eſt quod ſub α β, ε ζ, ei quod ſub α ζ, ζ β, medium igitur & quod ſub α ζ, ζ β, patuit uerò quod et rationale cõpoſitũ ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α ζ, ζ β, efficiẽtes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale, & quod ſub ipſis mediũ: quod erat agendum.

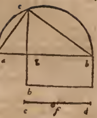


Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.

DVas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiemq́; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, inuenire. 28

CAMPANVS.

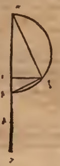
CAMPANVS. Sit hic prorſus eadē diſpoſitio quę prius in præmiſſa. Sint autem duæ lineæ a b & c d, quales proponit 25, eruntq́ ſimili argumentatione præmiſſæ duæ lineę a e & e b, quales hęc 28 proponit. Cùm ſit enim a b linea medialis, erit eius quadratū mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, ſunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet ſuperficiē rationalem, ſequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e ſibi ęqualem, contineat ſuperficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineę quas hæc 28 docet inuenire, componunt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earū abſciſſa de maiori, quę reliqua eſt, dicitur linea quę iuncta cum rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propoſitio 34.*

34 Binas rectas lineas potentia incommenſurabiles efficientes, compoſitum ex ĳs quæ ab ipſis ſunt quadrata medium, quod uerò ſub ipſis rationale, comperire.

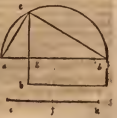
THEON ex Zamb. *Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod ſub ipſis, ut α β, ipſa β γ, maius poſſit eo quòd α ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq́; ſuper ipſa α β, ſemicirculus α δ β, ſeceturq́; (per 10 primi) β γ, biſariam in ε, compareturq́; (per 28 ſexti) ad ipſam α β, ei quod ex β ε æquum parallelogrammum forma deficiens α quadrata, ſitq́; quod ſub α ζ, ζ β. Incommenſurabilis igitur α ζ, ipſi ζ β longitudine. Exciteturq́; (per 11 primi) ab ζ, ipſi α β ad angulos rectos ζ δ, connectanturq́; ipſæ α δ & δ β. Quoniam igitur incōmenſurabilis eſt α ζ ipſi ζ β, incommenſurabile eſt igitur & quod ſub β α, et α ζ, ei quod ſub α β, & β ζ. Aequale autem eſt id quod ſub β α et α ζ, ei quod ex α δ, quod autem ſub α β, β ζ, ei quod ex δ β, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α δ ei quod ex δ β. Et quoniam medium eſt quod fit ex α β, mediū igitur eſt & compoſitum ex eis quæ ex α δ, δ β. Et quoniam dupla eſt β γ ipſius δ ζ, duplum igitur eſt quod ſub α β, β γ, eius quod ſub α β, ζ δ. Rationale autem eſt quod ſub α β, β γ, ſupponitur enim: rationale igitur & quod ſub α β, ζ δ. Ei autem quod ſub α β, ζ δ, æquum eſt (per lemma 32 decimi) quod ſub α δ, δ β. Quare & quod ſub α δ, δ β, rationale eſt. Inuentæ ſunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α δ, δ β, efficientes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, quod facere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

29 DVas lineas potentialiter incommēſurabiles ſuperficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta ſint mediale, duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, inuenire. Zamb. 35.

CAMPANVS. Huius quoq; diſpoſitio, à duarum pręmiſſarum diſpoſitione nō ſit in quoquam diuerſa. Sint autē lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, erūtq́ præmiſſa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cùm enim a b ſit linea medialis, erunt quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta mediale: atcū a b & c d contineant ſuperficiem medialem, ſequitur ut a b in c f, & ideo in e g ſibi æqualem cōtineat quoq; ſuperficiem medialem. omnis enim ſuperficies mediali communicās, medialis eſſe conuincitur, quēadmodū in 23 monſtratum eſt: ſuperficies igitur a e in e b medialis eſt cū ipſa ſit æqualis ſuperficiei a b in g e. Quia uerò linea a b eſt incōmenſurabilis lineę c d, erit etiā incōmēſurabilis lineæ c f,



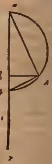
quare

quare & lineæ e g. Quare per primam partem ſexti & ſecundam partem decimæ huius, ſuperficies a b in e g quę eſt æqualis ſuperficiei a e in e b: erit incommenſurabilis quadrato lineæ a b, itaque & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cùm ita ſit, ſequitur quoque ut duplum ſuperficiei a e in e b ſit incommenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonſtrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in duo medialia, & minori earum abſciſſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propoſitio 35.*

Comperire binas rectas lineas potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ, & inſuper incõmenſurabile compoſito ex earũ quadratis. 35

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 30 decimi) binæ mediæ potentia tantum incommenſurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipſa β γ, maius poßit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Deſcribaturq; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in ſuperioribus. Et quoniam (per ſecundam partem 18) incommenſurabilis eſt α ζ ipſi ζ β longitudine, incommenſurabilis eſt (per 11 decimi) & α δ ipſi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium eſt, medium igitur eſt & cõpoſitum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniã quod ſub α ζ, ζ β, æquũ eſt ei quod ex utraque ipſarũ β ε, δ ζ, æqualis igitur eſt β ε ipſi δ ζ. Dupla igitur eſt β γ ipſius ζ δ, quare & quod ſub α β, β γ, duplum eſt eius quod ſub α β, ζ δ. Medium autem quod ſub α β, β γ, medium igitur et quod ſub α β, ζ δ, æquumq; eſt ei quod ſub α δ, δ β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod ſub α δ, δ β. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ longitudine, commenſurabilis autem eſt β γ ipſi β ε, incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) et α β ipſi β ε lõgitudine. Quare & quod ex α β, ei quod ſub α β, β ε, incommenſurabile eſt. Sed ei quidem quod ex α β æqualia ſunt quæ ex α δ, δ β (per 47 primi) ei autem quod ſub α β, β ε, æquum eſt id quod ſub α β, ζ δ, hoc eſt quod ſub α δ, δ β, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod ſub α δ, δ β. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper compoſito ex earum quadratis incommenſurabile: quod fecißе oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

SI duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq́ꝫ coniungantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq́ꝫ binomium. 30

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq́ꝫ coniunctę rationales in potentia tãtum communicantes, quas per 27 & 28 reperies, dico totam lineam a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem, & ipſa uocatur binomium. Eſt enim per quartam ſecundi quadratum a c, æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius earum in alteram facit ſuperficiem medialem ex decimanona, itaqꝫ quadrata ambarum pariter acceptarũ faciunt ſuperficiẽ incommenſurabilem duplo ſuperficiei unius earũ in alterã: erit igitur ex 9 quadratum a c incommenſurabile duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant ſuperficiem rationalem, ideoqꝫ ſuum latus tetragonicũ quod eſt a c, irrationale quoqꝫ per diffinitionem: cõſtat ergo propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 36.*

Si binæ rationales potẽtia tantùm commenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uoceturq́ꝫ ex binis nominibus. 36

THEON ex Zamb *Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commenſurabiles α β, β γ. Dico quòd α γ, irrationalis eſt. Quoniam enim incommẽſurabilis eſt α β, ipſi β γ longitudine, potẽtia enim*

tantum

tantum ſunt commēſurabiles, ſicut autem α β ad β γ (per lemma 22 decimi) quod ſub α β, β γ, ad id quod ex β γ. Incōmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ſub α β, β γ, ei quod ex β γ, ſed ei quod ſub α β, β γ, commenſurabile quidē eſt quod bis ſub α β, β γ. Et autē quod ex β γ, cmenſōurabilia ſunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis ſub α β, β γ, eis quæ ex α β, β γ, incommenſurabile eſt. Componendoq́; (per 4 ſecundi) quod bis ſub α β, β γ, unà cum eis quæ ex α β, β γ, hoc eſt quod ex α γ, incommenſurabile eſt compoſito ex iis quæ ex α β, β γ, rationale autem eſt compoſitum ex iis quæ ex α β, β γ: irrationale igitur eſt (per diffinitionem decimi) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis eſt, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit ſanè ipſam ex binis nominibus, eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod fecisſe oportuit.

α 10 β 6 γ
β γ Re. Re. 640

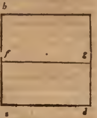
Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

31 SI duę lineę medialis potētia tantū cōmunicātes, ſupficiēq; rationalē continētes, directè coniungant̄, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq́; bimediale primum.

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & b e, in continuum directumq́; coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a e eſſe irrationalem, & ipſa uocatur bimediale primum. Eſt enim duplū ſuperficiei a b in b e rationale per hypotheſin, duoq́; quadrata duarum linearum a b & b e pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur ſuperficiei unius earū in alteram eſt incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totum ergo aggregatū ex duplo ſuperficiei & duobus quadrans (& ipſum eſt quadratum totius a e per 4 ſecundi) eſt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram per 9 huius. Cum itaque duplum ſuperficies ſit rationale, erit quadratum a e irrationale, ideoq́; & linea a e. quod eſt propoſitum.

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 e

IDEM aliter. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f, æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b e, eritq́; ſuperficies hæc d f medialis, cum utrūq; quadratum ſit mediale per hypotheſin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g eſt rationalis in potentia tantum, non communicās in longitudine lineę d e. Rurſus ad lineam f g, quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b e, eritq́; f h rationalis per hypotheſin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lōgitudine: duę itaq; lineę d g & g h ſunt potentialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tōta ex eis compoſita quæ eſt d h, eſt binomium & irrationalis, quare per 16 à deſtructiōne conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecundi latus eius tetragonicum eſt linea a e, ipſa erit irrationalis per diffinitionem: quod oportuit demonſtrare.



Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 37.

37 Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis prima medijs.

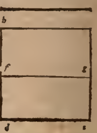
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur ſunt incōmenſurabilia, ut quod bis ſub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt illud quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod ſub α β, β γ. Supponuntur autem ipſæ α β, β γ, rationale comprehendentes: irrationale igitur eſt id quod ex α γ, irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè ex binis medijs prima, + uocauit autem eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* Græcus non habet.

α Re. Re. 27 β Re. Re. 13 γ

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, ſuperficiemq́; medialem continentes, directè coniungantur, tota lin ea erit irrationalis, diceturq́; bimediale ſecundum.

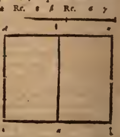
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq́ coniunctæ, ut proponitur quas per 36 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compoſitã eſſe irrationalem &, ipſa uocatur bimediale ſecundum. Eſto enim linea d e rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia, & utrũq; mediale erit ſuperficies d f medialis, quare per 20 linea d g quæ eſt eius latus ſecundũ, eſt rationalis in potẽtia tantum, & lineę d e incõmenſurabilis in longitudine. Ruſus adiũgatur ad lineã g f quæ eſt ęqualis lineæ d e, ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ etiam ſuperficies f h medialis, erat enim per hypotheſin ſuperficies a b in b c medialis, ergo duplum eius cui eſt ęqualis f h erit mediale, partẽ 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potẽtia tantum & incommenſurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c ſunt potentialiter tantũ communicantes, erit per primam ſexti & per ſecundam partem 20 huius, ſuperficies unius in alteram, incommenſurabilis quadrato utriuſq;. At quia quadrata earum communicant per hypotheſin, erit dicta ſuperficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo ſuperficies d f & f h ſunt incommunicantes: per primam itaq; ſexti & ſecundam partem 20 huius erit linea d g incommenſurabilis lineæ g h, quæ cum ſint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 ſecundi eſt linea c, ſequitur per diffinitionem quòd linea a c ſit irrationalis: quod propoſitum erat oſtendere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propoſitio 38.*

Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitę fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis ſecunda medijs. 18

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis eſt αγ. Exponatur rationalis δ, ei autẽ quod ex αγ (per 44 primi) æquum ad ipſam δε comparetur δζ, latitudinem efficiẽs δκ. Et quoniam quod ex αγ, æquum eſt et eis quæ ex αβ, βγ, & ei quod bis ſub αβ, βγ, quod autẽ ex αγ, æquũ eſt ipſi δζ, igitur & δζ, æquum eſt & eis quæ ex αβ, βγ, & eis quod bis ſub αβ, βγ. Cõparetur (per eandem) iam eis quæ ex αβ, βγ, ad ipſam δε, æquum ipſum εθ, reliquum igitur θζ æquum eſt ei quod bis ſub αβ, βγ. Et quoniam media eſt utraque ipſarũ αβ, βγ, mediæ igitur ſunt & ea quæ ex αβ, βγ, mediũ autem ſupponitur quod bis ſub αβ, βγ, eis autem quæ ex αβ, βγ æquum eſt εθ, ei uerò quod bis ſub αβ, βγ, æquum eſt ζθ, mediũ igitur eſt utrunq; ipſorum εθ, θζ, & ad rationalẽ δε, comparata ſunt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarum δθ, θκ, & ipſi δε, longitudine, incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt αβ, ipſi βγ, longitudine. Eſtq; ſicut αβ ad βγ, ſic quod ex αβ, ad id quod ſub αβ, βγ, incõmenſurabile igitur eſt ei quod ex αβ, id quod ſub αβ, βγ, at ei quidem quod ex αβ commenſurabile eſt cõpoſitũ ex ijs quæ ex αβ, βγ, ſunt quadrata: ei uerò quod ſub αβ, βγ, commenſurabile eſt id quod bis ſub αβ, βγ. Incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum eſt εθ, ei autem quod bis ſub αβ, βγ, æquum eſt ζθ. Incommenſurabile igitur ζθ, ipſi θε. Quare & δθ, ipſi θκ, eſt incommẽnſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem quòd rationales. ipſæ igitur δθ, θκ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quare δκ, irrationalis eſt, rationalis autem δε. Quod autem ſub irrationali & rationali comprehenſum rectangulum, irrationale eſt (per 22 decimi) igitur area δζ irrationalis eſt, ipſamq; potens irrationalis eſt, ipſum autẽ δζ, ipſa αγ, poteſt, irrationalis igitur eſt αγ, uocaturq; ex binis medijs ſecunda. Vocauit autem eam ex binis medijs ſecundam, quoniam medium comprehendit quod ſub ipſis, & non rationale, in ſecundo uerò eſt loco medium rationale. Quod autẽ ſub rationali & irrationali cõprehẽſum rectangulum ſit irrationale, patet: ſi enim eſt rationale, comparatumq; eſt ad rationalem, erit aliud latus rationale, ſed & irrationale, quod eſt abſurdum. Quod igitur ſub rationali & irrationale eſt: quod oſtendere oportuit.*

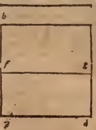


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 33.*

33 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c ſibi in continuumq́ cõiunctę ſicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalẽ, & ipſa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ſuperficies uerò alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis in communicans duplo ſuperficiei unius in alteram, itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c) per 4 ſecundi, erit per 9 huius incommenſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionem ergo eſt quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c, irrationalis: quod eſt propoſitum.



IDEM aliter. Sicut præmiſsis ad lineam d e, quę ſit rationalis in longitudine, adiungatur ſuperficies d f, quæ ſit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypotheſin, quare per 16 latus eius, ſecundum quod eſt d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rurſus ad lineam f g adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; medialis per hypotheſin, quare per 20 linea g h quæ eſt eius latus ſecundum eſt rationalis in potentia tantum: per 30 igitur eſt linea d h binomium & irrationalis, ideoq; per 16 à destructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 ſecundi eſt a c, eſt irrationale per diffinitionem: quod uolumus oſtendere.

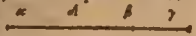
Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 39.*

39 Si binæ rectę lineæ potẽtia incõmenſurabiles cõpoſitę fuerint cõficientes compoſitũ ex quadratis, quæ ab ipſis rationale, quod autẽ ſub ipſis mediũ, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autẽ maior.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ propoſita ſunt. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Quoniam enim (per hypotheſin) quod ſub α β, β γ, medium eſt, & quod bis igitur ſub α β, β γ, medium eſt. Compoſitum uerò ex iis quæ ex α β, β γ, rationale eſt, incommenſurabile igitur eſt quod bis ſub α β, β γ, compoſito ex iis quæ ex α β, β γ. Quare & quæ ex α β, β γ, unà cum eo quod bis ſub α β, β γ, quod eſt id quod ex α γ, incõmenſurabile eſt compoſito ex iis quæ ex α β, β γ. Rationale autem eſt compoſitũ ex iis quæ α β, β γ, irrationale igitur eſt quod ex α γ. Quare et α γ irrationalis eſt. Vocatur au*



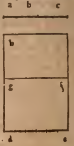
tem maior. Vocauit autem ipſum maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ medio, tum quòd conueniat ab ipſorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autẽ quæ ex α β, β γ, maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ, ſic oſtendendum eſt. Manifeſtum quidem eſt quòd inæquales ſunt ipſæ α β, β γ. Si enim æquales eſſent, æqualia quoq; eſſent (per 7 ſecundi) & quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, eſſet quoq; id quod ſub α β, β γ, rationale. Quod non ſupponitur, inæquales igitur ſunt ipſæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponaturq; ipſi β γ, æqualis β δ. Quæ igitur ex α β, β δ, æqualia ſunt ei quod bis ſub α β, β δ, & ei quod bis ſub α β, β δ & ei quod ex α δ, æqualis autem eſt δ β, ipſi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora ſunt eo quod bis ſub α β, β γ, eo quod ex δ α, quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

34 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommẽſurabiles, ſuperficiemq́ rationalẽ continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potẽs irrationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmiſsis duæ lineæ a b & b c in continuom directumq́ cõiunctę, quales proponitur, & ipſę ſunt ex 38 ſumẽdę. Dico quòd tota linea a c ex eis cõpoſita, erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum ſit enim ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoq́ & duplum eius, ac am bo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſsis, quòd quadratum totius a c ſit incommunicans duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.

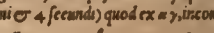


IDEM aliter. Sit ut in præmiſsis linea d e rationalis in longitudine, ſuperficies que d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypotheſin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non communicãs in longitudine lineæ d e. Sitq́ ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 latus eius ſecundum, quod eſt g h, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis, & ſuperficies e h per 16 à destructione conſequentis eſt irrationalis. Cum itaque linea a c ſit eius latus tetragonicum per 4 ſecundi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 40.*

Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint, efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem rationale mediumq́ potens. 40

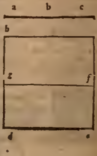
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quòd irrationalis eſt α γ. Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, quod uerò bis ſub α β, β γ, rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 ſecundi) quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub α β, β γ. Rationale autem eſt quod ſub α β, β γ. Irrationale igitur eſt quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ. Vocatur autem rationale mediumq́; potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas poteſt areas, unam quidem rationalem, alteram uerò mediam, ac propter rationalis præexiſtentiam, primam rationalem appellauit: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

CVm coniunctæ fuerint duæ lineę potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia. 35

CAMPANVS. Sint quoq; duæ lineæ hic a b & b c, in cõtinuum directumq́ coniunctæ ut proponitur, quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Dico quòd linea a c ex eis compoſita eſt irrationalis, ac ipſa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineam d e quę ſit rationalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypotheſin: quare per 20 linea d g erit rationalis in potẽtia tãtũ, & incõmenſurabilis d e lineæ rationalis in lõgitudine. Rurſus ad lineã g f quę eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h, quæ ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, erit etiam ex hypotheſi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potẽtia tantum. At quia per hypotheſin ambo quadrata pariter accepta ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit incommenſurabilis f h, quare per primam ſexti, & ſecundã partẽ 10 huius, linea d g eſt incõmẽſurabilis g h, per 30 igiť eſt linea d h, binomiũ & irrationalis,



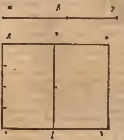
itaque

itaqꝫ ſupſicies ſe h eſt irrationalis, & eius latus tetragonicū quod eſt a e, ut in præmiſsis, quare cōſtat propoſitū. Si autē duplum ſuperficiei a b in b e non eſſet incōmenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis, eſſet linea a e medialis: eſſet enim d f cōmunicans f h: ideoqꝫ linea d g, lineæ g h: tota igitur d h eſſet rationalis in potentia tantum, incōmenſurabilis in longitudine lineę d e, per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis, eiusqꝫ latus tetragonicum quod eſt a e, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 41.*

41 Si binæ rectæ lineæ potētia incōmenſurabiles cōpoſitæ fuerint, efficiētes cōpoſitū ex earū quadratis mediū, quod uerò ſub ipſis mediū & inſuper incommenſurabile cōpoſito ex earum quadratis, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem bina potens media.

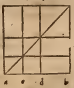
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ medium, quodq́; ſub ipſis α β, β γ, medium & inſuper incommenſurabile compoſito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quòd α γ irrationalis eſt. Exponatur rationalis Δ ε, compareturq́; (per 44 primi) ad ipſam Δ ε, ipſis quidem quæ ex α β, β γ, æquum Δ ζ, ei uerò quod bis ſub α β, β γ, æquum η θ, totum igitur Δ θ æquū eſt ei quod ex α γ quadrato. Et quoniā compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium eſt, ac eſt æquale ipſi Δ ζ, medium igitur eſt & Δ ζ, & ad ipſam Δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur eſt Δ η, & ipſi Δ ε, longitudine incommenſurabilis. Ac (per 24 decimi) η κ, rationalis eſt & ipſi η ζ, incōmenſurabilis, hoc eſt ipſi Δ ε longitudine. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile eſt Δ ζ ipſi η θ, quare & Δ η ipſi η κ (per 1 ſexti & 11 decimi) incommenſurabilis eſt, ſuntq́; rationales, ipſæ igitur Δ η, η κ, rationales ſunt, potentia tantum comenſurabiles. Irrationalis igitur eſt Δ κ (per 36 decimi) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem Δ ε, irrationale igitur eſt Δ θ, & illud potens irrationalis eſt, poteſt autē ipſum Δ θ, ipſa α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocaturq́; bina potens media. Appellat uerò ipſam bina potentē media, eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliam quæ bis ſub ipſis α β, β γ: quod erat oſtendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium, pręmonſtranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum eſt:

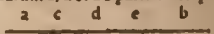
1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatꝰ, quadrata ambarū ſectionū pariter accepta, tāto amplius ſunt duplo ſuperficiei unius earū in alterā, quātum eſt quadratū eius lineæ qua maior excedit minorem.

Sit enim linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, ſitqꝫ maior portio c b, de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico quòd quadrata duarum linearum a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei unius in alterā, in quadrato lineę d b, nā quod fit ex a c in c b bis, cum quadratis duarum linearū a c & c b, eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraqꝫ hęc æqualia ſunt quadrato lineę a b, primum quidē per quartā ſecundi, ſecundum uerò per 8 eiuſdē. Demptis itaqꝫ utrinqꝫ æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt reſidua quę ſunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b, de ſecundo uerò quod fit ex a c in c b bis cum quadrato d b ęqualia, quare cōſtat propoſitū. Ex hoc ergo manifeſtū eſt quòd ſi aliqua linea per duo inæqualia diuidatꝰ, quadrata ambarum partiū pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei unius earū in alterā. Et hoc eſt, propter quod iſtud pręmiſimus.



2 Si aliqua linea per duo inęqualia, iterūqꝫ alia duo inęqualia diuidatꝰ, quadrata magis inæqualiū pariter accepta, tanto ſunt amplius quadratis minus inæqualiū pariter acceptis, quantū eſt duplū quadrati illius lineæ quæ in utraſqꝫ eſt ſectiones, & quadruplū eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ eſt inter punctum ſectionis minus inæqualium, & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inęqualia in puncto d rurſus per æqualia in e. Dico quòd quadrata duarum partium magis inæqualiũ quæ ſunt a c & c b tantum ſunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ ſunt a d & d b, quantum eſt duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepa dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 ſecundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta, dupla ſunt quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarũ linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearum a, d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplum quadrati lineæ d e hoc autem, per 4 ſecundi eſt duplum quadrati lineę c d,

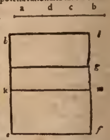


& quadruplũ eius quod fit ex c d in d c, quare conſtat propoſitum. Ex hoc manifeſtum eſt quòd quanto fuerint ſectiones alicuius lineæ magis inæquales, tanto erunt earum quadrata pariter accepta, maiora: & hoc eſt, propter quod iſtud præmiſimus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

IN alias duas lineas ſub earum termino ex quibus coniunctum & nominatum eſt binomium, diuidi impoſsibile eſt. 36

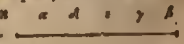
CAMPANVS. Sit binomium, eritq; ex 30 compoſita ex duabus lineis, in potentia tantũ rationalibus cõmunicantib. quæ ſint a c & c b. Dico quòd impoſsibile eſt eã diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione, uidelicet quòd ipſi ſunt potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quæ ſint potẽtia rationales tãtum cõmunicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies e g rationalis, eo quòd utrunq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum eſt rationale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 19, quoniam ipſa eſt ęqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi Sit igitur rurſus ſuperficies f k ęqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum ſint diuerſæ à duabus lineis a c & c b erit per ſecundum prædemonſtratorũ antecedentium ſuperficies f k diuerſa à ſuperficie e g, earum ergo differentiã ſit k g, eritq; per 4 ſecundi exceſſus ſuperficiei f h. ſuper f k qui ſit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & ꝓpter hoc erit etiã ſuperficies f k rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f k. erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, niſi in rationali: & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cum ipſa ſit differẽtia duarum ſuperficierum medialium, quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 22 quod eſt impoſsibile.



Quod autem prædictæ irrationales ſolummodo diuiduntur in eas rectas lineas, ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON. *Lemma.*

Exponantur recta linea α β, ſeceturq; tota in inæqualia in utrunq; ſignorum γ δ, ſupponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quòd quæ ex α γ, β γ, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, biſariam in ε, & quoniam maior eſt α γ, quàm δ β, communis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior eſt, æqualis aũt eſt α ε, ipſi ε β, minor igitur eſt δ ε, q̃ ε γ, igitur γ & δ ſigna, nõ æqualiter diſtãt à biſaria ſectione. Et quoniã (per 5 ſecundi) quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquũ eſt ei quod ex ε β, at quod ſub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, æquum eſt ei quod ex ε β, igitur quod ſub α γ, γ β, unà cum eo quod ex ε γ, æquum eſt ei quod ſub α δ, δ β, unà cum eo quod ex δ ε, quorum quod ex δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquum igitur quod ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod ſub α δ, δ β. Quare & quod bis ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod bis ſub α δ, δ β. & reliquum igitur compoſitum ex iis quæ ex α γ, γ β, maius eſt compoſito ex iis quæ fiunt ex α δ, δ β, ſiquidem utraque æqualia ſunt ei quod ex α β: quod oſtendere oportuit.

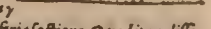


Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 42.*

Quę ex binis nominib. ad unũ duntaxat ſignũ diuidiť in nomina. 24

THEON ex Zamb. *Sit ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, igitur ipſæ α γ, γ β, rationales ſunt potentia*

potentia tantum commenſurabiles. Dico quòd ipſa α β, ad aliud ſignum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commenſurabiles. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipſæ α δ, δ β, ſint rationales potentia tantum commenſurabiles. manifeſtum iam quòd α γ, ipſi β δ non eſt eadem. Si enim fieri poteſt, eſto, erit iam & α δ, ipſi β γ eadem, eritq́; ſicut α γ ad γ ϛ, ſic ϛ δ ad δ α, eritq́; α ϛ in

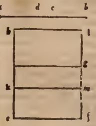


eadem qua γ diuiſione, diuiſa & in δ, quod poſitum non eſt. Ipſa igitur α γ ipſi δ β non eſt eadem. Ac per hoc etiam & ſigna γ, δ, non æquidiſtant a biſaria ſectione. Quod itaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod tum quæ ex α γ, γ β, unà cum eo quod bis ſub α γ, γ β, tum quæ ex α δ, δ ϛ, unà cum eo quod bis ſub α δ, δ β, ſunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ ϛ, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 20 decimi:) quod bis igitur ſub α δ, δ ϛ, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media exiſtunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur ad unum duntaxat igitur: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 57.*

57 Bimediali primo ſecũdum terminum ſuum in duas lineas mediales diuiſo, ſub earũ termino in alias duas lineas mediales idem diuidi eſt impoſsibile.

CAMP. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primum diuiſa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes, ſuperficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 aſſerit eam componi, quæ ſint a c & c b. Dico q; impoſsibile eſt eã diuidi in alias duas lineas ſub earũ diffinitione. Quod ſi poſsibile fuerit, diuidam eam in puncto d, aſſumptaq; linea rationale e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & ſuperficies f h æqualis quadrato a b, & ſuperficies i k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b, eritq; per quartum ſecundi g h æqualis duplo ſuperficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo ſuperficiei a d in d b, propter hypotheſin quoq; erit utraq; duarum ſuperficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearum g h & k l rationalis, hoc autem impoſsibile, eſſet enim per primum ſuperficies k g, irrationales ex 22, per ſecundam autem eadem eſſet rationalis ex diffinitione & 9. Quod eſt inconueniens.



Euclid. ex Zamb. *Problema 31.* *Propoſitio 43.*

43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat ſignũ diuidit̃ in nomina.

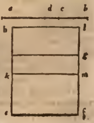
THEON ex Zamb. *Eſto ex binis prima medijs α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ ϛ, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes. Dico quòd ipſa α β, ad aliud ſignum non diſcinditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β ſint potentia mediæ tantum commenſurabiles rationale comprehẽdentes. Quoniam igitur quo differt quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, differunt quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis ſub α δ, δ ϛ, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α β, δ ϛ, media exiſtentia, quod eſt impoßibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonſtrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 58.*

53 Bimediale ſecundum, niſi in duas lineas tantum ſub termino ſuo diuidi non poteſt.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale ſecundum, diuiſa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantũ communicantes, ſuperficiemq; medialem continentes, ex quibus 12 proponit eam componi. Dico quòd impoſsibile eſt eam diuidi ſub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, ſintq; ut prius ſuperficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalẽ e f, eritq; per præſentes hypotheſes, utraq; ſuperficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmenſurabiles in lõgitudine, ſequitur per primã ſexti & per ſecundã partẽ 20 huius, quòd utrunq; quadra-

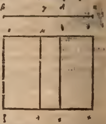


torum linearum a c & c b, fit incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata communicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incommenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare ſuperficies e g incommenſurabilis eſt ſuperficiei g h, & linea g f, lineæ g l, per primam ſexti & ſecundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l eſt binomiũ, diuiſa ſecundum ſuũ terminum in puncto g. Eodemq́ modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h diuiſam, ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſsibile per 36. Nõ enim poteſt dici, quòd linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m ęqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius aũt demõſtrationis modus poteſt eſſe cõmunis 37 cæteriſq́ eã ſequẽtibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 44.*

Ex binis ſecunda medijs, ad unũ dũtaxat ſignũ diuidit̃ in nomina. 44

THEON ex Zamb. *Sit ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ β, mediæ ſint potentiâ tantum commenſurabiles mediũ comprehendentes, manifeſtum iam eſt q. γ nõ eſt in diuidua ſectione, quando quidem non ſunt longitudine commenſurabiles. Dico q. ipſa α β ad aliud ſignum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ ut α γ ipſi δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum q. ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β, ſicut ſuprà demonſtrauimus. Et quod ipſæ α δ, δ β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq́; rationalis ε ζ, et ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε η, reliquum igitur θ κ æquum eſt ei quod bis ſub α γ, γ β. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε λ, & reliquũ igitur μ κ, æquum eſt ei q. bis ſub α δ, δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ β, mediũ igitur eſt & ε η. Et ad rationalẽ ε ζ comparatur: rationalis igitur eſt ε θ & incommenſurabilis ipſi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiã θ ν rationalis eſt & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, incõmenſurabilis eſt*

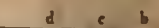


igitur α γ ipſi γ β longitudine, ſicut aũt α γ ad γ β, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incõmenſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α β, γ β. Sed ei quidẽ quod ex α γ commenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ β, ei autẽ quod ſub α γ, γ β, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β, et quæ ex α γ, γ β, igitur incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ eſt ε η, ei autem q. bis ſub α γ, γ β, æquum eſt θ κ. Incommenſurabile igitur eſt ε η ipſi θ κ, quare & ipſa ε θ ipſi θ ν, eſt longitudine incommenſurabilis. Et ipſæ ε θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si uerò binæ rationales potẽtia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tertia irrationalis eſt, uocaturq́; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ε ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eandem iam oſtendentur & ipſæ ε μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε ν ex binis nominibus per aliud ſignum & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ε θ ipſi μ ν eadem: quandoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex δ β, α δ, ſed quæ ex α δ, δ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ β, hoc eſt ε η, maius eſt eo quod bis ſub α δ, δ β, hoc eſt μ κ. Quare & ε θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ε κ, ipſi μ ν non eſt eadẽ. Ex binis igitur nominibus in alio et alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Ex binis ſecunda medijs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*

Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat 49 ſub earum termino diuidi non poteſt.

CAMPANVS. Sit quoq; hęc linea maior a b diuiſa ad punctum c, in duas lineas potẽnaliter incõmenſurabiles, ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim componitur, ut affirmat 33. Dico quòd impoſsibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quòd ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq́ ſub his eadẽ figura eædemq́ hypotheſes quę prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem: quod eſt impoſsibile.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propoſitio 45.*

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina. 45

THEON ex Zãb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (p 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs q̃ ex α γ, γ β, quadratis rationale: quodq́; ſub ipſis α γ, γ β, mediũ: dico q. ipſa α β, ad aliud*

ſignum

ſignum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipſæ α δ, δ β, potentia ſint incommenſurabiles, efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α δ, δ β rationale, quodq́; ſub ipſis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, ſed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α δ, δ β, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis ſub α δ, δ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, media existentia, quod eſt impoßibile. Maior igitur, ad



ali ud & aliud ſignum non diuiditur, per idem igitur unum tantum ſignum: quod demonſtrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40

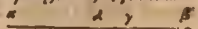
40 Linea potẽs in rationale & mediale, niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

CAMP. Hæc quoq; 40, manentibus prioribus figura & poſitionibus (excepto quòd ipſa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur, quemadmodum 37. Si autẽ aliter fuerit quàm proponat, erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis, quod eſſe non poteſt.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 46.

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat ſignũ diſcindit in nomina.

THEON ex Zamb. Eſto rationale mediumq́; potens α β, diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex iis quæ ex α γ, γ β, medium quod autem ſub α γ, γ β rationale dẽ eo quòd ad aliud ſignum α β non diuiditur. Si enim poßibile eſt, diuidatur & in δ, & ut α δ, δ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes compoſitum ex α δ, δ β medium, quod uerò ſub ipſis α δ, δ β, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis ſub α γ, γ β, ab eo quod



bis ſub α δ, δ β, eo differunt & quæ ex α δ, δ β, eis quæ ex α γ, γ β, quod autẽ ſub α γ, γ β, id quod bis ſub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur quæ ex α γ, γ β rationali excedunt, cum media exiſtant, quod eſt impoßibile. Rationale mediumq́; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq́; ſignum non diuiditur, ad unum igitur ſignum diuiditur: quod oportuit demonſtrare.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 41.

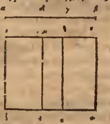
41 Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus cõiuncta eſt, ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur, eſt diuiſibilis.

CAMP. Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 aſſerit eam componi, cæterisq; ut ſuprà tam figura quàm poſitionibus manentibus, probatur ſicut 38. nam dato propoſito propoſiti, ſequitur oppoſitum 35, quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propoſitio 47.

47 Bina potens media, ad unũ dũtaxat ſignum duiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ β, potentia ſint incommenſurabiles efficientes (per 35 decimi) compoſitum ex eis quæ ex α γ, γ β, mediũ, quod uerò ſub α γ, γ β, mediũ, & inſuper incommẽſurabile compoſito ex iis quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico quòd ipſa α β in alio ſigno non diuiditur, efficiens ea quæ propoſita ſunt. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipſa α γ ipſi δ β, non ſit eadem, ſed maior per hypotheſin ſit α γ, ponaturq́; rationalis ε ζ, comparetur q́; (per 43 primi) ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α γ, γ β, æquũ ε η, et aũt quod bis ſub α γ, γ β, æquũ θ κ. Totũ igitur ε κ, æquũ eſt ei quod ex α β quadrato. Rurſus comparetur ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis ſub α δ, δ β, reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam medium ſupponitur compoſitum ex iis quæ ex α γ, γ β, medium igitur eſt & ε η, & ad rationalem ε ζ comparatur. Rationalis igitur eſt (per 26 decimi) θ ε, & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis eſt, & ipſi θ ν longitudine incommenſurabilis. Et quoniam compoſitũm ex iis quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ β, igitur ε η, ipſi θ κ eſt incõmenſurabile. Quare & ε θ ipſi θ ν, eſt incommenſurabilis, ſuntq́; rationales. Ipſæ igitur ε θ, θ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ipſa igitur ε ν ex binis nominibus eſt diuiſa in θ. Similiter iam demonſtrabimus quòd in μ diuiſa, et quòd ε θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdum. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur: in uno igitur tantum ſigno diuiditur: quod erat oſtendendum.



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq́ eadem longior lineæ poſitæ rationali communicans, ipſum uocabitur binomiũ primum. 2 Si uerò breuior poſitæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ ſecundum. 3 Quòd ſi neutra portionũ eius poſitæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium.

4 Item ſi longior breuiore tanto amplius poſsit, quantum eſt quadratum alicuius lineæ ipſi longiori incommenſurabilis in longitudine, fueritq́ longior portionum poſitæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipſum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, poſitæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius poſitæ rationali communicet in longitudine, erit binomium ſextum.

Euclid. ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Propoſita rationali & ea quæ ex binis diuiſa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius poſsit, eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili, ſi maius nomen longitudine fuerit commenſurabile ex poſitæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus longitudine cõmenſurabile fuerit expoſitæ rationali, uocatur ex binis nominibus ſecunda 3 Si autem neutrum ipſorum nominum commenſurabile longitudine fuerit expoſitæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia. 4 Rurſus iam ſi maius nomen minore maius poſsit, eo quod à ſibi longitudine incommenſurabili, ſi quidem maius nomen expoſitę rationali longitudine commenſurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta. 5 Si uerò minus, quinta. 6 Si uerò neutrum, ſexta.

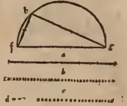
Sex igitur exiſtentibus ſic ſumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas quibus maior minore maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, ſecundas ordine uerò reliquas tres ſimiliter, quarũ maior minore maius poſsit, eo quod ex ſibi incommenſurabili, eo quia præſtantius eſt commenſurabile incommẽſurabili. Et inſuper primam, in qua maius nomen expoſitæ rationali commenſurabile eſt. Secundam autem in qua minus, quoniam rurſus præſtantius eſt maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominum expoſitæ rationali eſt commenſurabile. Et in tribus ſequentibus ſimiliter primam prędicti ſecundi ordinis quartam appellans, ſecundam uerò quintam, ac tertiam ſextam.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 42.*

BInominum primum inuenire. 42

CAMPANVS. Sit a linea rationalis poſita, ſumanturq́ duo numeri quadrati b & c, quorũ e ſit diuiſibilis in quadratum qui ſit d, & in non quadratum qui ſit e, ponaturq́ proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, ſicut numeri b ad numerum c, eritq́ ex ſecunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali poſitæ in longitu-

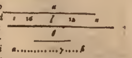
in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h ſemicirculus, ſitq́ proportio quadrati lineę f g ad quadratū lineę f h, ſicut c ad d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Eſt enim linea f g, quę eſt longior, potentiorq́ linea g h, quæ eſt breuior, in quadrato lineæ f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineę f g in longitudine, per 2 partem 7, cum proportio quadratorum ipſarū f g & f h ſit ſicut numerorum quadratorum qui ſunt c & d. Linea uero g h, conuincitur eſſe rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq́ neq́ lineæ a rationali poſitę. cum ſit enim quadratum lineę f g ad quadratum lineæ f h, ſicut numerus c ad numerum d, erit per euerſam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratū lineæ g h, ſicut numerus c ad numerum e. Cū itaq́ c ſit numerus quadratus, e uerò non quadratus, ſequitur per ultimam partem 7, ut linea g h, ſit incommenſurabilis lineę f g lōgitudine, relinquitur igitur ipſam g h eſſe rationalem in potentia tantum, & a diuiſione lineas f g & g h, componere binomium primum: quod erat inueniendum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 48.*

48 Inuenire ex binis nominibus primam.

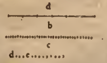
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut compoſitus ex ipſis αβ ad βγ, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipſum autem γα rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq́; quædā rationalis δ, ac ipſi δ commenſurabilis eſto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipſa εζ, rationalis igitur eſt εζ, fiatq́; (per 9 decimi) ſicut βα numerus ad αγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex ζη. At αβ ad αγ rationem habet quam numerus ad numerū: Igitur & quod ex εζ ad id quod ex ζη rationē habet quam numerus ad numerū. Quare quod ex εζ, et quod ex ζη eſt commenſurabile. Eſt autem rationalis εζ, rationalis igitur eſt & ζη. Et quoniam αβ ad αγ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum, neq; quod ex εζ ad id quod ex ζη rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum; incommenſurabile igitur eſt εζ, ipſi ζη longitudine. Ipſæ igitur εζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa εη. Dico quòd & prima. Quoniam enim eſt ſicut βα numerus ad αγ: ita quod ex εζ ad id quod ex ζη, maior autem eſt ipſe βα ipſo αγ, maius igitur eſt & quod ex εζ eo quod ζη, eſto igitur ei quod ex εζ æqualis quæ ex ζη θ. Et quoniam eſt ſicut βα ad αγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex ζη, conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut αβ ad βγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex θ. At αβ ad βγ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex εζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt εζ ipſi θ longitudine. Ipſa igitur εζ quam ζη, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Ipſæq; εζ, ζη, rationales ſunt. Commenſurabiliſq; eſt εζ ipſi δ longitudine, ipſa igitur εη ex binis nominibus prima eſt: quod erat oſtendendum*



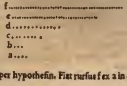
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 48.*

43 Binomium ſecundum reperire.

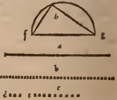
CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea poſita, b uerò numerus quadratus, c uerò ſit numerus non quadratus, diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum: ita tamen quod proportio totius c, qui eſt non quadratus ad d, qui eſt etiam non quadratus, ſit ſicut numerorum quadratorum: talis autem numerus eſt 12 & 48, diuiſibilis enim eſt 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, eſtq́ proportio 12 ad 3, ſicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuiſibilis eſt in 36 & 12.



Tales autem numeros ſic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq́ ſit unitate minor, cuius quadratū ſit c, at uerò d proueniat ex b in a, eritq́ ex prima incidentiū noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq́ e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quòd uterque numerorum a & c eſt quadratus per hypotheſin. Fiat rurſus f ex a in d, eritq́ f qualem quærimus



quærimus. Eſt enim ex ultima parte prędicti correlarij numerus f non quadratus, eo quòd d numerus ſit non quadratus. Si enim d numerus eſſet quadratus, eſſet quoq; b quadratus ex 2 parte eiuſdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a eſt quadratus, eſſet per 16 eiuſdē, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod eſt impoſsibile, cum ſint ſola unitate diſtātes, non eſt igitur d quadratus, quare nec f, eſt enim f ęqualis d & e. quoniam cum b ſit differentia d ad c, ut patet ex pręmiſsis, erit per primam incidentium noni, quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, ſequitur ut d, ſit differentia f ad e, & quia per 18 ſeptimi eſt f ad e, ſicut d ad c, erit permutatim f ad d, ſicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorū e & c ſit quadratus, manifeſtum eſt numerum f eſſe qualem uolumus, eſt enim non quadratus diuiſibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d eſt ſicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia ſint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium ſecundum. Cum enim ſit a quadratum f g, ſicut b ad c, rurſusq; quadratum f g ad quadratum g h, ſicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, ſicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b & e ſit quadratus, erit per 2 partem 7 linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ: de linea uerò f g conſtat quòd ipſa ſit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine per ultimā partē 7, quæ cum ſit potētior linea g h in linea f h, per 30 tertij & penultimam primi, communicet autem linea f h lineæ f g in longitudine, per ſecundam partem 7, eo quòd eorum quadrata ſunt in proportione numerorum c & d, quorum eſt proportio ſicut numerorum quadratorū per hypotheſin, conſtat propoſitum. Aliter quoq; idem. Eſto linea g h, communicans a rationali poſitæ in longitudine, quam facilè eſt inuenire, ſitq; c numerus quadratus diuiſibilis in quadratum d, & non quadratum e, ſitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratum lineæ f g, ſicut numerus e ad numerum c, eritq; f g incommenſurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineę f h, cui communicat in longitudine primò per conuerſam, deinde per euerſam proportionalitatem, & per ſecundam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium ſecundum.

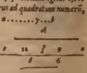




Euclid. ex Zamb. *Problema 44.* *Propoſitio 49.*

Comperire ex binis nominibus ſecundam. 49

THEON *ex Zamb. Explicentur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipſis compoſitus αβ ad βγ, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipſum autem γα rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipſiq; δ commenſurabilis eſto longitudine ζη, ipſa igitur ζη rationalis eſt. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi) & ſicut γα numerus ad αβ, ſic quod ex ηζ ad id quod ex ζε, commenſurabile igitur eſt id quod ex ηζ, ei quod ex ζε, rationalis igitur eſt et ζε. Et quoniam γα, numerus ad αβ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; igitur quod ex ηζ ad id quod ex ζε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ηζ, ipſi ζε longitudine. Ipſæ igitur εζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa εη. Oſtendendum uerò quod & ſecunda. Quoniam rurſus eſt ſicut βα, numerus ad αγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex ζη, maior autē eſt βα, ipſo αγ, maius igitur et quod ex εζ, eo quòd ζη, eſto autem ei quod ex εζ, æqualia quæ ex ηζ θ. Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut αβ ad βγ, ſic quod ex εζ ad id quod ex θ. At αβ ad βγ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex εζ, igitur ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt εζ, ipſi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare εζ, ipſa ζη, maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commenſurabili, & ipſæ εζ, ζη, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles & ζη, nomen minus commenſurabile eſt longitudine ipſi δ rationali expoſitæ, ipſa igitur εη, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat faciendum.*



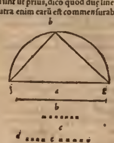
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 44.*

44 B

Inomium tertium inueſtigare.

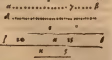
CAMPANVS. Binomiũ quoq; tertium ſic reperitur. Poſita ut prius linea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus, c uerò quadratus, diuiſibilis in quadratum d, & nõ quadratũ e, cætera omnia ſint ut prius, dico quòd duę lineę f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earũ eſt commenſurabilis in longitudine lineæ a rationali poſitæ, ſed utraq; incommenſurabilis, f g quidem, per ultimam partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatem & ultimam partem 7. Eſt enim per æquam proportionalitatem quadratum lineæ a ad quadratum lineæ g h, ſicut numerus b ad numerum e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non ſunt in proportione aliquorum quadratorum, cum b ſit numerus primus: ſi enim eſſent in proportione numerorum quadratorum, neceſſe eſſet per 16 octaui & octauam eiuſdem tertium eis in continua proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdem numerus b ſuperficialis, quod eſt impoſsibile, cum ſit primus per hypotheſin, incommenſurabilis eſt itaq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quæ communicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet noſtra intentio.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 50.*

50 Inuenire ex binjs nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis cõpoſitus α β, ad β γ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, ad ipſum autẽ α γ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Expliceturq; aliquis etiã alius numerus non quadratus δ & ad utrunq; ipſorũ β α, α γ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ ſit ε. Fiatq; ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ε, ei quod ex ζ η. Eſt autẽ ε rationalis, rationalis igitur eſt & ζ η, (per diffinitionẽ.) Et quoniã δ ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ad id quod ex ζ η, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ η, longitudine (per 9 decimi.) Fiat iam rurſus ſicut α β numerus ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis aũt eſt ζ η, rationalis igitur & η θ. Et quoniã β α, ad α γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex ζ η ad id quod ex θ η rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ longitudine. Ipſæ igitur ζ η & η θ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Igitur ipſa ζ θ ex binis nominibus eſt. Aio etiã quòd & tertia. Quoniam enim eſt ſicut δ ad α β, ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex ζ η, ſicut autẽ β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, incommenſurabilis eſt igitur ε ipſi η θ longitudine. Et quoniam eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ. Eſto igitur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex ζ η igitur ad id quod ex κ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi κ longitudine. Ipſa igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Ipſæq; ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles. At neutra ipſarum commenſurabilis eſt ipſi ε longitudine: ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia eſt: quod inuenire oportebat.*



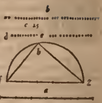
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 45.*

45 B

Inomium quartum ſcrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendũ eſt ſicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

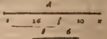
non quadratos qui ſunt d & e. Cætera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomij quarti, ſicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Euclid. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 51.

Inuenire ex binis nominibus quartam. 51

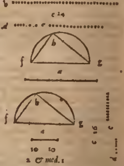
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipſorum rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, exponaturq; rationalis δ. Ipſiq; δ commenſurabilis eſto lõgitudine, ipſa ε ζ. Rationalis igitur eſt ipſa ε ζ. Fiatq; ſicut β α numerus ad α γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmenſurabile igitur eſt per diffinitionẽ quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ eſt (per correlarium 6 decimi) ε ζ. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε ζ igitur ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ε ζ ipſi ζ η longitudine. Ipſæ igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. quare ipſa ε η, ex binis nominibus eſt. Dico iam quod & quarta. Quoniã enim eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autem eſt β α ipſo α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, eſto nempe ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Conuertendo igitur (per 19 quinti) et eius correlarium ſicut α β, numerus ad β γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipſæ uerò α β, ad β γ. rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ε ζ, ipſi θ longitudine. Ipſa igitur ε ζ, ipſa η ζ. maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſæ ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ε ζ, ipſi δ commenſurabilis eſt longitudine. Ipſa igitur ε η, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat inueniendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 46.

Binomium quintum quærere. 46

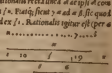
CAMPANVS. Huius inuentio ſic eſt ſicut binomij ſecundi, excepto quòd numerus c non quadratus diuidetur in d nõ quadratum, & e quadratũ, ita tamen quod proportio c ad d, non ſit ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratum. Cætera omnia ſunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti. ſicut ibi quæſita ſunt ex diffinitione binomij ſecundi. Vel pone quod linea g h ſit communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuiſum in duos non quadratos qui ſunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineę g a ad quadratum f g, ſicut numeri e ad numerum c, deinde aſtrue propoſitum ex ultima parte 7, & præſentibus hypotheſibus & conuerſa & euerſa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quarti.



Euclid. ex Zamb. Problema 17. Propoſitio 52.

Inuenire ex binis nominibus quintam. 52

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipſorum rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea δ ac ipſi δ commẽſurabilis eſto (per diffinitionem) lõgitudine ζ η, rationalis igitur ipſa ζ η. Fiatq; ſicut γ α ad α β, ſic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Cõmenſurabile igitur eſt quod fit ex η ζ, ei quod ex ζ ε. Rationalis igitur eſt (per 6 decimi) & ζ ε. Et quoniã γ α ad α β, rationem nõ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) η ζ, ipſi ζ ε longitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationales ſunt potentia cõmenſurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus eſt ipſa ε η, (per 16 decimi.) Dico iam quòd et quinta. Quoniã enim eſt ſicut γ α, ad α β, ſic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, & rurſus ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autẽ eſt β α ipſo α γ, maius igitur eſt quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, Eſto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*

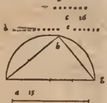


ἀνάπαλιν

Conuer-

Conuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ) eſt ſicut α β numerus ad β γ, ſic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α ζ, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ, ad id quod ex θ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ε ζ, ipſi θ longitudine. Quare ε ζ ipſa ζ η maius poteſt, eo quod ſibi ex incommenſurabili. Suntq; rationales potentia tantũ commenſurabiles, & ζ η nomen minus cõmenſurabile, eſt expoſitæ rationali δ longitudine. Ipſa igitur ε η, (per 41 decimi) quinta eſt ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 47.



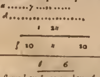
47 IN binomio ſexto demum oportet inſiſtere.

CAMPANVS. Binomium ſextum ſicut tertium ſcrutandum eſt, & tamen erit hic numerus quadratus c diuiſus in duos non quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã componunt f g & g h ſibi inuicem directè coniunctæ binomium ſextum, quod eſt propoſitum inuenire.

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propoſitio 53.

53 Inuenire ex binis nominibus ſextam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrumq; ipſorum rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Sitq; etiam alius numerus δ non exiſtẽs quadratus, quia utrunq; ipſorũ β α, α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ ſit ε, fiatq; (per diffinitionem) ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commenſurabilis igitur eſt (per 6 decimi) ε ipſi ζ η, potentia, eſtq; rationalis ε, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniã δ ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ε, ipſi ζ η, longitudine. Fiat rurſus ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationale autẽ eſt quod ex ζ η, rationale igitur eſt & quod ex η θ, rationalis igitur η θ. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur eſt quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur ex ζ η ipſi η θ lõgitudine. Ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantũ, ex binis igitur nominibus ex ζ θ (per 36 decimi.) Oſtendendum uerò quòd & ſexta. Quoniã enim eſt ſicut δ ad α β, ſic quod ex ε, ad id quod eſt ζ η, eſt antẽ et ſicut β α ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ε, ad id quod ex η θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis eſt igitur utraq; ipſarũ ζ η, & η θ, ipſi ε longitudine. Et quoniã eſt ſicut β α, ad α γ, ſic eſt quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ. Eſto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiuſdem) ſicut α β ad β γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ζ η ipſi κ longitudine, ipſa igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Suntq; ipſæ ζ η, η θ, rationales, potentia tantum commenſurabiles. Ac ipſarum ζ η, neutra commenſurabilis eſt longitudine ipſi ε expoſitæ rationali, ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus eſt ſexta: quod erat inueniendum.*



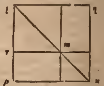
Euclid. ex Camp. Propoſitio 48.

48 SI fuerit ſupficies binomio primo lineaq; rationali cõtenta, latus quod ſuper eã poteſt, binomiũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c, cõtenta linea rationali a b, & binomio primo quod ſit b c. Dico q; latus tetragonicũ ſuperficiei a c eſt binomiũ. Si enim punctus d communis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio ſit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commẽſurabilis lineæ a b rationali poſitę. Diuidatur itẽ minor portio quę eſt d c per æqualia ad pũctum e, lineaq; d b diuidatur ſub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quę ſunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportio-

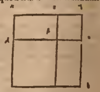
nalis quod qualiter fiat, in 13 dictum eſt, ducantur autē lineę e g, d h, f k, æquidiſtātes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potentior linea d e in quadrato lineę ſibi cōmunicātis in lōgitudine, ſequitur ex ſecunda parte 13 quòd duę lineę b f & f d ſint cōmunicantes, per 9. igitur eſt utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per diffinitionem ambæ ſunt rationales in longitudine, ideóq; per 15 utraq; earum communicans toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarum ſuperficierum a f & f h, eſt rationalis. Deſcribatur itaq; quadratum l m, cuius latus l r, æquale ſuperficiei a f, cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatē, quod ipſius gnomonis quadratum quod ſit m n, ſit æquale ſuperficiei f h, duoq; eius ſupplementa ſint p m & m q, quare neceſſe eſt eſſe ęqualia duabus ſuperficiebus d g & g c. Quod ſic collige. Cum enim ſit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d erit ſuperficies d g, ex 1 ſexti medio loco proportionalis inter ſuperficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia ſupplementum p m eſt etiam medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti, ſequitur ut p m ſit æqualis d g, ideo'que m q, g c, igitur linea l p, eſt latus tetragonicum ſuperficiei a c. Hanc lineam dico eſſe binomium. Cum ſint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g, ſicut b f ad d e: ſed b f eſt incommenſurabilis d e, ſcilicet, quia b f eſt rationalis ſimpliciter, ut probatum eſt, d e uerò quia communicat in longitudine d c rationali in potentia tantum, erit etiam ipſa rationalis in potentia tātum per 18, quod ex præmiſsis hypotheſibus manifeſtum eſt. Itaq; per 2 partem 10, ſuperficies a f, eſt incommenſurabilis ſuperficiei d g, igitur & qua- 137
dratū l m, ſupplemento p m, quare per primam ſexti & ſecundam partem 10 linea l r, eſt incōmenſurabilis lineæ r p. Ex 30 igititur conſtat lineam l p eſſe binomium: quod erat demonſtrandum.



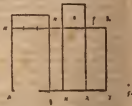


THEON. *Lemma.*

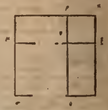
Sint bina quadrata αβ, βγ, ponaturq́; (per 14 primi) ut δβ, ipſi βε, ſit in rectas lineas. In rectas lineas igitur eſt & ζβ, ipſi βκ. Cōpleaturq́; parallelogrammū αγ. Dico quòd αγ, quadratū eſt, & quod δκ, ipſorum αβ, βγ, medium eſt proportionale, & inſuper δγ, ipſorum αγ, γβ, mediū proportionale eſt. Quoniā enim δβ, ipſi βζ eſt æqualis, & βε ipſi βκ: igitur δε toti ζκ eſt æqualis. Sed δα, utriq; ipſarū αθ, κγ eſt æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrāmum αγ, æquilaterū eſt, eſt quoq; & rectangulū, quadratum igitur eſt αγ, (per 46 primi) & quoniā eſt ſicut ζβ ad βκ, ſic δβ, ad βε, ſed ſicut quidē ζβ, ad βκ, ſic (per 1 ſexti) αβ ad δκ, ſicut uerò δβ ad βγ, ſic δκ ad βγ. & ſicut igitur αβ ad δκ, ſic δκ ad βγ. Igitur δκ, ipſorum αβ, βγ, mediū proportionalitate eſt. Dico iam quòd & δγ, ipſorum αγ, γβ, medium proportionale eſt. Quoniā enim eſt ſicut αδ ad δκ, ſic eſt κκ ad κγ (æqualis eſt enim altera alteri) & componendo (per 16 quinti) ſicut ακ ad αδ, ſic κβ, ad γκ, ſed ſicut ακ, ad κδ, ſic αγ, ad γδ, ſicut autem κγ ad γκ, ſic (per 1 ſexti) δγ, ad γβ, igitur δγ, ipſorum αγ, γβ, medium & proportionale eſt.



Eucl. ex Zamb. Problema 16. *Propoſitio 54.* 54



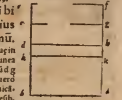
Si areola cōprehēdat̃ ſub rationali ac ex binis nominib. prima, quę areolā poteſt, irratiōalis eſt, ex binis nominib. uocata.



THEON ex Zāb. *Areola etenim αβγδ, cōprehēdatur ſub rationali αβ, & ex prima ex duobus nominibus αδ. Dico quod ipſam κγ areolā potēs irrationalis eſt, ex binis uocata nominibus. Quoniam enim ex binis nominibus eſt prima ipſa αδ, diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ε, ſitq; maius nomen αε. Manifeſtū iam, quod ipſæ αε, εδ, rationales ſunt potētia tantū cōmēſurabiles, & αε, ipſa εδ, maius poteſt eo quod ſit ex ſibi cōmenſurabili & αε, (per 18 decimi) commēſurabilis eſt expoſitæ rationali αβ lōgitudine. Secetur iā (per 10 primi) εδ, bifariam in ſigno ζ. Et quoniā αε, ipſa εδ, maius poteſt*

eo quod

eo quod ex ſibi cōmēſurabili, ſi quartæ igitur parti eius quod ex minore, hoc eſt ei quod ex ι ζ, æquum ad maiorē α ι cōparatū fuerit deficiēs forma quadrata, in cōmēſurabilia diſtribuit (per 17 decimi) Cōparetur (per 28 ſexti) igitur ad ipſam α ι, ei quod ex ι ζ, æquū quod ſub α η, η ι cōmēſuralis igitur eſt α η, ipſi η ι lōgitudine. Excitēturq; (per 31 primi) per ipſa η, ι, ζ, utriq; ipſarū α β, δ γ, paralleli η θ, ι κ, ζ λ. Et ipſi quidē α θ parallelogrāmo, æquū (p 14 ſecūdi) q̄dratū cōſtituatur σ ν, ipſi aūt η κ, ν π. Ponāturq; (p 14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν, ipſi ν ξ, in rectas igitur lineas eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Cōpleaturq; ipſū σ π, parallel. quadratū igitur eſt σ π. Et quoniā quod ſub α η, η ι, æquū eſt ei quod ι ζ, eſt igitur (per cōſtructionē) ſicut α η, ad ι ζ, ſic ζ ι, ad ι η, et ſicut igitur (per 1 ſexti) α θ ad ι λ, ſic ι λ, ad η κ. Ipſorū igitur α θ, η κ, mediū ι λ, proportionale eſt. Sed α θ qdē, æquū eſt ipſi σ ν et η κ, æquū eſt ipſi ν π. Ipſorū igitur α θ, η κ, mediū ι λ proportionale eſt. Eſt aūt ipſorū σ ν, ν π, mediū μ ρ proportionale, (per oſtēſum lēma) æquū eſt igitur μ ρ, ipſi ι λ. Sed μ ρ quidē ipſi ο ξ, æquū eſt, et ι λ, ipſi ζ γ, totū igitur ι γ, ipſis μ ρ, ο ξ, eſt æquale. Sūt autē et ipſa α θ, η κ, ipſis σ ν, ν π, æqualia, (p 44 primi) totū igitur α γ, æquū eſt toti σ π, hoc eſt ei qd' ex μ ξ, quadrato, igitur ipſa μ ξ, ipſum poteſt α γ. Dico iā q. et ipſa μ ξ, ex binis nominib. eſt. Quoniā enim cōmēſurabilis eſt (p 17 decimi) α η ipſi ι η, cōmēſurabilis igitur eſt (p 12 decimi et diffinitionē,) et α ι, utriq; ipſarū α η, η ι. Supponatur aūt (p diffinitionē primæ) α ι ipſi α β, cōmēſurabilis, et ipſæ igitur α η, η ι, ipſi α β, ſunt cōmēſurabiles. Rationalis uerò eſt α β. rationalis igitur eſt et utraq; ipſarū α η, η ι. Rationale igitur eſt et utrūq; ipſorū α θ, η κ. Cōmēſurabile autē eſt (per 1 ſexti et 11 decimi) α θ ipſi η κ. Sed α θ, ipſi quidē σ ν eſt æquale, ipſum uerò η κ, ipſi ν π, et ipſa igitur σ ν, ν π, hoc eſt qđ ex μ ν, ν ξ, rationalia ſunt et cōmēſurabilia. Et quoniā incōmēſurabilis eſt α ι, ipſi ι δ lōgitudine, ſed ipſa quidē α ι ipſi α η, eſt cōmēſurabilis, ipſa autē δ ι ipſi ι ζ cōmēſurabilis (per 13 decimi) incōmēſurabilis igitur eſt & α η, ipſi ι ζ. Quare et α θ, ipſi ι λ, incōmēſurabile eſt. Sed α θ, quidē ipſi σ ν eſt æquale, ipſum uerò ι λ, ipſi μ ρ, et σ ν, igitur ipſi μ ρ, incōmēſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ρ, ſic & ο ν ad ν ρ. Incommēſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ρ. Aequalis autē eſt ο ν ipſi μ ν et ν ρ, ipſi ν ξ, incommenſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν, incōmēſurabile eſt ei quod ex ν ξ, & utrūq; rationale. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, rationales ſunt potētia tantū, cōmenſurabiles, ipſa igitur μ ξ, ex binis nominibus eſt, ipſumq; α γ, poteſt: quod erat oſtendendum. Euclid. ex Camp. Propoſitio 49.



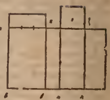
49 SI fuerit ſuperficies linea rationali binomioq́ꝫ ſecūdo cōtenta, latus eius tetragonicū erit bimediale primū.

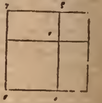
CAMP. Sit eadē figura eædēq́ꝫ hypotheſes quę in pręmiſſa, eritq́ꝫ ex diffinitiōe binomꝗ ſecūdi. linea d c, rationalis in longitudine, quare p 15 utraq́ꝫ duarū ſuperficierū d g & g c, (ideoq́ꝫ & duo ſupplemēta p m, m q) erit rationalis, linea uerò b d erit rationalis in potētia tātū, & diuiſa in duas lineas cōmunicātes f d & b f. ex diffinitione binomꝗ ſecūdi & pręmiſſis hypotheſib. & ſecūda parte 15 per 19 igit erit utraq́ꝫ duarū ſuperficierum a f & f h, (ideoq́ꝫ & utrūq́ꝫ quadratorū l m & m n) medialis, itaq́ꝫ ambę lineę l r & r p, ſunt mediales in potētia q̄q́ꝫ cōmunicātes, nā cū linea b f cōmunicet lineę f d. ſequit ut a f communicet f h, quare quadratū l m, quadrato m n, ideoq́ꝫ & linea l r, lineę r p in potētia, in lōgitudine autē nō cōmunicāt, quiā per 1 ſexti una earū ad alterā eſt ſicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p, eo q̄d altera medialis uidelicet l m, altera uerò rationalis uidelicet m p. ſequit ut l r nō cōmunicet in lōgitudine r p. Quia igitur ipſę cōtinent ſuperficiē rationalē quę eſt m p, cōſtat lineā l p ex 31 huius, eſſe bimediale primū. Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 51.



51 Si areola cōprehēſa fuerit ſub rationali, & ex binis nominibus ſecūda, areolā potēs irrationalis eſt, uocaturq́ꝫ ex binis medijs prima.

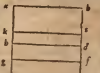
THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola α β γ δ, ſub ratiōali α β, ac ex binis nominib. ſecūda α δ. Dico q. α γ areā potēs, ex binis medijs eſt prima. Quoniā enim ex binis nominib. ſecūda eſt α δ, diuidatur in nomina in ſigno ι, ut maius nomen ſit α ι, ipſæ igitur α ι, ι δ, (per 49 decimi) rationales ſunt potētia tantum commenſurabiles, & α ι, ipſa ι δ maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili, ac nomen minus ι δ commenſurabile eſt ipſi α β longitudine. Secetur (per 10 primi) ipſa ι δ biſariam in ſigno ζ, & ei quod ex ι ζ, æquum ad ipſam α ι comparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata quod ſub α η, η ι, commenſurabilis igitur eſt (per 17 decimi) α η, ipſi η ι longitudine. Et per ipſa η, ι, ζ, ſigna excitentur (per 31 primi) paralleli ipſis α β, γ δ, ſintq; η θ, ι κ, ζ λ. Ac ei quidem quod eſt α θ, parallelogrammo conſtruatur (per 14 ſecundi) æquum quadratum σ ν, ipſi autem η κ, æquū quadratū ν π. Ponaturq; (per 14 primi) ſic in rectas lineas, μ ν, ipſi ν ξ, in rectas lineas: igitur eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Compleaturq; σ π quadratū. Manifeſtū iam eſt ex præoſtenſo lēmate quod μ ρ mediū proportionalitate eſt ipſorum σ ν, ν π, & per præcedēs theorema æquū ipſi ι λ, & quod α γ areā poteſt μ ξ. Oſtēdendū iā quod μ ξ, ex binis medijs eſt prima. Quoniā α ι ipſi ι δ eſt incōmenſurabilis lōgitudine, cōmēſurabilis aūt eſt (per 49 decimi) ι δ, ipſi α β, incōmēſurabilis igitur per

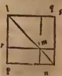




21 decimi, eſt κ ε, ipſi α β, lõgitudine. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α κ, ipſi ε α, cõmẽſurabilis eſt et α ε utriq; ipſarũ α κ, κ ε. Et α ε, rationalis: eſt ratiõalis igitur et utraq; ipſarũ α κ, κ ε, p cõperationẽ. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi α β, cõmẽſurabilis aũt eſt α ε, utriq; ipſarũ α κ, et ipſæ κ κ, κ ε, igitur incõmẽſurabiles ſunt ipſi α β. Ipſæ β α, α κ, κ ε, igitur (p 13 decimi) ratiõales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipſorũ α θ, κ λ, mediũ eſt, quare & utrũq; ipſorũ ο ν, ν π, mediũ eſt, et ipſæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ ſunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α κ ipſi κ ε lõgitudine, cõmẽſurabile eſt et α θ ipſi κ λ, hoc eſt ο ν ipſi ν π, hoc eſt qđ ex μ ν ei qđ ν ξ, quare et ipſæ μ ν, ν ξ, potẽtia ſũt cõmẽſurabiles. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi ε δ, lõgitudine, ſed ipſa qdẽ α ε cõmẽſurabilis eſt ipſi α κ, et ε δ, ipſi ε ζ, incõmẽſurabilis igitur eſt (p 13 decimi) α κ ipſi ε ζ. Quare (p 1 ſexti & 11 decimi) et α λ, ipſi ε λ incõmẽſurabile eſt, hoc eſt ο ν, ipſi μ ρ, hoc eſt ο ν, ipſi ν ρ, hoc eſt μ ν, ipſi ν ξ incõmẽſurabilis lõgitudine eſt. Oſtẽſũ aũt eſt q ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ exiſtẽtes, potẽtia ſunt cõmẽſurabiles. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Dico iã q et ratiõale cõprehendũt. Quoniã enim δ ε ſupponitur utriq; ipſarũ α β, ε ζ cõmẽſurabilis, cõmẽſurabilis igitur (p 12 decimi) eſt et ζ ε ipſi ε α. Et utraq; ipſarũ rationalis, rationale igitur ε λ, hoc eſt μ ρ. Sed μ ρ, eſt qđ ſub μ ν, et ν ξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, cõpoſitæ fuerint rationale cõprehendẽtes, tota irrationalis eſt, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa μ ξ, ex binis eſt prima medijs: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Prop. 50.

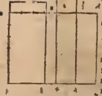




SI binomio tertio ac linea ratiõali ſupficies cõtineat̃ linea in cã potens erit bimediale ſecũdũ. 50

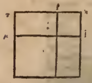
CAMP. Diſpoſitio & hypotheſes maneãt ut ſupcà. Eritq; ex his hypotheſib. & diffininõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor ſuperficierũ in quas diuiſa eſt ſuperficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; ſupplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & e p, erit medialis. Et cũ duę ſuperficies a f & f l i ſint cõmunicãtes, eo q duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicãtes, per ſecũdã partẽ 13 erũt duę lineę l r & e p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uerò nõ, quia ſupficies l m nõ cõicat cũ ſuperficie m p, eo q̃d neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõmunicat cũ d e, cũ igitur ipſæ cõtineãt ſuperficiẽ quæ eſt p m, conſtat ex 32 linea l p eſſe mediale ſecundũ: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 38. Propoſitio 54.



Si ſuperficies ſub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehenſa fuerit, ſuperficiem potens irrationalis eſt, appellaturq; ex binis ſecunda medijs. 50

THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehendatur ſub rationali α β, ac ex binis nominib. tertia β δ diuiſa in nomina in ε, quorũ maius ſit α ε, dico quod areolã α γ potẽs irrationalis eſt, uocaturq; ex binis ſecũda medijs. Conſtruãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis eſt tertia nominibus, ipſæ igitur α ε, ε δ, rationales ſunt potẽtia tantũ commẽſurabiles, & ipſæ α ε, ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, et ipſarũ α ε, ε δ, neutra ipſi α β, eſt cõmẽſurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius ſunt oſtẽſa, demõſtrabimus, quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Quare μ ξ, ex binis eſt medijs. Oſtẽdendũ etiã quod & ſecũda. Quoniã incõmenſurabilis eſt (p 50 decimi) δ ε, ipſi α β, lõgitudine, hoc eſt ipſi ε κ, atqui δ ε cõmenſurabilis eſt ipſi ε ζ, incõmẽſurabilis igitur eſt (p 13 decimi) ε ζ, ipſi ε α lõgitudine. Sũtq; rationales, ipſæ ζ ε, ε α, igitur rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi) eſt ε λ, hoc eſt μ ρ, cõprehẽditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediũ igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Ipſa igitur μ ξ, ex binis eſt ſecunda medijs, quod fuerat oſtendendum.

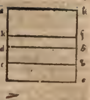


Euclid. ex Camp. Prop. 51.

SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies cõtineatur, quæ in eã ſuperficiẽ poteſt, eſt linea maior. 51

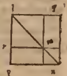
CAM-

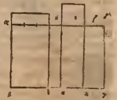
CAMP. Cunctis ut in præmiſsis manētibus erit ex hypotheſi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarū ſuperficierū d g & g e (quare & utraq; duarū p m, & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eo quod ſuperficies a d eſt rationalis per diffinitionē binomij 4 & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f n duo in cōmunicātia per ſecundā partē 14, erit ſuperficies a f incōmēſurabilis ſuperficiei f h, ideoq; quadratum l m, in quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, ſunt incōmēſurabiles in potētia quæ cū cōtineant ſuperficiē medialē p m & earū quadrara ambo pariter accepta ſint rationale, cōſtat per 33 lineā l p eſſe lineā maiorē: quod erat demonſtrandum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 39. Propoſitio 57.*

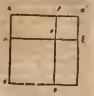


57 Si areola ſub ratiōali ac ex binis quarta noīb. cōprehēſa fuerit ipſā areolā potēs irratiōalis eſt, uocaturq; maior.

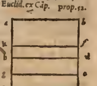
THEON ex Zāb. Areola nanq; α γ, cōprehēdatur ſub ratiōali α β, et ex binis quarta noībus α δ diuiſa in nomina in ε, quorū maius eſto α ε. Dico q̃ areolā α γ, potēs irrationalis eſt appellata maior. Quoniā enim α δ ex binis eſt quarta nominibus, ipſæ igitur α ε, ε δ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & α ε ipſa ε δ maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili, et α ε, ipſi α β, lōgitudine cōmenſurabilis eſt. Secetur (per 10 primi) δ ε, biſariam in ζ, & ei quod ex ε ζ, æquū ad α ε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod ſub α η, η ε. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 18 decimi) α η, ipſi η ε lōgitudine ex cuētur (per 31 primi) paralleli ipſi α β, ſintq́; η θ, ε κ, ζ λ. Fiantq́; reliqua eadē ſicut in præcedēti. Manifeſtū iā eſt quod μ ξ, eſt potēs ipſam α γ. Oſtendendū uerò quod μ ξ irrationalis eſt, appellata maior. Quoniā incōmenſurabilis eſt α η ipſi η ε lōgitudine, incōmēſurabile (per 1 ſexti & 13 decimi) eſt & α θ ipſi η κ, hoc eſt ο ν ipſi ν π. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potētia ſunt incōmenſurabiles. Et quoniā cōmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lōgitudine, rationale eſt α κ. Et æquū eſt eis quæ ex μ ν, ν ξ, ratiōale eſt α κ, eſt, cōflatū ex iis quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmenſurabilis eſt δ ε ipſi α β longitudine, hoc eſt ipſi ε κ, ſed (per 13 decimi) δ ε cōmenſurabilis eſt ipſi ε ζ, incōmenſurabilis igitur eſt ε ζ, ipſi ε κ lōgitudine. Ipſæ igitur ε κ, ε ζ, rationales ſunt pōtētia tantū cōmēſurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur eſt λ ε hoc eſt μ ξ. Cōprehenditurq́; ſub μ ν, ν ξ, mediū igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Et compoſitū ex iis, quæ ex μ ν, ν ξ, rationale & μ ν, ipſi ν ξ potentia incōmenſurabilis eſt. Si autē (per 39 decimi) duæ lineæ potentia incōmenſurabiles cōpoſitæ fuerint efficientes cōpoſitum ex iis quæ ex ipſis ſunt quadratis rationale, quod uerò ſub ipſis medium, tota irrationalis eſt, appellatur autē maior. Ipſa igitur μ ξ irrationalis eſt, uocata maior, ipſamq́; α γ areolā poteſt: quod erat oſtēdendū. Euclid. ex Cāp. prop. 52.



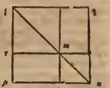




52 SI fuerit ſuperficies linea rationali atq; binomio quinto cōtēta, quæcunq; in eā lineā poteſt, potēs in rationale & mediale eſſe, ex neceſsitate conuincitur.

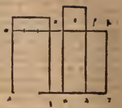


CAMP. Nec in hac quoq; eſt aliquid ex priorū diſpoſitione & poſitionibus mutandum. eis enim manentibus erit ex iis quæ poſita ſunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraq; duarū ſuperficierum d g & g e, quare utraq; duarū p m & m q, ratiōalis totaq; a d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūq; ex ſecūda parte 14 ſit linea f b incommenſurabilis lineæ f d. ideoq; ſuperficies a f ſuperficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incommenſurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipſę cōtinēt ſuperficiē rationalē p m, et earū quadrata ambo pariter accepta ſit mediale, cōclude ex 34 lineā l p eſſe potētē in ratiōale & mediale: quod eſt propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 40. Propoſitio 58.*



57 Si areola comprehendatur ſub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolam potens irrationalis eſt, appellata rationale mediumq; potens.

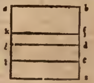
THEON ex Zāb. Areola etenim α γ, cōprehendatur ſub rationali α β, ac ex binis quinta noib. α δ diſiuncta in noia in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico q̧ ipſā α γ, areolā potēs irrationalis eſt, appellata rationale mediūq; potēs. Cōſtruātur enim ea quæ ſuperius demōſtrata ſūt. Non dubiū quod α γ, areolā potēs, eſt μ ξ. Oſtendendū iā, quod μ ξ eſt rationale mediūq; potens. Quoniā enim incōmenſurabilis eſt α ε ipſi ε ι, incōmenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti, et 11 decimi) et α θ, ipſi θ ε, hoc eſt qđ ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incōmenſurabiles. Et quoniā α δ, ex binis eſt quinta noibus, ac eius minus ſegmētū eſt ε δ, cōmenſurab lis igitur eſt ε δ ipſi α β lōgitudine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incōmēſurabilis, et α β, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incōmenſurabilis lōgitudine. Ipſæ igitur α β, α ε, ratiōales ſūt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū igitur eſt (per 22 decimi) α κ, hoc eſt cōflatū ex iis q̄ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā cōmēſurabilis eſt δ ε ipſi α β lōgitudine, hoc eſt ε κ, ſed δ ε, ipſi ε ζ, cōmēſurabilis eſt, et ε ζ igitur (p 13 decimi) ipſi ε κ cōmēſurabilis eſt. Ratiōalis aūt ε κ, ratiōale igitur (p 19 decimi) et ε λ, hoc eſt μ ς, hoc eſt qđ ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ (p 40 decimi) potētia incōmenſurabiles ſūt, efficiētes cōflatū ex ipſarū quadratis mediū, et qđ ſub ipſis ratiōale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiōale mediūq; potēs, ipſāq; poteſt areā α δ. Quod fuerat demōſtrādū. Eucl. ex Cāp. Prop. 53

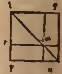




SI binomio ſexto lineaq́; rationali ſuperficies cōtineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potens eſſe probatur. 58

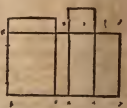
CAMPANVS. Hæc 53, adhuc e ſuſtinet ociari à pingēdis figuris, contēta enim eſt præmiſsis diſpoſitione & poſitionibus. Quibus ſtātibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitione, id eſt diffinitione binomij poſtremi & 19, quālibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (propter q̄d & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialē. Cūq; b f & f d (ꝑpter q̄d a f & f h. ideoq; l m & m n) ſint incōmēſurabiles erūt duæ lineę b e & r p incōmēſurabiles in potētia. At q̄a ipſæ cōtinent ſuperficiē medialē p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale, quod eſt duplo ſuperficiei unius in alterā incōmēſurabile, quod ex eo ꝓbatur q̧ ſuperficies b h eſt incōmēſurabilis ſuperficiei h e, propter hoc quod linea d b eſt incōmēſurabilis lineæ d c, ſequitur ex 35 lineam l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.

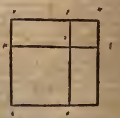




Euclid. ex Zamb. Theorema 41. Propoſitio 59.

Si areola cōprehēdať ſub rationali, et ex binis ſexta nominib. areolā potēs irrationalis eſt, appellata bina potēs media. 59





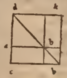
THEON ex Zāb. Areola nāq; α β γ δ, cōprehēdatur ſub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuiſa in nomina in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico q̧ ipſam α γ potēs, irrationalis eſt, appellata bina potēs in media. Cōſtruātur enim q̄ & præoſtenſis. Nō dubiū qđ μ ξ eſt potēs ipſā α γ, et q̧ incōmenſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potētia. Et quoniā incōmenſurabilis eſt α ε, ipſi α β lōgitudine, ipſæ igitur α ε, α β, rationales ſunt potentia tātū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (per 22 decimi) α κ, hoc eſt cōpoſitū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniā incōmenſurabilis eſt ε δ, ipſi α β lōgitudine, incōmēſurabilis igitur eſt et ε ζ, ipſi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (per eandē) ε λ, hoc eſt μ ς, hoc eſt, cōflatum ſub μ ν, ν ξ. Et quoniā incommenſurabilis eſt α ε ipſi ε ζ, & α κ ipſi ε λ incōmenſurabile eſt,

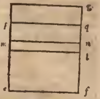
eſt. Sed ξ n quidem eſt conflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ξ λ eſt quod ſub μ ν, ν ξ, incommenſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) compoſitum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, et quod ſub μ ν, ν ξ, & ipſorum utrunq; medium eſt. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incommenſurabiles. Ipſa igitur μ ξ bina potens eſt media (per 42 decimi) & ipſam poteſt α γ: quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 54.

54 SI lineę rationali ęquũ quadrato binomij rectangulũ adiũgatur, latus eius ſecũdum binomiũ primũ eſſe cõueniet.

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, conuerſæ ſunt ſex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ eſt hęc intẽtio, ſit linea a b binomiũ, diuiſa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, ſecundũ ſuã diffinitionẽ aut terminũ, eiusq́ a b quadratũ ſit b d, ſitq́ linea e f, rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico q́ latus ſecundum huius ſuperficiei eſt, quod & linea f g, eſt binomium primum. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d quæ ſint quadrata duarũ linearum portionũ binomij, & in duo ſupplemẽta a h & h k, quorum utrũq́ continetur ſub duab. portionib. binomij, eritq́ ex diffinitione binomij quæ habetur per 30, utrũq́ iſtorum quadratorum rationale, & per 19 utrunq́ ſupplementũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g. abſcindatur ſuperficies e l ęqualis quadrato d h, & l m, ęqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorum ſupplemẽtorum a h uel h k, eritq́ p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemento: quare per 1 ſexti linea n q, eſt æqualis lineæ q g. Ex præmiſsis autẽ manifeſtũ eſt q́ utraq́ duarũ ſuperficierum e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt rationalis. Et utraq́ duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis, quare per 16 utraq́ duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in lõgitudine, & lineæ e f rationali poſitæ cõmenſurabilis, & per 10 utraq́ duarũ n q & q g, & tota n g, rationalis in potẽtia tantũ, incõmenſurabilis lineę m n (& ideo lineę e f ſibi ęquali, & per cõſequens & lineæ f n) in lõgitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g, ut ex primo duorũ antecedẽtium 35 demonſtrationi ſubiunctorũ & prima ſexti apparet, fuerit potẽtior linea n g minori in quadrato lineæ ſecum cõmunicãtis in longitudine, tunc ex diffinitione binomij primi manifeſtũ eſt lineã f g eſſe binomium primum. Hoc autẽ ita eſſe ſic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primã ſexti) ſuperficies a h medio loco proportionalis, cõuincitur ex priorib. hypotheſib. ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per 1 ſexti) linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quantum quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideoq́ per 4 ſecundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq́ per primam partẽ 15 cũ linea f n diuidatur à ſuperficie ſibi adiuncta æquali quartę parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendam totam lineam f n deſit ſuperficies quadrata lineæ ſibi cõmunicantia ad punctum l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine: conſtat ergo propoſitum.





THEON Lemma.

Si recta linea ſecetur in inęqualia, quę ab inæqualib. quadrata, maiora ſunt, eo quod bis ſub inæqualib. cõprehenſum eſt rectãgulum.

Sit recta linea α β, ſeceturq́; in inæqualia in γ, ſitq́; maior α γ. Dico q́ quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eo q́ ſub α γ, γ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in δ. Quoniã igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ et in inæqualia in γ, igitur (per 5 ſecũdi) quod ſub α γ, γ β, unà cũ eo quod ex γ δ, æquũ eſt ei quod ex α δ, & perinde quod ex ſub α γ, γ β, minus eſt eo quod α δ.

α δ γ β

Quod igitur bis ſub α γ, γ β, eſt minus quàm duplum eius quod ex α δ. Sed quæ ex α γ, γ β, dupla ſunt eorũ quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β: quod erat oſtendendum.

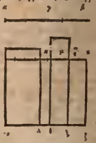
Euclid. ex Zamb. Theorema 42. Propoſitio 60.

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit α γ, exponaturq́; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipſam δ ε, cõparetur (per 44 primi) δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quòd δ η ex binis eſt prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad δ ε, ei quidẽ quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquũ κ λ. Reliquum igitur quod bis ſub α γ, γ β (per 4 ſecundi) æquum eſt ipſi μ ζ. Secetur (per decimam primi) ipſa μ η bifariam in ν, exciteturq́; (per 31 primi) parallelus ν ξ utriq́; ipſarum μ λ, η ζ. Vtrunq́; igitur ipſorũ μ ξ, ν ζ, æquũ eſt ei quod ſub α γ, γ β. Et quoniã α β,*

ex binis

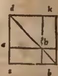
ex binis nominibus eſt diuiſa in nomina in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ β, rationalia, ſunt ſibi inuicem commenſurabilia. Quare (per 15 decimi) et conſtitum ex iis quæ ex α γ, γ β, commenſurabile eſt eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt compoſitum ex iis quæ ex α γ, γ β. Et ipſi Δ λ, eſt æquale, rationale igitur eſt Δ λ. Et ad ipſam Δ ι, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) Δ μ, & ipſi Δ ι, longitudine commenſurabilis. Rurſus quoniam α γ, γ β, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium igitur eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt ipſum μ ξ, & ad ipſum comparatur μ λ, rationale, rationalis igitur eſt et μ ν, ipſi λ μ incōmenſurabilis (hoc eſt ipſi Δ ι) longitudine, eſt autē et μ Δ rationalis, et ipſi Δ ι longitudine cōmenſurabilis. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) Δ μ ipſi μ ν, longitudine. Suntq́ ipſæ igitur Δ μ, μ ν rationales, potentia tantū commenſurabiles, ex binis nominib. igitur eſt (per 36 decimi) Δ ν. Oſtendendū q́ et prima. Quoniā enim (per lēma præcedēs 54 decimi) eorū quæ ex α γ, γ β, mediū proportionale eſt quod ſub α γ, γ β, & ipſorum igitur Δ θ, ν λ, mediū proportionale eſt μ ξ. Eſt igitur (per conſtructionem) ſicut Δ θ ad μ ξ, ſic μ ξ ad ν λ, hoc eſt ſicut Δ κ ad μ ν, ſic μ ν ad μ ν: quod igitur ſub Δ κ, κ μ, æquū eſt ei quod ex μ ν. Et quoniā cōmenſurabile eſt quod ex α γ, ipſi quod ex β γ, commenſurabile eſt et Δ θ, ipſi ν λ: quare (per 1 ſexti et 11 decimi) & Δ κ ipſi κ μ commēſurabilis eſt. Et quoniam maiora ſunt quæ ex α γ, γ β, eo quod bis ſub α γ, γ β, maius igitur eſt & Δ λ ipſo μ ξ. Quare (per lēma præcedēs & per primā ſexti) & Δ μ, ipſa μ ν maior eſt, & quale quod ſub Δ κ, κ μ, et quod ex ν κ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex μ ν, & commenſurabilis eſt Δ κ, ipſi κ μ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquū, ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & incommenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quòd ex ſibi commenſurabili. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ ν maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commēſurabili. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ ν maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Suntq́ rationales ipſæ Δ μ, μ ν, & Δ μ nomen maius exiſtens, commenſurabilis eſt longitudine ipſi Δ ι expoſitæ rationali, ipſa igitur Δ ν, ex binis nominibus eſt prima: quod oportuit demonſtraſſe.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 55.

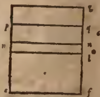
SI lineæ rationali ęqua ſupficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquū binomium ſecundū eſſe oportebit. 55

CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primū, diuiſa ad punctum c ſecundum ſuum terminum, cętera autem ſint ut prius. Dico lineam f g eſſe binomiū ſecundū. Erit enim ſuperficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi coniungent ſuperficiē rationalem, & ſuperficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi ſunt lineæ mediales potentia tantum cōmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, cōmenſurabilis lineæ e f rationali poſitę, & per 20 linea f n rationalis in potēsia tantum: quæ cū ſit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonſtrationi 35 adiunctorū & 1 ſexti, eaſ potentior quadrato lineæ communicantis ſecum in longitudine ex prima parte 11. erit à diffinitione linea f g binomium ſecundum: quod eſt propoſitum.



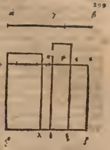
Euclid. ex Zamb. Theorema 43. Propoſitio 61.

Quod ex ea q̄ ex binis medijs prima ad ratiōalē cōparatū latitudinē, efficit ex binis noīb. ſecūdā. 61



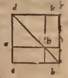
THEON ex Zamb. Eſto (per 45 decimi) ex binis medijs prima α β, diuiſa in medias in γ, quarum α γ maior ſit, exponaturq́ rationalis Δ ι. Cōparetur q́ (per 44 primi) ad ipſam Δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum Δ ſ, latitudinē efficiens Δ ν. Dico q́ ipſa Δ ν, ex binis eſt ſecunda nominibus. Conſtruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α β, ex binis medijs eſt prima diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi) mediæ ſunt potentia tantū cōmenſurabiles rationale cōprehendentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex α γ, γ β, media ſunt: medium igitur (per correlarium 23 decimi) eſt Δ λ. Et ad ipſam Δ ι comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μ Δ, & ipſi Δ ι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniā rationale eſt quod bis ſub α γ, γ β, rationale eſt & μ ſ, ad ipſamq́ μ λ, rationalem comparatur, & rationalis igitur eſt (per 20 decimi) μ ν, & longitudine commenſurabilis ipſi μ λ, hoc eſt ipſi Δ ι, Incōmenſurabilis igitur eſt Δ μ, ipſi μ ν lōgitudine. Sintq́ rationales ipſæ, igitur Δ ν, μ ν, rationales

leſ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt (per 36 decimi) Δ κ. Oſtendendum iam quod & ſecunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β, maius eſt igitur & Δ λ ipſo μ ζ. quare (per primam ſexti) & Δ μ ipſa μ κ. Et quoniam cõmenſurabile eſt quod eſt ex α γ, ei quod ex γ β, cõmenſurabile eſt & Δ ϑ ipſi κ λ. Quare & Δ κ, ipſi κ μ, commenſurabiles eſt & id quod ſub Δ κ, κ μ, æquum eſt ei quod ex ν κ. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ κ maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & μ κ, ipſi Δ ε longitudine commenſurabilis eſt, ipſa igitur Δ κ, ex binis nominibus eſt ſecunda: quod erat oſtendendum.

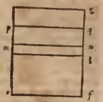


Euclid. ex Camp. Propoſitio 56.

56 CVm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali ſuperficies rectangula æqualis quadrato bimedialis ſecundi, latus eius ſecundum binomium, tertium eſſe neceſſe eſt.



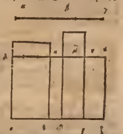
CAMP. Si fuerit linea a b bimediale ſecundum diuiſa per terminum ſuũ ad punctum c, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiũ. Erit enim ex 31 & noſtris poſitionibus utraq; ſuperficierum e n & g m, medialis: quare per 30 utraq; duarum linearũ f m & n g erit rationalis in potẽtia tantum lineæ e f rationali potentia commenſurabilis. At quia bimedialis ſecundi partes ſunt communicantes in potentia tantum, erit ſuperficies e l communicans ſuperficiei i m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo eſt per primam partem 13 f n quàm ſit n g, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Cumq; ſint ſuperficies a h & quadratum h b incommenſurabilia, eo quod lineæ a c & c b incommenſurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplementis pariter acceptis, eo quod quadrata ſibi inuicẽ communia ſit ex hypotheſi, ſupplemẽta quoq; cũ ſibi inuicẽ ſint ęqualia, ſequitur ut ſuperficies e n ſit incõmenſurabilis ſuperficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionẽ igitur eſt linea f g, binomiũ tertiũ: q̃d eſt ꝓpoſitũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 44. Propoſitio 62.

62 Quod ex ea quę ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatũ latitudinẽ efficit, ex binis nominibus tertiã.

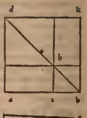
THEON ex Zamb. Eſto (per 44 decimi) ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in medias in γ ut maius ſegmentũ ſit α γ, rationalis autẽ eſto Δ ε, & ad ipſam Δ ε, ei quod ex α β æquum parallelogrammũ cõparetur (per 44 primi) Δ ζ, latitudinem efficiens Δ κ. Dico q̃ Δ κ eſt ex binis nominibus tertia. Conſtruãtur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β ex binis eſt ſecunda medijs diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, (per 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles mediũ cõprehẽdentes, quare & cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, et eſt æquale ipſi Δ λ mediũ igitur eſt et Δ λ, cõparaturq́; ad rationalẽ Δ ε. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi) μ Δ, ipſi Δ ε lõgitudine incommẽſurabilis. Id propterea etiã μ κ rationalis eſt et ipſi μ λ incommẽſurabilis (hoc eſt ipſi Δ ε) lõgitudine. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarũ Δ μ, μ κ, et ipſi Δ ε lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã α γ ipſi γ β longitudine eſt incõmenſurabilis, ſicut aũt (per lẽma præcedẽs 22 decimi) α γ ad γ β, ſic quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β, incommẽſurabile igitur eſt et quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Quare et conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β incommenſurabile eſt, hoc eſt Δ λ ipſi μ ζ. Quare (per 1 ſexti, et 11 decimi) et Δ μ ipſi μ κ incõmenſurabilis eſt. Sũtq; rationales. Ipſa igitur Δ κ, ex binis nominib. eſt. Oſtendendũ iã quod & tertia. Similiter iam ſicut in præcedentib. ratiocinabimur quod maior eſt Δ μ ipſa μ κ, & quod & Δ ν ipſi ν μ cõmẽſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub Δ ν, ν μ æquũ ei quod ex μ ξ. Ipſa igitur Δ μ, ipſa μ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, et neutra ipſarũ Δ μ, μ κ, cõmẽſurabilis eſt ipſi Δ ε, lõgitudine ipſa igitur Δ κ, ex binis eſt tertia noib. q̃d erat oſtẽdẽdũ. Euclid. ex Cãp. Prop. 57.



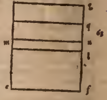
57 SI lineæ rationali rectãgulũ ęquũ quadrato lineæ maioris adiũgatur, alterũ ſe cõtinentiũ laterũ erit binomium quartum.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundum terminũ ſuum ad punctum c, cunctaq́ reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cũ enim ſint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit ſuperficies e n rationalis, ideoq́ per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali poſitæ, ſuperficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent ſuperficiem medialem, itaq́ per 20 linea n g eſt in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineę a b ſunt potentialiter incõmenſurabiles, ſuperficies e l incõmenſurabilis erit l m, ideoq́ linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n eſt potẽtior linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum, quod erat propoſitum.

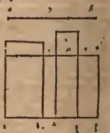


Euclid. ex Zamb. Theorema 45. Propoſitio 63.

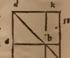


Quæ ex maiore ad rationalem comparatum latitudinẽ efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. Sit maior α β, diuiſa in γ, ut maior ſit α γ, ipſa γ β. Rationalis uerò eſto δ ι, & ei quod ex α β, æquũ ad ipſam δ ι, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammum, latitudinem efficiens δ κ. Dico q. δ κ, ex binis eſt quarta nominibus. Cõſtruantur eadem quæ in præoſtenſis. Et quoniam (per 39 decimi) maior eſt α β diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, potentia ſunt commenſurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipſis fiunt quadrata rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Quoniam igitur rationale eſt conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt δ λ, rationalis igitur eſt & μ δ, & δ ι, lõgitudine cõmenſurabilis. Rurſus quoniam medium eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) eſt & μ κ, et ipſi δ ι, longitudine incommenſurabilis. Incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) & δ μ, ipſi μ κ longitudine. Ipſæ igitur δ μ, μ κ, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ κ. Oſtendendum iam quod & quarta. Similiter iam ſicut & in præcedentibus ratiocinabimur, quod maior eſt δ μ ipſa μ κ, & q. quot ſub δ ν, ν μ, æquũ eſt ei quod ex ν κ. Quoniã igitur incõmenſurabile eſt quod ex α γ, ei quod ex γ β, incõmenſurabile igitur eſt et δ θ, ipſi ν λ. Quare (per 1 ſexti et 11 decimi) & δ ν ipſi ν μ incõmenſurabilis eſt. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 19 decimi) æquũ comparatũ fuerit parallelogrammũ ad maiorẽ forma quadrata deficiẽs, & in incõmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quod à ſibi incõmenſurabili in longitudine, ipſa igitur δ μ, ipſa μ κ maius poteſt, eo quod à ſibi incõmenſurabili ſunt et ipſæ δ μ, μ κ, rationales potẽtia tantũ cõmenſurabiles: & δ μ, cõmenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali δ ι, ipſa igitur δ κ, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat oſtendendũ.

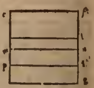


Euclid. ex Camp. Propoſitio 58.



Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis ſupra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintum eſſe neceſſe eſt. 58

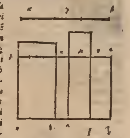
CAMPANVS. Propoſita linea a b ea quę poteſt ſupra mediale & rationale diuiſa ſecundum eius diffinitionẽ ad punctum e nihil immutetur de reliquis, ſequiturq́ lineã f g eſſe binomiũ quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem ſuperficiẽ, neceſſe eſt ut ſuperficies g m, ideoq́ (per 16 linea n g) ſit rationalis. Cumq́ ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta ſint mediale, erit ſuperficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineæ ſunt incõmenſurabiles



biles in potentia, erit ſuperficies e l incommenſurabilis ſuperficiei m l, ideoq́ & linea f l, lineę l n: potentior igitur eſt per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propoſitum.

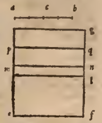
Euclid. ex Zamb. *Theorema 46.* *Propoſitio 64.*

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq́ʒ poteſt ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON *ex Zamb. Sit rationale mediumq́; potens α β diuiſa in rectas lineas in γ, ut ſit maior α γ, exponaturq́; rationalis δ ε, et ei quod ex α β, æquũ ad δ ε, comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinẽ efficiẽs δ η. Dico quòd δ η ex binis eſt quinta nominibus. Cõſtruantur eadem quæ in præcedẽtibus. Et quoniã α β eſt rationale mediũq́; potens diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis mediũ, quod uerò ſub ipſis rationale. Quoniam igitur conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium eſt, medium igitur eſt δ λ. Quare rationalis eſt δ μ, & ipſi δ ε longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt μ ζ, rationalis igitur eſt μ η, & ipſi δ ε, lõgitudine cõmenſurabilis. Incommẽſurabilis igitur eſt δ μ, ipſi μ η. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ η. Dico quòd & quinta. Similiter nanq; oſtendetur quod ſub δ η, η μ, æquum eſt ei quod ex ν η, & quod δ η ipſi η μ longitudine incõmenſurabilis eſt, ipſa igitur δ μ, ipſa μ η maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, et ipſæ δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & minor μ η, commenſurabilis eſt ipſi δ ε longitudine. Ipſa igitur δ μ ex binis eſt quinta nominibus: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 59.*

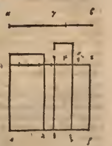


59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectãgula æqualis quadrato lineę potentis in duo medialia, eiuſdem ſuperficiei latus ſecundum, binomium ſextum eſſe conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 ſit linea a b, linea potens ſupra duo medialia, quæ autem præter hæc ſunt, ſicut ſuprà maneãt, & erit tunc linea f g binomium ſextũ, quod ignorare nõ poteris, ſi præmiſſorum eiusq́; quod 55 proponit, immemor nõ fueris, & ſic patet in hac, noſtra intentio.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 47.* *Propoſitio 65.*

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam.



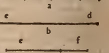
THEON *ex Zamb. Eſto (per 47 decimi) bina potẽs media α β, diuiſa in γ, rationalis autem eſto δ ε, & ad ipſam rationalẽ δ ε, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiẽs δ η. Dico quòd ipſa δ η, ex binis nominibus eſt ſexta. Conſtruãtur etenim eadẽ quæ & in præcedentibus. Et quoniã α β bina media potens, eſt diuiſa in γ, ipſæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediũ & inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex earum quadratis. Quare per ea quæ oſtenſa ſunt, medium eſt utrunq; ipſorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum δ μ, μ η, & ipſi δ ε longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile eſt et quod bis ſub α γ, γ β, incommenſurabile igitur eſt (per 2 partem 11 decimi) δ λ ipſi μ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & δ μ ipſi μ η. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tãtum commenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt δ η. Dico quòd & ſexta. Similiter nãq; rurſus ut prius demõſtrabimus, quia quod*

ſub δ κ, κ μ, æquum eſt ei quod ex ν ξ, & quod δ κ ipſi κ μ longitudine incommenſurabilis eſt, ac id propterea δ μ ipſa μ κ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & neutra ipſarũ δ μ, μ κ, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali δ ε lõgitudine. Ipſa igitur δ κ (per ſecundas diffinitione) ex binis eſt ſexta nominibus: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 60.*

OMnis linea cuilibet binomiorum communicans, ſub eadem ſpecie binomium eſſe probatur. 60

CAMPANVS. Sit linea a binomiũ cuiuſuis ſpeciei, ſitq; linea b ei cõmunicãs in longitudine. Dico lineã b eſſe binomium eiuſdẽ ſpeciei cuius a. ſint enim binomiales portiones, a c & d, eruntq; ambę rationales in potentia tantum cõmunicãtes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 ſexti ſecundum proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, ſicut a ad b. Cum ſint igitur a & b communicãtes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, communicãtes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tãtum, erit & e: ſi autem in lõgitudine & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum uel etiã in longitudine, erit quoq; & f ſimiliter, & ex 12 ſi potentior eſt c d, in quadrato lineę ſibi commenſurabilis in longitudine, uel ſi fortè incommenſurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi commenſurabilis uel etiã incõmenſurabilis, neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorum, ut eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b.

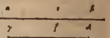


Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit etiã & ſic linea b. Binomiũ autem eiuſdem eſſe ſpeciei nõ eſt neceſſariũ, immo impoſsibile eſt ut ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorum uel ſub ſecunda, quarta uel quinta, ſed neceſſe eſt ut ambo cadant ſub primis tribus, aut ambo ſub tribus poſtremis. unum enim eorum eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus & aliud in aliqua ex tribus poſtremis, eſt impoſsibile. Cum enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non eſt itaq; poſsibile ut a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij eſt rationalis in lõgitudine, hæ autem ſpecies ſunt, prima & ſecunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in longitudine communicantium aut incõmunicantiũ, neceſſe eſt ut ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum, aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum. Lineam autem b quid dubitas eſſe binomium? cum ſint enim c & e communicantes in potentia tantum, ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantum: quæ quia non communicant in longitudine, ſicut nec eis proportionales c & d, ipſæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 48.* *Propoſitio 66.*

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ipſa quoq; ex binis nominibus eſt ac in ordine eadem. 66

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus α β & ipſi α β longitudine commenſurabilis eſto γ δ. Dico quòd ipſa γ δ ex binis nominibus eſt, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus eſt α β, diuidatur in nomina in ε, ſit maius nomen α ε. Ipſæ igitur α ε, ε β, rationales ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Fiatq; ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ δ (per 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ. Cõmenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α β ipſi γ δ longitudine. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ipſa α ε ipſi γ ζ, et ε β ipſi ζ δ. Sũtq; rationales ipſæ α ε & ε β, rationales igitur ſunt (per 11 decimi) & ipſæ γ ζ, ζ δ. Et quoniã eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic eſt ε β ad ζ δ, uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Ipſæ autem α ε, ε β, tãtum potentia ſunt commenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ δ, igitur potentia tantum ſunt commenſurabiles, ſuntq; rationales: ex binis igitur nominibus eſt ipſa γ δ. Dico iam quòd in ordine eſt eadem ipſi α β. Ipſa α ε, ipſa ε β aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, uel eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si uerò α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, et γ ζ ipſa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis fuerit, & γ ζ eidem commenſurabilis erit (p 12 decimi) Idq; propterea utraq; ipſarum α β, γ δ, ex binis nominibus eſt prima, hoc eſt in ordine eadẽ. Si uerò ε β commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali, & ζ δ eidem commenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt ipſi α β, utraq; enim ipſarum eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uerò neutra ipſarum α ε, ε β, com-*



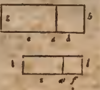
ε β. commenſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarum γ ζ, ζ δ, eidẽ erit commẽſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autẽ α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incommeſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. & ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γ ζ eidem commenſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipſarum α ε, ε β & ipſarum γ ζ, ζ δ neutra commenſurabilis, eſt expoſitæ rationali, eritq; utraq; ſexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadem: quod erat oſtendendum.

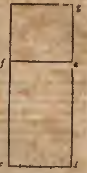


Eucl**id**. ex Camp. Propoſitio 61.

61 OMnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe, ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in lõgitudine, ſiue etiã in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ communicãtes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, ſitq; a bimediale primum uel ſecũdum, dico quòd etiam b eſt bimediale primũ uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediale in ſuas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ ſunt c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecũdum proportionem c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie cõtenta ſub c & d, & k ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euerſam & permutatã proportionalitatem quemadmodum in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b: ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicãtes, ſiue hoc ſit in lõgitudine ſiue in potẽtia, ſic c & e, itẽq; d & f, ſimiliter erunt communicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantum communicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potẽtia tantum communicantes, cum ipſę per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d, & k ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f communicãt in longitudine uel in potẽtia ſecũdum quod a & b in alterutro eorũ communicãt, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſibi inuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali ſecundo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuũ terminum diuiditur, cõtinent ſuperficiem rationalem, bimedialis autẽ ſecũdi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit ſuperficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod ſi a fuerit bimediale ſecũdum, erit ſuperficies g medialis. ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitum. Idẽ aliter. Ad lineã rationalem e d (poſita a alterutro bimedialiũ, & b ſibi in longitudine uel potentia communicante) adiũgatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt communicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe communicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecundum per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primum per 49, at uerò ſi a fuerit bimediale ſecundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium per præmiſſam, quare & latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 50, manifeſtum eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.



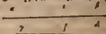


*Eucl**id**. ex Zamb. Theorema 49. Propoſitio 67.*

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine commenſurabilis, & ipſa ex binis eſt medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Eſto ex binis medijs α β, & ipſi α β commenſurabilis eſto longitudine γ δ. Dico quòd γ δ ex binis eſt medijs, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs eſt diuiſa in medias in ε, ipſæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commẽſurabiles. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ, & reliqua igitur ε β ad ζ δ, reliquã (p 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ.*

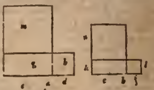
Cõmenſurabilis aũt eſt α β ipſi γ δ lõgitudine, cõmenſurabiles igitur eſt & α ε ipſi γ ζ, et ε β ipſi ζ δ, ſuntq́; mediæ ipſæ α ε, ε β, mediæ igitur ſunt et γ ζ, ζ δ. Et quoniã eſt ſicut α ε ad ε β & γ ζ ad ζ δ, ipſæ autẽ α ε, ε β, potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles, & ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Oſtenſum autẽ quòd mediæ. ipſa igitur γ δ, ex binis eſt medijs. Dico quòd & in ordine eadẽ eſt ipſi α β. Quoniã enim eſt ſicut α ε, ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ, & ſicut igitur quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α ε ad id quod ex γ ζ, ſic quod ſub α ε, ε β, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ε ei quod ex γ ζ. Commenſurabile igitur & quod ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Si igitur rationale eſt quod ſub α ε, ε β, & quod ſub γ ζ, ζ δ, rationale eſt, ac per hoc eſt ex binis medijs prima. Si autẽ mediũ fuerit quod ſub α ε, ε β, medium erit & quod γ ζ, ζ δ, & utraq; eſt ſecunda, ac per hoc & γ δ erit ipſi α β in ordine eadẽ: quod erat oſtendendũ.

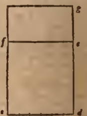


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 62.*

Omnis linea communicans lineæ maiori, eſt linea maior. 62

CAMPANVS. Et hęc quoq; ueritatẽ habet, ſi utrolibet modo cõmunicãs fuerit aliqua linea lineę maiori. Eſto enim a linea maior, b uerò quouis ſibi cõmunicãs modo, erit b linea maior. Diuiſa nãq; a in eas portiones ex quib. cõſtat per 53 quę ſunt c & d, & b ſecundũ earũ ꝓportionem in e & f, poſitoq; q̃ g ſit ſuperficies cõtẽta ſub c & e, & k ſub e & f, & m & h ſint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h ſicut n ad l per ſecundã partẽ 22 ſexti, & coniunctim m & h ad h, ſicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, ſicut h ad l. quia ergo h cõmunicat cũ l eo q̃ d cõmunicat cum f, aut in longitudine aut in potẽtia prout cõmunicat cũ b, ſequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta communicẽt cũ ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cũ itaq; duo prima pariter accepta ſint rationale per 31, erũt quoq; & duo poſtrema rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficiẽ k neceſſe eſt eſſe medialẽ ſicut g ex 21, lineasq; e & f eſſe incõmenſurabiles in potẽtia ſicut c & d ex 10. cõcluditur per 11 lineã b eſſe lineã quæ dicitur maior, q̃d eſt propoſitũ. ¶ Idẽ aliter. Cũ ſit a linea maior cui b cõmunicat. ſiue hoc fuerit in longitudine, ſiue in potẽtia, ſumpta linea rationali quæ ſit c d adiũgatur ſuperficies ei c e, æqualis quadrato lineę a deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cũ igitur quadrata duarũ linearum a & b ſint cõmunicantia ex hypotheſi, erit ſuperficies c e cõmunicans ſuperficiei f g, ideoq; per primã ſexti & 10 huius linea d e lineæ e g in lõgitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomiũ quartũ, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in ſuperficiem f g, eſt linea maior.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 50.* *Propoſitio 61.*

Maior commenſurabilis, eadem quoque maior. 63

THEON ex Zamb. *Eſto maior α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico quòd & γ δ maior eſt. Diuidatur α β in ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 39 decimi) potẽtia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ cõflatum ex earũ quadratis rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Patẽtq; eadẽ quæ in præcedentibus. Et quoniã eſt (per 2 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic eſt α ε ad γ ζ & ε β ad ζ δ, commenſurabilis autem eſt α β ipſi γ δ, cõmenſurabilis igitur eſt & utraq; ipſarũ α ε, ε β, utriq; ipſarũ γ ζ, ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic ε β ad ζ δ, et uiciſsim (p 16 quinti) ſicut α ε ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Et cõponendo igitur (p 18 quinti) ſicut α β ad ε β, ſic γ δ ad ζ δ. et ſicut igitur (per 22 ſexti) quod ex α β ad id quod ex β ε, ſic quod ex γ δ ad id quod ex ζ δ. Similiter iã demõſtrabimus quòd & ſicut quod ex α β ad id quod ex α ε, ſic quod ex γ δ ad id quod ex γ ζ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex α β ad ea quæ ex α ε, ε β, ſic quod ex γ δ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Et uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α β ad id quod ex γ δ, ſic quæ ex α ε, ε β, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Cõmenſurabile autẽ eſt id quod ex α β, ei quod ex γ δ. Cõmenſurabilia ſunt igitur & quæ ex α ε, ε β, eis quæ ex γ ζ, ζ δ. Suntq́; quæ ex α ε, ε β, ſimul rationale, & quæ ex γ ζ, ζ δ ſimul rationale. Similiter autẽ & quod bis ſub α ε, ε β, commenſurabile eſt ei quod bis ſub γ ζ, ζ δ. At quod bis ſub α ε, ε β, medium eſt: medium igitur eſt & quod bis ſub γ ζ, ζ δ. Ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex earũ quadratis ſimul rationale, & quod bis ſub ipſis medium. Tota igitur γ δ (per 57 decimi) irrationalis eſt, maior appellata. Maiori igitur commenſurabilis, & eadem maior eſt: quod oſtendendum fuerat.*



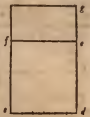
Euclid.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 56. 63

63 SI qua linea lineę potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipſa in rationale & mediale potens eſſe cõprobatur.

CAMPANVS. Verũ quoq; eſt, quod qualitercunq; linea aliqua ſit cõmunicãs potẽti in rationale & mediale ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantum, ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale, quod ſicut prius duplici modo probatur, neceſſe eſt autẽ quãtũ ad primũ modũ, q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potẽtia incõmenſurabiles ita ſunt etiã e & f per 10, & quòd quẽadmodũ g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionẽ ſit k rationalis, & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta ſunt mediale, ſic etiã per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b eſt potens rationale & mediale. Quantum autẽ ad ſecundum modum, neceſſe eſt ex 58, ut linea d e ſit binomiũ quintum, ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintum, quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod eſt propoſitum.

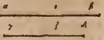




Euclid. ex Zamb. Theorema 51. Propoſitio 69.

69 Rationale ac medium potenti cõmenſurabilis, & eadem rationale ac medium potens eſt.

THEON ex Zamb. *Eſto rationale mediũq; potẽs αβ, & ipſi αβ commenſurabilis eſto γδ. Oſtendẽdum quòd & γδ rationale ac mediũ potẽs eſt. Diſtribuatur (per 46 decimi) αβ in rectas lineas in ε. Ipſæ igitur αε, εβ (per 40 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ compoſitum ex earũ quadratis mediũ, quòd uerò ſub ipſis rationale, et eadẽ conſtruãtur quæ in præcedentib. Similiter iam demõſtrabimus q, γζ, ζδ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, & cõmenſurabile eſt conflatũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quod aũt ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, mediũ eſt, quod uerò ſub γζ, ζδ, rationale. Rationale igitur eſt ac mediũ potens, ipſa γδ: quod erat oſtẽdendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 64.

64 OMnis linea communicans potenti in duo medialia, ipſa quoque potens eſt in duo medialia.

CAMPANVS. Hęc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus, eo duplici modo quo pręmiſſæ probabitur uera eſſe, ſiue in lõgitudine, ſiue in potẽtia cõmunicet linea b cũ linea a potẽte in duo medialia. Quantũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadem 35, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incõmẽſurabile duplo ſuperficiei g, ſequitur per 10 & noſtras poſitiones ut duo quoq; l & n pariter accepta ſint incõmẽſurabile duplo ſuperficiei k, cum itaq; ſint e & f incõmenſurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potẽs in duo medialia. Quãtum autẽ ad ſecundũ ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium ſextum, ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium ſextum, quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b, erit potens in duo medialia: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 52. Propoſitio 70.

70 Bina potenti media commenſurabilis, bina potens eſt media.

THEON ex Zãb. *Eſto bina potens media αβ, & ipſi αβ cõmenſurabilis eſto γδ. Oſtendendũ quod & γδ, bina potẽs eſt media. Quoniã enim bina potẽs eſt media αβ, diſtribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur αε, εβ (per 41 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum αε, εβ, quadratis ei quod ſub αε, εβ. Conſtruãtur eadẽ quæ in præcedentibus. Similiter iã demõſtrabimus quòd et ipſæ γζ, ζδ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles, & cõpoſitũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõpoſito ex ijs quæ ex γζ, ζδ, cõmenſurabile eſt: quod aũt ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ, quare & conflatũ ex ipſarũ γζ, ζδ, quadratis mediũ eſt, & quod ſub ipſis γζ, ζδ, mediũ & inſuper incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum*



γζ,ζδ,quadratis ei quod ſub γζ,ζδ. Ipſa igitur γδ,bina potens eſt media: quod oſtendere oportuit.

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 65.*

SI duę ſuperficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis coiũgaẽ,linea potẽs totã ſuperficiẽ inde cõpoſitã aliq̃ erit quatuor irratiõaliũ linearũ,uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ,aut linea maior,aut potẽs in ratiõale & mediale. 65



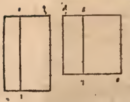
CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies,& b medialis,erit linea potẽs in totã a b. aliqua præmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis,cui adiungaẽ c e æqualis a,& f g ęqualis b,eritq́ ex 16 linea d e rationalis in lõgitudine,cõmunicãs lineę c d rationali poſitæ,ex 20 linea e g rationalis in potẽtia tantum,& ex 30 linea d g binomiũ,cuius cũ altera binomialiũ portionũ quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicans lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierum binomij aut binomium primum, aut ſecundũ, aut quartum, aut quintũ:tertiũ autẽ aut ſextum non erit ex diffinitione, itaq́ ex 44. 49, 51, & 52,linea potẽs in totã e g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b,erit aut binomiũ,aut bimediale primũ,aut linea maior,aut potẽs in rationale aut mediale,quod eſt propoſitum. Bimediale uerò ſecundũ,aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã ſi eſſet bimediale ſecundũ, eſſet ex 56 linea d g binomiũ tertiũ,quod ſi eſſet potẽs in duo medialia,eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum,ſed neutrum erat: unde patet noſtra intentio.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 53.* *Propoſitio 71.*

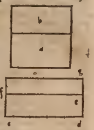
Rationali ac medio cõpoſitis,q̃tuor fiũt irrationales,quę ex binis nominib.quę ex binis prima medijs,maior ac rationale mediũq́ potẽs. 71

THEON *ex Zamb. Sit rationale αβ,mediũ autem γδ. Dico quòd ipſam αδ areolam potens,aut ex binis nominibus eſt,aut ex duobus prima medijs,aut maior,aut rationale mediumq́; potẽs.Ipſa etenim αβ, ipſa γδ aut maior aut minor eſt.Eſto prius maior, exponaturq́; rationalis εζ,*



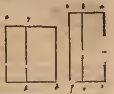
cõpareturq́; (per 44 primi) ad ipſam εζ ipſi αβ æqua areola εκ,latitudinẽ efficiẽs εθ.Ipſi aũt δγ æquũ ad εζ,hoc eſt θκ,cõparetur θι latitudinẽ efficiẽs θκ. Et quoniã rationale eſt αβ,et æquale eſt ipſi εκ,ratiõale igitur eſt et εκ. Et ad ipſam rationalẽ εζ cõparatur,latitudinẽ efficiẽs εθ,rationalis igitur eſt εθ,& cõmenſurabilis eſt ipſi εζ longitudine. Rurſus quoniã mediũ eſt γδ,et æquũ eſt ipſi θι,mediũ igitur eſt et θι.Et ad rationalẽ εζ cõparatur,hoc eſt ad ipſam θκ,latitudinẽ efficiens θκ,rationalis igitur eſt θκ,et ipſi εζ lõgitudine incommenſurabilis. Et quoniã mediũ eſt γδ,rationale autẽ αβ,incõmenſurabile igitur eſt αβ ipſi γδ,quare & εκ incõmenſurabile eſt ipſi θι.Sicut aũt εκ ad θι ſic (per 1 ſexti) eſt εθ ad θκ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & εθ,ipſi θκ longitudine. Et ambæ ſunt rationales,ipſæ igitur εθ,θκ,rationales ſunt,potẽtia tãtũ cõmenſurabiles,ex binis igitur nominib. eſt εκ,diuiſa in θ. Et quoniã maius eſt αβ ipſo γδ,æquũ aũt eſt αβ ipſi εκ,et γδ ipſi θι,maius igitur eſt εκ ipſo θι,et εθ,igitur maior eſt ipſa θκ.Igitur εθ,ipſa θκ maius poteſt,aut eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili,aut eo qđ ſit ex ſibi cõmẽſurabili.Poßit prius maius eo qđ ſit ex ſibi cõmẽſurabili.Eſtq́; maior εθ cõmẽſurabilis expoſitæ rationali εζ.Ipſa igitur εκ (per ſecũdas diffinitiones) ex binis nominib. eſt prima. Rationalis aũt eſt εζ.Si areola uerò cõprehẽdatur ſub rationali & ex binis nominib.prima, quæ areolam poteſt,eò binis nominib. (p 54 decimi) Igitur quæ ipſum ει poteſt,ex binis nominibus eſt.Quare et ipſum αδ potẽs,ex binis nominibus eſt. Poßit uerò εθ ipſa θκ,maius eo quod ex ſibi incõmenſurabile,eſtq́; maior εθ,cõmẽſurabilis ipſi εζ expoſitæ rationali lõgitudine. Ipſa igitur εκ,ex binis nominib. eſt quarta. Rationalis aũt eſt εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus,quæ areolã poteſt,irrationalis eſt appellata maior(per 57 decimi) Igitur quæ ipſam ει poteſt areolã,maior eſt.Quare et ipſam αδ potẽs maior eſt.Sed iã eſto minus αβ ipſo γδ,et εκ igitur ipſa θι minus eſt,quare & εθ,minor eſt ipſa θκ.At θκ ipſa εθ maius poteſt,aut eo quod ex ſibi cõmẽſurabili,aut eo quod ex ſibi incõmẽſurabili.Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cõmẽſurabili lõgitudine,et minor εθ eſt,cõmẽſurabilis lõgitudine ipſi εζ expoſitæ rationali,ipſa igitur εκ,ex binis nominib.ſecũda.Rationalis aũt eſt εζ.Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali et ex binis ſecũda nominib.quæ areolã poteſt,ex binis eſt prima (per 55 decimi) quæ igitur ipſam ει poteſt areolã,ex binis eſt prima medijs.Quare et quæ ipſam αδ areolã poteſt,ex binis medijs eſt prima.Atq́ θκ ipſa εθ maius poßit,eo quod ex ſibi incõmẽſurabili,et minor εθ eſt,cõmẽſurabilis expoſitæ ratioe

ſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis aūt eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ε ι areolam poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α δ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominibus quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq́; potens: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 66.



66 Cvm cōiunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incōmēſurabiles linea potēs in totā ſupficiē alterutra erit duarū irratiōaliū linearū, uidelicet aut bimediale ſecūdū aut potēs in duo medialia. CAMP. Vt ſi a & b ſint duę ſuperficies mediales incōmenſurabiles (ſi enim eſſent cōmenſurabiles, eſſet cōpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico quod linea potēs in cōpoſitā ex ambabus, erit aut bimediale ſecūdū, aut potens in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, ſuperficies uero ſibi adiuncta c e ęqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cūq; ſuperficies c e & f g, ſint incōmēſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq; lineę d e & e g ex prima ſexti & 10 huius erit ex 10 linea d g, binomiū. Cuius cū utraq; binomialiū portionū quæ ſunt d e & e g, ſit incōmenſurabilis lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione binomiū tertiū aut ſextū. Linea ergo potens in totam c g æqualem compoſitę ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia: quod eſt propoſitū. Euclid. ex Zamb. Problema 54. Propoſitio 72.

72 Binis medijs adinuicē incōmēſurabilib. cōpoſitis, reliquę duæ irrationales fiūt, quæ ex binis ſecūda medijs, & quę bina potens eſt media.

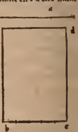


THEON ex Zab. Cōponātur etenim bina media adinuicē incōmēſurabilia α β, γ δ. Dico quod α δ areolā, potēs aut ex binis eſt ſecūda medijs aut bina potēs eſt media. Ipſū nāq; α β ipſo γ δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α β ipſo γ δ, exponaturq́; ratiōalis ε ζ, et ipſi α β æquū ad ipſā ε ζ (p 45 primi) cōparetur ε κ latitudinē efficiēs ε θ, ipſi aūt γ δ, æquū θ ι, latitudinē efficiēs θ κ. Et quoniā utrūq; ipſorū α β, γ δ, mediū eſt, et utrūq; igitur ipſorū ε κ, θ ι, mediū eſt. Et ad ipſā ε ζ ratiōalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipſas ε θ, θ κ, utraq; igitur ipſarū ε θ, θ κ, ratiōalis eſt (p 22 decimi) et ipſi ε ζ lōgitudine incōmēſurabilis. Et quoniā α β ipſi γ δ incōmēſurabile eſt, et æquū eſt α β quidē ipſi ε κ, et γ δ ipſi θ ι, incōmēſurabile igitur eſt et ε κ ipſi θ ι. Sicut aūt (p 1 ſexti) ε κ ad θ ι, ſic eſt ε θ ad θ κ, incōmēſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε θ ipſi θ κ lōgitudine. Ipſæ igitur ε θ, θ κ, ratiōales ſūt potētia tātū cōmēſurabiles. Ipſa igitur ε κ, ex binis nominib. eſt. Ipſa aūt ε θ ipſa θ κ aut maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incōmenſurabili. Poſsit prius maius eo quod ex ſibi incōmenſurabili lōgitudine, et neutra ipſarū ε θ, θ κ, cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi ε ζ expoſitæ ratiōali. Ipſa igitur ε κ (per 50 decimi) ex binis eſt tertia nominib. Rationalis aūt eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur ſub ratiōali et ex binis nominib. tertia, quæ areolā poteſt, ex binis eſt ſecūda medijs (p 56 decimi) Quæ areolā igitur ε ι, hoc eſt α δ poteſt, ex binis eſt ſecūda medijs. Sed iā ε θ ipſa θ κ, maius poſsit eo quod ex ſibi lōgitudine incōmēſurabili. Et quoniā incōmēſurabilis eſt utraq; ipſarū ε θ, θ κ, ipſi ε ζ lōgitudine, ipſa igitur ε κ ex binis eſt ſexta noib. (p 53 decimi.) Si uero ſub ratiōali et ex binis ſexta noib. areola cōprehēdatur, quæ areolā poteſt, bina potēs eſt media (p 59 decimi) Quare et quæ α δ poteſt areolā, bina potēs eſt media. Similiter iā oſtēdemus, quod et ſi minor fuerit α β ipſa γ δ, quæ ipſam α δ areolā poteſt aut ex binis eſt ſecūda medijs, aut bina potēs eſt media. Binis igitur medijs inuicē cōmēſurabilib. cōpoſitis, reliquæ irratiōales fiūt ex binis ſecūda medijs et quæ bina potēs eſt media: quod erat oſtēdēdū. Euclid. ex Cāp. Prop. 67.

67 Cvm poſita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales ſequētes eam, nō erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a fuerit aliqua ex ſex prælibatis lineis irrationalibus quę ſunt binomiū & eius quinq; comites, ipſa nō erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiūgatur ad lineā rationalē b c, quæ ſit b d, ſi quidē a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit c d ex 55 binomiū ſecūdū. Si aūt bimediale ſecūdū, erit c d ex 56 binomiū tertiū. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomiū quartum, At ſi potēs in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium ſextum. Et quia impoſsibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorum a diffinitione, eſt impoſsibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarum linearum irrationaliũ. De linea autem mediali conſtat quod ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequẽtium, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 20. Cum autem ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarum comitũ, latus eius ſecundum, eſt binomium, aut primum, aut ſecundum. & ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſsibile eandem lineam eſſe rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potentia, nimirum impoſsibile lineam medialem eſſe binomialem, aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



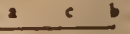
THEON.

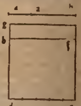
Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ neq; inuicem ſunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incommenſurabilẽ, ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uerò quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uerò quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt, quòd & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 61.*

SI linea de linea abſcindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; reſiduum. 61

CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex a b, ſintq; ambæ rationales tantum potẽtia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua eſt irrationalis, & ipſa uocatur reſiduum. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius, tantum ſunt quãtum duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideoq; & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta ſint incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineę a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incommenſurabile rationali, uidelicet duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaq; etiam ex diffinitione linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitum. Exemplariter in figura, eſto ſuperficies duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f, eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.



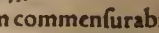


Incipiunt hexades per aphæreſin, hoc eſt per abſciſsionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propoſitio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome. 73

THEON ex Zamb. *À rationali nanq; $\alpha\beta$, rationalis inferatur $\beta\gamma$, potentia tantum toti commenſurabilis exiſtens.* Dico q; *reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam $\alpha\beta$ ipſi $\beta\gamma$ longitudine eſt incommenſurabilis, eſtq; (per lemma 21 decimi) ſicut $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, ſic quod ex $\alpha\beta$ ad id quod ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi)*

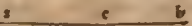


quod

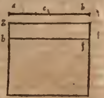
quod ex α β, ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod ſub α β, β γ, commenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incommẽſurabilia ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incommenſurabilia ſunt ei quæ ex α β, α γ, quoniã (per 5 ſecũdi) et quæ ex α β, β γ, æqua ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ ſunt ea quæ ex α β, β γ, quadrata, irrationalis igitur eſt linea α γ, uocatur autẽ ipſa apotome.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 69.*

69 SI fuerit linea de linea abſciſſa, fuerint'q; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, ſuperficiem'q; rationalem continentes, reliqua linea erit irrationalis, dicetur que reſiduum mediale primum.



CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex linea a b, ſint'q; ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hę ſunt quę coniungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erũt enĩ ambo earũ quadrata pariter accepta, mediale, duplum uerò ſuperficiei unius in alterã rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incommenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponuntur ex duplo ſuperficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, ſequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c, ſit incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alterã, quare tũ ipſum quadratũ quàm latus eius a c, eſt irrationale per diffinitionẽ, cõſtat ergo propoſitũ. Quod (quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, & ſuperficies g e, æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit'q; per 7 ſecũdi ſuperficies f g, ęqualis quadrato lineę a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g, medialis erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantũ. Cũ uerò ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine.



Itaq; per 68, linea g h eſt reſiduũ, & irrationalis: ideo'q; per 16 à deſtructione cõſequentis ſuperficies f g eſt irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet ꝓpoſitũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 56.* *Propoſitio 74.*

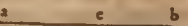
74 Si à media auferatur media potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, cum tota uerò rationale comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur uerò mediæ apotome prima.



THEON ex Zamb. *A' media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum commenſurabilis ſubſiſtens toti α β, & cum ipſa α β rationale comprehendens quod ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt; appellatur'q; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ, quoniam & ſi tota utrarum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erũt (per 16 decimi.) Rationale autem eſt quod bis ſub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè mediæ apotome prima: quod fuerat oſtendendum.*

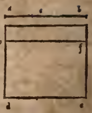
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 70.*

70 SI linea de linea ſecetur, fuerint'q; ambæ mediales potẽtialiter tantum cõmunicantes, cõtinẽtes'q; mediale, reliqua linea erit irrationalis, dicetur'q; reſiduum mediale ſecundum.



CAMP. Sit hic quoq; linea b c, abſciſſa ex linea a b, utraq; autem a b & b c, ſint ut ponitur, & ipſæ per 26 reperiuntur, & ſunt quæ componunt bimediale ſecundũ. Dico quod linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundum. Sunt enim ex hypotheſi & 22 ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta mediale ſimiliter quoq; duplum ſuperficiei unius in alteram, eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat à mediali niſi irrationali, erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius in alteram irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei unius in alteram, erit f g, per 7 ſecundi æqualis quadrato a c, quæ cum ſit differentia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f, ipſa eſt irrationalis, per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale,

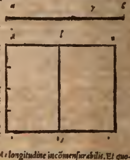
IDEM



IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 ſecundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uerò e g eſt medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h ſit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis ſimiliter in potentia tantum. Et quoniam a b & b c ſunt incommenſurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriuſq; earũ ſuperficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipſa ex hypotheſi communicent) ſunt quoq; incommẽſurabilia duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut e g, ſit incommenſurabilis h e, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 68, linea g h eſt reſiduum, & irrationalis: ideoq; per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 57.* *Propoſitio 75.*

Si à media media auferatur potentia tantum toti commenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur autem mediæ ſecunda apotome. 75



THEON ex Zamb. *A' media namq; α β, media auferatur γ β potentia tantum toti α β commenſurabilis ſubſiſtens, unaq; cum ipſa tota α β mediũ cõprehendens quod ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, appellatur autẽ mediæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis δ ι. Et ipſis quidẽ quæ ex α β, β γ, æquũ ad δ ι cõparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinẽ efficiens δ η, ei uero quod bis ſub α β, β γ, æquũ ad ipſam δ ι cõparetur (per 44 primi) δ θ, latitudinẽ efficiens δ ζ. Reliquũ igitur ζ ε, æquum eſt ei quod ex α γ. Et quoniã ea quæ ex α β, β γ, media ſunt, mediũ igitur eſt & δ ε, & ad ipſam rationalẽ δ ι, cõparatur, latitudinẽ efficiens δ η: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) δ η, & ipſi δ ι longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniã quod ſub α β, β γ, mediũ eſt, & quod bis igitur ſub α β, β γ, mediũ eſt, & eſt æquale ipſi δ θ, & δ θ igitur mediũ eſt, & ad ipſam δ ι rationalẽ cõparatum eſt, latitudinẽ efficiens δ ζ, rationalis igitur eſt δ ζ, & ipſi δ ι longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, incommenſurabilis eſt igitur α β ipſi β γ longitudine. Incõmenſurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α β quadratũ, ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidẽ quod ex α β, cõmenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod ſub α β, β γ, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Sed eis quidẽ quæ ex α β, β γ, æquũ eſt δ ε, ei autẽ quod bis ſub α β, β γ, æquum eſt δ θ. Incommenſurabile igitur eſt δ ε, ipſi δ θ. Sicut autem δ ε ad δ θ, ſic η δ ad δ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt η δ, ipſi δ ζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur η δ, δ ζ (per 11 decimi) rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Ipſa igitur ζ η, apotome eſt. Rationalis autẽ δ ι. Quod autem ſub rationali & irrationali comprehenſum, irrationale eſt (per lemma 20 decimi) & quæ illud poteſt irrationalis eſt. Ipſum autem ζ ε, poteſt ipſa α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autẽ mediæ ſecunda apotome.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 72.*

SI linea de linea detrahatᷣ, fuerintq; ambę potẽtialiter incõmen- 72
ſurabiles, cõtinẽteſq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrõnalis, uocabiturq; minor.



CAMPANVS. Si ſint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipſa eſt quę dicitur linea minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit, poſitioneſq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 58.* *Propoſitio 76.*

Si à recta linea recta linea auferatur potẽtia toti ſubſiſtens incõmen- 76
ſurabilis, cũ tota uerò efficiens quod ab eis ſimul rationale, quod uerò ſub ipſis medium, reliqua irrationalis eſt, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. *A' recta namq; linea α β, auferatur recta linea β γ, potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens cum tota quidem α β compoſitum ex iis quæ ex α β, β γ, ſimul rationale: quod*

uero

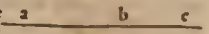
uero bis ſub ipſis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, ſimul medium. Dico quòd reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, appellata minor. Quoniam nanq; compoſitum quidem ex iis quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadratis rationale eſt, quod uerò ſub ipſis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, medium: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, ei quod bis ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſurabilia ſunt quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, ei quod ex $\alpha\gamma$. Rationale autem eſt, conflatum ex iis quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, irrationale igitur quod ex $\alpha\gamma$, ipſa igitur $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, appellatur autem minor.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 72.

72 SI linea de linea dematur, fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; rationalē continentes, quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq; iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora nouerit, niſi à memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) ſit a c reliqua irrationalis, & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Euclid. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incōmenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarū quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

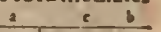
THEON ex Zamb. *A recta enim linea $\alpha\beta$, recta linea auferatur $\beta\gamma$, toti $\alpha\beta$ potentia ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipſarum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale.* Dico quòd reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadratis medium eſt, quod uerò bis ſub ipſis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ rationale, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadrata ei quod bis ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, & reliquum igitur quod ex $\alpha\gamma$, incommenſurabile eſt quod bis ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$. Quod uerò bis ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, rationale eſt, quod igitur ex $\alpha\gamma$, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa $\alpha\gamma$, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 73.

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq; ambæ potētialiter incōmenſurabiles, ſuperficiemq; medialē continentes, quadrataq; earū ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alterū incōmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; iuncta cum mediali faciens totū mediale.

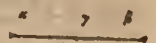
CAMP. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipſæ ſunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia. eritq; a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut præmiſſa) duplici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.



Euclid. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

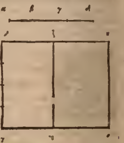
78 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potētia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis medium, inſuper ipſarū quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea $\alpha\beta$, recta linea auferatur $\beta\gamma$ potētia incōmenſurabilis ſubſiſtens toti efficiēs compoſitum ex ipſarum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadratis medium, quod uerò ſuo ipſis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ medium, inſuper ipſarū $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$.* Dico quòd reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.



Exponatur,

ponatur rationalis δε, & ei quidem quę ex αβ, βγ, æquum ad ipſam δε comparetur (per 44 pri.) latitudinem efficiens δη, et autem quod bis ſub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens reliquū igitur ζη, æquū eſt ei quod ex αγ, quare αγ poteſt ipſum ζη. Et quoniam compoſitū ex ipſarum αβ, βγ, quadratus medū eſt, & ipſi δη eſt æquale, ipſum igitur δη medium eſt. Et ad ipſam δε rationalem comparatur, latitudinem efficiens δκ, rationalis igitur eſt (per 21 decimi) δκ, & ipſi δε longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub αβ, βγ, medium eſt & ipſi δθ æquale, igitur δθ medium eſt. Et ad ipſam δε rationalem comparatur, latitudinem efficiēs δζ, rationalis igitur eſt δζ, & ipſi δε longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quę ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ, incommenſurabile igitur eſt & δη ipſi δθ. Sicut autem (per primam ſexti) δη ad δθ, ſic eſt & δκ ad δζ. Incommenſurabilis igitur eſt κδ ipſi δζ, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur κδ, δζ rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ζκ, rationalis autem eſt ζθ. Quod uerò ſub rationali & apotome comprehenſum rectangulum, irrationale eſt & illud potens irrationalis eſt (per 73 decimi) ipſum autem ζη, poteſt ipſa γα. Igitur ipſa γα irrationalis eſt, appellatur ſanè cum medio medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.



CAMPANVS. Eſt autem pręmittendum hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad ſecundam, ſit ſicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam, ſicut ſecundæ ad quartam.

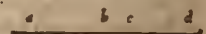


Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit ſecunda, ſit quoq; tertia maior quarta, cū uerò minor, & minor. Exempli gratia ſit differētia a ad b, ſicut c ad d, dico quòd erit a ad c, ſic b ad d: eſt enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, compoſita eſt ex differentijs ipſorum ad media) differētia a ad c, compoſita eſt ex ea quę eſt a ad b, & ea quæ eſt b ad c. At ea quæ eſt b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ eſt b ad c, & ea quę eſt c ad d. Et quia ex hypotheſi differentia a ad b, ſicut c ad d, ea uerò quæ eſt b ad c eſt cōmunis, ſequitur per communem ſcientiam ut ſit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum.

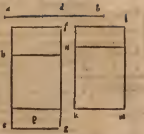
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 74.*

NVlla linea niſi una tantū reſiduo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earū quæ erant ante ſeparationem. 74

CAMPANVS. Sit linea a c reſiduum, quæ fuerit reliqua abſciſſa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quòd ipſa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi ſub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem poteſt, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potētia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplū ſuperficiei unius earum in alteram in quadrato a c, ſimiliter quoq; quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedunt duplum ſuperficiei unius ipſarum in alteram in quadrato eiuſdem a c, ſequitur ex præmiſſo antecedente, ut differētia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, ſit ſicut differentia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c. Cum autē ſint duo quadrata utriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius in alteram portionum utriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin, & 19, erit una & eadem differentia duarum ſuperficierum rationalium & duarum medialium, hoc autē eſt impoſſibile, rationales enim ſuperficies non differunt niſi in rationali ſuperficie, ut patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9, medialis autē, non differt a mediali niſi irrationali ſuperficie



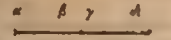
per



per 22. Hoc autem fit manifeſtum in figura,ſic. Sic enim ſuperficies ef,adiuncta,ad lineam e g,ęqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis.at g h ſit ęqualis duplo ſuperficiei unius in alterã. Eritq́ f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecundi. Similiter quoq; ſit k l, adiuncta ad lineam k m,æqualis duobus quadratis duarum linearum ad & d c pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq́ ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq́ etiam æqualis h f.Eſt itaq; differentia e f ad g h,ſicut k l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum,erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit ρ) ſicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum ſuperficierum e f & k l eſt rationalis,utraq; uerò duarum ſuperficierum g h & m n medialis,ſequitur impoſsibile,uidelicet,ſuperficiem ρ eſſe rationalem & irrationalem.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 61.* *Propoſitio 79.*

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potẽtia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.



THEON ex Zamb. *Sit apotome αβ,congruens autẽ ei ſit βγ, ipſæ igitur αγ,γβ,potentia tantum ſunt commenſurabiles.* Dico quòd *ipſi αβ, altera non congruit rationalis potentia tantũ ſubſiſtens toti commenſurabilis. Si enim poßibile, congruat.ſitq́; βδ. Ipſæ igitur αδ,δβ,potentia tantum ſunt cõmenſurabiles. Et quoniã (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex αδ,δβ,id quod bis ſub αδ,δβ,hoc excedunt & quæ ex αγ,γβ,id quod bis ſub αγ,γβ, (eodẽ nanq; id eſt quod ex αβ,utraq; excedunt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ,γβ eo excedit,& id quod bis ſub αδ,δβ,id quod bis ſub αγ,γβ. Sed quæ ex αβ,βδ,ea quæ ex αγ,γβ, excedunt rationali.utraq; nãq; rationalia ſunt,& quod bis igitur ſub αδ,δβ,id quod bis ſub αγ,γβ,rationali excedit,quod eſt impoßibile. Vtraque nanque media ſunt,& (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipſi igitur αβ,altera non congruit rationalis potẽtia tantũ cõmenſurabilis exiſtẽs toti. Vna igitur tantũ ipſi apotomæ cõgruit,rationalis potẽtia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis:quod erat oſtẽdendum.*

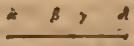
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 79.*

79 NVlla linea niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erãt ante ſeparationem.

CAMPANVS. Hæc quoq; probabis ſimili modo. Sint enim in utraq; ſectione ambo quadrata pariter accepta,mediale duplum uerò ſuperficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius ſectionis ad quadrata alterius,quę eſt dupli ſuperficiei unius ad duplum ſuperficiei alterius, erit una & eadem ſuperficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod eſt impoſsibile.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 62.* *Propoſitio 80.*

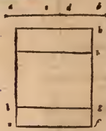
80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.



THEON ex Zãb. *Eſto nãq; media apotome prima αβ,& ipſi αβ,cõgruat βγ, ipſæ igitur αγ,γβ,mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, rationale cõprehẽdentes duo quod ſub αγ,γβ.* Dico quòd *ipſi αβ,altera nõ congruit media,toti potẽtia tantũ ſubſiſtẽs cõmenſurabilis,& cũ tota rationale cõprehendens. Si enim poßibile, cõgruat & δβ, ipſæ igitur αδ,δβ,mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles,rationale cõprehendentes, quod ſub αδ,δβ. Et quoniã (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex αδ,δβ,id quod bis ſub αδ,δβ,hoc excedunt & quæ ex αγ,γβ, id quod bis ſub αγ,γβ, (eodẽ etenim rurſus excedunt,id eſt quod ex αβ) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex αδ,δβ,ea quæ ex αγ,γβ,eo excedit & id quod bis ſub αδ,δβ,id quod bis ſub αγ,γβ. At quod bis ſub αδ,δβ,id quod bis ſub αγ,γβ,excedit rationali,utraq; nẽpe rationalia.& quæ ex αδ,δβ,igitur quadrata, quæ ex αγ,γβ,excedunt rationali. Quod eſt impoßibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi) medium ſanè medium non excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media.potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis,& cum tota rationale cõprehendens:quod oportuit demonſtrare.*

Euclid.ex Camp. Propoſitio 78.

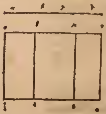
NVlla linea reſiduo mediali ſecūdo coniungibilis eſt, ut ſub termino earum fiat, niſi tantum quæ ab ea ante ſeparata erat. 74



CAMPPANVS. Sit enim a c reſiduum mediale ſecundum, quæ fuit reſidua, abſciſa b c ex a b, eruntq; ex 7, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continētes. Dico q ipſa a c, nulli lineæ alij q̃ c b, ſub hac diffinitione cōiungi poteſt. Sin autem, cōiungatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in lōgitudine ad quā coniungatur ſuperficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abſcindatur e g æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 ſecundi ſuperficies l h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, & l k per eandem æqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ ſectionis ſunt mediale, & duplum etiam ſuperficiei mediale incommēſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ neſcire diligens Geometra non poterit, qui poſitiones diligenter ſeruauerit) erit ſuperficies e h medialis, cum ipſa ſit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & ſuperficies l h medialis, cum ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, per 20 igitur eſt utraq; duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una eſt incommenſurabilis alij, eo quòd ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l, ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 68 linea f g reſiduum. Quare linea f g quæ eſt reſiduum componitur lineæ g h, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erāt ante ſeparationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi eadem conditione, mediantibus ſuperficiebus e k & k l quarum prima eſt æqualis quadratis duarum linearum a d & d c, pariter acceptis, & ſecunda duplo ſuperficiei unius in alteram: quod eſt impoſsibile per 74. Et hiç modus demonſtrationis poteſt eſſe communis 75. cæteriſq; quatuor eam ſequentibus.

Euclid.ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 81.

Mediæ apotomæ ſecundæ una tantum congruit recta linea media potentia tantum toti commenſurabilis & cum tota medium comprehendens. 81



THEON ex Zāb. *Eſto media apotome ſecūda α β, et ipſi α β, congruēs ſit β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū cōprehendentes quod ſub α γ, γ β. Dico q ipſi α β. alia non congruit recta linea meda potentia tātū toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis et cū tota mediū cōprehēdēs. Si enim poſsibile, cōueniat β δ. igitur α δ, & δ β, mediæ ſunt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū cōprehēdētes quod ſub α δ, δ β. Exponaturq; rationalis ε ζ. Et eis qdē que ex α γ, γ β, æquū ad ipſā ε ζ cōparetur (p 44 primi) ε η, latitudinē efficiens ε μ, ſi uerò quod ſub α γ, γ β, æquū auferatur θ η latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur ε λ, (per 7 ſecūdi) æquum eſt ei quod ex α β. Quare α β ipſum poteſt ε λ. Rurſus iam eis que ex α δ, δ β, æquū ad ipſam ε ζ cōparetur (per 44 primi) ε ι, latitudinē efficiēs, ε ν. Eſt autē & ε λ, æquū ei quod ex α β, quadrato, reliquū igitur θ ι, (per 7 ſecundi) æquū eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniā ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt, media igitur ſunt & quæ ex α γ, γ β. Et æqualia ſunt ipſi ε η, mediū igitur (p 16 decimi & correlariū 23) eſt ε η. Et ad ipſam rationalē ε ζ apponitur latitudinē efficiēs ε μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, & ipſi ε ζ lōgitudine incōmenſurabilis. Rurſus quoniā quod ſub α γ, γ β, mediū eſt, & quod bis ſub α γ, γ β, mediū eſt (per correlariū 23 decimi) & æquū eſt ipſi θ η, & θ η, igitur mediū eſt. Ad ipſamq; ε ζ rationalē apponitur, latitudinē efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi) & ipſi ε ζ, lōgitudine incommenſurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potētia tantū ſunt cōmenſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ β, longitudine. Sicut autē α γ, ipſi γ β, ſic eſt, (per lemma 21 decimi) quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β. Incōmēſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei quod ex α γ, cōmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β. Et autē quod ſub α γ, γ β, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β. Eis autē quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ε η, ei uerò quod bis ſub α γ, γ β, æquum eſt η θ. Incommenſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ η. Sicut autem ε η, ad θ η, ſic eſt ε μ, ad θ μ. Incōmenſurabilis igitur eſt ε μ, ipſi θ μ longitudine. Et utraq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, rationales ſunt potentia tātum cōmenſurabiles, apotome igitur eſt ε θ, cōgruens autē ei eſt θ μ. Similiter oſtendemus quòd & θ ν, ei cōgruit. Apotome igitur, alia & alia cōgruit recta linea, potētia tantū toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis, quod (per 79 decimi) eſt impoſsibile. Mediæ igitur apotomæ ſecundæ una tantū cōgruit recta linea potētia tantū toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis & cum tota medium cōprehendens: quod erat oſtendendum.*

Euclid.ex Camp. Propoſitio 77.

NVlla linea minori coniungibilis eſt, ut ſub termino ſuo fiat niſi tantum quæ ante ſibi abſciſionem coniungebatur. 72

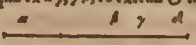
CAM.

CAMPPANVS. Intellige quid ſit linea minor: quod ſi oblitus es, conſule 21, & ſine obiectione cõcludes propoſitum, ſi (quemadmodum in 74) proceſſeris, poterisq́ ſi libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propoſitio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, efficiẽs cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium.

THEON *ex Zamb. Eſto minor α ζ, & ipſi α β congruens eſto β γ, ipſæ igitur α γ, γ ζ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ipſarum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Dico quòd ipſi α β, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim poßibile, congruat β δ, & igitur α δ, δ β, potentia ſunt incõmenſurabiles efficientes quæ ex α δ, δ ζ, quadrata ſimul rationale, quod autẽ bis ſub ipſis α δ, δ β, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex α δ, δ ζ, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis ſub α δ, δ β, quod bis ſub α γ, γ β, quæ autem ex α δ, δ ζ, quadrata,*



ea quadrata quæ ex α γ, γ ζ, rationali excedunt. utraq; enim rationalia, & quod bis igitur ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, rationali excedit, quod (per 26 decimi) eſt impoßibile, utraq; nanq; media ſunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale. quod uerò bis ſub ipſis medium: quod oſtendere oportebat.

Euclid ex Camp. *Propoſitio 78.*

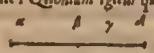
78 Linea quę coniuncta cum rationali facit totam mediale, niſi uni tantum componi non poteſt, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS. Quid ſit linea quæ propooitur, ex 72 didiciſti. Cum ergo de ea uolueris quod per hunc 78 dicitur demonſtrare, à proceſſu 75, in quo quãmoo deuies, ſed ſicut in 76, ſi te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propoſitio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale.

THEON *ex Zamb. Sit cum rationali mediũ totum efficiens α ζ, & ipſi α β congruat β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipſarum α γ, γ β, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis α γ, γ β, rationale. Dico quòd ipſi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim poſſibile, congruat β δ, & ipſæ igitur α δ, δ β, rectæ lineæ, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarum α δ, δ β, quadratis mediũ, quod uerò bis ſub ipſis α δ, δ β, rationale. Quoniam igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit, & quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β consequenter ut in præcedẽtibus: quod uerò bis ſub α δ, δ β, id quod*



bis ſub α γ, γ ζ, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod eſt (per 26 decimi) impoßibile, utraq; enim media ſunt (per 77 decimi.) Ipſi igitur α ζ, alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod autem bis ſub ipſis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 79.*

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, niſi una linea tantum iungi nequit, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

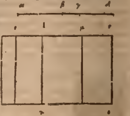
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magiſtra eſt 73. De qua quod hęc 79 enunciat, concludere cogeris, ſicut de reſiduo mediali ſecundo (quod per 76 enunciatum eſt) concluſiſti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propoſitio 84.*

84 Efficiẽti cum medio mediũ totum, una tantũ congruit recta linea

potẽtia incõmenſurabilis toti ſubſiſtẽs, & cum tota efficiens cõflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis medium, & inſuper incõmenſurabile conflatum ex ijs quę ab ipſis, ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. *Eſto cũ medio mediũ totũ efficiẽs α β, cõgruẽs aũt illi ſit β γ: ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipſarum quadratis mediũ, & quod bis ſub ipſis α γ, γ β, mediũ, inſup et quæ ex α γ, γ β, quadrata, incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α γ, γ β. Dico q. alia ipſi α β, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs propoſita. Quod ſi poßibile eſt, cõgruat β δ, ut et α δ, δ β, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes quæ ex α δ, δ β, quadratis ſimul mediũ, et quod bis ſub ipſis α δ, δ β, mediũ, & inſup quæ ex α δ, δ β, incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α δ, δ β. Exponaturq; rationalis ε ζ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (p 45 primi) ε κ, latitudinẽ efficiẽs ε η, ei aũt quod bis ſub α γ, γ β, æquũ auferatur (p 44 primi) θ κ, latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ε λ, ipſa igitur α β, λ poteſt. Rurſus eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (p 44 primi) ε ι, latitudinẽ efficiens ε η. Eſt aũt quod ex α β, æquũ ipſi ε λ. Reliquũ igitur quod bis ſub α δ, δ β, æquũ eſt ipſi θ ι. Et quoniã conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ eſt, ac ipſi ε κ, æquale, medium igitur eſt & ε κ. Et ad rationalẽ cõparatur ε ζ, latitudinẽ efficiens ε μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, et ipſi ε ζ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Rurſus quoniã quod bis ſub α γ, γ β, mediũ eſt & ipſi θ κ, æquale, mediũ igitur eſt θ κ. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ appomtur latitudinẽ efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ, & ipſi ε ζ longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β, incõmenſurabile igitur eſt ε κ, ipſi θ κ, incommenſurabilis igitur eſt & ε μ, ipſi μ θ longitudine, & ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε θ, apotome eſt. Congruẽs autẽ ei, eſt θ μ. Similiter iam oſtẽdemus quòd ε θ, rurſus apotome eſt: cõgruens aũt ei eſt θ μ. Apotome igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α β, alia recta linea non congruit. Ipſi igitur α β, una recta linea tãtum congruit, potentia tantũ toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



Ex Campano. *Reſiduorum diffinitiones.*

1 Si fuerit idem totũ poſitæ rationali lineę in longitudine cõmenſurabile, quod poſitũ erat, dicetur reſiduum primum.

2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lõgitudine, dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in longitudine, nũcupabitur reſiduũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cõmunicet in longitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitę in longitudine incommenſurabilis, appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera ratiõali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti cõmunicãtis in lõgitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq; ipſi reſiduo ſecũdũ eius terminũ, ſi fuerit totũ cõpoſitũ potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti incõmẽſurabilis in lõgitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apotomarum diffinitiones.*

1 Siquidem tota expoſitę rationali lõgitudine cõmenſurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò cõgruens commenſurabilis fuerit, lõgitudine expoſitę rationali, ſecũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra cõmẽſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commmenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, ſexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Suppoſita rationali & apotomę, ſiqdẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex ſibi lõgitudine cõmenſurabili.

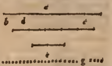
Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Rurſus ſuppoſita rationali & apotomę, ſi tota maius potuerit cõgruente eo qđ fit ex ſibi longiore incõmenſurabili.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 80.*

80 RESiduum primum inueſtigare.

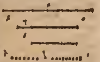
CAMPANVS. Ab inuentione omnium ſpecierum reſidui, facilè nos abſoluat inuentio per ordinem omnium ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiori, linea reliqua erit reſiduum ſimilis ſpeciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm reſiduorũ. Proprijs tamen inuentionibus reſiduorum inſiſtentes, ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita, cui commenſurabilis in lõgitudine ſumatur b c, ſitq́ e numerus quadratus diuiſus in f nõ quadratum & in quadratum g, ſitq́ proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, ſicut e ad f, eritq́ per ultimã partẽ ſeptimæ, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq; ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine, quod patet in explanatione binomij primi, conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propoſitio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

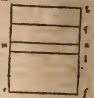
THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto βη, rationalis igitur eſt βη. Exponanturq́; bini quadrati numeri δε, εζ, quorũ exceſſus δζ non ſit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) εδ, ad δζ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq́; (per correlariũ 6 decimi) ſicut εδ, ad δζ, ſic quod ex βη quadratũ ad id quod ex ηγ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex βη, ei quod ex ηγ. Rationale autem quod ex βη, rationale igitur & quod ex ηγ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem) & ηγ. Et quoniam εδ ad δζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex βη, ad ηγ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommenſurabilis igitur eſt βη ipſi ηγ longitudine, utræque autem ſunt rationales. Ipſæ igitur βη, ηγ, (per 9 decimi) rationales ſunt potentia commenſurabiles. Igitur ipſa βγ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nanq; maius eſt quod ex βη, eo quod ex ηγ, ſit quod ex θ. Et quoniam ſicut εδ ad δζ, ſic eſt quod ex βη, ad id quod ex ηγ, cõuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) ſicut δε, ad εζ, ſic quod ex ηβ ad id quod ex θ. At δε ad εζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex ηβ, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commenſurabilis igitur eſt βη ipſi θ longitudine, & βη ipſa ηγ maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur βη ipſa ηγ maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmenſurabile, eſtq́; tota βη, ipſi α expoſitæ rationali cõmẽſurabilis. Igitur (p tertias diffinitiones) βγ apotome eſt prima. Inuẽta igitur eſt prima apotome βγ: quod erat agẽdum.*





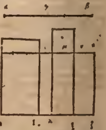
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundum terminū ſuum ad punctum c, cunctaq́ reliqua nō fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cū enim ſint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit ſuperficies e n rationalis, ideoq́ per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali poſitæ, ſuperficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent ſuperficiem medialem, itaq́ per 20 linea n g eſt in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineę a b ſunt potentialiter incōmenſurabiles, ſuperficies e l incōmenſurabilis erit l m, ideoq́ linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n eſt potētior linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum, quòd erat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 45.* *Propoſitio 63.*



Quæ ex maiore ad rationalem comparatum
latitudinē efficit ex binis quartam nominibus. 63

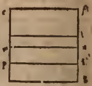
THEON *ex Zamb. Sit maior α β, diuiſa in γ, ut maior ſit α γ, ipſa γ β. Rationalis uerò eſto δ ε, & ei quod ex α β, æquū ad ipſam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ζ parallelogrammum, latitudinem efficiens δ η. Dico q. δ η, ex binis eſt quarta nominibus. Cōſtruantur eadem quæ in præoſtenſis. Et quoniam (per 39 decimi) maior eſt α β diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, potentia ſu commenſurabiles efficientes conflatum ex iis quæ ex ipſis fiunt quadrata rationale, quod uerò ſub ipſis medium. Quoniam igitur rationale eſt conflatum ex iis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt δ λ, rationalis igitur eſt & μ δ, & δ ε, lōgitudine cōmenſurabilis. Rurſus quoniam medium eſt quod bis ſub α γ, γ β, hoc eſt μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) eſt & μ η, et ipſi δ ε, longitudine incommenſurabilis. Incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) & δ μ, ipſi μ η longitudine. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tātum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ η. Oſtendendum iam quod & quarta. Similiter iam ſicut & in præcedentibus ratiocinabimur, quod maior eſt δ μ ipſa μ η, & q. quot ſub δ ν, ν μ, æquū eſt ei quod ex ν η. Quoniā igitur incōmenſurabile eſt quod ex α γ, ei quod ex γ β, incōmenſurabibile igitur eſt et δ θ, ipſi ν λ. Quare (per 1 ſexti et 11 decimi) & δ ν ipſi ν μ incōmenſurabilis eſt. Si autē fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 17 decimi) æquū comparatū fuerit parallelogrammū ad maiorē forma quadrata deficiēt, & in incōmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt, eo quod à ſibi incōmenſurabili in longitudine, ipſa igitur δ μ, ipſa μ η maius poteſt, eo quod à ſibi incōmenſurabili ſunt et ipſæ δ μ, μ η, rationales potētia tantū cōmenſurabiles: & δ μ, cōmenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali δ ε, ipſa igitur δ η, ex binis nominibus eſt quarta: quod erat oſtendendū.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 58.*



Si lineæ rationali quadrato lineæ potētis ſupra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintum eſſe neceſſe eſt. 58

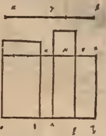


CAMPANVS. Propoſita linea a b ea quę poteſt ſupra mediale & rationale diuiſa ſecundum eius diffinitionē ad punctum c nihil immutetur de reliquis, ſequiturq́ lineā f g eſſe binomiū quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem ſuperficiē, neceſſe eſt ut ſuperficies g m, ideoq́ (per 16 linea n g) ſit rationalis. Cumq́ ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta ſint mediale, erit ſuperficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineæ ſunt incōmenſurabiles

biles in potentia, erit ſuperficies e l incommenſurabilis ſuperficiei m l, ideoq́; & linea f l, lineę l n: potentior igitur eſt pee primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propoſitum.

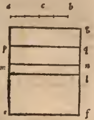
Euclid. ex Zamb. *Theorema 46.* *Propoſitio 64.*

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq́; poteſt ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamb. *Sit rationale mediumq́; potens α β diuiſa in rectas lineas in γ, ut ſit maior α γ, exponaturq́; rationalis δ ε, et ei quod ex α β, æquū ad δ ε, comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinē efficiēs δ η. Dico quòd δ η ex binis eſt quinta nominibus. Cōſtruantur eadem quæ in præcedētibus. Et quoniā α β eſt rationale mediūq́; potens diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis mediū, quod uerò ſub ipſis rationale. Quoniam igitur conflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium eſt, medium igitur eſt δ λ. Quare rationalis eſt δ μ, & ipſi δ ε longitudine incōmenſurabilis. Rurſus quoniā rationale eſt quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt μ ζ, rationalis igitur eſt μ η, & ipſi δ ε, lōgitudine cōmenſurabilis. Incommēſurabilis igitur eſt δ μ, ipſi μ η. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ η. Dico quòd & quinta. Similiter nanq; oſtendetur quod ſub δ ν, ν μ, æquum eſt ei quod ex ν η, & quod δ ν ipſi ν μ longitudine incōmenſurabilis eſt, ipſa igitur δ μ, ipſa μ η maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, et ipſæ δ μ, μ η, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & minor μ η, commenſurabilis eſt ipſi δ ε longitudine. Ipſa igitur δ η ex binis eſt quinta nominibus: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 59.*

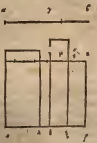


59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectāgula æqualis quadrato lineę potentis in duo medialia, eiuſdem ſuperficiei latus ſecundum, binomium ſextum eſſe conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 ſit linea a b, linea potens ſupra duo medialia, quæ autem præter hæc ſunt, ſicut ſuprà maneāt, & erit tunc linea f g binomium ſextū, quod ignorare nō poteris, ſi præmiſſorum eiusq́; quod 55 peoponit, immemor nō fueris, & ſic patet in hac, noſtra intentio.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 47.* *Propoſitio 65.*

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam.



THEON ex Zamb. *Eſto (per 47 decimi) bina potēs media α β, diuiſa in γ, rationalis autem eſto δ ε, & ad ipſam rationalē δ ε, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiēs δ η. Dico quòd ipſa δ η, ex binis nominibus eſt ſexta. Conſtruātur etenim eadē quæ & in præcedentibus. Et quoniā α β bina media potens, eſt diuiſa in γ, ipſæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis mediū & inſuper incōmenſurabile cōpoſito ex earum quadratis. Quare per ea quæ oſtenſa ſunt, medium eſt utrunq; ipſorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum δ μ, μ η, & ipſi δ ε longitudine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub α γ, γ β, incommenſurabile igitur eſt (per 2 partem 11 decimi) δ λ ipſi μ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & δ μ ipſi μ η. Ipſæ igitur δ μ, μ η, rationdes ſunt potentus tātum commenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt δ η. Dico quòd & ſexta. Similiter nāq; rurſus ut prius demōſtrabimus, quia quod*

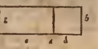


ε β. commenſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarum γ ζ, ζ δ, eidē erit commēſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autē α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. & ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γ ζ eidem commenſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uerò neutra ipſarum α ε, ε β & ipſarum γ ζ, ζ δ neutra commenſurabilis, eſt expoſitæ rationali, eritq; utraq; ſexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadem: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 61.*

61 OMnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe, ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in lōgitudine, ſiue etiā in potentia tantum cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ communicātes a & b quouis duorum modorum prædictorū, ſitq; a bimediale primum uel ſecūdum, dico quòd etiam b eſt bimediale primū uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediale in ſuas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quæ ſunt c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecūdum proportionem c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie cōtenta ſub c & d, & k ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euerſam & permutatā proportionalitatem quemadmodum in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b: ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt communicātes, ſiue hoc ſit in lōgitudine ſiue in potētia, ſic c & e, itēq; d & f, ſimiliter erunt communicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantum communicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potētia tantum communicantes, cum ipſę per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d, & k ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f communicāt in longitudine uel in potētia ſecūdum quod a & b in alterutro eorū communicāt, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſibi inuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali ſecundo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecundum ſuū terminum diuiditur, cōtinent ſuperficiem rationalem, bimedialis autē ſecūdi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit ſuperficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod ſi a fuerit bimediale ſecūdum, erit ſuperficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitum. Idē aliter. Ad lineā rationalem c d (poſita a alterutro bimedialiū, & b ſibi in longitudine uel potentia communicante) adiūgatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g communicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt communicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe communicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecundum per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primum per 49, at uerò ſi a fuerit bimediale ſecundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium per præmiſſam, quare & latus tetragonicum ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 50, manifeſtum eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.







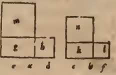
Euclid. ex Zamb. *Theorema 49.* *Propoſitio 67.*

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine commenſurabilis, & ipſa ex binis eſt medijs, & in ordine eadem.

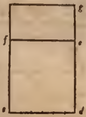
THEON ex Zamb. *Eſto ex binis medijs α β, & ipſi α β commenſurabilis eſto longitudine γ δ. Dico quòd γ δ ex binis eſt medijs, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs eſt diuiſa in medias in ε, ipſæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum commēſurabiles. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic α ε ad γ ζ, & reliqua igitur ε β ad ζ δ, reliquā (p 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ.*

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 58.* 63

63 SI qua linea lineę potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipſa in rationale & mediale potens eſſe cõprobatur.



CAMPANVS. Verũ quoq; eſt, quod qualiſcunq; linea aliqua ſit cõmunicãs potẽti in rationale & mediale ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantum, ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale, quod ſicut prius duplici modo probatur, neceſſe eſt autẽ quãtũ ad primũ modũ, q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potẽtia incõmenſurabiles ita ſunt etiã e & f per 10, & quòd quẽadmodũ g eſt ſuperficies rationalis (nam talẽ continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionẽ ſit k rationalis, & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta ſunt mediale, ſic etiã per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b eſt potens rationale & mediale. Quantum autẽ ad ſecundum modum, neceſſe eſt ex 58, ut linea d e ſit binomiũ quintum, ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium quintum, quare per 52 latus tetragonicum ſuperficiei f g, quod eſt b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 51.* *Propoſitio 69.*

69 Rationale ac medium potenti cõmenſurabilis, & eadem rationale ac medium potens eſt.



THEON ex Zamb. *Eſto rationale mediũq; potẽs α β, & ipſi α β commenſurabilis eſto γ δ. Oſtendẽdum quòd & γ δ rationale ac mediũ potẽs eſt. Diſtribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipſæ igitur α ε, ε β (per 40 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ compoſitum ex earũ quadratis mediũ, quòd uerò ſub ipſis rationale, et eadẽ conſtruãtur quæ in præcedentib. Similiter iam demõſtrabimus q; γ ζ, ζ δ, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, & cõmenſurabile eſt conflatũ ex iis quæ ex α ε, ε β, cõflato ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quod aũt ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Quare & cõflatũ ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, mediũ eſt, quod uerò ſub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur eſt ac mediũ potens, ipſa γ δ: quod erat oſtẽdendum.*

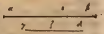
Euclid.ex Camp. *Propoſitio 64.*

64 OMnis linea communicans potenti in duo medialia, ipſa quoque potens eſt in duo medialia.

CAMPANVS. Hęc quoq; manentibus eiſdem diſpoſitione & poſitionibus, eo duplici modo quo pręmiſſæ probabitur uera eſſe, ſiue in lõgitudine, ſiue in potẽtia cõmunicet linea b cũ linea a potẽte in duo medialia. Quantũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 ſuperficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei duo q; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadem 35, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. Atqui duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incõmẽſurabile duplo ſuperficiei g, ſequitur per 10 & noſtras poſitiones ut duo quoq; l & n pariter accepta ſint incõmẽſurabile duplo ſuperficiei k, cum itaq; ſint e & f incõmenſurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potẽs in duo medialia. Quãtum autẽ ad ſecundũ ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium ſextum, ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium ſextum, quare per 53 latus tetragonicum ſuperficiei f g quod eſt b, erit potens in duo medialia: quod eſt propoſitum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 52.* *Propoſitio 70.*

70 Bina potenti media commenſurabilis, bina potens eſt media.



THEON ex Zãb. *Eſto bina potent media α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ δ. Oſtendendũ quod & γ δ, bina potẽs eſt media. Quoniã enim bina potẽs eſt media α β, diſtribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur α ε, ε β (per 41 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, & quod ſub ipſis mediũ, & incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum α ε, ε β, quadratis ei quod ſub α ε, ε β. Conſtruãtur eadẽ quæ in præcedentibus. Similiter iã demõſtrabimus quòd et ipſæ γ ζ, ζ δ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles. & cõpoſitũ ex iis quæ ex α ε, ε β, cõpoſito ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmenſurabile eſt: quod aũt ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ, quare & conflatũ ex ipſarũ γ ζ, ζ δ, quadratis mediũ eſt, & quod ſub ipſis γ ζ, ζ δ, mediũ & inſuper incommenſurabile eſt conflatũ ex ipſarum*

γ ζ, ζ δ, quadratis ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Ipſa igitur γ δ, bina potens eſt media: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 65.*

SI duę ſuperficies quarū altera rationalis, altera uerò medialis 65 cōiūgaſ, linea potēs totā ſuperficiē inde cōpoſitā aliq̄ erit quatuor irratiōaliū linearū, uidelicet aut binomiū, aut bimediale primū, aut linea maior, aut potēs in ratiōale & mediale.



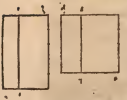
CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies, & b medialis, erit linea potēs in tot&a b, aliqua præmiſſarū quatuor. Sit enim linea e d rationalis, cui adiungaſ e e æqualis a, & f g ęqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in lōgitudine, cōmunicās lineę e d rationali poſitæ, ex 20 linea e g rationalis in potētia tantum, & ex 30 linea d g binomiū, cuius cū altera binomialiū portionū quę eſt d e, ſit rationalis in longitudine cōmunicans lineę rationali poſitæ quæ eſt e d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierum binomij aut binomium primum, aut ſecundū, aut quartum, aut quintū: tertiū autē aut ſextum non erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potēs in totā e g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b, erit aut binomiū, aut bimediale primū, aut linea maior, aut potēs in rationale aut mediale, quod eſt propoſitum. Bimediale uerò ſecundū, aut potēs in duo medialia nō erit, quoniā ſi eſſet bimediale ſecundū, eſſet ex 56 linea d g binomiū tertiū, quod ſi eſſet potēs in duo medialia, eſſet ex 59 linea d g binomium ſextum, ſed neutrum erat: unde patet noſtra intentio.



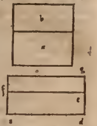
Euclid. ex Zamb. *Theorema 58.* *Propoſitio 71.*

Rationali ac medio cōpoſitis, q̄tuor fiūt irrationales, quę ex binis nominib. quę ex binis prima medijs, maior ac rationale mediūq; potēs. 75

THEON ex Zamb. *Sit rationale α β, mediū autem γ δ. Dico quòd ipſam α δ areolam potens, aut ex binis nominibus eſt, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potēs. Ipſa etenim α β, ipſa γ δ aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior, exponaturq; rationalis ε ζ, cōpareturq; (per 44 primi) ad ipſam ε ζ ipſi α β æqua areola ε κ, latitudinē efficiēs ε θ. Ipſi aūt δ γ æqualē ad ε ζ, hoc eſt θ κ, cōparetur θ ι latitudinē efficiēs θ κ. Et quoniā rationale eſt α β, et æquale eſt ipſi ε κ, ratiōale igitur eſt et ε κ. Et ad ipſam rationalē ε ζ cōparatur, latitudinē efficiēs ε θ, rationalis igitur eſt ε θ, et cōmenſurabilis eſt ipſi ε ζ longitudine. Rurſus quoniā mediū eſt γ δ, et æquū eſt ipſi θ ι, mediū igitur eſt et θ ι. Et ad rationalē ε ζ cōparatur, hoc eſt ad ipſam θ κ, latitudinē efficiens θ κ, rationalis igitur eſt θ κ, et ipſi ε ζ lōgitudine incommenſurabilis. Et quoniā mediū eſt γ δ, rationale autē α β, incōmenſurabile igitur eſt α β ipſi γ δ, quare et ε κ incōmenſurabile eſt ipſi θ ι. Sicut aūt ε κ ad θ ι ſic (per 1 ſexti) eſt ε θ ad θ κ. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) et ε θ, ipſi θ κ longitudine. Et ambæ ſunt rationales, ipſæ igitur ε θ, θ κ, rationales ſunt, potētia tātū cōmenſurabiles, ex binis igitur nominib. eſt ε κ, diuiſa in θ. Et quoniā maius eſt α β ipſo γ δ, æquū aūt eſt α β ipſi ε κ, et γ δ ipſi θ ι, maius igitur eſt ε κ ipſo θ ι, et ε θ, igitur maior eſt ipſa θ κ. Igitur ε θ, ipſa θ κ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi lōgitudine cōmēſurabili, aut eo qď fit ex ſibi cōmēſurabili. Poſſit prius maius eo qď fit ex ſibi cōmēſurabili. Eſtq; maior ε θ cōmēſurabilis expoſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε κ (per ſecūdas diffinitiones) ex binis nominib. eſt prima. Rationalis aūt eſt ε ζ. Si areola uerò cōprehēdatur ſub rationali et ex binis nominib. prima, quæ areolam poteſt, eò binis nominib. (p 54 decimi) Igitur quæ ipſum ε ι poteſt, ex binis nominibus eſt. Quare et ipſum α δ potēs, ex binis nominibus eſt. Poſſit uerò ε θ ipſa θ κ, maius eo quod ex ſibi incōmenſurabile, eſtq; maior ε θ, cōmēſurabilis ipſi ε ζ expoſitæ rationali lōgitudine. Ipſa igitur ε κ, ex binis nominib. eſt quarta. Rationalis aūt eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolā poteſt, irrationalis eſt appellata maior (per 57 decimi) Igitur quæ ipſam ε ι poteſt areolā, maior eſt. Quare et ipſam α δ potēs maior eſt. Sed iā eſto minus α β ipſo γ δ, et ε κ igitur ipſa θ ι minus eſt, quare et ε θ, minor eſt ipſa θ κ. At θ κ ipſa ε θ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi cōmēſurabili, aut eo quod ex ſibi incōmēſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cōmēſurabili lōgitudine, et minor ε θ eſt, cōmēſurabilis lōgitudine ipſi ε ζ expoſitæ rationali, ipſa igitur ε κ, ex binis nominib. ſecūda. Rationalis aūt eſt ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur ſub rationali et ex binis ſecūda nominib. quæ areolā poteſt, ex binis eſt prima (per 55 decimi) quæ igitur ipſam ε ι poteſt areolā, ex binis eſt prima medijs. Quare et quæ ipſam α δ areolā poteſt, ex binis medijs eſt prima. Atq; θ κ ipſa ε θ maius poſſit, eo quod ex ſibi incōmēſurabili, et minor ε θ eſt, cōmēſurabilis expoſitæ ratio-*

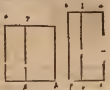


ſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε κ ex binis nominibus eſt quinta. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam poteſt rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ε ι areolam poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α δ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio compoſitis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominibus quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potent: quod demonſtraſſe oportuit. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 66.*



66 CVm cõiunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõmẽſurabiles linea potẽs in totã ſupficiẽ alterutra erit duarũ irratiõaliũ linearũ, uidelicet aut bimediale ſecũdũ aut potẽs in duo medialia. CAMP. Vt ſi a & b ſint duę ſuperficies mediales incõmenſurabiles (ſi enim eſſent cõmenſurabiles, eſſet cõpoſita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potẽs in eã, medialis ex 19) dico q̃ linea potẽs incõpoſitã ex ambabus, erit aut bimediale ſecũdũ, aut potens in duo medialia Sit quidẽ linea c d, rationalis, ſuperficies uero ſibi adiuncta c e ęqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter q̃q; linea e g, rationalis in potẽtia tantũ. Cũq; ſuperficies c e & f g, ſint incõmẽſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq; lineę d e & e g ex prima ſexti & 10 huius erit ex 10 linea d g, binomiũ. Cuius cũ utraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g, ſit incõmenſurabilis lineę rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ. Linea ergo potens in totam c g æqualem compoſitę ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale ſecundum aut potens in duo medialia: quod eſt propoſitũ. *Euclid. ex Zamb.* *Problema 54.* *Propoſitio 72.*

72 Binis medijs adinuicẽ incõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquę duæ irrationales fiũt, q̃ ex binis ſecũda medijs, & quę bina potens eſt media.



THEON ex Zãb. *Cõponãtur etenim bina media adinuicẽ incõmẽſurabilia α β, γ δ. Dico q̃ α δ areolã, potẽs aut ex binis eſt ſecũda medijs aut bina potẽs eſt media. Ipſũ nãq; α β ipſo γ δ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α β ipſo γ δ, exponaturq; ratiõalis ε ζ, et ipſi α β æquũ ad ipſã ε ζ (p 45 primi) cõparetur ε κ latitudinẽ efficiẽs ε θ, ipſi aũt γ δ, æquũ θ ι, latitudinẽ efficiẽs θ κ. Et quoniã utrũq; ipſorũ α β, γ δ, mediũ eſt, et utrũq; igitur ipſorũ ε κ, θ ι, mediũ eſt. Et ad ipſã ε ζ ratiõalẽ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ipſas ε θ, θ κ, utraq; igitur ipſarũ ε θ, θ κ, ratiõalis eſt (p 22 decimi) et ipſi ε ζ lõgitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã α β ipſi γ δ incõmẽſurabile eſt, et æquũ eſt α β quidẽ ipſi ε κ, et γ δ ipſi θ ι, incõmẽſurabile igitur eſt et ε κ ipſi θ ι. Sicut aũt (p 1 ſexti) ε κ ad θ ι, ſic eſt ε θ ad θ κ, incõmẽſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε θ ipſi θ κ lõgitudine. Ipſæ igitur ε θ, θ κ, ratiõales ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Ipſa igitur ε κ, ex binis nominib. eſt. Ipſa aũt ε θ ipſa θ κ aut maius poteſt eo q̃d ex ſibi cõmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi incõmenſurabili lõgitudine, et neutra ipſarũ ε θ, θ κ, cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi ε ζ expoſitæ ratiõali. Ipſa igitur ε κ (per 50 decimi) ex binis eſt tertia nominib. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uerò areola cõprehẽdatur ſub ratiõali et ex binis nominib. tertia, q̃ areolã poteſt, ex binis eſt ſecũda medijs (p 56 decimi) Quæ areolã igitur ε ι, hoc eſt α δ poteſt, ex binis eſt ſecũda medijs. Sed iã ε θ ipſa θ κ, maius poſſit eo q̃d ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt utraq; ipſarũ ε θ, θ κ, ipſi ε ζ lõgitudine, ipſa igitur ε κ ex binis eſt ſexta noib. (p 53 decimi.) Si uero ſub ratiõali et ex binis ſexta noib. areola cõprehẽdatur, q̃ areolã poteſt, bina potẽs eſt media (p 59 decimi) Quare et q̃ α δ poteſt areolã, bina potẽs eſt media. Similiter iã oſtẽdemus, quod et ſi minor fuerit α β ipſa γ δ, quæ ipſam α δ areolã poteſt aut ex binis eſt ſecũda medijs, aut bina potẽs eſt media. Binis igitur medijs inuicẽ cõmẽſurabilib. cõpoſitis, reliquæ irratiõales fiũt ex binis ſecũda medijs et quæ bina potẽs eſt media: q̃d erat oſtẽdẽdũ.* Euclid. ex Cãp. Prop. 67.

67 CVm poſita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales ſequẽtes eam, nõ erit earum aliqua ſub termino alterius. CAMP. Vult quod ſi linea aliqua ut a fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomiũ & eius quinq; comites, ipſa nõ erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiũgatur ad lineã rationalẽ b c, quæ ſit b d, ſi quidẽ a fuerit binomiũ, erit ex 54 linea c d binomiũ 1. Quæ ſi fuerit bimediale 1, erit e d ex 55 binomiũ ſecũdũ. Si aũt bimediale ſecũdũ, erit c d ex 56 binomiũ tertiũ. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomiũ quartum. At ſi potẽs in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium ſextum. Et quia impoſsibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorum a diffinitione, eſt impoſsibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarum linearum irrationaliū. De linea autem mediali conſtat quod ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequētium, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 20. Cum autem ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarum comitū, latus eius ſecundum, eſt binomium, aut primum, aut ſecundum, & ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſsibile eandem lineam eſſe rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potentia, nimirum impoſsibile lineam medialem eſſe binomialem, aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.



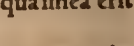
THEON.

Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ neq; inuicem ſunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incommenſurabilē, ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uerò quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecunda medijs ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uerò quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt, quòd & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 61.*

SI linea de linea abſcindatur, fueríntq; ambæ potentialiter tantum rationales communicantes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; reſiduum. 61

CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex a b, ſintq; ambæ rationales tantum potētia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua eſt irrationalis, & ipſa uocatur reſiduum. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi & diffinitione rationalis ſuperficiei & 9 huius, tantum ſunt quātum duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideóq; & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta ſint incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineę a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incommenſurabile rationali, uidelicet duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaq; etiam ex diffinitione linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitum. Exemplariter in figura, eſto ſuperficies duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; ſit ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſuperficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſuperficies e g ſit incommenſurabilis ſuperficiei d f, eadem erit ex 9 incommenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.



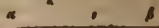


Incipiunt hexades per aphæreſin, hoc eſt per abſciſsionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propoſitio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome. 73

THEON ex Zamb. *A rationali namq; $\alpha\beta$, rationalis infratur $\beta\gamma$, potentia tantum toti commenſurabilis exiſtens.* Dico *q, reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam $\alpha\beta$ ipſi $\beta\gamma$ longitudine eſt incommenſurabilis, eſtq; (per lemma 28 decimi) ſicut $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, ſic quod ex $\alpha\beta$ ad id quod ſub $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi)*



quod

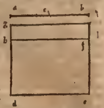
quod ex α β, ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommenſurabilia ſunt quæ ex α ϐ, β γ, quadrata, ei autem quod ſub α β, β γ, commenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, ϐ γ, incommẽſurabilia ſunt ei quod bis ſub α ϐ, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incommenſurabilia ſunt ei quæ ex α β, α γ, quoniã (per 5 ſecũdi) et quæ ex α β, ϐ γ, æqua ſunt ei quod bis ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ ſunt ea quæ ex α ϐ, ϐ γ, quadrata, irrationalis igitur eſt lineæ α γ, uocatur autẽ ipſa apotome.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 69.*

69 SI fuerit linea de linea abſciſſa, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, ſuperficiemq́ rationalem continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque reſiduum mediale primum.

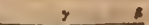


CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſſa ex linea a b, ſintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ ſunt quæ coniungunt bimediale primum. Dico q̃ reliqua linea a c erit irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale primũ. Erũt eñ ambo earũ quadrata pariter accepta, mediale, duplum uerò ſuperficiei unius in alterã rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incommenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cõponuntur ex duplo ſuperficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, ſequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c, ſit incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alterã, quare tã ipſum quadratũ q̃ latus eius a c, eſt irrationale per diffinitionẽ, cõſtat ergo propoſitũ. Quod (quẽadmodũ in præmiſſo) ſi libet poteẽ declarare exemplariter in figura. Aliter idẽ ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, & ſuperficies g e, æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 ſecũdi ſuperficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cũ itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g, medialis erit per 20 linea d g rationalis in potẽtia tantũ. Cũ uerò ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h eſt reſiduũ, & irrationalis: ideoq́; per 16 à deſtructione cõſequentis ſuperficies f g eſt irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet ꝓpoſitũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 56.* *Propoſitio 74.*

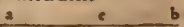
74 Si à media auferatur media potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, cum tota uerò rationale comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur uerò mediæ apotome prima.



THEON ex Zamb. *A' media namq; α ϐ, media auferatur β γ potentia tantum commenſurabilis ſubſiſtens toti α β, & cum ipſa α β rationale comprehendens quod ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α ϐ, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmẽſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ, quoniam & ſi tota uni earum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erũt (per 16 decimi.) Rationale autem eſt quod bis ſub α ϐ, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſanè mediæ apotome prima: quod fuerat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 70.*

70 SI linea de linea ſecetur, fuerintq́ ambæ mediales potẽtialiter tantum cõmunicantes, cõtinẽtesq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ reſiduum mediale ſecundum.



CAMP. Sit hic quoq; linea b c, abſciſſa ex linea a b, utraq; autem a b & b c, ſint ut ponitur, & ipſæ per 26 reperiuntur, & ſunt quæ componunt bimediale ſecundũ. Dico q̃ linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundum. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta mediale ſimiliter quoq; duplum ſuperficiei unius in alteram, eſt mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat à mediali niſi irrationali, erit quadratum lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius in alteram irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſuperficiei unius in alteram, erit f g, per 7 ſecundi æqualis quadrato a c, quæ cum ſit differentia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiem medialem d f, ipſa eſt irrationalis, per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale,

uero bis ſub ipſis α β, β γ, ſimul medium. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, appellata minor. Quoniam nanq; compoſitum quidem ex iis quæ ex α β, β γ, quadratis rationale eſt, quod uerò ſub ipſis α β, β γ, medium: incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem eſt, conflatum ex iis quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem minor.

α γ β

Euclid. ex Camp. Propoſitio 72.

72 SI linea de linea dematur, fuerintq́; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq́; rationalē continentes, quadrataq́; earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq́; iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora nouerit, niſi à memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur, quę & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) ſit a c reliqua irrationalis, & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

a b c

Euclid. ex Zamb. Theorema 59. Propoſitio 77.

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incōmenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarū quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium eſt, quod uerò bis ſub ipſis α β, β γ rationale, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquum igitur quod ex α γ, incommenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Quod uerò bis ſub α β, β γ, rationale eſt, quod igitur ex α γ, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.

α γ β

Euclid. ex Camp. Propoſitio 73.

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq́; ambæ potētialiter incōmenſurabiles, ſuperficiemq́; medialē continentes, quadrataq́; earū ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alterū incōmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́; iuncta cum mediali faciens totū mediale.

CAMP. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipſæ ſunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia. eritq́; a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut præmiſſa) duplici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.

a c b

Euclid. ex Zamb. Theorema 60. Propoſitio 78.

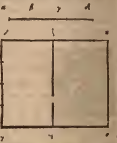
78 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potētia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis medium, inſuper ipſarū quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ potētia incōmenſurabilis ſubſiſtens toti efficiēs compoſitum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uerò ſub ipſis α β, β γ medium, inſuper ipſarū α β, β γ, quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.

α γ β

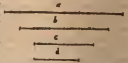
Exponatur

Exponatur rationalis δ ε, & ei quidem quæ ex α β, β γ, æquum ad ipſam δ ε comparetur (per 44 [illegible] latitudinem efficiens δ η, ei autem quod bis ſub α β, β γ, æquum auferatur δ θ, latitudinem efficiens reliquū igitur ζ ε, æquū eſt ei quod ex α γ, quare α γ poteſt ipſum ζ ε. Et quoniam compoſitū ex ipſarum α β, β γ, quadratus mediū eſt, & ipſi δ ε eſt æquale, ipſum igitur δ ε medium eſt. Et ad ipſam δ ε rationalem comparatur, latitudinem efficiens δ η, rationalis igitur eſt (per 21 decimi) δ η, & ipſi δ ε longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub α β, β γ, medium eſt & ipſi δ θ æquale, igitur δ θ medium eſt. Et ad ipſam δ ε rationalem comparatur, latitudinem efficiēs δ ζ, rationalis igitur eſt δ ζ, & ipſi δ ε longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ, incommenſurabile igitur eſt & δ ε ipſi δ θ. Sicut autem (per primam ſexti) δ ε ad δ θ, ſic eſt & δ η ad δ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt η δ ipſi δ ζ, & utraq; ſunt rationales. Ipſæ igitur η δ, δ ζ rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ η, rationalis autem eſt ζ θ. Quod uerò ſub rationali & apotome comprehenſum rectangulum, irrationale eſt & illud potens irrationalis eſt (per 73 decimi) ipſum autem ζ ε, poteſt ipſa γ α. Igitur ipſa γ α irrationalis eſt, appellatur ſanè cum medio medium totum efficiens: quod erat oſtendendum.



CAMPANVS. Eſt autem præmittendum hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad ſecundam, ſit ſicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam, ſicut ſecundæ ad quartam.



Intelligendum eſt hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit ſecunda, ſit quoq; tertia maior quarta, cū uerò minor, & minor. Exempli grana ſit differēna a ad b, ſicut c ad d, dico quòd erit a ad c, ſic b ad d: eſt enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, compoſita eſt ex differentijs ipſorum ad media) differētia a ad c, compoſita eſt ex ea quę eſt a ad b, & ea quæ eſt b ad c. At ea quæ eſt b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ eſt b ad c, & ea quę eſt c ad d. Et quia ex hypotheſi differentia a ad b, ſicut c ad d, ea uerò quæ eſt b ad c eſt cōmunis, ſequitur per communem ſcientiam ut ſit a ad c, ſicut b ad d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 74.*

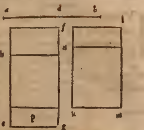
NVlla linea niſi una tantū reſiduo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earū quæ erant ante ſeparationem. 74

CAMPANVS. Sit linea a c reſiduum, quæ fuerit reliqua abſciſſa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quòd ipſa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi ſub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem poteſt, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potētia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplū ſuperficiei unius earum in alteram in quadrato a c, ſimiliter quoq; quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedunt duplum ſuperficiei unius ipſarum in alteram in quadrato eiuſdem a c, ſequitur ex præmiſſo antecedente, ut differēna duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, ſit ſicut differentia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c. Cum autē ſint duo quadrata utriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum uerò ſuperficiei unius in alteram portionum utriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin, & 19, erit una & eadem differentia duarum ſuperficierum rationalium & duarum medialium, hoc autē eſt impoſſibile, rationales enim ſuperficies non differunt niſi in rationali ſuperficie, ut patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9, medialis autē, non differt a mediali niſi irrationali ſuperficie



per

per 21. Hoc autem fit manifeſtum in figura, ſic. Sit enim ſuperficies e f, adiuncta, ad lineam e g, ęqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis, at g h ſit ęqualis duplo ſuperficiei unius in alterā. Eritq́; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecundi. Similiter quoq; ſit k l, adiuncta ad lineam k m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d e pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq́; ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq́; etiam æqualis h f. Eſt itaq; differentia e f ad g h, ſicut k l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum ſuperficierum e f & k l eſt rationalis, utraq; uerò duarum ſuperficierum g h & m n medialis, ſequitur impoſsibile, uidelicet, ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 61. Propoſitio 79.

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potētia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis.



THEON ex Zamb. Sit apotome $\alpha\beta$, congruens autē ei ſit $\beta\gamma$, ipſæ igitur $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potentia tantum ſunt commenſurabiles. Dico quòd ipſi $\alpha\beta$, altera non congruit rationalis potentia tantū ſubſiſtens toti commenſurabilis. Si enim poßibile, congruat, ſitq́; $\beta\delta$. Ipſæ igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, potentia tantum ſunt cōmenſurabiles. Et quoniā (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, hoc excedunt & quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, (eodē nanq; id eſt quod ex $\alpha\beta$, utraq; excedunt) uiciſsim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ eo excedit, & id quod bis ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Sed quæ ex $\alpha\beta$, $\beta\delta$, ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedunt rationali utraq; nāq; rationalia ſunt, & quod bis igitur ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, rationali excedit, quod eſt impoßibile. Vtraque nanque media ſunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipſi igitur $\alpha\beta$, altera non congruit rationalis potētia tantū cōmenſurabilis exiſtēs toti. Vna igitur tantū ipſi apotomæ cōgruit, rationalis potētia tantū toti ſubſiſtens cōmenſurabilis: quod erat oſtēdendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 75.

75 NVlla linea niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erāt ante ſeparationem.

CAMPANVS. Hæc quoq; probabis ſimili modo. Sint enim in utraq; ſectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uerò ſuperficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius ſectionis ad quadrata alterius, quę eſt dupli ſuperficiei unius ad duplum ſuperficiei alterius, erit una & eadem ſuperficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 61. Propoſitio 80.

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.

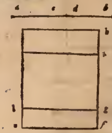


THEON ex Zāb. Eſto nāq; media apotome prima $\alpha\beta$, & ipſi $\alpha\beta$, cōgruat $\beta\gamma$, ipſæ igitur $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ ſunt potētia tantū cōmēſurabiles, rationale cōprehēdentes duo quod ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Dico quòd ipſi $\alpha\beta$, altera nō congruit media, toti potētia tantū ſubſiſtēs cōmenſurabilis, & cū tota rationale cōprehendens. Si enim poßibile, cōgruat & $\delta\beta$, ipſæ igitur $\alpha\delta$, $\delta\beta$, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, rationale cōprehendentes, quod ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$. Et quoniā (per 7 ſecundi) quo excedunt ea quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, hoc excedunt & quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, (eodē etenim rurſus excedunt, id eſt quod ex $\alpha\beta$) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, eo excedit & id quod bis ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. At quod bis ſub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, id quod bis ſub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedit rationali, utraq; nēpe rationalia. & quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, igitur quadrata, quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, excedunt rationali. Quod eſt impoßibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi) medium ſanè medium non excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potentia tantū toti ſubſiſtens cōmenſurabilis, & cum tota rationale cōprehendens: quod oportuit demonſtrare.

Euclid.ex Camp. Propoſitio 78.

NVlla linea reſiduo mediali ſecūdo coniungibilis eſt, ut ſub termino earum fiat, niſi tantum quæ ab ea ante ſeparata erat. 74

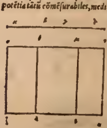
CAMPPANVS. Sit enim a c reſiduum mediale ſecundum, quæ fuit reſidua, abſciſa b c ex a b, eruntq; ex 7, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continētes. Dico q; ipſa a c, nulli lineæ alij q̃ c b, ſub hac diffinitione cōiungi poteſt. Sin autem, cōiungatur lineæ c d. Sitq; linea e f rationalis in lōgitudine ad quā coniungatur ſuperficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, à qua abſcindatur e g æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 ſecundi ſuperficies l h ęqualis duplo ſuperficiei a b in b c, & l k per eandem ęqualis duplo ſuperficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ ſectionis ſunt mediale, & duplum etiam ſuperficiei mediale incommēſurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ neſcire diligens Geometra non poterit, qui poſitiones diligenter ſeruauerit) erit ſuperficies e h medialis, cum ipſa ſit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & ſuperficies l h medialis, cum ipſa ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, per 20 igitur eſt utraq; duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una eſt incommenſurabilis alij, eo quòd ſuperficies e h eſt incommenſurabilis ſuperficiei h l, ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 68 linea f g reſiduum. Quare linea f g quæ eſt reſiduum componitur lineæ g h, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erāt ante ſeparationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi eadem conditione, mediantibus ſuperficiebus e k & k l quarum prima eſt æqualis quadratis duarum linearum a d & d c, pariter acceptis, & ſecunda duplo ſuperficiei unius in alteram: quod eſt impoſsibile per 74. Et hic modus demonſtrationis poteſt eſſe communis 75, cæterisq; quatuor eam ſequentibus.



Euclid.ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 81.

Mediæ apotomæ ſecundæ una tantum congruit recta linea media potentia tantum toti commenſurabilis & cum tota medium comprehendens. 81

THEON ex Zāb. *Eſto media apotome ſecūda α β, et ipſi α β, congruēs ſit β γ. Ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū cōprehendentes quod ſub α γ, γ β. Dico q; ipſi α β. alia non congruit recta linea media potentia tātā toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis et cū tota mediū cōprehēdēs. Si enim poſsibile, cōueniat β δ. igitur α δ, & δ β, mediæ ſunt potētia tātū cōmēſurabiles, mediū cōprehēdētes quod ſub α δ, δ β. Exponaturq; rationalis ε ζ. Et eis qdē quæ ex α γ, γ β, æquū ad ipſā ε ζ cōparetur (p 44 primi) ε η, latitudinē efficiens ε μ, ei uerò quod ſub α γ, γ β, æquū auferatur θ η latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur ε λ, (per 7 ſecūdi) æquum eſt ei quod ex α β. Quare α β ipſum poteſt ε λ. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, æquū ad ipſam ε ζ cōparetur (per 44 primi) ε ι, latitudinē efficiēs, ε ν. Eſt autē & ε λ, æquū ei quod ex α β, quadrato, reliquū igitur θ ι, (per 7 ſecundi) æquū eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniā ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt, media igitur ſunt & quæ ex α γ, γ β. Et æqualia ſunt ipſi ε η, mediū igitur (p 16 decimi & correlariū 23) eſt ε η. Et ad ipſam rationalē ε ζ apponitur latitudinē efficiēs ε μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, & ipſi ε ζ lōgitudine incōmenſurabilis. Rurſus quoniā quod ſub α γ, γ β, mediū eſt, & quod bis ſub α γ, γ β, mediū eſt (per correlariū 23 decimi) & æquū eſt ipſi θ η, & θ η, igitur mediū eſt. Ad ipſamq; ε ζ rationalē apponitur, latitudinē efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi) & ipſi ε ζ, lōgitudine incommenſurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potētia tantū ſunt cōmenſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ β, longitudine. Sicut autē α γ, ipſi γ β, ſic eſt, (per lemma 21 decimi) quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ β. Incōmēſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei quod ex α γ, cōmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β. Et autē quod ſub α γ, γ β, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ β. Eis autē quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ε η, ei uerò quod bis ſub α γ, γ β, æquum eſt η θ. Incommenſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ ε. Sicut autem ε η, ad θ η, ſic eſt ε μ, ad θ μ. Incōmenſurabilis igitur eſt ε μ, ipſi θ μ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, rationales ſunt potentia tātum cōmenſurabiles, apotome igitur eſt ε θ, cōgruens autē ei eſt θ μ. Similiter oſtendemus quòd & θ ν, ei cōgruit. Apotome igitur, alia & alia cōgruit recta linea, potētia tantū toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis, quod (per 79 decimi) eſt impoſsibile. Mediæ igitur apotomæ ſecundæ una tantū cōgruit recta linea potētia tantū toti ſubſiſtēs cōmēſurabilis & cum tota medium cōprehendens: quod erat oſtendendum.*



Euclid.ex Camp. Propoſitio 77.

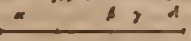
NVlla linea minori coniungibilis eſt, ut ſub termino ſuo fiat niſi tantum quæ ante ſibi abſciſionem coniungebatur. 72

CAMPPANVS. Intellige quid ſit linea minor: quod ſi oblitus es, conſule 21, & ſine obiectione cõcludes propoſitum, ſi (quemadmodum in 74) proceſſeris, poteriſq́; ſi libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propoſitio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, efficiẽs cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium.

THEON *ex Zamb. Eſto minor αβ, & ipſi αβ congruens eſto βγ, ipſæ igitur αγ, γβ, potentiæ ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ipſarum quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis medium. Dico quòd ipſi αβ, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim poßibile, congruat βδ, & igitur αδ, δβ, potentia ſunt incõmenſurabiles efficientes quæ ex αδ, δβ, quadrata ſimul rationale, quod autẽ bis ſub ipſis αδ, δβ, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, eo excedit & id quod bis ſub αδ, δβ, quod bis ſub αγ, γβ, quæ autem ex αδ, δβ, quadrata,*



ea quadrata quæ ex αγ, γβ, rationali excedunt. utraq; enim rationalia, & quod bis igitur ſub αδ, δβ, id quod bis ſub αγ, γβ, rationali excedit, quod (per 26 decimi) eſt impoßibile, utraq; nanq; media ſunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale. quod uerò bis ſub ipſis medium: quod oſtendere oportebat.

Euclid ex Camp. *Propoſitio 78.*

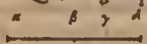
78 Linea quę coniuncta cum rationali facit totam mediale, niſi uni tantum componi non poteſt, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS. Quid ſit linea quæ proponitur, ex 72 didiciſti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare, à proceſſu 75, in quo quàm non deuies, ſed ſicut in 76, ſi te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propoſitio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis rationale.

THEON *ex Zamb. Sit cum rationali mediũ totum efficiens αβ, & ipſi αβ congruat βγ. Ipſæ igitur αγ, γβ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipſarum αγ, γβ, quadratis medium, quod uerò bis ſub ipſis αγ, γβ, rationale. Dico quòd ipſi αβ, alia non congruit eadem efficiens. Si enim poßibile, congruat βδ, & ipſæ igitur αδ, δβ, rectæ lineæ, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarum αδ, δβ, quadratis mediũ, quod uerò bis ſub ipſis αδ, δβ, rationale. Quoniam igitur quo excedunt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, eo excedit & quod bis ſub αδ, δβ, id quod bis ſub αγ, γβ, excedit, & quod bis ſub αδ, δβ, id quod bis ſub αγ, γβ conſequenter ut in præcedẽtibus: quod uerò bis ſub αδ, δβ, id quod*



bis ſub αγ, γβ, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex αδ, δβ, igitur ea quæ ex αγ, γβ, excedunt rationali, quod eſt (per 26 decimi) impoßibile, utraq; enim media ſunt (per 77 decimi.) Ipſi igitur αβ, alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium, quod autem bis ſub ipſis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 79.*

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, niſi una linea tantum iungi nequit, ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

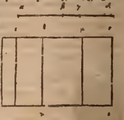
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magiſtra eſt 73. De qua quod hęc 79 enunciat, concludere cogeris, ſicut de reſiduo mediali ſecundo (quod per 76 enunciatum eſt) concluſiſti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propoſitio 84.*

84 Efficiẽti cum medio mediũ totum, una tantũ congruit recta linea

potētia incōmenſurabilis toti ſubſiſtēs, & cum tota efficiens cōflatū ex ipſarū quadratis mediū, & quod bis ſub ipſis medium, & inſuper incōmenſurabile conflatum ex ijs quę ab ipſis, ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zāb. Eſto cū medio mediū totū efficiēs α ζ, cōgruēs aūt illi ſit β γ: ipſæ igitur α γ, γ ζ, potentia ſunt incōmenſurabiles, efficiētes conflatū ex ipſarum quadratis mediū, & quod bis ſub ipſis α γ, γ β, mediū, inſup et quæ ex α γ, γ β, quadrata, incōmēſurabilia ei quod bis ſub α γ, γ β. Dico q́, alia ipſi α ζ, nō cōgruit, cū tota efficiēs propoſita. Quod ſi poßibile eſt, cōgruat β δ, ut et α δ, δ β, potētia ſint incōmēſurabiles efficiētes quæ ex α δ, δ β, quadratis ſimul mediū, et quod bis ſub ipſis α δ, δ β, mediū, & inſup quæ ex α δ, δ β, incōmēſurabilia ei quod bis ſub α δ, δ β. Exponaturq́; rationalis ε ζ. Et eis qdē quæ ex α γ, γ β, æquū ad ipſam ε ζ cōparetur (p 45 primi) ε η, latitudinē efficiēs ε ν, ei aūt quod bis ſub α γ, γ β, æquū auferatur (p 44 primi) θ η, latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur quod ex α β, (p 7 ſecūdi) æquū eſt ipſi ε λ, ipſa igitur α λ poteſt. Rurſus eis quæ ex α δ, δ β, æquū ad ipſam ε ζ cōparetur (p 44 primi) ε ι, latitudinē efficiens ε ν. Eſt aūt quod ex α β, æquū ipſi ε λ. Reliquū igitur quod bis ſub α δ, δ β, æquū eſt ipſi θ ι. Et quoniā conflatū ex ijs quæ ex α γ, γ ζ, mediū eſt, ac ipſi ε η, æquale, medium igitur eſt & ε η. Et ad rationalē cōparatur ε ζ, latitudinē efficiens ε μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ε μ, et ipſi ε ζ, lōgitudine incōmēſurabilis. Rurſus quoniā quod bis ſub α γ, γ β, mediū eſt & ipſi θ η, æquale, mediū igitur eſt θ η. Et ad ipſam rationalē ε ζ apponitur latitudinē efficiens θ μ, rationalis igitur eſt θ μ, & ipſi ε ζ longitudine incōmenſurabilis. Et quoniā incōmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, et quod bis ſub α γ, γ β, incōmenſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ η, incommenſurabilis igitur eſt & ε μ, ipſi μ θ longitudine, & ambæ rationales ſunt. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, potentia tantū ſunt cōmenſurabiles. Igitur ipſa ε θ, apotome eſt. Congruēs autē ei, eſt θ μ. Similiter igitur oſtēdemus quod ε θ, rurſus apotome eſt: cōgruens aūt ei eſt θ μ. Apotome igitur ipſi alia & alia cōgruit potentia tantū toti ſubſiſtens cōmenſurabilis, quod (per 69 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α ζ, alia recta linea non congruit. Ipſi igitur α β, una recta linea tātum congruit, potentia tantū toti ſubſiſtens incōmenſurabilis, & cum tota efficiēs quæ ex ipſis quadratis ſimul medium, & quod bis ſub ipſis. Efficienti igitur cum medio mediū totum, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Ex Campano. *Reſiduorum diffinitiones.*

1 Si fuerit idem totū poſitæ rationali lineę in longitudine cōmenſurabile, quod poſitū erat, dicetur reſiduum primum. 2 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in lōgitudine, dicetur reſiduum ſecundū. 3 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis, uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cōmunicet in longitudine, nūcupabitur reſiduū quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, poſitæ rationali, cōmunicet in longitudine, uocabitur reſiduum quintum. 6 Quòd ſi fuerit utraq; rationali poſitę in longitudine incommenſurabilis, appellatur reſiduum ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera ratiōali, altera reſiduo, adiectaq́; ipſi reſiduo ſecūdū eius terminū, ſi fuerit totū cōpoſitū potētius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti cōmunicātis in lōgitudine.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali, altera reſiduo, adiectaq́; ipſi reſiduo ſecūdū eius terminū, ſi fuerit totū cōpoſitū potētius linea adiecta, in quadrato lineæ ipſi toti incōmēſurabilis in lōgitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apotomarum diffinitiones.*

1 Siquidem tota expoſitę rationali lõgitudine cõmenſurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò cõgruens commenſurabilis fuerit, lõgitudine expoſitę rationali, ſecũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra cõmẽſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commmenſurabilis fuerit expoſitę rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, ſexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Suppoſita rationali & apotomę, ſiqdẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex ſibi lõgitudine cõmenſurabili.

Commune initium trium poſteriorum diffinitionum.

Rurſus ſuppoſita rationali & apotomę, ſi tota maius potuerit cõgruente eo q̊d fit ex ſibi longiore incõmenſurabili.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 80.*

80 RESiduum primum inueſtigare.

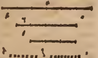
CAMPANVS. Ab inuentione omnium ſpecierum reſidui, facilè nos abſoluat inuentio per ordinem omnium ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorum ſi minor portio abſcindatur de maiori, linea reliqua erit reſiduum ſimilis ſpeciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm reſiduorũ. Proprijs tamen inuentionibus reſiduorum inſiſtentes, ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita, cui commenſurabilis in lõgitudine ſumatur b c, ſitq́ e numerus quadratus diuiſus in f nõ quadratum & in quadratum g, ſitq́ proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, ſicut e ad f, eritq́ per ulnimã partẽ ſeptimæ, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq́ ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine, quod patet in explanatione binomij primi, conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propoſitio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

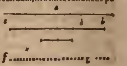
THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto β η, rationalis igitur eſt β η. Exponanturq́; bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorũ exceſſus δ ζ non ſit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) ε δ, ad δ ζ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq́; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ε δ, ad δ ζ, ſic quod ex β η quadratũ ad id quod ex η γ quadratũ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex β η, ei quod ex η γ. Rationale autem quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem) & η γ. Et quoniam ε δ ad δ ζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex β η, ad η γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommenſurabilis igitur eſt β η ipſi η γ longitudine, utræque autem ſunt rationales. Ipſæ igitur β γ, η γ, (per 9 decimi) rationales ſunt potentia commenſurabiles. Igitur ipſa β γ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nanq; maius eſt quod ex β η, eo quod ex η γ, ſit quod ex θ. Et quoniam ſicut ε δ ad δ ζ, ſic eſt quod ex β η, ad id quod ex η γ, cõuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) ſicut δ ε, ad ε ζ, ſic quod ex η β ad id quod ex θ. At δ ε ad ε ζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex η β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commenſurabilis igitur eſt β η ipſi θ longitudine, & β η ipſa η γ maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur β η ipſa η γ maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmenſurabile, eſtq́; tota β η, ipſi α expoſitæ rationali cõmẽſurabilis. Igitur (p tertias diffinitiones) β γ apotome eſt prima. Inuẽta igitur eſt prima apotome β γ: quod erat agẽdum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 81.*

Eſiduum ſecundum pateſacere. 81

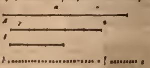
CAMPANVS. Ad habendum reſiduum ſecundum, ſit a linea rationalis poſita, eiq; communicans in longitudine c d, & ſit quadratum c d ad quadratũ b c, ſicut f ad e, eritq; b d reſiduum ſecũdum ex diffinitione. Si dubitas, aut poſitas non ſeruas hypotheſes, aut binomij ſecundi repetitione indiges.



Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propoſitio 86.*

Inuenire ſecundam apotomen. 86

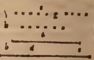
THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine cõmenſurabilis eſto η γ. Rationalis igitur eſt η γ. Et exponãtur bini numeri quadrati Δ ε, & ε ζ, quorũ exceſſus Δ ζ, nõ ſit quadratus. Fiatq; (p correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi) ſicut Δ ζ ad Δ ε, ſic quadratũ quod ex η γ, ad quadratũ quod ex η β, cõmẽſurabile igitur eſt (p 11 decimi) quod ex η γ quadratũ, et quod ex η β, quadrato. Ratiõale autẽ eſt quod ex γ η, rationale igitur eſt qđ ex η β. Ratiõalis igitur eſt β η. Et quoniã qđ ex η γ quadratũ ad id quod ex η β, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt (p 10 decimi) γ η, ipſi η β lõgitudine, & ambæ ſunt rationales. Ipſæ igitur γ η, η β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Igitur (p 74 decimi) β γ apotome eſt. Dico q, & ſecũda. Quo etenim maius eſt quod ex β η, eo quod ex η γ, eſto quod ex θ. Quoniã igitur eſt (p correlariũ 6 decimi) ſicut quod ex β η, ad id quod ex η γ, ſic eſt ε Δ numerus ad Δ ζ numerũ, cõuertẽdo igitur (p correlariũ 19 quinti) eſt ſicut quod ex β η, ad id quod ex θ, ſic eſt Δ ε, ad ε ζ, & utterq; ipſorũ Δ ε, ε ζ, quadratus eſt, quod igitur ex β η, ad id quod ex θ, (per 9 decimi) rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, cõmẽſurabilis igitur eſt β η, ipſi θ, & β η, ipſa η γ maius poteſt eo quod ex θ. Igitur β η, ipſa η γ, maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. Et cõgruens eſt γ η, cõmenſurabilis lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ (per tertias diffinitiones) ſecũda eſt apotome. Inuẽta eſt igitur ſecunda apotome β γ: quod fãcere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 82.*

Eſiduum tertiũ perſcrutari.

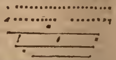
CAMPANVS. Reſiduũ tertiũ ſic habetur. Poſita ut prius a rationali numeroq; e quadrato diuiſo in f non quadratũ & g quadratũ, aſſumptoq; h numero primo. ſit quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c ſicut h ad e, ſitq; quadratum lineę b c ad quadratũ lineæ c d, ſicut e ad f, eritq; ex diffinitione (de quo ſi hæſitas, conſule binomiũ tertiũ) linea d b, reſiduum tertiũ. 82



Euclid. ex Zamb. *Problema 20.* *Propoſitio 87.*

Inuenire tertiam apotomen. 87

THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, explicẽturq; tres numeri ε, β γ, γ Δ, rationẽ adinuicẽ nõ habentes, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Ipſe aũt β γ, ad Δ β rationẽ habeat, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (p correlariũ 6 decimi) ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α quadratũ ad id quod ex ζ η, quadratũ, ſicut uerò β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ. Quoniã igitur eſt ſicut ε ad β γ, ſic qđ ex α, quadratũ ad id qđ ex ζ η quadratũ, quod igitur ex α, quadratũ et qđ ex ζ η quadrato eſt cõmẽſurabile. Quadratũ aũt ex α, rationale eſt: ratiõale igitur eſt et quod ex ζ η, ratiõalis igitur eſt ζ η. Et quoniã ε, ad β γ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur qđ ex α, quadratũ ad id qđ ex ζ η, quadratũ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt (p 9 decimi) α, ipſi ζ η lõgitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ, cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ζ η, et quod ex η θ. Rationale autẽ eſt quod ex ζ η. Rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur eſt η θ. Et quoniam β γ, ad γ Δ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ θ (per 73 decimi) Dico q, et tertia. Quoniã enim eſt ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α quadratũ, ad id quod ex ζ η*

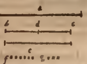


qua-

quadratū, ſicut autē β γ ad γ Δ, ſic quod ex ζ ε ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut ε ad γ Δ, ſic quod ex η ad id quod ex θ η. Sed ε ad γ θ rationē non habet, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex η ad id quod η θ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommenſurabilis igitur eſt α ipſi η θ longitudine. Neutra igitur ipſarū ζ η, η θ, cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ, eſto id quod ex κ. Quoniam igitur eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) eſt ſicut β γ ad γ Δ, ſic eſt quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex κ. At β γ ad β Δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζ η, igitur ad id quod ex κ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi κ longitudine. Et ζ η, ipſa η θ, maius poteſt, eo quod ex κ, ipſa igitur ζ η, ipſa η θ, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarum ζ η, η θ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ζ θ, apotome eſt tertia. Inuenta igitur eſt tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 83.*

83 ## REſiduum quartum inuenire.

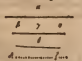
CAMP. Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cōmunis lineæ a rationali poſitæ, numerus autē e quadratus, ſit diuiſus in f & g quorum ſit uterq; non quadratus, ſitq; quadratum lineæ b c, quadratū lineæ d c, ſicut e ad f, & ſcies ex diffinitione, lineā d b eſſe reſiduū quartū, ſi eorū quę in inuētione binomij quarti didiceras, oblitus nō fueris.



Euclid. ex Zamb. *Problema 21.* *Propoſitio 88.*

88 ## Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ei lōgitudine cōmenſurabilis eſto β η, rationalis igitur eſt et β η. Exponātur q; (per lēma ſecūdū 18 decimi) bini numeri Δ ζ, ζ ε, ut totus Δ ε ad utrūq; ipſorū Δ ζ, ζ ε, rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (per correlariū 6) ſicut Δ ε ad ε ζ, ſic quod ex β η, quadratū cōmēſurabile igitur eſt (per correlariū 15 decimi) quod ex β η, et quod ex η γ. Rationale aūt eſt id quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ, rationalis igitur eſt (per 7 diffinitionē decimi) et η γ. Et quoniā Δ ε ad ε ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex β η, ad id quod ex η γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β η, ipſi η γ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur β η, η γ, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Apotome igitur eſt β γ. Dico q; & quarta. Quo nēpe maius eſt quod ex β η, eo quod ex η γ, eſto (per lēma 13 decimi) quod ex θ. Quoniā igitur eſt ſicut Δ ε ad ε ζ, ſic eſt quod ex β η, ad id quod ex η γ, et cōuertendo igitur (per correlariū 18 quinti) ſicut ε Δ ad Δ ζ, ſic quod ex η β, ad id quod ex θ. Sed ε Δ ad Δ ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex η β, ad id quod ex θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt (p 9 decimi) β η, ipſi θ lōgitudine, & η β, ipſa η γ, maius poteſt, eo quod ex θ, ipſa igitur β η, η γ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, eſtq; tota β η, commenſurabilis longitudine ipſi α rationali expoſitæ. Ipſa igitur β γ (per 3 diffinitiones) apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome: quod faciendum erat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 84.*

84 ## REſiduum quintum demonſtrare.

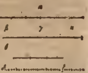
CAMP. Cū reſiduū quintū inuenire libuerit, erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, ſicut erat in inquiſitione ſecundi, & erit quadratus numerus e diuiſus in f & e, quorū neuter quadratus ſicut in præmiſſa erit quadratum lineæ c d ad quadratū b c, ſicut f ad e, ex quib. à diffinitiōe cōcludere licet (habita ſufficienti noticia binomij quinti) lineā d b eſſe reſiduum quintum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propoſitio 89.*

89 ## Inuenire quintam apotomen.

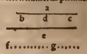
THEON ex Zāb. *Exponatur rationalis α & ipſi α longitudine cōmenſurabilis eſto γ η, rationalis igitur eſt γ η. Exponaturq; (per ſecundū lēma 28 decimi) bini numeri Δ ζ, ζ ε, ad utrunq; ipſorū Δ ζ, ζ ε, rationē rurſus nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (per correlariū 6 decimi) ſicut ζ ε ad ε Δ, ſic quod ex η γ, ad id quod ex η β, cōmenſurabile (per 11 decimi) igitur eſt quod ex γ η, ei quod ex β η. Rationale autem eſt quod ex γ η, rationale & quod ex η β, rationalis igitur eſt β η. Et quoniam eſt ſicut Δ ε ad ε ζ, ſic eſt quod ex β η ad id quod ex η γ, at Δ ε ad ε ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratum nu-*



merum, neq; igitur quod ex β η ad id quod ex η γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β η ipſi η γ lõgitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur β η, η γ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Igitur β γ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico q́; et quinta. Quo nanq; maius eſt id quod ex β η, eo quod ex η γ, eſto id quod ex θ. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex β η, ad id quod ex η γ, ſic eſt δ ε ad ε ζ, cõuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) eſt ſicut ε δ ad δ ζ, ſic quod ex β η ad id quod ex θ. At ε δ ad δ ζ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; igitur quod ex β η, ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur (per 9 decimi) β η, ipſi θ, lõgitudine. Ipſaq; η β, ipſa η γ, maius poteſt, eo quod ex θ. Ipſa igitur η β ipſa η γ maius poteſt, eo quod ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili, & cõgruẽs eſt lõgitudine cõmenſurabilis ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ, apotome eſt quinta. Inuenta igitur eſt apotome quinta: quod oſtendendum fuerat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 85.

R Eſiduum ſextum demum præſtò ſit reperire. 85

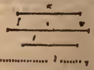
CAMP. Reſiduũ ſextũ ſic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis poſita, & c numerus quadratus diuiſus in f & g non quadratos, & erit h numerus primus. Et quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę b c, ſicut h ad e. At uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b, reſiduũ ſextũ. Cui nõ planè animus tuus aſſenſerit, exerceri te cõuenis in inuẽtione binomij ſexti.



Euclid. ex Zamb. Problema 25. Propoſitio 90

Inuenire ſextam apotomen. 90

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε β, β γ, γ δ, rationẽ nõ habẽtes adinuicem quã quadratus numerus ad quadratũ. Inſuperq́; et β γ ad β δ, rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α ad id quod ex ζ η, ſicut aũt β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniã igitur eſt ſicut ε ad β γ, ſic eſt quod ex α ad id quod ex ζ η: cõmẽſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζ η, rationale autẽ quod ex α rationale igitur eſt & id quod ex ζ η, rationalis igitur eſt & ζ η. Et quoniã ε ad β γ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi ζ η longitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ. rationale autẽ eſt quod ex ζ η, rationale igitur eſt, & quod ex η θ, rationalis igitur et η θ. Et quoniã β γ ad γ δ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ζ η, ipſi η θ lõgitudine. Et utraq; rationales. Ipſæ igitur ζ η, η θ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ζ θ apotome eſt. Dico iam quod et ſexta. Quoniã enim eſt ſicut ε ad β γ, ſic quod ex α ad id quod ex ζ η, ſicutq; β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut ε ad γ δ, ſic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi η θ lõgitudine, & neutra ipſarũ ζ η, η θ, cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nẽpe maius eſt quod ex ζ η, eo quod ex ζ θ, eſto quod ex κ. Quoniã enim eſt ſicut β γ ad γ δ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) eſt ſicut β γ ad β δ, ſic eſt quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β ad β δ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η ipſi κ lõgitudine. Et ζ η, ipſa η θ maius poteſt, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt, eo quod eſt ſibi longitudine incommenſurabili, et utraq; ipſarum ζ η, η θ, incõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur ζ θ, apotome eſt ſexta. Inuẽta igitur eſt apotome ſexta ζ θ, quod erat agendũ. Sit prædictarũ ſex apotomarũ inuẽtionis oſtenſio cõciſior. Deturq; ut inueniatur prima Exponaturq́; ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen ſit α β, & ab ipſa quidem α β, auferatur ipſi quidem β γ, æqualis β δ. Ipſæ igitur α β, β γ, hoc eſt α β, β δ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & α β δ α β, ipſa β γ, hoc eſt ipſa β δ, maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & α β, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali lõgitudine. Igitur α δ prima eſt apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus ſunt numeros exponentes. Euclid. ex Camp. Propoſitio 84.

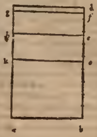


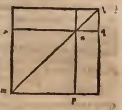
Ἰσάριθμον, pari numero, id eſt eiuſdem ordinis.

S I fuerit ſuperficies linea rationali reſiduo primo contenta, latus eius tetragonicum neceſſe eſt eſſe reſiduum. 86

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c contenta linea rationali a b & reſiduo primo b c, dico latus tetragonicum ſuperficiei a c, eſſe reſiduum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d, ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantū, b d quoq; erit potentior d c, in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d, ſit e d medio loco proportionalis, eritq; ex ſecunda parte 15 b f, communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq; earum communicat cum tota linea b d, quare per diffinitionem ambæ ſunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidiſtātes a b, eritq; per 15 utraq; duarum ſuperficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratū ergo l m, æquale ſuperficiei a f, eritq; rationale, & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum protracta diagonali linea l m, deſcribatur quadratum l n, æquale ſuperficiei g d, eritq; ipſum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahātur autem duæ lineæ m p, q n, æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r eſſe æquale ſuperficiei a c, & eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & f d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cumq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratum l n eſt æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq; gnomo circūſcriptus quadrato m n, eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f, relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n ſit reſiduum, ſic collige. Eſt enim utraq; duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunq; quadratum l m & n l eſt rationale, unaq; earū eſt incōmenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius, eo quod quadratum l m eſt incōmenſurabile l r ſuperficiei, ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt ꝙ ipſæ ſunt incommenſurabiles, eſt enim per primam ſexti una earū ad alteram, ſicut linea b f, quæ eſt rationalis in longitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potētia tantum, ex 68 igitur linea p n, quæ poteſt in ſuperficiē a c, eſt reſiduū: & hoc eſt quod intendimus.



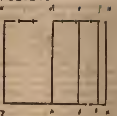


Euclid. ex Zamb. *Theorema 67.* *Propoſitio 91.*

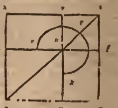
Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt apotome eſt.

THEON ex Zamb. *Cōprehendatur enim areola α β, ſub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico ꝙ ipſam α β, areolam potens, apotome eſt. Quoniam apotome eſt α δ, eſto eidem cōgruens (per 79 decimi) δ η. Ipſæ igitur α η, δ η, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles, et tota α η (per 3 diffinitiones) commenſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, et α η, ipſa η δ (per 73 decimi) maius poteſt, eo quod ex ſibi lōgitudine cōmenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ η æquum ad ipſam α η comparetur deficiens forma quadrata, incōmenſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuiſerit. Secetur (per 10 primi) δ η bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquum ad ipſam α η cōparetur (per 28 ſexti) deficiens forma quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ η, cōmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ζ η. Et per ε, ζ, η, ſigna (per 31 primi) ipſi α γ paralleli excitētur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam cōmenſurabilis eſt α η ipſi ζ η, lōgitudine, et α η igitur utriq; ipſarū α ζ, ζ η, cōmenſurabilis eſt lōgitudine. Sed α η cōmenſurabilis eſt ipſi α γ, et utraq; igitur ipſarū α ζ, ζ η, cōmenſurabilis eſt lōgitudine ipſi α γ, et rationalis eſt α γ, rationalis igitur eſt et utraq; ipſarū α ζ, ζ η, quare et utrūq; ipſorū α ι, ζ κ, rationale eſt. Et quoniā commenſurabilis eſt δ ε, ipſi ε η (æquales nanq;) quæ uerò æqualia commenſurabilia ſunt lōgitudine: & δ η, igitur utriq; ipſarum δ ε, ε η, longitudine cōmenſurabilis eſt. Rationalis autem eſt δ η, & ipſi α γ longitudine incommenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarum δ ε, ε η, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, utrunq; igitur ipſorum δ θ, ε κ, mediū eſt. Apponatur iam ipſi quidē α ι, æquū quadratū λ μ, ipſi aūt ζ κ, æquū auferatur cōmunē ipſi λ μ, angulū habēs cū qui ſub λ ο, ο ν, ſitq; ν ξ, circa eandē igitur demetientē ſunt (per 26 ſexti) ipſa λ μ, ν ξ, quadrata, ſit eorū dimetiēs ο ρ, ac deſcribatur figura. Quoniā certè rectangulum comprehenſum ſub α ζ, ζ η, æquū eſt ei quod ex η ε, quadrato eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε η, ſic ε η ad ζ η. Sed ſicut quidem α ζ ad ε η, ſic (per 1 ſexti) α ι ad ε κ, ſicut autem ε η ad ζ η, ſic eſt ε κ, ad κ ζ. Ipſorū igitur α ι, κ ζ, mediū proportionale eſt ε κ, eſt autem ipſorū λ μ, ν ξ,*

medium



medium proportionale, ν μ, ſicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi) & α ι, ipſi quidẽ λ μ quadrato æquũ eſt, at κ ζ ipſi ν ξ, & ι κ igitur, ipſi μ ν eſt æquale. Sed ι κ (per 36 primi) ipſi Δ θ eſt æquale, & μ ν, ipſi λ ξ. Igitur Δ κ, æquũ eſt ipſi ν φ χ, gnomoni, et ipſi ν ξ. Eſt autẽ & α κ æquũ ipſis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquũ igitur α β (per 4 primi) æquum eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratum, ipſi κ β, æquum eſt. Ipſa igitur λ ν ipſam κ β areolam poteſt. Dico quòd & λ ν apotome eſt. Quoniã enim rationalia ſunt α ι, ζ κ, & æqualia ſunt ipſis λ μ, ν ξ, & utrunque igitur ipſorum λ μ, ν ξ, rationale eſt, hoc eſt quod ex utraq; ipſarum λ ο, ο ν, & utraque igitur ipſarum λ ο, ο ν, rationalis eſt. Rurſus quoniam Δ θ medium eſt, & ipſi λ ξ, eſt æquale, medium igitur eſt λ ξ. Et quoniam λ ξ medium eſt, & ν ξ rationale, incommenſurabile igitur eſt λ ξ, ipſi ν ξ. Sicut autem λ ξ ad ν ξ, ſic eſt λ ο ad ο ν. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) λ ο, ipſi ο ν longitudine. Et utræque rationales, ipſæ igitur λ ο, ο ν, rationales ſunt potentia commenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi) λ ν & ipſam α β areolã poteſt. Quæ igitur ipſam κ β areolam poteſt, apotome eſt. Si areola igitur comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt, apotome eſt: quod erat oſtendendum.



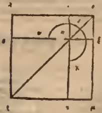
Euclid. ex Camp. Propoſitio 87.

SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq́ſ ſecundo cõtineatur, linea in eandem potens erit reſiduum mediale primum. 87

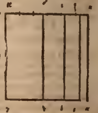
CAMP. In hac quoq; argue ſicut in pręmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Euclid. ex Zamb. Theorema 68. Propoſitio 92.

Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali & apotome ſecunda quæ areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima. 92



THEON ex Zãb. *Areola nãq; α β comprehẽdatur ſub rationali α γ, & 2 apotome α Δ. Dico q. quæ α β, areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima. Eſto enim (p 79 decimi) ipſi α Δ cõgruẽs Δ κ. Ipſæ igitur α κ, κ Δ, rationales ſũt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles (per 3 diffinitiones) et ipſa Δ κ, cõgruẽs commẽſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, ipſa uerò α κ tota ipſa congruente κ Δ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Quoniã igitur ipſa α κ plus quã κ Δ poteſt eo q̃d ex ſibi incõmẽſurabili lõgitudine. Si igitur quartæ parti eius q̃d ex κ Δ, æquũ ad ipſam α κ, cõparetur (per 28 ſexti) forma deficiẽs quadrata, ipſam dirimet incõmenſurabilia (per 17 decimi) Secetur (per 10 primi) nẽpe Δ κ, biſariam in ε, & ei quod ex ε κ, æquum ad ipſam α κ, cõparetur forma deficiẽs à quadrata, ſitq; q̃d ſub α ζ, ζ κ, cõmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ζ κ lõgitudine. Et per ipſa ε ζ κ, ſigna (per 31 primi) ipſi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniã (per 15 decimi) α ζ ipſi ζ κ lõgitudine cõmenſurabilis eſt, et α κ igitur utriq; ipſarũ α ζ, ζ κ, lõgitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis aũt eſt α κ, & ipſi α γ, lõgitudine incõmenſurabilis, & utraq; igitur ipſarũ α ζ, ζ κ, rationalis eſt, & ipſi α γ longitudine incõmenſurabilis. utrunq; igitur ipſorum α ι, ζ λ, medium eſt. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt Δ ε ipſi ε κ & Δ γ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utriq; ipſarũ Δ ε, ε κ, cõmenſurabilis eſt. Sed Δ γ, ipſi α γ lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt utraq; ipſarũ Δ ε, ε κ, & ipſi α γ longitudine cõmenſurabilis, igitur & utrũq; ipſorũ Δ θ, ε λ (per 19 decimi rationale eſt. Cõſtituatur ergo (per 14 ſecundi) ipſi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipſi aũt ζ λ æquum auferatur ν ξ, circa eundem exiſtens angulũ ipſi λ μ qui ſub λ ο μ. Circa eundẽ igitur dimetientẽ ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata. Eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ο ϛ, & deſcribatur figura. Quoniam nempe ipſa α ι, ζ λ media ſunt, & adinuicem commenſurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, ſunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media ſunt,*



dia ſunt, & ipſæ λο, ον, igitur mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et quoniam quod ſub α ζ, ζ ο, æquum eſt ei quod ex ε κ, eſt igitur ſicut α ζ ad ε κ, ſic ε κ ad ζ κ. Sed ſicut quidē α ζ ad ε ο, ſic α ι, ad ε κ, ſicut autē ε κ, ad ζ ο, ſic ε κ ad ζ κ. Ipſorū igitur α ι, ζ ν, mediū proportionale eſt ε κ. Sed ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū, medium proportionale eſt (per lēma 53 decimi) μ ν, & α ι, quidem æquum eſt ipſi λ μ, & ζ κ ipſi ν ξ. Igitur μ ν ipſi ε κ, æquum eſt. Sed ipſi quidem ε κ, æquū eſt δ θ, at μ ν, ipſi λ ξ (per 36 primi) eſt æquale. Totū igitur δ κ, æquum eſt ipſi υ φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Quoniam ergo totum α κ, æquum eſt ipſis λ μ ν ξ, quorum δ κ, æquum eſt ipſi υ φ χ gnomoni et ipſi ν ξ, reliquum igitur α β ipſi σ τ, eſt æquale. Hoc eſt, ei quod ex λ ν, quod igitur ex λ ν, ipſi α β, areolæ æquum eſt, ipſam igitur α β areolam, ipſa λ ν poteſt. Dico q. λ ν, mediæ apotoma eſt prima. Quoniā enim ε κ rationale eſt, & ipſi ν μ æquale, hoc eſt ipſi λ ξ, rationale igitur eſt λ ξ, hoc eſt id quod ſub λ ο, ο ν (per conſtructionem) Oſtenſum autem eſt, q. ν ξ mediū eſt. Igitur λ ξ, ipſi ν ξ eſt incommenſurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, ſic λ ο ad ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν longitudine ſunt incommenſurabiles. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, ratiōale cōprehēdentes. Ipſa igitur λ ν, mediæ apotome eſt prima (per 74 decimi) Et ipſam α β poteſt areolā. Igitur quæ ipſam α β areolā poteſt, mediæ apotome eſt prima. Si areola igitur cōprehenſa fuerit, et quæ ſequūtur reliqua: quod erat oſtēdendū.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 88.

91 SI linea rationali reſiduoq́ tertio ſuperficies contineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Priori demonſtrationi inſiſte, & facile concludes propoſitū ex diffinitione reſidui tertij & ſecūda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucl. ex Zāb. Theor. 69. Prop. 91.

91 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. *Areola enim α β, comprehendatur ſub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quòd quæ ipſam α β, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α δ congruens δ κ. Ipſæ igitur α κ, κ δ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & neutra ipſarum α κ, κ δ, ipſi α γ, expoſitæ rationali cōmenſurabilis eſt longitudine. At (per 17 decimi) tota α κ, ipſa δ κ, cōgruēte maius poteſt, eo quòd eſt ſibi cōmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ κ, æquum ad ipſam α κ, apponatur forma deficiens quadrata, in incōmenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi) nempe δ κ biſariā in ε, & (per 28 ſexti) ei quod ex ε κ, æquum ad ipſam α κ, comparetur forma deficiens quadrata ſitq́; quod ſub α ζ, ζ κ. Excitenturq́; (per 31 primi) per ε ζ κ, ſigna ipſi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, κ ο. Cōmenſurabiles igitur ſunt α ζ, ζ κ, cōmenſurabile igitur eſt & α ι, ipſi ζ ο. Et quoniā α ζ, ζ κ, cōmēſurabiles ſunt longitudine, & α κ, igitur (per parabolā) utriq́; ipſarū α ζ ζ κ, cōmenſurabilis eſt longitudine. Rationalis autē eſt α κ, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, & utraq́; igitur ipſarū α ζ, ζ κ, rationalis eſt, & ipſi α γ, longitudine incōmenſurabilis, & utrunq́; igitur ipſorum α ι, ζ ο (per 21 decimi) mediū eſt. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt δ ε, ipſi ε κ, longitudine & δ κ, igitur utriq́; ipſarū δ ε, ε κ, longitudine commenſurabilis eſt (per 16 decimi) Rationalis autē eſt γ δ, & ipſi α γ, lōgitudine incōmenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq́; ipſarū δ ε, ε κ, & α γ, longitudine incōmenſurabilis. Vtrunq́; igitur ipſorū δ θ, ε λ (per 21 decimi) mediū eſt. Et quoniam α κ, κ δ, potētia tantū ſunt cōmēſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt lōgitudine α κ, ipſi γ δ. Sed α κ, ipſi quidē α ζ lōgitudine cōmēſurabilis eſt: & δ κ, ipſi ε κ, incōmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ε κ lōgitudine. Sicut aūt α ζ ad ε κ, ſic α ι ad ε λ, incōmenſurabile igitur eſt α ι, ipſi ε λ. Cōſtituatur igitur (per 14 ſecūdi) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi autē ζ ο, æquū auferatur ν ξ, circa eundē exiſtens angulū eū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, ſunt λ μ, & ν ξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorū dimetiēs ο ρ, deſcribaturq́; figura. Quoniā igitur quod ſub α ζ, ζ κ, æquū eſt ei quod ex ε κ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε κ, ſic ε κ ad ζ κ. Sed ſicut quidē α ζ ad ε κ, ſic eſt α ι ad ε λ, ſicut aūt ε κ ad ζ κ, ſic eſt ε λ ad ζ ο, et ſicut igitur α ι ad ε λ, ita ε λ ad ζ ο. Ipſorū igitur α ι, ζ ο, mediū proportionale eſt ε λ, eſt aūt (per lēma 53 decimi) ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū eſt ipſi λ μ, & ζ ο, ipſi ν ξ. Et ε λ igitur æquū eſt ipſi μ ν. Sed μ ν ipſi λ ξ, eſt æquale, & ε λ, ipſi δ θ æquū eſt (p 26 primi) & totū igitur δ κ æquū eſt ipſi υ φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Eſt aūt & α κ æquū ipſis λ μ, ν ξ, reliquū igitur α β, æquū eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipſa λ ν, ipſam α β, areolā poteſt. Dico iam q. λ ν mediæ apotoma eſt ſecūda. Quoniam enim oſtenſum eſt q. α ι, ζ ο, media ſunt et æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, medium igitur eſt (per correlarium 20 decimi) et utrunque ipſorum quæ ex λ ο, ο ν, media igitur eſt utraq́; ipſarum λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipſi ζ ο, commenſurabile eſt, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, commenſurabile eſt. Rurſus quoniam oſtenſum eſt quod α ι, ipſi ε λ incommenſurabile eſt, incommenſurabile igitur eſt λ μ ipſi μ ν, hoc eſt quod ex λ ο, ei quod ex ſub λ ο, ο ν, quare et λ ο, incommenſurabilis eſt longitudine ipſi ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Dico iam quod et mediū cōprehendūt. Quoniā patuit, q. ε λ, mediū eſt,*



& q

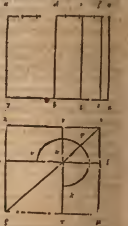
& ei eſt æquale quod ſub λ ο, ο ν, medium igitur (per corrolariū 23 decimi) eſt & quod ſub λ ο, ο ν. Quare ipſæ λ ο, λ ν, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes. Ipſa igitur λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 78 decimi) & ipſam poteſt α β. Quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda: quod oſtēdere oportuit. Euclid. ex Camp. Propoſitio 89.

Si fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq́ȝ quarto contenta, linea ſuper eam potens erit linea minor. 89

CAMP. In hac quoq; non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propoſitum concludere, ſi præmiſſam nō deſpicis, ex diffinitione reſidui quarti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & ſic patebit propoſitum. Eucl. ex Zāb. Theor. 70. Prop. 94.

Si areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt, minor eſt. 94

THEON ex Zāb. *Areola nanq; α β, cōprehēdatur ſub rationali α γ, et quarta apotome α δ. Dico q, quæ α β areolā poteſt, minor eſt. Sit enim (p 80 decimi) ipſi α δ cōgruens δ η, ipſæ igitur α η, η δ, ratiōales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & α η, ipſi α γ, expoſitæ rationali lōgitudine cōmenſurabilis eſt, & tota α η, ipſa δ η cōgruente maius poteſt, eo quod ex ſibi lōgitudine incōmenſurabili. Quoniā igitur (per 51 decimi) α η ipſa δ η maius poteſt, eo quod ex ſibi longitudine incōmenſurabili, ſi igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquū ad ipſam α η, cōparetur (p 28 ſexti) forma deficiēs quadrata, in incōmenſurabili (per 18 decimi) ipſam diuiſerit. Secetur (per 10 primi) igitur δ η, bifariā in ε, & ei quod ex ε η (per 28 ſexti) æquū ad ipſā α η cōparetur forma deficiēs quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ η. Incōmenſurabilis igitur eſt lōgitudine α ζ, ipſi ζ η. Excitētur igitur (p 31 primi) per ε ζ η ſigna parallelæ ipſis α γ, β δ, ſintq; ε θ, ζ ι, η κ. Quoniā igitur ratiōalis eſt α η, et ipſi α γ, lōgitudine cōmenſurabilis, ratiōale igitur eſt totū α κ. Rurſus quoniā cōmenſurabilis eſt δ η ipſi α γ lōgitudine, et utræq; ſunt ratiōales, mediū igitur eſt δ κ (per 22 decimi) Rurſus quoniā incōmenſurabilis eſt α ζ, ipſi ζ η lōgitudine, incōmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) et α ι ipſi ζ κ. Cōſtituatur igitur (per 14 ſecūdi) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi aūt ζ κ, æquū auferatur ν ξ. ad eundē exiſtēs ipſi λ μ, angulū qui ſub λ ο μ, circa igitur eundē dimetientē ſunt (p 26 ſexti) ipſa λ μ ν ξ quadrata. Sit ipſorū dimetiens ο ς, deſcribaturq; figura. Quoniā igitur quod ſub α ζ, ζ η, æquū eſt ei quod ex ε η proportionaliter igitur eſt (p 17 ſexti) ſicut α ζ ad ε η, ſic ε η ad ζ η. Sed ſicut quidē α ζ ad ε η, ſic α ι ad ε κ, ſicut aūt (per 1 ſexti) ε η ad ζ η, ſic ε κ, ad ζ κ. Ipſorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale eſt ε κ. Ipſorū aūt λ μ, ν ξ, quadratorū (per lēma 53 decimi) mediū proportionale eſt μ ν, et α ι, æquū eſt ipſi λ μ, et ζ κ, ipſi ν ξ, et ε κ, igitur ipſi μ ν eſt æquale. Sed ipſi quidē ε κ, æquū eſt δ θ, ipſi aūt μ ν, æquū eſt λ ξ. Totū igitur δ κ, æquū eſt ipſi υ φ χ, gnomoni, & ipſi ν ξ. Quoniā igitur α κ, totū æquū eſt ipſis λ μ, ν ξ, quadratis, quorū δ κ, æquū eſt ipſi υ φ χ, gnomoni et ipſi ν ξ quadrato: reliquū igitur α β (per 2 cōmunē ſententiā) æquū eſt ipſi ο τ, hoc eſt ei qđ ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipſam α β, areolā poteſt. Dico q, λ ν irrationalis eſt, appellata minor. Quoniā enim α κ ratiōale eſt, et eis eſt æquale quæ ex λ ο, ο ν, ſunt quadratis, cōſlatū igitur ex iis quæ ex λ ο, ο ν, rationale eſt (per diffinitionē) Rurſus quoniā δ κ mediū eſt, et δ θ, æquū eſt ei quod bis ſub λ ο, ο ν, quod igitur bis ſub λ ο, ο ν, mediū eſt. Et quoniā patuit quod α ι, ipſi ζ κ, eſt incōmenſurabile: incōmēſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quadratū quod ex λ ο, ei quod ex ο ν quadrato. Ipſæ igitur λ ο, ο ν (per 76 decimi) potētia ſunt incōmenſurabiles, efficiētes conflatū quidē earū quadratis rationale, quod uerò bis ſub ipſis mediū. Ipſa igitur λ ν, irrationalis eſt appellata minor, & ipſam areolam α β poteſt. Quæ igitur ipſam α β areolam poteſt, minor eſt: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 90.

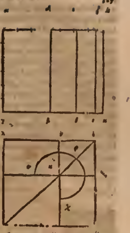
Si fuerit linea rationali reſiduoq́ȝ quinto ſuperficies cōtenta, latus eius tetragonicum erit cum rationali componēs mediale. 90

CAMP. Nitere præmiſſa argumētatione ex diffinitione reſidui quinti & 2 parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72. quod propoſitū eſt cōcludere. Euclid. ex Zamb. Theorema 71. Propoſitio 95.

Si areola comprehendatur ſub rationali & quinta apotome, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum conficit. 95

THEON ex Zāb. *Areola etenim α β, comprehendatur ſub rationali α γ, et quinta apotome α δ. Dico q, quæ*

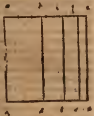
quæ ipſam areolã α β poteſt, eſt quæ cũ rationali medium totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipſi α δ cõgruens δ κ, ipſæ igitur α κ, κ δ (per 80 decimi) rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, & congruens κ δ, commenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ, expoſitæ rationali. Et tota α κ cõgruens δ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquum ad ipſam α κ (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incõmenſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) δ κ, biſariam in ε ſigno, et ei quod ex ε κ (per 18 decimi) æquũ ad α ε cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ κ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipſi ζ κ longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ε ζ κ, ſigna ipſi α γ paralleli ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniã α κ ipſi α γ lõgitudine eſt incõmenſurabilis, & utræq; ſunt rationales, medium igitur eſt α λ. Rurſus quoniam δ κ eſt rationalis & ipſi α γ lõgitudine cõmenſurabilis, rationale igitur eſt δ λ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidẽ α ι æquũ quadratum λ μ, ipſi autẽ ζ λ, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulum qui ſub λ ο μ ſunt ipſa λ μ, & ν ξ, ad eandem igitur diametrum ſunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ο ς, deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quòd λ ν, poteſt ipſam α β areolã, dico q. ipſa λ ν, eſt quæ cum rationali mediũ totum cõficit. Quoniã enim oſtenſum quod α λ mediũ eſt, & ei ſunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõflatum, igitur ex eis quæ ex λ ο, ο λ, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) Rurſus quoniã δ λ rationale eſt, & ei eſt æquũ quod bis ſub λ ο, ο ο, et quod bis igitur ſub λ ο, ο γ, rationale eſt. Et quoniã incõmẽſurabile eſt α ι ipſi ζ λ, incõmenſurabile igitur eſt quod ex λ ο, ei quod ex ο γ. Ipſæ igitur λ ο, ο ο, potẽtia incõmẽſurabiles efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ, quot autem bis ſub ipſis rationales, reliqua igitur λ γ (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cum rationali mediũ totã efficiens. Et ipſam α β, areolã poteſt, quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali mediũ totum efficit: quod oportuit demonſtrare.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 91.

91 SI linea rationali reſiduoq́ſ ſexto ſuperficies cõtineat, latus tetragonicũ quod ſuper eã poteſt cũ mediali cõſtituẽs, totum mediale eſſe comprobatur.

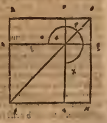
CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hæc dicitur præmiſſo modo ſatage cõcludere ex diffinitione reſidui ſexti, & ſecũda parte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus proceſſum tuũ nihil offendere poterit, ſi primã earũ & perfectè didiceris, & memoriter tenueris, & quid quoq; ſupponet ſolerter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit, ad ſuum æquale in ſuperficie a d tibi recurrendum erit, & patebunt tuo ingenio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 96.

96 Si areola cõprehendatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum medio medium totum efficit.

THEON ex Zamb. Areola nanq; α β comprehendatur ſub rationali α γ & apotome ſexta α δ. Dico quòd quæ α β areolã poteſt, eſt quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α δ cõgruens δ κ, ipſæ igitur α κ, κ δ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et neutra ipſarum α κ, κ δ (per 3 diffinitionem) commenſurabilis eſt ipſi α γ expoſitæ rationali longitudine, & tota α κ ipſa δ κ congruẽte maius poteſt eo quod ex longitudine incõmenſurabili. Quoniam igitur α κ ipſa κ δ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incõmẽſurabili, ſi igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipſam α κ cõparetur forma deficiẽs quadrata in incommẽſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi)

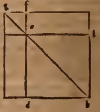


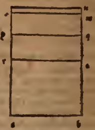
α ν, biſuriam in ſigno ε, & ei quod ex ε ν (per 28 ſexti) æquũ ad ipſam α ν, comparetur forma deficiẽs quadrata, ſitq́ quod ſub α ζ, ζ ν. Incommenſurabilis igitur eſt (per 18 decimi) α ζ, ipſi ζ ν, longitudine. Sicut autem (per 1 ſexti) α ζ, ad ζ ν, ſic α ι ad ζ ν, incommenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) α ι ipſi ζ ν. Et quoniam ipſæ α ν, α γ, rationales ſunt potẽtia tantũ commẽſurabiles, medium eſt α ν. Et quoniã ipſæ α γ, δ ν, rationales ſunt longitudine incõmenſurabiles, mediũ eſt & δ ν (per 21 decimi) Quoniam igitur ipſa α ν, ν δ, potẽtia tantũ ſunt cõmmenſurabiles, igitur α ν, ipſi δ ν lõgitudine eſt incõmenſurabilis. Sicut autem α ν ad ν δ, ſic eſt α ν ad ν δ ſic eſt α ν, ad δ ν, incõmenſurabile igitur eſt α ν, ipſi ν δ. Cõſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipſi autẽ ζ ν, æquũ auferatur ο ξ, ad eundẽ angulũ ipſi λ μ, circa eundẽ dimetientẽ igitur (p 26 ſexti) ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata eſto ipſorũ dimetiens ο ρ, deſcribaturq́ figura. Similiter iã ex præcedẽtibus oſtẽdemus q λ ν, poteſt ipſam α β areolã. Dico q ipſa λ ν eſt quæ cum medio mediũ totum efficit. Quoniã nãq patuit quod α ν mediũ eſt & eis eſt æquale quæ ex λ ο, ο ν. cõflatũ igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) Rurſus quoniã patuit quod δ ν mediũ eſt, et ei æquale quod bis ſub λ ο, ο ν, & quod igitur bis ſub λ ο, ο ν, mediũ eſt. Et quoniã patuit quod α ν, ipſi δ ν eſt incõmenſurabile, incõmẽſurabilia igitur ſunt & quæ ex λ ο, ο ν, ſunt quadrata ei quod bis ſub λ ο, ο ν. Et quoniã α ι, ipſi ζ ν, eſt incõmẽſurabile, incõmẽſurabile eſt igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipſæ λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia ſunt incõmẽſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarum quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia ei, quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur λ ο, irrationalis eſt, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 92.

SI ad lineã rationalẽ ſuperficies æqualis quadrato reſidui applicetur, alterũ latus reſiduũ primum eſſe neceſſe eſt. 91

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, ſunt cõuerſæ ſex præcedẽtiũ per ordinem. Huius autem primæ hęc eſt intẽtio, quod ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam rationalẽ a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e, erit eius latus ſecundũ quod eſt b c neceſſariò reſiduum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduum, linea per cuius abſciſionem ipſa d e fuerit reſiduũ, ſitq́ ei adiuncta e f, eritq́ ex 68 utraq́ duarum linearũ d f & f e, rationalis in potẽtia, & una earũ incõmẽſurabilis alij. Deſcribatur ergo quadratũ lineæ f e, quod ſit e g, & quadratũ d e quę poſita eſt eſſe reſiduũ: quod ſit e h, & adijciãtur ſupplemẽta d k & f l, eritq́ quadratum g h, tanquã quadratũ linęę d f, & quadratũ e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiã utrunq́ quadratorum g h & g e, rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiũcta ad lineã a b, ęqualis quadrato g h, eritq́ ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n eſt rationalis in longitudine: ſuperficies uerò p n ſit ęqualis quadrato e g, quę propter hoc erit rationalis, & per 16 linra m n rationalis in longitudine, itaq́ tota linra b n eſt rationalis per 9. Diuidatur autẽ c n per æqualia in q, & ducatur q t æquidiſtans a b, eritq́ ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtũ uerò eſt quod cũ tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quę ſunt quadrata duarũ linearũ d f & f e, & ſuperficies a c ſit ęqualis quadrato linęę d e q̃d eſt e h, erit per ſeptimã ſecũdi ſuperficies reſidua ex a n quę eſt c s ęqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quę ſunt r n & d g, neceſſe eſt eſſe ęqualia. Cũq́ igitur ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq́ ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n, ideoq́ per primã ſexti erit etiã q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq́ ſit q n dimidium lineæ n c, & linea b n diuiſa per punctum m in duo cõmunicantia inter quę cadit q n medio loco proportionalis, ſequitur ex prima parte 13 quod linea b n ſit potẽtior linea n c in quadrato lineæ ſecum communicãtis in longitudine.





Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19, ex hypotheſi autem ſuperficies c t ſibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potẽtia tãtum per 20, ideoq́ etiã duplum eius quod eſt linea n c eſt rationalis tãtum in potẽtia, quia ergo b n eſt rationalis in lõgitudine cõmunicantis lineæ a b poſitæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ ſibi incommunicantis in longitudine, ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum: quod eſt propoſitum.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 73. Propoſitio 97.

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit apotome α β, rationalis autē ſit γ δ, & ei quod ex α β, æquū ad ipſam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico q̃ γ ζ, eſt prima apotome. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α β congruens β η: ipſæ igitur α η, η β (per 80 decimi) rationales ſunt potētia tātum cōmenſurabiles. Et ei quidem quod ex α η (per 44 primi) æquū, ad ipſam γ δ, cōparetur γ θ, ei autē quod ex β η, comparetur κ λ. Totū igitur γ λ, æquū eſt eis quæ ex α η, η β, quorū γ ε æquū eſt ei quod ex α β, reliquū igitur ζ λ, æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariā in ſigno ν, et excitetur (per 31 primi) per ν ipſi γ δ parallelus ν ξ. Vtrūq; igitur ipſorū, ζ ξ, λ ν, æquum eſt ei quod ſub α η, η β. Et quoniā quæ ex α η, η β, rationalia ſunt, & eis quæ ex α η, η β, æquū eſt δ μ, rationale igitur eſt (per diffinitionē decimi) δ μ. Et ad rationalē apponitur γ δ, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur eſt γ μ (per 20 decimi) & ipſi γ δ longitudine cōmenſurabilis. Rurſus quoniā quod bis ſub α η, η β, medium eſt (per 21 decimi) & ei quod bis ſub α η, η β, æquū eſt ζ λ medium igitur eſt ζ λ. Et ad ipſam γ δ rationalē apponitur latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur eſt ζ μ, & ipſi γ δ longitudine incōmenſurabilis. Et quoniā quæ ex α η, η β, rationalia ſunt, quod autē bis ſub α η, η β, medium eſt, incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α η, η β, ei quod bis ſub α η, η β. Et eis quidem quæ ex α η, η β, æquum eſt γ λ, ei autē quod bis ſub α η, η β, æquum eſt ζ λ, incōmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) δ μ ipſi ζ λ. Sicut autē (per 1 ſexti) δ μ, ad ζ λ, ſic eſt γ μ, ad ζ μ, incommenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) γ μ ipſi ζ μ, lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales, igitur γ μ, μ ζ (per 12 decimi) rationales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. Igitur γ ζ apotome eſt. Dico inſuper q̃ & prima. Quoniā nempe eorum quæ ex α η, η β, medium proportionale eſt quod ſub α η, η β, & quod ex α η, æquum eſt ipſi γ θ, ipſi autem quod ſub α η, η β, eſt ν λ, ei autem quod ex β η, æquum eſt κ λ, & ipſorum igitur γ θ, κ λ, medium proportionale eſt ν λ. Eſt igitur (per 1 ſexti) ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ, ad κ λ. Sed ſicut quidem γ θ ad ν λ, ſic eſt γ κ ad ν μ, ſicut autē ν λ ad κ λ, ſic eſt ν μ ad κ μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, ſic ν μ, ad κ μ. Quod igitur ſub γ κ, κ μ (per 17 decimi) æquum eſt ei quod ex ν μ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniam quod ex α η, ei quod ex η β eſt incommenſurabile, commenſurabile eſt γ θ ipſi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, ſic γ κ, ad κ μ, commenſurabilis eſt igitur (per 11 decimi) γ κ ipſi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet γ μ, μ ζ, et quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod ſcilicet ſub γ κ, κ μ, & γ κ ipſi κ μ commenſurabilis eſt, ipſa igitur μ γ, ipſa μ ζ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabilis. Et γ μ, cōmenſurabilis eſt ipſi γ δ, expoſitæ rationali longitudine. Ipſa igitur γ ζ (per 85 decimi) apotome eſt prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primā apotomē: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 93.

93 Cum adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationalem, alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

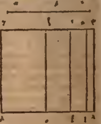
CAMPANVS. Hic erit linea d e reſiduum mediale primū, & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionē d e fuerat reſiduū mediale primū. Dico quod b e erit reſiduū ſecūdū. Quod neſcire nō poteris, ſi demonſtrationi præmiſſæ (quouſq; eam ſolido amplectaris habitu) inſtiteris, & quales lineas oporteat eſſe d f & f e uigilanter attenderis: de quo ſi dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 74. Propoſitio 98.

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. Sit mediæ apotomæ prima α β, rationalis autē eſto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquū ad ipſam γ δ, apponatur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Dico q̃ γ ζ apotome eſt ſecūda, eſto nāq; ipſi α β congruens β η, ipſæ igitur α η, η β, mediæ ſunt potentia tātum cōmenſurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η æquum ad ipſam γ δ comparetur (per 44 primi) γ θ, latitudinē efficiens γ κ, ei autem quod ex η β, æquum ad ipſam κ θ comparetur κ λ latitudinē efficiens κ μ. Totū igitur γ λ, æquū eſt eis quæ ex α η, η β, medium igitur eſt & γ λ. Et ad ipſam γ δ rationalem comparatur, latitudinē efficiens γ μ, rationalis igitur eſt & γ μ, & ipſi γ δ in lōgitudine incōmenſurabilis (per 22 decimi) Et quoniā γ λ æquum eſt eis quæ ex α η, η β quadratis, quorum quod ex α β, æquum eſt ipſi γ ε, reliquū igitur quod bis ſub α

κ, ν β, æquũ eſt ipſi ζλ. Rationale autẽ eſt quod bis ſub α κ, κ β, cõprehẽditur: rationale igitur & ζλ. Et ad ζθ rationalẽ comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) & ζμ, & ipſi γδ lon gitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur quæ ex α κ, κ β, hoc eſt ipſum γλ, medium eſt, quod autem bis ſub α κ, β γ, hoc eſt ipſum ζλ rationale, incõmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) γλ ipſi ζλ. Sicut autem γλ, ad ζλ ſic eſt γμ, ad ζμ, incõmenſurabilis igitur γμ, ipſi ζμ longitudine, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μζ, rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles, ipſa igitur γζ, apotome eſt (per 73 decimi) Dico etiã q. & ſecũda. Secetur nãq; (per 10 primi) ζμ biſariam in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipſi γδ, parallelus ν ξ, utrunq; igitur ipſorum ζξ, γλ, æquũ eſt ei quod ſub α κ, κ β. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipſorum quæ ex α κ, κ β, quadratorum medium proportionale eſt quod ſub α κ, κ β, & quod ex α κ, æquũ eſt ipſi γθ, quod uerò ſub α κ, κ β, ipſi ν λ: qđ autẽ ex β κ ipſi κ λ, & ipſorũ igitur γθ, κ λ, mediũ proportionale eſt ν λ (per idem lẽma) Eſt igitur ſicut γθ ad ν λ, ſic ν λ, ad κ λ, ſed ſicut quidem γθ ad ν λ, ſic eſt γκ ad ν μ, ſicut autẽ ν λ ad κ λ, ſic eſt ν μ ad μ κ. Sicut igitur (p 11 quinti) γκ ad ν μ, ſic eſt ν μ ad κ μ. Igitur quod ſub γκ, κ μ (p 17 decimi) ei eſt æquum quod ex ν μ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex α κ, commẽſurabile eſt ei quod ex β κ, commenſurabile eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & γθ ipſi κ λ, hoc eſt γκ, ipſi κ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, & μζ, quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) æquum ad maiorem γμ apponitur deficiẽs forma quadrata, quod ſcilicet ſub γκ, κ μ, & ipſam incõmẽſurabilia diſpeſcit, ipſa igitur γμ ipſa μζ (per eandem) maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Et congruens ζμ (per 85 decimi) eſt commenſurabilis longitudine ipſi γδ expoſitæ rationali. Ipſa igitur γζ, apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, ſecundam efficit apotomen: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 94.

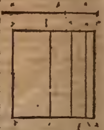
SI ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecundi 94
applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius
reſiduum tertium eſſe conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e reſiduum mediale ſecundum, & ſequetur ut ſit e b reſiduum tertium. Quod ut facilè concludas, primæ demonſtrationi inſiſtas: & quales lineas conueniat eſſe d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propoſitio 99.

Quod ex mediæ apotomę ſecunda ad rationalem comparatum la 99
titudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zãb. *Eſto mediæ apotome ſecunda α β, rationalis autẽ eſto γδ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ apponatur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Dico q. γζ eſt apotome tertia. Sit nanq; α 6, congruens β κ, ipſæ igitur α κ, κ β (per 81 decimi) mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles medium cõprehendẽtes. Et ei quidẽ quod ex α κ (per 44 primi) æquum ad ipſam γδ, cõparetur γθ latitudinẽ efficiens γκ, ei autẽ quod ex β κ (per eandẽ) æquum ad ipſam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γλ, æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ β. Et ea quæ ex α κ, κ β, media ſunt, medium igitur eſt & γλ. Et ad ipſam γδ apponitur, latitudinem efficiẽs γμ. Rationalis igitur eſt γμ, & ipſi γδ longitudine incõmenſurabilis. Et quoniã totum γλ, æquum eſt eis quæ ex α κ, α β, quorũ γε æquum eſt ei quod ex α 6, reliquum igitur λ ζ (per 7 ſecundi) æquũ eſt ei quod bis ſub α κ, κ β. Secetur igitur (per 10 primi) ζμ, biſariam in ν, ſigno & ipſi γδ (per 31 primi) parallelus excitetur γξ, utrunq; igitur ipſorum ζξ, ν λ, æquum eſt ei quod ſub α κ, κ β. Medium autẽ eſt quod ſub α κ, κ 6, medium igitur eſt & λ ζ. Et ad ipſam ε ζ rationalem cõparetur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζμ, & ipſi γδ, longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α κ, κ β, potentia tantum ſunt commenſurabiles, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α κ, ipſi κ 6 longitudine. Incommenſurabile igitur eſt & quod ex α κ, ei quod ſub α κ, κ β. Sed ei quidem quod ex α κ, commenſurabilia ſunt quæ ex α κ, κ β, ei autem quod ſub α κ, κ β, commenſurabile eſt quod bis ſub α κ, κ β. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α κ, κ β, ei quod bis ſub α κ, κ β. Sed eis quidem quæ ex α κ, κ 6, æquũ eſt γλ, ei autem quod bis ſub α κ, κ β, æquum eſt ζλ. Incõmenſurabile igitur eſt γλ, ipſi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ. ſic eſt*



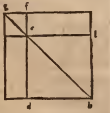
(per 8

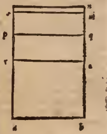
(per 1 ſexti, & 11 decimi) γ μ ad ζ μ, incommenſurabilis igitur eſt γ μ, ipſi ζ μ longitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γ μ, μ ζ, rationales ſunt potētia tantū commenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ζ. Dico q. & tertia. Quoniam enim quod ex α ν commenſurabile eſt ei quod ex β ν, commenſurabile igitur eſt γ θ ipſi κ λ, quare & γ κ, ipſi κ μ. Et quoniam eorum quæ ex α ν, ν β (per lemma 53 decimi) mediū proportionale eſt quod ſub α ν, ν β, & ei quidem quod ex α ν æquū eſt γ θ, ei autē quod ex ν β æquū eſt κ λ: ei autem quod ſub α ν, ν β, æquū eſt γ λ, & ipſorum γ θ, κ λ, igitur (per lēma 53 decimi) medium proportionale eſt γ λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ ad κ λ. Sed ſicut γ θ ad ν λ, ſic (per 1 ſexti) eſt γ κ ad ν μ, ſicut autem ν λ, ad κ λ, ſic eſt ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, ſic eſt ν μ ad κ μ: quod igitur ſub γ κ, κ μ, æquū eſt ei quod ex μ ν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ (per 17 decimi) æquū ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, & incomenſurabilis ipſam diuidit, igitur γ μ ipſa μ ζ maius poteſt, eo quod ex ſibi cōmenſurabili. Et ipſarū γ μ, μ ζ, neutra cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi γ δ expoſitæ rationali: Ipſa igitur γ ζ (per 95 decimi) apotome eſt tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalē comparatū latitudinē, efficit tertiam apotomen: quod erat oſtendendum,

Euclid. ex Camp. Propoſitio 95.

95 CVm adiūcta fuerit lineæ rationali ſuperficies ęqualis quadrato lineæ minoris, latus eius ſecundū, erit reſiduum quartum.

CAMP. Si fuerit *d* e linea minor, aſſerit hæc 95 quòd b c erit reſiduū quartum. Eſt autē ſumendum ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e, cum d e fuerit linea minor, & eſt aſtruendum propoſitum pręmiſſo modo, excepto quòd in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineā b n diuidi ad punctum m in duo incōmenſurabilia, quę in tribus pręmiſsis diuidebatur neceſſariò duo cōmenſurabilia. nam in tribus pręmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e cōmunicātes in potētia tantū, & ideo earū quadrata cōmunicātia, propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiā & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potētior linea n c, in quadrato lineæ ſecum cōmunicātis in longitudine ex prima parte 13 in hac autē & duabus ſequentibus ſunt duæ lineę d f & f e incommenſurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, proptee quod & ſuperficies a m & p n incommenſurabiles, propter quod & duę lineæ b m & m n incommenſurabiles: ideoq; per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n eſſe potentiorem linea n c, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.

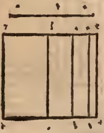




Euclid. ex Zamb. Theorema 76. Propoſitio 100.

100 Quod ex minori ad rationalē comparatum latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit minor α β, rationalis autē eſto γ δ, & ei quod ex α β (p 44 primi) æquum ad ipſam γ δ cōparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quòd γ ζ apotome eſt quarta. Sit (per 79 decimi) ipſi α β, congruēs β ν. Ipſæ igitur α ν, ν β (per 80 decimi) potentia ſunt incōmenſurabiles, efficiētes cōflatū ex iis quæ ex α ν, ν β, quadrata rationale, quod autē bis ſub α ν, ν β, mediū. Et ei quidē quod ex α ν (per 28 ſexti) æquū ad ipſam γ δ cōparetur γ θ, latitudinē efficiēs γ κ, ei aūt quod ex β ν æquū ad ipſam κ θ cōparetur κ λ latitudinē efficiēs κ μ. Totū igitur γ λ, æquum eſt eis quod ex α ν, ν β, & cōflatū ex iis quæ ex α ν, ν β, rationale eſt: rationale igitur eſt & γ λ, & ad rationalē γ δ cōparatur, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) γ μ, & ipſi γ δ longitudine commenſurabilis. Et quoniā totum γ λ æquum eſt eis quæ ex α ν, ν β, quorum γ ε, æquum eſt ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ (per 7 ſecundi) æquum eſt ei quod bis ſub α ν, ν β. Secetur (per 10 primi) ζ μ, biſariam in ν ſigon. Exciteturq; (per 31 primi) per ν ſignum, utriq; ipſarū γ δ, μ λ, parallelus ν ξ: utrunq; igitur ipſorū ζ ξ, ν λ, æquū eſt ei quod ſub α ν, ν β. Et quoniam quod bis ſub α ν, ν β, medium eſt & ipſi ζ λ æquale: medium igitur eſt &*



Be ζλ, Et

ζλ. Et ad ipſam ζε rationalē comparetur: latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt ζμ, & ipſi γδ, lōgitudine incōmenſurabilis. Et quoniā cōflatū quidē ex ijs quæ ex ακ, κβ, rationale eſt. quod aūt bis ſub ακ, κβ, medium: incōmenſurabilia igitur ſunt quæ ex ακ, κβ, ei quod bis ſub ακ, κβ. At γλ, æquum eſt eis quæ ex ακ, κβ, ei autē quod bis ſub ακ, κβ, æquū eſt ζλ. Incōmēſurabile igitur eſt (p 9 decimi) γλ, ipſi ζλ. Sicut autē γλ, ad ζλ (p 1 ſexti & 11 decimi) ſic eſt γμ, ad μζ. Incōmenſurabilis igitur eſt γμ, ipſi ζμ lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) ratiōales ſunt potētia tātū cōmēſurabiles. Apotome igitur eſt γζ. Dico q; et quarta. Quoniā enim ipſæ ακ, κβ, potētia ſunt incōmēſurabiles, incōmenſurabile eſt igitur & quod ex ακ, et quod ex κβ. Et ei qdē quod ex ακ, æquū eſt γθ, ei autē quod ex κβ, æquū eſt & ηλ. Incōmenſurabile igitur eſt γθ, ipſi ηλ. Sicut autem γθ ad ηλ, ſic eſt γη ad ημ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γη ipſi ημ lōgitudine. Et quoniā ipſorū quæ ex ακ, κβ, mediū proportionale eſt (per lēma 53 decimi) quod ſub ακ, κβ, & id quod ex ακ, æquū eſt ipſi γθ, quod autē ex κβ, æquū eſt ipſi ηλ, quod uerò ſub ακ, κβ, æquū eſt ipſi νλ, ipſorū igitur γθ, ηλ, mediū proportionale eſt (per idem lemma νλ) Eſt igitur ſicut γθ ad νλ, ſic eſt νλ ad ηλ. Sed ſicut quidē γθ ad νλ, ſic (per 1 ſexti) eſt γη ad νμ, ſicut autē νλ ad ηλ, ſic eſt νμ ad ημ, & ſicut igitur (p 11 qnti) γη ad μν, ſic eſt μν ad ημ. Quod igitur ſub γη, ημ, æquū eſt ei quod ex μν, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ & μζ, & quartæ parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) ad ipſam γμ, apponitur forma deficiēs quadrata, quod ſcilicet ſub γη, ημ, & in incōmenſurabilia ipſam diuidit, ipſa igitur γμ, ipſa μζ, maius poteſt eo quod ex ſibi incōmenſurabili, & tota γμ, ipſi γδ, expſitæ rationali cōmenſurabilis eſt lōgitudine. Ipſa igitur γζ apotome eſt quarta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur cōparatū latitudinē, quartā efficit apotomē: quod erat oſtendendū.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 96.*

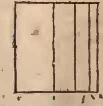
Si ad lineā ratōalē q̄drato lineę cū ratiōali cōſtituētis mediale ęq̄lis ſupficies adiūgat̄, lat⁹ eius ſecūdū, erit reſiduū qntū. 96

CAMP. Pone hic ſimiliter lineā d e eſſe illā quę adiūcta cū rationali cōponat totū mediale, & attēde ex 72 qu-les lineas oporteat eſſe d f & f e, & cōcludes ſine offendiculo, ſi prius habitæ demonſtrationi oportunè inſtiteris, lineam b c eſſe reſiduum quintum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 77.* *Propoſitio 101.*

Quod ex ea quæ cum rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen. 101

THEON ex Zāb. *Sit cū rationali medium totū efficiēs αβ, rationalis aūt eſto γδ, & ei quod ex αβ (per 44 primi) æquū ad ipſam γδ, cōparetur γε, latitudinē efficiens γζ. Dico q; ζγ, apotome eſt quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipſi αβ, cōgruens βκ. Ipſæ igitur ακ, κβ, rectæ lineæ potētia tātū, ſunt incōmēſurabiles, efficiētes cōflatū quidem ex ipſarū quadratis medium, quod autē bis ſub ipſis rationale. Et ei quidē quod ex ακ (per 44 primi) æquū ad ipſam γδ cōparetur γθ, ei autem quod ex κβ, æquū eſto ηλ. Totū igitur γλ æquū eſt eis quæ ex ακ, κβ. Quod autē cōflatū ex ijs quæ ex ακ, κβ, ſimul mediū eſt, mediū igitur eſt (per 22 decimi γλ) Et ad ipſam rationalē γδ, apponitur, latitudinē efficiens γμ, rationalis igitur eſt γμ, & ipſi γδ, incōmenſurabilis. Et quoniā totū γλ, æquū eſt ijs quæ ex ακ, κβ, quorū γε, æquū eſt ei quod ex αβ, reliquū igitur ζλ, æquū eſt ei quod bis ſub ακ, κβ. Secetur, inquā (per 10 primi) ζμ, bifariam in ν, excitetur q; per ν (per 31 primi) utriq; ipſarum γδ, μλ, parallelus νξ. Vtrunq; igitur ipſorum ζξ, νλ, æquum eſt ei quod ſub ακ, κβ. E quoniā quod bis ſub ακ, κβ, rationale eſt & ipſi ζλ eſt æquale, rationale igitur eſt ζλ. Et ad rationalem εζ, cōparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ζμ, & ipſi γδ longitudine commenſurabilis. Et quoniam γλ quidē mediū eſt, at ζλ rationale, igitur γλ ipſi ζλ eſt incōmēſurabile. Sicut aūt γλ ad ζλ, ſic γμ ad μζ, incōmēſurabilis igitur eſt γμ, ipſi μζ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales ſunt potentia tātum commenſurabiles. Igitur γζ, apotome eſt. Dico quòd & quinta. Similiter namq; oſtendemus quòd ſub γη, ημ, æquū eſt ei quod ex νμ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex ακ et quod ex κβ eſt incommenſurabile, quod uerò ex ακ æquum eſt ipſi γθ, quod autem ex κβ ipſi ηλ, incommenſurabile igitur eſt γθ, ipſi ηλ. Sicut autem γθ ad ηλ, ſic eſt γη, ad ημ. Igitur γη, ipſi ημ lōgitudine eſt incommenſurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (per 17 decimi) æquū ad ipſam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & in incommenſurabilia ipſam diuidit, igitur (per 85 decimi) γμ, ipſa μζ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incommenſurabili. Et cōgruens ζμ, ipſi γδ rationali expoſitæ eſt cōmēſurabilis. Igitur γζ, eſt apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totū, & reliqua quæ ſequuntur: quod fuerat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 97.*

Si ad lineam rationalē ſuperficies æqualis quadrato lineæ cū mediali cōponentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit reſiduum ſextum. 97

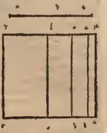
CAM-

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineam d e eſſe illam, quę iuncta cum mediali componit totum mediale, cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet ſit illa per cuius abſciſsionē linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris. prioremq́ argumentationem firma mente tenueris, ſine obice quoquam lineam b c eſſe reſiduum ſextum concludere poteris. Si autem fortaſsis in aliquo te hæſitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g l ad ſibi æqualem ſuperficiem a n conferendum erit: & ſic patebit propoſitum noſtrum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 78. Propoſitio 102.

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalē comparatum latitudinem, efficit ſextam apotomen.

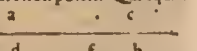
THEON ex Zāb. *Sit cū medio mediū totum efficiēs α β, rationalis autē eſto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipſam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Dico q́, γ ζ ſexta eſt apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipſi α β congruens β η, ipſæ igitur α η, η β, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatū quidem ex iis quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, & quod bis ſub α η, η β medium, inſuper incommenſurabilia quæ ex α η, η β, et quod bis ſub α η, η β. Comparetur inquam ad ipſam γ δ, ei quidē quod ex α η, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autē quod ex β η, ſit κ λ. Totum igitur γ λ, æquū eſt eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium eſt. Et ad rationalē γ δ, comparatur, latitudinē efficiēs γ μ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) γ μ, & ipſi γ δ lōgitudine incommenſurabilis. Quoniam igitur γ λ, æquū eſt eis quæ ex α η, η β, quorū γ ε æquū eſt ei quod ex α β, reliquū igitur ζ λ æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β. Et quod bis ſub α η, η β, mediū eſt & ζ λ igitur mediū eſt. Et ad ipſam ζ ε, cōparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζ μ, & ipſi γ δ, lōgitudine incommenſurabilis. Et quoniā quæ ex α η, η β, incōmenſurabilia ſunt ei quod bis ſub α η, η β, & eis quidē quæ ex α η, η β, æquū eſt γ λ, ei uerò quod bis ſub α η, η β, æquū eſt ζ λ, incommenſurabile igitur eſt γ λ ipſi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, ſic eſt γ μ ad ζ μ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ μ ipſi μ ζ lōgitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γ μ, μ ζ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ζ (per 73 decimi) Dico q́, & ſexta. Quoniā ζ λ, æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β, ſecetur (per 10 primi) in ν ipſa ζ μ, biſariam, exciteturq́; (per 31 primi) per ν ad ipſam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq; igitur ipſorū ζ ξ, ν λ, æquū eſt ei quod bis ſub α η, η β. Et quoniā ipſæ α η, η β, potētia ſunt incommenſurabiles, incommenſurabile igitur eſt quod ex α η, ei quod ex η β. Sed ei quidem quod ex α η, æquum eſt γ θ, ei autem quod ex η β æquum eſt κ λ: incommenſurabile igitur eſt γ θ, ipſi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, ſic eſt γ κ ad κ μ: incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ κ, ipſi κ μ. Et quoniā eorū quæ ex α η, η β, medium proportionale eſt (per lēma 53 decimi) quod ſub α η, η β, & quod ex α η, æquum eſt ipſi γ θ, ei autem quod ex η β, æquum eſt κ λ, ei uerò quod ſub α η, η β, æquum eſt ν λ, ipſorum igitur γ θ, κ λ, medium eſt proportionale ν λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipſa μ ζ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ipſarum neutra ipſi γ δ, expoſitæ rationali eſt commenſurabilis, ipſa igitur γ ζ, ſexta eſt apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*



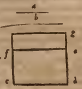
Euclid. ex Camp. Propoſitio 98.

98 OMnis linea reſiduo commenſurabilis, ipſa quoq; in termino & ordine eſt idem reſiduum.

CAMP. Quod 60 & quatuor eam ſequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; propoſuerunt, hæc 98 & quatuor eam ſequentes de reſiduo ſuisq; quinq; comitibus uerum eſſe proponunt, quibus qui uſq; ad ſolitum habitum inſtiterit, has ignorare non poterit. Quidquid autem in illis de communicantia in longitudine & potentia tantū dictum eſt, in his quoq; idē oportet intelligi, nā omnis linea reſiduo cōmunicans in longitudine, ſiue in potētia tantum, ipſa etiam eſt reſiduū. Sed ſi cōmunicat in lōgitudine, nō ſolū eſt ipſa reſiduū, ſed etiam eiuſdē ſpeciei reſiduū, uerbi gratia, linea cōmunicans in lōgitudine reſiduo primo, eſt reſiduū primū, & ſecundo communicans eſt ſecundū, ſic quoq; in cæteris. Quod autem ſi linea communicat reſiduo in potentia tantū, ipſam quoq; neceſſe eſt eſſe reſiduū, ſed nō eiuſdē ſpeciei: immo impoſsibile eſt, ut linea cōmunicās in potētia tantū reſiduo primo aut ſecūdo aut tertio aut quarto aut 5 cadat ſimul cum eo ſub eadē ſpecie, ſed neceſſe eſt ut ambo cadāt ſimul ſub tribus primis ſpeciebus, aut ambo ſimul ſub tribus poſtremis. Sit itaq; exempli gratia, a reſiduū cui



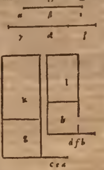
IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ eſt utrumlibet reſiduū mediale) in longitudine uel in potentia, ſit ſuperficies c e adiuncta ad lineam rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e, & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b, eis æqualia, ideoq; per primam ſexti & 10 huius, d e & e g ſunt communicantes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 93, & ſi a eſt reſiduum mediale ſecūdum, linea d e eſt reſiduum tertium per 94, at cum d e eſt reſiduum ſecundum, linea e g eſt etiam reſiduum ſecundum, & cum illa tertiū ſimiliter, & hæc eſt tertium per 98, ſequitur itaq; ex 87 & 88 ut b ſit reſiduum mediale primum aut ſecundum, prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 80.* *Propoſitio 104.*

104 Mediæ apotomæ commenſurabilis, mediæ apotomæ eſt, & in ordine eadem.

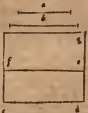
THEON *ex Zāb. Sit mediæ apotome α β, & ipſi α β cōmenſurabilis eſto γ δ. Dico q, & γ δ mediæ apotomæ eſt, & in ordine eadē ipſi α β. Quoniā enim mediæ apotome eſt α β, eſto ei congruēs (per 80 decimi) ipſa β ε, ipſæ igitur α ε, ε β, mediæ ſunt potētia tātum cōmenſurabiles, fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic β ε ad δ ζ. cōmenſurabiles igitur eſt (per 6 decimi) & α ε, ipſi γ ζ, & β ε, ipſi δ ζ. Ipſæ autē α ε, ε β, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ ſunt in potētia tantū cōmenſurabiles, mediæ igitur apotome eſt (per 74 & 75 decimi) γ δ. Oſtendendū eſt q, & in ordine eadē eſt ipſi α β. Quoniam enim eſt ſicut α ε ad ε β, ſic γ ζ ad ζ δ, ſed ſicut quidē α ε ad ε β, ſic quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β, ſicut autem γ ζ ad ζ δ, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ, eſt igitur (per 11 quinti) & ſicut quod ex α ε ad id quod ſub α ε, ε β ſic quod ex γ ζ, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Et uiciſſim (per 10 quinti) ſicut quod ex γ ζ ad id quod ex ζ γ, ſic quod ſub α ε, ε β, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ε, ei quod ex γ ζ commenſurabile igitur eſt & quod ſub α ε, ε β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Si quidē igitur quod ſub α ε, ε β, rationale eſt, rationale eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ. Si autem medium eſt quod ſub α ε, ε β, medium eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotome eſt γ δ, & ipſi α β, in ordine eadem: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 100.*

100 SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipſa quoq; erit linea minor.

CAMP. Facile eſt hanc probare duplici modo ſicut præmiſſam, ſiue communicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, ſiue in potentia. Hoc autem appoſito, quātum ad primum modum, quòd cum ſit f ad d ſicut e ad c, erit ex ſecūda parte 18 ſexti quadratum f ad quadratum d, ſicut quadratum e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadratum d, ſicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c, ſicut quadratum d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicāt cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ſunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq; ſit ſuperficies k medialis, erit etiam l ſibi communicans medialis, igitur ex 71 b eſt linea minor. Quantum autem ad ſecundum modum erit per 95 linea d e reſiduum quartum, ideoq; per 98 & linea e g erit etiam reſiduum quartum, ideoq; etiam per 89 linea b eſt linea minor.

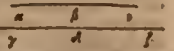


Euclid. ex Zamb. *Theorema 81.* *Propoſitio 105.*

105 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON *ex Zāb. Sit minor α β, et ipſi α β, cōmēſurabilis eſto γ δ. Dico q, γ δ, minor eſt. Fiāt inquā ſic prædicta. Et quoniā ipſæ α ε, ε β, potentia ſunt incommenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incōmenſurabiles*

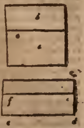
THEON ex Zamb. Eſto cum medio medium, totum efficiens α β, & ipſi α β, commenſurabilis eſto γ δ. Dico q. γ δ cum medio medium totum efficiens eſt. Sit (per 71 decimi) ipſi α β, congruens β ε, et eadem conſtruantur. Ipſæ igitur α ε, ε β, (per eandem potentiam) ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile conflatum quidem ex ipſarum quadratis ei quod ſub ipſis. Suntq́ ſicut oſtenſum eſt, ipſæ α ε, ε β, commenſurabiles ipſis, γ ζ, ζ δ, conflatum ex ipſarum, α ε, ε β, quadratis cõflato ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quod aũt ſub α ε, ε β ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Et ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ, & quod ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile conflatum ex ipſarum quadratis ei quod ſub ipſis. Igitur γ δ, cum medio medium totum efficiens eſt. Cum medio medium totum igitur, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 103.

103 SI de ſuperficie rationali ſuperficies medialis abſcindatur, linea in reliquam ſuperficiẽ potens, erit alterutra duarum irrationalium aut reſiduum, aut linea minor.

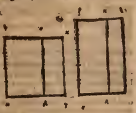
CAMPANVS. Sit enim tota ſuperficies cõſtans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ ſit medialis. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut eſt reſiduum aut linea minor. Eſto nanq; linea c d rationalis, ſuperficiesq́ c e ſibi adiuncta ſit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g ſicut tota a b, eritq́ e g rationalis, ideoq́ per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq́ per 20 e g rationalis in potentia tantum, eſt igitur ex diffinitione linea d e, reſiduum primum aut quartum. ergo per 86 & 89 linea potens in ſuperficiem c e, & ideo in ſuperficiem a ſibi æqualem eſt reſiduum aut linea minor. Quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propoſitio 108.

108 A' rationali, media ablata, reliquã areolam potẽs una duarũ irrratiõaliũ eſt, uel apotome uel minor.

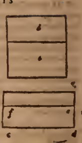
THEON ex Zamb. A' rationali enim β γ, auferatur media β δ. Dico quòd quæ reliquam areolam δ γ poteſt una duarum irrationalium eſt, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ η, & ipſi (per 44 primi) æquum ad ipſam ζ η, comparetur rectangulum parallelogrammũ θ ι. ipſi aũt δ β, æquum auferatur κ η, reliquũ igitur δ γ, (per 3 communẽ ſententiã) æquũ eſt ipſi λ θ. Quoniam igitur β γ rationale eſt, medium autẽ β δ, æquum uero β γ ipſi η θ, et β δ, ipſi κ η, rationale igitur eſt η θ, medium autem κ η, & ad ipſam ζ η comparetur, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ζ θ, & ipſi ζ η, cõmenſurabilis longitudine, rationalis autem (per 23 decimi) ζ κ. & incõmenſurabilis longitudine ipſi ζ η. Incõmenſurabilis igitur eſt (per lẽma 12 decimi) ζ θ ipſi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales, ipſæ igitur ζ θ, ζ κ, rationales ſunt potentia tãntum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ κ, congruẽs autem ei eſt κ θ. At ζ θ, ipſa κ ζ aut maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Poßit prius eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & tota θ ζ, commenſurabilis eſt ipſi ζ η, expoſitæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima eſt κ θ (per diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem ſub rationali & apotome prima cõprehenſam potens, apotome eſt (per 91 decimi) Quæ igitur λ θ, hoc eſt δ γ poteſt, apotome eſt. Si autem θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & tota ζ θ cõmenſurabilis eſt longitudine expoſitæ rationali ζ η apotome quarta eſt κ θ. Areolã autem ſub rationali & apotome quarta cõprehenſam potens, minor eſt (per 94 decimi) A' rationali media ablata igitur, reliquã, et quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendẽdum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 104.

104 SI de ſuperficie mediali ſuperficies rationalis detrahatur, linea in reliquam ſuperficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

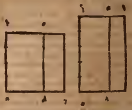
CAMPANVS.



CAMPANVS. Hęc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis. & tunc dico quod in a reliquum poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g ęqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potētia tantum, & cum ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduum ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primum, aut cum rationali componens mediale: quod eſt propoſitum noſtrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 85.* *Propoſitio 109.*

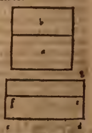
A' medio, rationali ſublato, aliæ duę irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens. 109



THEON ex Zamb. *A' medio βγ, rationale auferatur βδ. Dico quod quæ reliquū poteſt δγ, una duarū irrationaliū eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζκ, & comparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidem ζθ, & ipſi ζκ longitudine incōmēſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi) κ ζ, & ipſi ζκ, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζθ, ζκ, (per 20 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ipſa κθ. Congruens autē eſt ζκ. At ζθ, ipſa ζκ, uel maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili, uel ex eo quod ex incommenſurabili. Si quidem θζ, ipſa ζκ, maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili & eſt congruens (per 80 decimi) ζκ commenſurabilis ipſi ζκ expoſitæ rationali longitudine, ipſa κθ apotome eſt ſecunda (per 2 diffinitiones) Rationalis autēm eſt ζκ: Quæ autem poteſt quod ſub rationali & apotome ſecunda, mediæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λθ, hoc eſt γδ potens, mediæ apotome eſt prima. Si autem θζ, ipſa ζκ maius poteſt, eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζκ congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζκ, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt κθ. Quare ipſam δγ potēs, (per 95 decimi) cum rationali medium totum efficiens eſt. A' medio igitur, rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliquę: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 109.*

SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahaẗ, fueritq; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquā poteſt alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut reſiduū mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. 109



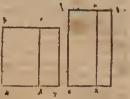
CAMPANVS. Si à duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, concludes ſine difficultate propoſitum. Sint enim totas b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21: & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quod linea potēs in a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale. Nam cum ſit c g æqualis a b. erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoq; cum ſit f g æqualis b, erit etiam e g rationalis in potētia tantum, & cum ſit a incommenſurabilis toti a b. erit etiam f g incōmenſurabilis c g, ideoq; per primam ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 86.* *Propoſitio 110.*

A' medio, medio ablato incōmēſurabili toti, reliquę duę irrationales fiūt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cū medio mediū efficiens. 110

THEON

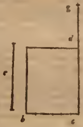
THEON *ex Zamb.* *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio β γ, medium β δ, incommenſurabile toti.* Dico quòd quæ ε γ poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrūq; ipſorum, β γ, ε δ, & ε γ, ipſi ε δ, eſt incommenſurabile, erit per conſequens rationalis utraq; ipſarum ζ θ, ζ κ, & ipſi ζ κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt β γ, ipſi β δ, hoc eſt κ θ ipſi κ κ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & ζ θ, ipſi ζ κ, & ipſæ igitur θ ζ, ζ κ (per 71) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κ θ, congruens autem eſt ζ κ. At θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt, aut eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Siquidem igitur θ ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili: & neutra ipſarum θ ζ, ζ κ commenſurabilis eſt ipſi ζ κ, expoſitæ rationali longitudine, apotome tertia eſt ipſa κ θ. Rationalis autem κ λ. Quod autem ſub rationali & apotome tertia comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecunda (per 91 decimi) quare λ θ, hoc eſt ε γ, potens mediæ eſt apotomæ ſecunda. Si autem θ ζ, ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θ ζ, ζ κ, ipſi ζ κ, longitudine eſt commenſurabilis, apotome ſexta eſt θ κ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λ θ, hoc eſt ε γ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi) A' medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 106.*

108 Linearum irrationaliū quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, aliȷ termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomiȷ terminum uel ordinem cōuenire, non eſt poſsibile.

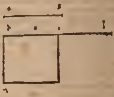
CAMPANVS. Vult autem per hanc 106, quód reſiduum, & aliæ quinq; lineæ irrationales eam ſequentes differunt ſpecie & diffinitione adinuicem, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neq; ſub pluribus ſpeciebus harum ſex linearum irrationalium quę ſunt reſiduum, & eius quinq; comites, & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomiȷ, nec eſt poſsibile lineam unam ſimul eſſe reſiduum & binomium cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomiȷ. Pars prima ſic conſtat, quoniā ſuperficies ęquales quadratis reſidui & ſuarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem, habēt ſecunda latera neceſſariò diuerſa ab inuicem ex 92 & quinq; eam ſequentibus. ſunt autem ſecunda latera reſiduum primum & ſecundum, & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars conſtat hoc modo. Si eadem linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomium ſit a, cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineā b c, ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomiū primum & ex 92 reſiduum primum. in quantum ergo binomium primum, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e, quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. inquantum autem eſt reſiduum primum, ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum. eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaq; ſit utraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine, erit etiam per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potentia tantum, cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomiȷ primi, erit per 68 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum. cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum, ſequitur impoſsibile per 68. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalē b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g ſit rationalis in potentia erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At eum etiam linea d g ſit reſiduū, erit ex 92 linea c d reſiduum primum, quod eſſe non poteſt, cum linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 68.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 87.* *Propoſitio 111.*

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zamb. *Eſto apotome αβ. Dico quòd αβ non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim poſsibile eſt, eſto, exponatur rationalis δγ. Et ei quod ex αβ (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ, comparetur rectangulum γε, latitudinem efficiens δε. Quoniam igitur apotome eſt αβ, apotome igitur eſt (per 93 decimi) prima ipſa δε. Eſto ei (per 79 decimi) congruens εζ, ipſæ igitur δζ, ζε, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & δζ, ipſa ζε maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & δζ commenſurabilis eſt ipſi δγ expoſitæ rationali longitudine. Rurſus quoniam ex binis nominibus eſt αβ, ex binis igitur nominibus eſt prima (per 60 decimi) ipſa δε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, ſitq́ maius nomen δη, ipſæ igitur δη, & ηε, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & δη, ipſa ηε maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili, & δη, commenſurabilis eſt longitudine ipſi δγ expoſitæ rationali, & δζ igitur ipſi δη longitudine eſt commenſurabilis. & reliqua igitur ηζ (per 12 decimi) commenſurabilis eſt longitudine ipſa δζ. Quoniam igitur δζ, ipſi ηζ eſt commenſurabilis, rationalis autem eſt δζ, rationalis igitur eſt & ηζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt δζ ipſi ηζ, incommenſurabilis autem eſt δζ, ipſi ζε, incommenſurabilis igitur eſt longitudine ζη ipſi ζε, & ſunt rationales. Ipſæ igitur ηζ, ζε, rationales ſunt, potentia tantum cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi) εη, ſed & rationalis, quod eſt impoſsibile. Igitur apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus: quod erat oſtẽdendũ.*

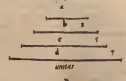


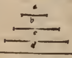
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 107.*

Linea quę reſiduum dicitur, ulla'ue irrationaliũ, quę poſt 107
eam ſunt, nequit eſſe ſub termino binomij, aut ſub termino & ordine ullius cæterarũ linearum irrationaliũ quæ binomiũ ſubſequũtur. Cum autem poſsibile ſit linearũ irrationalium ſeriem in infinitum produci, non eſt poſsibile ullã earum cum ea quæ præceſſerit in termino & ordine conuenire.

CAMPANVS. Vult per hanc ultimam libri decimi, quòd tredecim irrationales lineæ, de quibus in hoc decimo demonſtratum eſt (& ipſæ ſunt linea medialis, binomium & eius quinq; comites reſiduum & eius quinque comites) ſint abinuicem ſingulæ à ſingulis ſpecie differẽtes, & quòd nulla linea una poteſt eſſe ſimul ſub duabus aut pluribus ſpeciebus earum, & quòd ſpecies linearum irrationalium poſſunt in infinitum produci, quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis binomium & eius quinque comites, reſiduum & eius quinq; comites, ſint irrationales, demonſtratum eſſe ſuperius memento: de mediali quidem, ex 19, de binomio autem & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinq; eam ſequentibus: at uerò de reſiduo ſuisq; quinq; comitibus, ex 69, & quinque eam ſequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium poſſe conuenire in ſpecie cum aliqua aliarum, ſic collige. Eſto enim ut ad unam eandemq; lineam rationalem in longitudine adiungantur ſuperficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium, ſecundũ quòd ordine ſe inuicem ſequuntur, eritq; ex 20 ſecundum latus primæ iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq; eam ſequentium, rationale in potentia tantum. Secunda autem latera ſecundæ iſtarum tredecim ſuperficierum & quinq; eam ſequẽtium eſſe omnes ſpecies binomiorum per ordinem, uidelicet binomium primum, ſecundum, & deinceps uſque ad ſextum, ex 54 & quinque eam ſequentibus demonſtratum eſſe memineris. Secunda uerò latera octauæ ſuperficiei & quinq; eam ſequentium, ſunt ſpecies reſiduorum in ordine, uidelicet reſiduum primum & reſiduũ ſecũdum, & deinceps uſq; ad ſextum, quod ex 92 & quinq; eam ſequentibus didiciſti. Cum igitur ipſa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum aut cum aliqua reſiduorum, quoniam omne binomium per 30 & omne reſiduum per 68 eſt linea irrationalis & in longitudine & in potentia: & cum nulla ſpecies reſiduorum conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum ex ſecunda parte penultimæ huius decimi, ſequitur ut omnia ſecunda latera harum tredecim ſuperficierum ſint abinuicem diuerſa, ideoq; per primam ſexti & ipſæ tredecim ſuperficies ſunt diuerſæ, cum earũ omniũ altitudo ſit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propoſitæ, ſunt ſingulę à ſingulis diuerſæ. Poſſunt aũt harũ tredecim linearũ irrationaliũ ſpecies, in infinitũ ꝑduci. infinitę enim ſunt ſpecies linearũ medialiũ, infinitę quoq; binomiorũ, & ſic de ſingulis. Quod hoc modo cõſtat. Eſto linea a medialis, ſumaturq; unitas & quilibet numeri primi ut 3, 5, & 7,

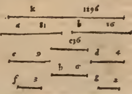
5,& 7,& ſint totidem lineæ b,c, d,quot ſunt ſumpti numeri primi,ſintq́ quadrata iſtarum linearum b c d ad quadratum a,ſicut hi numeri primi ad unitatem,eruntq́ lineæ b c d,mediales ex 21, quoniam ipſæ communicant in potentia cum linea a mediali.Omnes autem erunt diuerſæ in longitudine ab a,& à ſeinuicem per ultimam partem 7: quoniã nullius iſtorum numerorum ad unitatem, nec alicuius eorum ad alterum per 16 & 6 & correlarium ſecundæ octaui & præſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum,erit ergo a, & omnes ſibi communicantes in longitudine, ſub prima ſpecie linearum medialium,b uerò & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub ſecunda,c autem & omnes eidem communicantes uel commenſurabiles,ſub tertia,d quoq; & omnes ſibi communicantes in longitudine,ſub quarta.Et quia numeri primi ſunt infiniti ut ex 21 noni didiciſti,neceſſe eſt ſpecies linearũ medialiũ eſſe infinitas. Quod autem eſt dictum de linea mediali, intellige de binomio ſuiſ que quinq; comitibus,& reſiduo,ſuisq́ quinq; comitibus. nam ſicut omnis linea communicans mediali eſt medialis,ſiue communicet ei in longitudine ſiue in potentia,ut probatum eſt in 21,ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitum,uel etiam reſiduo, aut alicui ſuarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,eſt ſecum ſub eadem ſpecie,ut probatum eſt in 60 & quatuor eam ſequentibus,& 98 & quatuor eam ſequentibus. Sunt igitur ſpecies harum tredecim linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoq; aliter demonſtrare,ſpecies linearum irrationalium eſſe infinitas. Nam omne latus tetragonicum ſuperficiei dictæ à numero non quadrato, eſt irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri ſint infiniti, erunt etiam ſpecies harum linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit ſecũdam partem huius ultimæ concluſionis libri decimi ſic exponi,ut dicamus ab unaquaq; linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium ſpecies produci,quarum nullam cum aliqua earum quæ ipſam præceſſerint,poſſibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia:Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta à numero non quadrato,ut 5,eritq́ latus eius tetragonicum irrationale in lõgitudine,quoniam ipſum eſt incommenſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quòd huius lateris latus,itemq́ ſecundi lateris latus,& rurſus huius tertij lateris latus,& ſic in infinitum, ſunt lineæ irrationales tam in longitudine quàm in potentia, & quod nulla earum cõuenit diffinitione uel ſpecie cum aliqua quæ eam præceſſerit in ordine: eſtq́ latus tetragonicum præmiſſæ ſuperficiei quæcunq; dicta fuerit à numero non quadratò earum omnium ſicut radix & principium, & quælibet ipſarum eſt principium omnium ipſam ſequentium,& quæcunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcuntur,diuerſæ ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quę à quoquam alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generãtur. Et hoc dico,cum ipſarum ſuperficierum non fuerit proportio ſicut numerorum quadratorum. Hæc autem ut poſſimus firma demonſtratione colligere,antecedens ad ipſa præmittere oportet. Sitq́ iſtud.





Quibuslibet duobus inuicẽ ductis ſi quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedentium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b fit k: at c d ſint latera tetragonica a & b:fiat autem e,ex c in d:ſintq́ iterum f & g latera tetragonica c & d, & fiat h ex f in g. Dico quòd h eſt latus tetragonicum e, & quod e rurſus eſt latus tetragonicũ k. Cum enim ex f in ſe & in g fiant c & h,erit c ad h ſicut f ad g,ſed & ſit h ad d,ſicut f ad g, eo quod ex g in f & in ſe fiunt h & d, ſunt igitur c h d, continuè proportionales. Itaq; ex h in ſe.quantum ex c in d,quare h eſt latus tetragonicum e. Eadem quoq; ratione cum ex c in ſe ſit a, & in d ſit e, & ex d in ſe ſit b,erunt etiã a e b,continuè proportionales in proportione c ad d. Cum igitur ex a in b ſit k,ſequitur etiam



In potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum, cuius ad quadratum prioris nō ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hac eadem uia egrediuntur: hoc quoq; ſic conſtat. Sint & a b rationales in potentia tantum ſiue tetragonica latera duarum ſuperficierum dictarum à numeris non quadratis: ſitq; ut illi numeri non ſint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, ſiue c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicant in lõgitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h. cum enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non eſt poſsibile ut aliqua ex c d e, communicet cum ſua compari ex f g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, ſequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod eſt contra hypotheſin. Vniuerſaliter autem uerum eſt dicere quamlibet harum eſſe utroque modo incommenſurabilem cuilibet. Dato namq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, ſequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod nõ eſt poſsibile. Attēdere autem oportet, quòd cū dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus ſuperficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ a, uoco lineam illam quæ poteſt in ſuperficiem dictā à linea a. talis autē ſuperficies eſt quā cõtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, ſit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò ſit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipſa eſt minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris. medio loco proportionalis inter eas ſit c, eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicum latus a: idem enim fit ex a in b & ex c in ſe. At uerò ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unū ducto producitur, ab eo quod unū multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c eſſe maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor,

THEON ex Zamb. *Apotome & quæ poſt eam irrationales, neque mediæ, neq; adinuicem ſunt eædem. Quod ex media namque ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incommenſurabilem (per 22 decimi) Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi) Quod autem ex mediæ apotome prima ad rationalem appoſitum latitudinem, ſecundam efficit apotomen (per 98 decimi) Quod ex mediæ ſecunda apotome ad rationalem appoſitum latitudinem, tertiam efficit apotomen (per 99 decimi) Quod ex minori ad rationalem appoſitum latitudinē, quartam efficit apotomen (per 100 decimi) Quod ex efficiente cum rationali medium totum ad rationalē appoſitum latitudinem, efficit quintam apotomen (per 101 decimi.) Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalem comparatum latitudinem, ſextam efficit apotomen (per 102 decimi) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidē quoniā rationalis eſt, adinuicē uerò quia in ordine non ſunt eædem) patet quòd & ipſæ irrationales differunt adinuicem. Et quoniam oſtenſum eſt (per 111 decimi) quòd apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appoſitæ latitudinem efficiant, quæ ſanè poſt apotomen apotomas, conſequenter unaquæque quæ in ordine circa eandem: quæ uerò poſt eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & eaſdem, ordine conſequenter: aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen, & aliæ quæ poſt eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales ſint tredecim, hæ uidelicet:*

1 Media. 2 Ex binis nominibus. 3 Ex binis prima medijs. 4 Ex binis ſecunda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediumq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ ſecunda apotome. 11 Minor. 12 Cum rationali mediū totum efficiēs. 13 Cum medio mediū totum efficiens.

Euclid. ex Zamb. Theorema 88. Propoſitio 112.

112 Quod ex rationali ad irrationalē, eā quę ex binis nominib. appoſitū latitudinē efficit apotomē, cuius nōia cōmenſurabilia ſunt nōibus eius quę ex binis nōib. eſt, & in eadē rōne, & inſup apotome quæ gignit, eūdē habebit ordinē ei quę ex binis nominib. eſt.

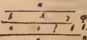


THEON ex Zāb. *Sit rationalis quidē α ex binis nominibus ſit βγ, cuius maius nomen eſto δγ, & ei quod ex α æquum eſto id quod ſub βγ, εζ. Dico quòd ipſa εζ apotome eſt, cuius nomina commenſurabilia ſunt ipſis γδ, δβ, & in eadem ratione, & inſuper εζ eundem ordinem habet ipſi βγ. Sit enim rurſus ei quod ex α, æquum id quod ſub βδ η. Quoniam igitur quod ſub βγ, εζ, æquum eſt ei quod ſub βδ, δη, eſt igitur (per 14 quinti) ſicut γβ, & βδ, ſic eſt η ad εζ, maior autē eſt γβ, ipſa βδ, maior igitur et η ipſa εζ. Eſto ipſi η æqualis εθ. Eſt igitur (p 7 et 11 quinti) ſicut γβ ad βδ, ſic eſt θε ad ζε, diuidēdo igitur eſt (per 17 quinti) quod ſicut γδ, ad βδ, ſic eſt θζ ad ζε. Fiat ſicut θζ ad ζε ſic ζκ, ad κε, & tota igitur θκ (per 12 quinti) ad totā κζ, eſt ſicut ζκ ad κε. Sicut enim unū antecedentiū ad unum cōſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Sicut autem (per 12 quinti) ζκ ad κε, ſic eſt γδ*

 ad δβ,

ad δβ, & ſicut igitur (per 11 quinti) θκ, ad κζ, ſic γδ, ad δβ, commenſurabile autem eſt (per 11 decimi) quod ex γδ, ei quod ex βδ, commenſurabile igitur eſt & quod ex θκ, ei quod ex ζκ. Et eſt ſicut (per 22 ſexti) quod ex θκ, ad id quod ex κζ, ſic eſt θκ, ad κε. Et quoniam ipſæ tres θκ, κζ, κε, ſunt proportionales: commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) θκ, ipſi εζ longitudine, quare & θε, ipſi εκ longitudine eſt commenſurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 ſexti) quod ex α æquũ eſt ei quod ſub εθ, βδ, rationale aũt eſt id quod ex α, rationale igitur eſt & id quod ſub θε, βδ. Et ad ipſam βδ, rationalẽ apponitur, rõnalis igitur eſt et εθ, et ipſi βδ longitudine cõmẽſurabilis, quare & ei cõmenſurabilis εκ, rationalis eſt, & ipſi βδ, lõgitudine commenſurabilis. Quoniã igitur eſt ſicut γδ, ad δβ, ſic ζκ ad κε, ipſæ aũt γδ, δβ, potẽtia tantũ cõmenſurabiles, & ipſæ igitur ζκ, κε (per 11 decimi) potẽtia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Rationalis aũt eſt κε, & ipſi βδ lõgitudine cõmenſurabilis. Rationalis igitur eſt & ζκ, & ipſi γδ lõgitudine cõmenſurabilis. Ipſæ igitur ζκ, κε, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles (p 74 decimi) igitur ζε apotome eſt. Verũ γδ, ipſa δβ, aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, aut quod ex ſibi incõmẽſurabili. Si quidẽ γδ, ipſa δβ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmmẽſurabili, et ζκ (p 15 decimi) ipſa κε maius poteſt eo qđ ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi γδ, ipſi expoſitæ rõnali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine, et ζκ, ſi aũt δβ, & κε, ſi uerò neutra ipſarũ γδ, δβ, & neutra ipſarũ ζκ, κε. Si aũt γδ, ipſa βδ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, & ζκ, ipſa κε, maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Et ſi quidẽ γδ cõmẽſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali lõgitudine, et ζκ, ſi aũt βδ, et κε, ſi uerò neutra ipſarũ γδ, δβ, & neutra ipſarũ ζκ, κε. Quare ipſa ζε apotome eſt, cuius nomina ζκ, κε, cõmẽſurabilia ſunt eis nominib. quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominib hoc eſt ipſis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, eũdẽ habet ordinẽ ipſi βγ. A rationali igitur & reliqua: quod erat oſtẽdendũ. Euclid. ex Zãb. Theor. 89. Prop. 113.

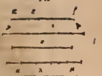
Quod ex ratiõali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã q̃ ex binis noĩb. cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſius apotomes, noĩb. & in eadẽ rõne, & inſup q̃ gignit ex binis noĩb. ipſi apotome eũdẽ obtiet ordinẽ. 113



THEON ex Zãb. *Eſto rationalis quidẽ α, apotome aũt ſit βδ, & ei quidẽ quod ex α, æquũ eſto quod ſub βδ, κθ, ut quod ex α rationali ad ipſam βδ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipſam κθ. Dico q. κθ ex binis nominibus eſt, cuius nomina cõmenſurabilia ſunt eis quæ ipſius βδ, ſunt nominibus, & in eadẽ ratione: & q. ipſa κθ, eundẽ habebit ordinẽ ipſi βδ. Sit, inquã (per 80 decimi) ipſi βδ cõgruens δγ. Ipſæ igitur βγ, γδ (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tãtũ commẽſurabiles. Et ei quod ex α, æquũ eſto id quod ſub βγ κ, rationale autẽ eſt quod ex α, rationale igitur & quod ſub βγ κ, et ad rationalẽ βγ cõparatũ, rationalis igitur eſt (per diffinitionẽ decimi) ipſi κ, & ipſi βγ lõgitudine cõmenſurabilis. Quoniã igitur (per 20 decimi) quod ſub βγ κ, æquũ ei quod ſub βδ, κθ, proportionaliter igitur eſt (p 16 ſexti) ſicut βγ, ad βδ, ſic eſt κθ ad κ, maior autẽ βγ, ipſa βδ, maior igitur eſt et κθ, q̃ κ. Ponatur (per 2 primi) ipſi κ, æqualis κε. Cõmẽſurabilis (per 12 decimi) igitur eſt κε ipſi βγ, longitudine. Et quoniã eſt ſicut γβ ad βδ, ſic eſt θκ, ad κε, cõuertendo igitur eſt (per correlariũ 18 quinti) ſicut βγ ad γδ, ſic eſt κθ ad θε. Fiat (per 12 quinti) ſicut κθ, ad θε, ſic θζ, ad ζε, & reliqua igitur κζ, ad θζ, eſt ſicut κθ, ad θε, hoc eſt ſicut βγ, ad γδ. Ipſæ aũt βγ, γδ, potẽtia tantũ ſunt cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur κζ, ζθ (per 11 decimi) potẽtia tatum ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã eſt ſicut κθ ad θε, ſic κζ, ad ζθ, ſed ſicut κθ, ad θε, ſic θζ, ζε, & ſicut igitur (per 11 quinti) κζ ad ζθ, ſic θζ ad ζε. Quare (per correlariũ 19 ſexti) & ſicut prima ad tertiã, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda, & ſicut igitur (per 11 quinti) κζ, ad ζε, ſic quod ex κζ, ad id quod ex ζθ, cõmẽſurabile autẽ eſt (p 9 decimi) quod ex κζ, ei quod ex ζθ. Ipſæ κζ, ζθ, potẽtia ſunt cõmẽſurabiles, igitur eſt κζ, ipſi ζε, lõgitudine, quare et εκ, ipſi ζε, lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. Rationalis aũt eſt κε, & ipſi βγ lõgitudine cõmẽſurabilis: ratiõalis igitur eſt (p 12 decimi) κζ, & ipſi βγ lõgitudine cõmẽſurabilis. Et quoniã eſt ſicut βγ ad γδ, ſic κζ, ad ζθ, uiciſſim quoq; (per 16 quinti) & ſicut βγ ad κζ ſic δγ, ad ζθ, cõmẽſurabilis autẽ eſt βγ ipſi κζ: cõmẽſurabilis eſt igitur & ζθ ipſi γδ. Ipſæ aũt βγ, γδ rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, & ipſæ igitur κζ, ζθ, rationales ſunt potẽtia cõmenſurabiles. Ex binis igitur nominibus eſt κθ. Siquidẽ igitur βγ, ipſa γδ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & κζ, ipſa ζθ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi βγ, commẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & κζ quoq;. Si aũt γδ cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rationali, & ζθ quoq;: ſi aũt neutra ipſarũ βγ, γδ, & neutra ipſarũ κζ, ζθ. Si uerò βγ, ipſa γδ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & κζ, ipſa ζθ maius poterit eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Et ſi βγ ipſi expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine, & κζ, ſi autẽ γδ, & ζθ, ſi uerò neutra ipſarũ βγ, γδ, & neutra ipſarũ κζ, ζθ. Ex binis nominibus igitur eſt κθ, cuius nomina κζ, ζθ, cõmenſurabilia ſunt ipſis βγ, γδ nominibus ipſius apotomes & in eadẽ ratione, & inſuper κθ, ipſi βγ eundẽ habebit ordinem: quod erat oſtendendum.* Euclid. ex Zamb. Theorema 90. Propoſitio 114.

Si areola comprehẽdatur ſub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commẽſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam poteſt, rationalis eſt. 114

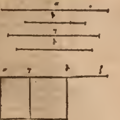
THEON



THEON ex Zamb. Comprehendatur areola ſub apotome αβ, & ea quæ ex binis nominibus γδ, cuius maius nomen γε, ſintq́; eius quæ ex binis nominibus nomina γε, εδ (per 113 decimi) commenſurabilia ipſius apotomes nominibus αζ, ζβ, & in eadem ratione. Sitq́; potens id quod ſub αβ, γδ, ipſa η. Dico q. ipſa η rationalis eſt. Exponatur enim rationalis θ, & ei quod ex θ, æquum ad ipſam γδ comparetur, latitudinem efficiens κλ, igitur ipſa κλ, apotome eſt (per 113 decimi) cuius nomina ſint κμ, μλ, cõmenſurabilia nominib. eius quæ ex binis nominib. hoc eſt ipſis γε, εδ, & in eadẽ ratione. Iam & ipſæ γε, εδ, (per 12 decimi) commenſurabiles ſunt ipſis αζ, ζβ, & in eadem ratione, eſt igitur ſicut αζ ad ζβ, ſic eſt κμ ad μλ: uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut αζ ad κμ, ſic eſt βζ ad λμ, & reliqua igitur αβ (per 12 quinti) ad reliquam κλ eſt, ſicut αζ ad κμ. Commenſurabilis autem eſt αζ, ipſi κμ, commenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) & αβ ipſi κλ. Eſtq́; (per conſtructionem) ſicut αβ ad κλ, ſic eſt quod ſub γδ, αβ, ad id quod ſub γδ, κλ. Commenſurabile igitur eſt & quod ſub γδ, αβ, ei quod ſub γδ, κλ. Aequum autem eſt id quod ſub γδ, κλ, ei quod ex θ, commenſurabile igitur eſt quod ſub γδ, αβ, ei quod ex θ. Quod autem ſub γδ, αβ, æquum eſt ei quod ex η, commenſurabile igitur eſt & quod η, ei quod ex θ. Rationale autem eſt id quod ex θ, rationale igitur eſt & id quod ex η. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem decimi) η, & ipſam poteſt areolam quæ ſub γδ, αβ. Si areola igitur comprehendatur ſub apotome, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum. CORRLEL. Fitq́; nobis & id propterea manifeſtum, quod poſsibile eſt rationalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri.

Euclid. ex Zamb. Theorema 91. Propoſitio 115.

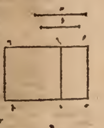
115 Α' media infinitę irrationales fiunt, neq́ ulla ulli earum quæ prius eſt eadem.



THEON ex Zamb. Eſto media α. Dico quòd ab α, infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Exponatur rationalis β, & ei quod ſub βα (per 14 ſecundi) æquum eſto id quod ex γ. Igitur γ irrationalis eſt. Quod enim ſub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale eſt, & nulli earũ quæ prius eſt eadem. Nõ enim q. ex ulla earum quæ prius ad rationalẽ appoſitũ latitudinem efficit mediam. Rurſus iam ei quod ſub βγ, æquum eſto id quod ex δ. Irrationale igitur eſt id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiuſmodi ordo ſequetur, ſi in infinitum extendas, manifeſtum eſt igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem.

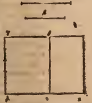
ALITER. Eſto media αγ. Dico q. ab αγ, infinitæ ſunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eſt eadem. Excitetur (per 11 primi) ipſi αγ ad angulos rectos αβ, ſit rationalis αβ, compleaturq́; βγ, irrationale igitur eſt (per 22 decimi) & ipſum potens irrationalis eſt. Poſsit autem (per lemma 58 decimi) ipſum γδ, igitur γδ eſt irrationalis & nulli earum quæ prius eadem eſt. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit medium. Rurſus compleatur εγ, irrationale igitur eſt εθ, & ipſum potens irrationalis eſt, poſsit autem ipſum δζ, irrationalis igitur eſt δζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appoſitum latitudinem efficit γδ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116.



116 Minori commenſurabilis, minor eſt.

THEON ex Zãb. Eſto minor α, et ipſi α cõmenſurabilis eſto (per 13 decimi) β. Dico q. β minor eſt. Exponatur γδ rationalis, & ei q. ex α (per 44 primi) æquũ ad ipſam γδ cõparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Apotome igitur eſt quarta γζ. Ei autem quod ex β (per eandem) æquũ ad ipſam ζε comparetur ζκ, latitudinẽ efficiens ζθ. Quoniã igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, cõmenſurabile igitur eſt et quod ex α, ei quod ex β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ γε: ei aũt quod ex β, æquũ eſt ζκ, cõmenſurabile igitur eſt γε, ipſi ζκ. Sicut autem δε, ipſi ζκ, ſic eſt γζ ad ζθ. Cõmenſurabilis igitur eſt γζ, ipſi ζθ longitudine. Apotome autem quarta eſt (per 100 decimi) ipſa γζ. Igitur & ζθ, quarta eſt apotome. Rõnalis aũt eſt ζε. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt minor eſt (per 64 decimi) ipſam aũt ζκ areolã, ipſa β poteſt, ergo β minor eſt: quod erat oſtendendũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

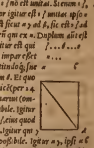
117 Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, cum rationali medium totum efficiens eſt.

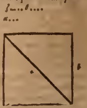
THEON ex Zãb. Sit cum rationali mediũ totum efficiens α, cõmenſurabilis aũt eſto β. Dico q. β cũ rationali mediũ totum efficiens eſt. Exponatur rõnalis γδ, et ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipſam γδ, comparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ.

Apotome igitur eſt quinta ipſa γζ (per 102 decimi) Ei autem quod ex β (per 44 primi) æquum ad ipſam ζη cōparetur ζκ, latitudinē efficiens ζθ. Quoniam igitur cōmēſurabilis eſt α ipſi β, cōmenſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt γε, ei uerò quod ex β, æquū eſt ζκ. Igitur γε, ipſi ζκ, eſt commenſurabile. Commenſurabilis igitur eſt γζ, ipſi ζθ, longitudine. Quinta autem apotome eſt γζ. Apotome igitur quinta eſt & ζθ. Rationalis autem ζη. Si uero areola comprehendatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolā poteſt cū rationali mediū totū efficiēs eſt (per 95 decimi.) poteſt autē ipſum ζκ, ipſa β. Igitur β, cū rōali mediū totū efficiēs eſt. qđ erat oſtēdendū. Eucl. ex Zāb. Theo. 94. Prop. 118.

Propoſitum nobis ſit oſtendere, quòd in quadratis figuris incom mensurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

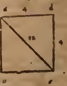
THEON ex Zamb. *Eſto quadratū αβγδ, dimetiens uerò illius ſit αγ. Dico quòd αγ, ipſi αβ, longitudine eſt incommenſurabilis. Si enim poßibile, ſit cōmenſurabilis. Dico quod eueniet, quòd idem numerus erit par & impar. Manifeſtū quidē igitur (per 47 primi) quòd id quod ex αγ duplum eſt eius quod ex αβ. Et quoniam αγ ipſi αβ cōmenſurabilis eſt, igitur αγ ad αβ rationē habet quā numerus ad numerū (per 5 decimi) habeat aūt quā εζ ad η. Sintq; εζ, η minimi eandem rationē habentium eis. Igitur εζ nō eſt unitas. Si enim εζ, eſt unitas, & rationē habet ad η, quā αγ ad αβ, & maior eſt αγ ipſa αβ, maior igitur eſt εζ unitas ipſo η nūero, quod eſt impoßibile. Igitur ζε, non eſt unitas, nūerus igitur. Et quoniā eſt ſicut αγ ad β, ſic eſt εζ ad η, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γα, ad id quod ex αβ, ſic qui ex εζ, ad eū qui ex η. Duplum aūt eſt quod ex γα eius quod ex αβ. Duplus igitur eſt et qui ex εζ, eius qui ex η, par igitur eſt qui eſt ex εζ, quare & ipſe εζ par eſt. Si enim impar eßet, & qui ex eo quadratus impar eßet (per 29 noni) quippe quoniā ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint, multitudoq; fuerit impar, totus impar eſt. Igitur εζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) εζ, bifariam in θ. Et quoniam ipſi εζ, η, numeri, minimi ſunt eandē eis habentiū rationē, primi ſunt adinuicē (per 24 ſeptimi) & εζ, par eſt. Impar igitur eſt η. Si enim eßet par, ipſos εζ, η metiretur binarius (omnis etenim par, habet partē dimidiā) primos adinuicē exiſtētes, quod eſt impoßibile. Igitur η nō eſt par. Et quoniam ipſius εθ, duplus eſt εζ, quadruplus igitur eius qui ex εθ, eius quod ex εθ. Duplus aūt qui ex εζ eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex εθ. Igitur qui ex η par eſt, & par igitur eſt η per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar quod eſt impoßibile. Igitur αγ, ipſi αβ longitudine nō eſt cōmenſurabilis, incōmenſurabilis igitur. Oſtendendum & aliter, quod incōmenſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiēte, α pro latere uero, ſit β. Dico quòd α, ipſi β longitudine eſt incōmenſurabilis. Si enim poßibile, ſit cōmenſurabilis. Fiatq; rurſus ſicut α ad β, ſic εζ ad η, ſintq; minimi eandē eiſdē habentium rationem, ipſi εζ, η, igitur ipſi, primi ſunt adinuicē. Dico primum quòd η nō eſt unitas. Si enim poßibile, eſto unitas. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt εζ ad η, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex εζ, ad eum qui ex η. Duplum aūt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex εζ, eius qui ex η. Et η unitas eſt. Igitur εζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoßibile. Igitur η non eſt unitas: numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex εζ, ad eum qui ex η, & rurſus ſicut quod ex β ad id quod ex α, ſic qui ex η ad eum qui ex εζ, metitur autem quod ex θ, id quod ex α, metitur igitur et qui ex η quadratus eū qui ex εζ, quare & latus idē η ipſū εζ metitur, metitur aūt et ſeipſum η, igitur η ipſos εζ, η, metitur qui primi ſunt adinuicē, quod eſt impoßibile. Igitur α, ipſi β non eſt commenſurabilis: incōmenſurabilis igitur, quod oſtendere oportuit.* *Priorum dilucidior explanatio.*





Græcus non habet.

Sit quadratū a b c d, dimetiēs uerò ipſius ſit a c. Manifeſtum eſt quod iſoceles eſt triangulū c d a, æquū habens d a ipſi d c, ſimiliterq; triangulū iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatū 4 ſiue pedū, ſicq; & c d, quatuor: quare manifeſtum eſt, quod ex d a quadratū eſt unitatū ſiue pedū 16. ſic etiā & quod ex c d. 16 eſt unitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquum eſt eis quæ ſunt ex d a, c d. quēadmodū ex 47 primi perſpicuū eſt, manifeſtū eſt quòd id quod ex a c eſt duplū eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatū 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla quidem. At quoniā lōgitudine cōmenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur, earūq; quadrata rōnem habēt quā nūerus quadratus ad numerū quadratū, at efficiens 32 per latus aliqua magnitudo nō metitur, neq; quę ex eis quadrata ſunt rationē habēt quā nūerus quadratus ad numerū quadratū (nullū enim quadratū alterius quadratū duplū eſt, incōmēſurabilis igitur eſt lōgitudine dimetiēs lateri, efficiēs enim 32 ſiue latus eſt unitatū 5 & minutorū 39 quę 5, 39, ac 4, nullā habēt cōmunē mēſurā, quare 32 ad 16 ſicut dictū eſt: rōnē nō habet qualē quadratus nūerus ad quadratū numerū.

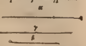


Inuen-

Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis ut α, β, & plures aliæ magnitudines ex binis * diuiſionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommenſurabiles. Quoniam ſi ipſarum α, β, linearum rectarum medium proportionalem ſuſceperimus γ, erit igitur ſicut α ad β, ſic quæ ex α ſpecies ad eam quæ ex γ ſimilem ſimiliterq; deſcriptam * ſpeciem, ſiue quadrata, ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint, ſiue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommenſurabiles. Cum oſtenderimus quòd ex binis interuallis diuerſæ areolæ incommenſurabiles, oſtendemus eas quæ ex ſolidis ſpeculationes, qualiter ſunt ſolida commenſurabilia & incommenſurabilia adinuicem.

Διαγραφέων interuallis

εἰδῶν figura



Si enim in ijs quæ ex α, β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris conſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelepipeda, uel pyramides, uel priſmata, erunt ipſa conſtituta adinuicem ſicut baſes & ſiquidem baſes ſint commenſurabiles, commenſurabilia erunt ipſa ſolida. Si uerò incommenſurabiles, incommenſurabilia. Sed & ſi duobus expoſitis circulis α β, ipſis conos uel cylindros altitudine æquales deſcribemus, erunt adinuicem ſicut baſes, hoc eſt, ſicut ipſi circuli. Et ſi ipſi circuli ſunt commenſurabiles & ipſi coni & cylindri commenſurabiles erunt. Si uerò ipſi circuli erunt incommenſurabiles, ipſi coni & cylindri erunt incommenſurabiles. Et nobis fit manifeſtum, quòd non ſolum in lineis & ſuperficiebus ſunt commenſurabiles & incommenſurabiles, ſed in ſolidis quoq; figuris hoc reperitur.

DECIMI LIBRI FINIS.

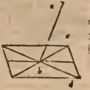
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORUM *Liber undecimus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*

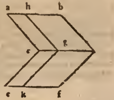
1 Corpus, eſt quod longitudinē & latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, ſunt ſuperficies.

2 Linea erecta ſupra ſuperficiē, eſt quę cū ſingulis ſibi conterminalib. lineis in ea ſuperficie expaſsis angulos rectos facit. Linea autē hæc ſupra eam ſuperficiē perpendicularis eſſe, & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere ſupra planum, ita ꝙ punctus a imaginetur in aere, & b in plano, & a pūcto b ducātur plures lineæ in eodem plano: ut b c b d & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cum linea b c, & cū linea b d, & cum qualibet alia linea protracta à puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipſa dicetur eſſe perpendicularis ad illam ſuperficiem in qua protractæ ſunt hæ lineæ uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipſa ponitur continere angulum rectum.



3 Superficies aūt erecta ſuper ſuperficiē eſt, q̄ties pūcto uno eodem lineæ q̄ eſt cōmunis terminus illarū ſuperficierū duæ perpendiculares cōterminales ſuperſtant, quæ rectum cōtinentes angulum in eiſdem ſuperficiebus ſitæ ſunt.



Verbi gratia imaginemur ſuperficiem a b c d exurgere, ſuperficiem uerò e d e f iacere, & intelligamus lineam e d eſſe communem terminum ambarum. In ea itaque ſignetur punctus g à quo ad lineam e d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in ſuperficie e d e f, quæ ſit g k, & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duę lineæ perpendiculares: uidelicet g h & g k, erit rectus: ſuperficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem c d e f.

Superficies æquidiſtantes ſunt, quæ in utramlibet partem protractę non concurrent, etſi in infinitum producantur.

Intellectum eſt quod dicitur. Scire tamē debes, quòd omnes planæ ſuperficies, aut ſunt æquidiſtantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & ſuper rectam lineā ſe ſecabunt. Lineas autem rectas non eſt neceſſarium uel eſſe æquidiſtātes uel in utranq; partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem ſuperficie nō ſunt nec æquidiſtant abinuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

Æqua corpora ſunt atq; ſimilia, quorum terminales ſuperficies numero ac quantitate æquales unius creationis ſint atq; ſimiles.

Similia corpora ſunt, quæ ſimilibus ſuperficiebus numero æqualibus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & ſimilibus non intelligis, ad diffinitionem ſimilium ſuperficierum poſitam in principio ſexti recurre.

Corpus ſerratile dicitur, quod quinq; ſuperficiebus, quarum tres parallelogrammæ ſunt, duæ uerò triangulæ, continentur.

Domui quatuor parietes ęquidiſtantes habenti, tectum unico faſtigio ſupremis duorum parietum lateribus ęquali & æquidiſtanti ſuperpoſitum, ſerratilis corporis expreſſam ſimilitudinem gerit.

Sphæra eſt tranſitus arcus circunferētiæ dimidij circuli quoties ſumpto uel ſupremo ſemicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum ſuum redeat, arcus ipſe circunducitur.

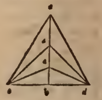
Super quamlibet lineam ſemicirculo deſcripto, ſi linea illa fixa ſemicirculus tota reuolutione circūducatur, corpus quod deſcribitur, ſphæra nominatur. Cuius centrum, conſtat eſſe cētrum ſemicirculi circunducti.

Pyramis laterata, eſt figura corporea, quam continent ſuperficies à quarum una reliquæ ſunt ad unum oppoſitum punctum ſurſum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ ſuperficies ipſam ambientes, ab ipſius baſi ad unum punctum ſubleuantur, qui conus pyramidis dicitur: ſuntq; omnes hæ laterales ſuperficies, triangulæ, baſis uerò frequenter non eſt triangula.

Pyramis rotunda, eſt figura ſolida, eſtq; tranſitus trianguli rectanguli alterutro ſuorum laterum rectū angulum continentium fixo, donec uſq; ad locū unde moueri cœpit, redeat, triangulo ipſo circunducto. Si igitur latus fixum lateri circūducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si aūt longius, acutiangula Si uerò breuius, obtuſiangula erit. Axis autē ipſius figuræ, eſt latus fixū. Baſisq; ſua, circulus. Dicitur autem figura hæc, pyramis columnæ rotundæ.

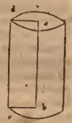
Sit trigonus a b c, rectum angulum habens qui ſit b, figaturque alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b, ſitque latus quod figitur a b, quo fixo, circundatur trigonus quouſq; ad locū unde moueri cœpit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu deſcribitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres ſunt differentię. Alia enim eſt rectangula, alia acutiangula, tertia obtuſiangula. Et prima quidē eſt, quādo latus a b lateri b c fuerit æquale. Eſto enim ut linea b c, quū rotatu trigoni peruenerit ad ſitū lineę b d, ita q̧ pūctus c cadat ſuper punctū d, fiat linea una: hoc eſt, ut ipſa tunc cōiun-



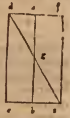
gatur

gatur ſitui à quo moueri cœpit ſecundū rectitudinem, eritq́ linea hæc, quaſi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex trigeſimaſecunda primi & 19) eiuſdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq́ totus angulus c a d eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiuſdem) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conueniēter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autē huius pyramidis, dicitur linea a b. Baſis uerò eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper centrum b. Dicitur quoq́ hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda, cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus, & craſsitudine, id eſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipſaq́ ſuperficie donec ad locū ſuum redeat circumducta. Diciturque hæc figura, colūna rotunda. Columnæ itaq́ rotundæ atq́ ſphæræ circuliq́, unum atque idem eſt centrum.



Sit parallelogrammum rectangulū a b c d. figaturq́ latus a b, & eo fixo totū parallelogrammum, quouſq́ ad locū ſuum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotunda columna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum, circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b, alter uerò eſt, quē motu ſuo deſignat linea d a, & eius centrum eſt punctus a. Axis autē huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd ſi imaginati fuerimus parallelogrammū a b c d cū peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f, cōiungi ſitui à quo moueri cœpit ſecundū coſtinuitatem ſuperficiei planæ, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrammū d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq́ diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & ſphæræ & circuli idē eſſe centrum, intelligi debet cum horum una eſt eademq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim q̄ d e eſt diameter iſtius columnæ. Sphæram igitur atq́ circulum quorum diameter eſt linea d e. neceſſe eſt idem centrū habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineam a b in puncto g, eritq́ g centrū columnæ: diuidit enim axem colūnæ per æqualia. quod patet per 26 primi, nam & anguli qui ſunt ad g ſunt æquales ex 15 primi, & anguli qui ſunt ad a b, recti ex hypotheſi, linea quoq́ a d, eſt æqualis lineæ b e, itaq́ d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cumq́ anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundū ſpacium d g, ac ſuper lineā d e circulus deſcribatur, tranſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f, itaq́ punctum g eſt centrum circuli, cuius diameter eſt diameter columnæ, ideoq́ & ſphæræ. Quare & manifeſtū eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq́ columnæ rotundæ ſphæram eſſe circumſcriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit iſtud theorema.



12 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſiti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt: ſicut nec duæ rectæ lineæ nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoq́ planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficie non conuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

Similes ſunt figurę corporeæ rotundæ, ſiue ſint colũnæ, ſiue earũ pyramides, quarũ axes diametris ſuarũ baſiũ ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis, aut duabus columnis rotundis, ſi fuerit proportio axis unius earum ad diametrum ſuę baſis ſicut alterius ad diametrum ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex translatione Zamberti. *Diffinitiones.*

SOlidum, eſt quod longitudinẽ, latitudinem, & craſsitudinẽ habet. Solidi uerò terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quando ad omnes cõtingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectum eſt, quando communi ſegmento ipſorum planorũ ad angulos rectos ductę rectę lineæ in uno ipſorũ planorum, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, quando á termino ſublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpendiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano recta coniuncta fuerit, angulus acutus qui ſubducta linea & ſtante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, eſt angulus acutus cõprehenſus ſub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducũtur ad idem ſignũ in utroq; ipſorũ planorũ. 5 Planũ ad planum ſimiliter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationum anguli ſibi inuicẽ æquales fuerint. 6 Parallela plana, ſunt quæ contactũ nõ admittunt. 7 Similes ſolidæ figuræ ſunt, quę ſub ſimilibus planis, æqualib. multitudine cõprehendũtur. 8 Similes ſolidæ figuræ & æquales, ſunt quæ ſub ſimilibus planis, multitudine & magnitudine ęqualibus, cõprehẽduntur. 9 Angulus ſolidus, eſt ſub plurib. duabus lineis ſeſe adinuicẽ tangẽtibus & nõ exiſtẽtibus in eadẽ ſuperficie ad oẽs lineas inclinatio. *Aliter.*

Solidus angulus, eſt qui ſub pluribus duob. planis angulis cõprehenditur, nõ exiſtentibus in eodẽ plano ad unũ ſignum conſtitutis.

10 Pyramis, eſt figura ſolida planis cõprehenſa ab uno plano ad unum ſignũ cõſtituta. 11 Priſma, eſt figura ſolida planis cõprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia & parallela ſunt, reliqua uerò parallelogrãma. 12 Sphæra, eſt quãdo ſemicirculi manẽte dimetiẽte circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit, circũaſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ, eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus uertitur. 14 Centrum ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiẽs ſphæræ, eſt recta quædã linea per cẽtrũ acta & terminata ex utraq; parte ſub ipſius ſphęræ ſuperficie.

16 Conus, eſt quãdo rectãguli, triãguli manẽte uno eorũ quę circa rectum angulũ latere, circumductũ triangulũ in idem rurſus unde ſumpſerat exordiũ circumuoluitur, ea aſſumpta figura. Et ſi manẽs

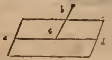
recta

recta linea ęqua fuerit reliquę quę circũ rectum circunductæ, rectan gulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni eſt, manens quædam recta linea quã circum triangulum uertitur. Baſis autem eſt, circulus ſub circunducta recta linea deſcriptus. 18 Cylindrus eſt, quando rectãguli parallelogrammi manente uno eorum quę circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura. 19 Axis cylindri, eſt manans quędam recta linea quam circum parallelogrammum uertitur. Baſis autem circuli, qui ſub ijs quæ ex oppoſito circumductis lateribus ſunt deſcripti.

20 Similes coni & cylindri, ſunt quorum axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus eſt, figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum eſt, figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum eſt, figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum eſt, figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

Lineæ rectæ partem eſſe in plano, & partem in ſublimi, eſt impoſsibile.



CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quod non eſt poſsibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt impoſſibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quæ eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directè a c in plano in quo ipſa ſita eſt, uſq; ad d, eritq; ut uni eidemq; lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod eſt impoſsibile ex 13 primi.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano, partem uerò in ſublimi eſſe, eſt impoſsibile.



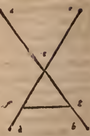
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidẽ α β eſto in plano, pars autem β γ eſto in ſublimi, erit iam quedam ipſi α β, continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune ſegmentum eſt α β, quod eſt impoßibile. Recta linea nanq; cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno, ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoßibile: quod fuerat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

Omnes lineæ duæ quarum altera alteram ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omniſq; triangulus, in una ſuperficie totus conſiſtit.

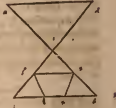
CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in pũcto e. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulum dico eſſe in ſuperficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

Quia igitur impoſsibile eſt partem triãguli e f g eſſe in plano & partẽ in ſublimi, quinetiã ſuarũ terminaliũ linearũ unius aut plurũ pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi, cũ de lineis hoc ſit impoſsibile per pręmiſſã, erit ꝙ impoſsibile de triãgulo. Itaq; totus triãgulus e f g, eſt in ſuperficie una. Ex hac igitſecũda parte & pręmiſſa, cõſtat pars huius ſecundæ propoſitionis. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 3.* *Propoſitio 2.*



Si binę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, in uno ſũt plano, & omne triãgulũ in uno plano eſt.

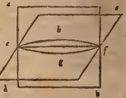
THEON ex Zãb. *Binæ, inquã, rectæ lineæ α β, γ δ, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd ipſæ α β, γ δ, in uno conſiſtunt plano, & omne triangulũ in uno eſt plano. Aſſumantur in ipſis ε γ, ε β, ſigna utcunq; ſintq; ζ η, cõnectãturq; β γ, ζ η, extẽdaturq; ζ θ, η κ, dico primũ quod triangulũ ε β γ in uno eſt plano. Si ipſius nãq; triãguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in ſubiecto plano eſt, reliquũ uerò in alio, erit etiam unius ipſarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars in ſubiecto plano, pars autẽ in alio. Si autem ipſius ε γ β trianguli, ζ γ β η, pars fuerit in ſubiecto plano, reliquũ uerò in alio, erit & ambarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars quidẽ in ſubiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impoßibile eſſe oſtẽſum eſt. Igitur triangulũ β γ ε in uno eſt plano. In quo enim eſt triangulũ β γ ε, in eo eſt et utraq; ipſarũ ε γ, ε β. In quo autẽ eſt utraq; ipſarũ ε γ, ε β, in eodẽ ſunt & α β, γ δ (per eandẽ) ipſæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno exiſtũt plano, & omne triangulum in uno eſt plano: quod erat oſtendemdum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

Omniũ duarũ ſuperficierũ ſeinuicẽ ſecãtiũ, cõmunis ſectio eſt linea recta.

CAMPANVS. Dè planis ſuperficiebus intellige, & uerum erit ꝗd dicitᷓ. Sint itaq; duæ ſuperficies planę a b & c d, ſeinuicẽ ſecãtes. Dico ꝙ earũ cõmunis ſectio, erit linea recta. Eſto enim duo puncta e & f termini cõmunis ſectionis earũ quæ cõtineãtur per lineã rectã quę ſit e f. Si igitur linea e f eſt in utraq; duarũ ſuperficierũ a b & c d, cõſtat ꝓpoſitũ. At uerò ſi in neutra, aut ſi nõ in altera, cum ambo pũcta e & f ſint in utraq; ſuperficierũ a b & c d: in ea ſuperficie in qua ipſa nõ fuerit, protrahatur linea recta quę ſit e h f, erũt igitur duę rectæ lineæ e f & e h f, habentes duos terminos communes. Quod eſt impoſsibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent ſuperficiem, quod eſt cõtra petitionem ultimam primi libri.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si bina plana ſe adinuicẽ ſecuerint, cõis eorũ ſectio recta linea eſt. 3

THEON ex Zãb. *Bina etenim plana α β, β γ, ſe adinuicẽ diſpeſcant, cõmunis autẽ ſectio ſit linea δ β. Dico quòd δ β linea recta eſt. Si autẽ non, cõnectantur δ β ipſo α β plano, recta linea δ ε β, & in ipſo β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nẽpe duarũ rectarũ linearũ δ ε β, δ ζ β, ijdẽ fines, & perinde areolã cõprehendent, quod (per ultimã cõmunẽ ſententiã) eſt impoßibile. Ipſæ igitur δ ε β, δ ζ β, rectæ lineæ non ſunt. Similiter quoq; oſtendemus, ꝗ neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea eſt, præter ipſam δ β communẽ ſectionẽ ipſorum α β, β γ, planorũ. Si bina igitur plana ſe adinuicẽ ſecuerint, ipſorum cõmunis ſectio recta linea eſt: quod erat oſtendendum.*

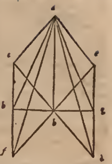


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

SI fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarum linearum erecta interſecantium ſe, ipſa ad earundem ſuperficiem perpendicularis erit. 4

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inciſionem duarum linearum c d &

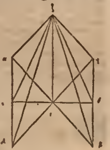
c d & e f ſecantium ſe in puncto b, de quibus cõſtat per antepręmiſſam quód ipſæ ſunt ſitæ in una ſuperficie. Dico quód linea a b, perpẽdicularis eſt ad ipſarum ſuperficiẽ. Sint enim c b & b d. æquales, at uerò f b & b e æquales, & protrahãtur lineę e d & c f. quę erunt ęquales per 4 primi, & ęquidiſtãtes per 27 eiuſdẽ. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui ſit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g æqualis f h, igitur à pũcto a uel quouis puncto lineę a b, demittãtur hypothenuſaliter lineę a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d, & a e ęqualis a f. itemq; per 8 eiuſdẽ ęqualis erit angulus a e d, ęqualis angulo a f c, ergo per 4 ipſius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiuſdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitione uterq; eſt rectus, & linea a b ꝑpẽdicularis ad lineã g h. Simili quoq; modo probabis eãdẽ eſſe perpẽdicularẽ ad omnes lineas protractas à pũcto b in ſuperficie duarũ linearũ c d & e f, igitur ex diffinitione cõſtat, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ c d & e f ſeinuicẽ ſecantes: quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 4.

4 Si recta linea duab. rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtib in cõmuni ſectiõe ad rectos angulos ſteterit, & ad earũdẽ planũ ad ãgulos rectos erit.

THEON ex Zãb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ ſeinuicẽ diſpeſcentib. in ε ſigno, ex ε ad angulos rectos cõſtituatur. Dico q. ε ζ etiã ad ipſarũ α β γ δ planum ad angulos eſt rectos. Aſſumãtur nanq; ipſæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, ſibi inuicẽ æquales. Extendaturq; quædã recta linea per ε utcunq; ſitq; η ε θ, cõnectãturq; ipſæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniã binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, ſunt æquales, & æquales cõprehẽdunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) baſis α δ æqualis eſt baſi γ β, & triangulũ α ε δ ipſi γ ε β triangulo æquũ eſt, quare & angulus qui ſub δ α ε angulo qui ſub ε β γ eſt æqualis. Eſt autem & qui ſub α ε η angulus ei, qui ſub β ε θ æqualis: bina igitur ſunt triãgula (per 26 primi) α η ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquum ad æquos angulos, α ε ipſi ε β & reliqua igitur latera, reliquis laterib. æqualia habebunt: æqualis igitur eſt η ε ipſi ε θ, & α η ipſi β θ. Et quoniã æqualis eſt α ε ipſi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, baſis igitur ζ α (per 7 primi) baſi ζ β, eſt æqualis. Id propterea & ζ γ ipſi ζ δ eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α δ ipſi γ β, eſt autem & ζ α ipſi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales ſunt altera alteri, & baſis ζ δ, baſi ζ β eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub ζ α δ, angulo qui ſub ζ β γ eſt æqualis. Et quoniam rurſus oſtenſum quod α η ipſæ β θ eſt æqualis, ſed ζ α ipſi ζ β eſt æqualis, binæ iã ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, ſunt æquales, & angulus qui ſub ζ α η, oſtẽſum eſt æqualis ei qui ſub ζ γ θ, baſis igitur ζ η (per 4 primi) baſi ζ θ eſt æqualis. Et quoniã rurſus æqua eſt oſtenſa η ε ipſi ε θ, cõmunis autẽ ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ ſunt æquales & baſis ζ θ, baſi ζ η eſt æqualis: angulus igitur qui ſub η ε ζ, angulo qui ſub θ ε ζ eſt æqualis, uterq; igitur ipſorũ η ε ζ, θ ε ζ, angulorum rectus eſt. Ipſa igitur ε ζ, ad ipſam η θ cõtingenter per ε ductã, recta eſt. Similiter iam demõſtrabimus, quod ζ ε ad omnes eã tangentes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem exiſtentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipſa ζ ε in ſubiecto plano, eſt ad angulos rectos. Subiectũ autem planũ, eſt quod fit per ipſas α β, γ δ, rectas lineas. Ipſa igitur ζ ε ad angulos rectos eſt ei quod per α β, γ δ, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendum.*

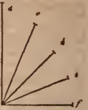


Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

5 SI ſuper tres lineas conterminales communi earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat, eædem tres lineæ in una ſuperficie ſitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper cõmunẽ terminum triũ linearũ b c, b d, b e, angulariter ſe contingentium in puncto b, quarũ nulla alij directè applicetur, quod idẽ eſt ac ſi inuicem ſecent in puncto e, protractæ enim ſe ſecabunt. Dico quód tres li

neæ b c, b d, b e ſunt in una ſuperficie ſitæ. Cõſtat autẽ de quibuſq; earum duabus quòd ipſę ſunt in una ſuperficie ſitæ, per 2 huius uel pee primã partẽ ſecũdę huius. Si igiť linea b d nõ fueeit in ſuperficie duarũ linearum b c & b e, ſed illę duę in plano, hęc autẽ in ſublimi, erit ut hęc ſuperficies in qua ſitæ ſunt duę lineę a b & b d, ſi peotrahať & per illu quod notum eſt ſuper quartã, ſecet illã in qua ſitę ſunt b c & b e, eritq; per 3 huius cõmunis earũ ſectio linea recta, & ipſa ſit b f. Quia igitur ex pręmiſſa, linea a b eſt perpẽdicularis ad ſuperficiẽ duarũ linearũ b c & b e, ſequitur ex diffinitione ut ipſa ſit perpẽdicularis ad lineã b f, quare angulus a b f, eſt rectus. Cũq; etiã angulus a b d ſit eectus ex hypotheſi, ſequiť impoſsibile: uidelicet partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

Si recta linea trib. rectis lineis ſe adinuicẽ tãgẽtib. ad angulos rectos in cõmuni cõtactu extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano. 5

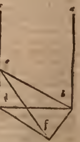
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quedã α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cõmuni contactu β conſtituatur. Dico quòd ipſæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, ſint ipſæ quidẽ β δ, β ε, in ſubiecto plano ipſa autẽ β γ in ſublimi, protendaturq; per ipſas α β, β γ, planũ. Cõmunẽ ſectionẽ, inquã, faciet in ſubiecto plano, & rectã efficiet lineã (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur ſunt plano deducto per ipſas α β, β γ, ipſæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniã α β recta eſt ad utrãq; ipſarũ β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta eſt ipſa α β. Subiectũ autẽ planũ eſt quod per β δ, β ε. Ipſa igitur α β, recta eſt ad ſubiectũ planũ, quare (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eã tangẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes, rectos efficit angulos ipſa α β. Tangit autẽ ipſam β ζ exiſtens in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub α β ζ, rectus eſt. Supponitur autem qui ſub α β γ, rectus æqualis igitur eſt & qui ſub α β ζ, angulus ei qui ſub α β γ, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ipſa igitur β γ recta linea in altiori plano non eſt. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicẽ tangentibus in cõtactu ad rectos angulos extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

Si fuerint duæ lineę ſuper unam ſuperficiem perpendiculares, eas æquidiſtantes eſſe neceſſe eſt. 6

CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d, perpẽdiculares ad unam ſuperficiem. Dico eas eſſe æquidiſtãtes. Protrahatue enim linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, eecti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie una, ipſæ ſunt æquidiſtantes per ſecundam partem 28 primi. Ipſas autem eſſe in ſuperficie una ſic collige. A' puncto b ſuper lineam b d, in plano cui perpẽdiculariter inſiſtunt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f, & ex linea c d, ſume d e æqualem b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b æqualia duobus lateribus f b & d b trianguli f b d. & angulus e d b æqualis angulo f b d, cum uterq; ſit rectus, itaq; per 4 primi linea b e. eſt ęqualis lineę d f. Itemq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & baſis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f eectus: itaq; linea f b, perpendiculariter eſt erecta ſuper communem terminum trium linearum b a, b d, b e, ſe contingentium angulariter in puncto b, quare per præmiſſam ipſę ſunt in ſuperficie una. Cum igitur ex ſecunda paete ſecundæ huius linea c d ſit in eadem ſuperficie cum utraq; linearum e b & b d, ſequitur a b & c d eſſe in ſuperficie una: conſtat ergo propoſitum.



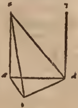
Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. 6

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, ſubiecto cuidam plano ſint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Concurrant enim in ſignis ſubiecto plano β δ, connectanturq; β δ. Et (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniã recta α β linea eſt ad ſubiectũ planũ, et ad omnes igitur eam*

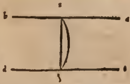
tangentes

tangentes rectas lineas (per 3 diffinitionē undecimi) & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos ipſa α β. Tangit autē ipſam α β, utraq; ipſarū β δ, ζ ε, exiſtēs in ſubiecto plano, rectus igitur eſt uterq; ipſorū angulorū α β δ, α β ε, id propterea etiā uterq; ipſorū γ δ β, γ δ ε, rectus eſt. Et quoniā α β ipſi δ ε eſt æqualis, cōmunis autē ζ δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & rectos cōprehendūt angulos: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt α β ipſi δ ε, ſed & α δ ipſi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, ſunt æquales, et ipſorū cōmunis baſis eſt α ε, angulus igitur qui ſub α ζ ε, (per 8 primi) angulo qui ſub ε δ α, eſt æqualis: rectus autē qui ſub α β ε, rectus igitur et qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipſam δ α, recta eſt: eſt autē & ad utranq; ipſarū β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis ζ δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in cōtactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ (per 5 decimi) in uno ſunt plano, & in quo ſunt ipſæ β δ, δ α, in eodē & α β: omne enim triāgulū in uno eſt plano (per 2 undecimi) Ipſæ igitur α ζ, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno ſunt plano. Et uterq; ipſorū α β δ, β δ γ, angulorum, rectus eſt: parallelus igitur eſt, α β, ipſi γ δ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipſæ rectæ lineæ: quod erat oſtendendū.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

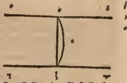
7 SI in duabus lineis æquidiſtātibus, duobus pūctis ſignatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua ſuperficie illæ duę lineæ ſitæ ſunt, eam quoq; in eandem ſitam eſſe neceſſariò cōprobatur.



CAMPANVS. Sint duę lineę a b & c d æquidiſtātes, de quibus cōſtat per diffinitionē quòd ipſæ ſunt in ſuperficie una, in eis autē ſignētur duo pūcta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, eſſe ſitā in ſuperficie linearū a b & c d. Sin autē ſit e f in alia ſuperficie ut in ſublimi, depēdēs quoq; ſuperficies ſi protrahatur, ſecabit neceſſariò ſuperficiē in qua ſitæ ſunt duę lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cōmunis ſectio earū, linea recta eiſdem punctis terminata. Quod eſt impoſsibile, ſic enim duæ rectæ lineæ concluderent ſuperficiem.

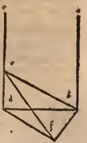
Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 7.*

7 Si fuerint binę rectę lineę parallelę, aſſumanturq; in ipſarū utraq; cōtingētia ſigna, ad ipſa ſigna cōnexa recta linea in eodē eſt plano cū ipſis parallelis. THEON ex Zāb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, ſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna ε ζ. Dico q̃ ad ipſa ε ζ ſigna η adiecta recta linea, in eodē eſt plano cū ipſis parallelis Nō enim, ſed ſi poßibile eſto in ſublimiori ſicut ε η ζ, η excitetur q; per ε η ζ planū, ſectionē iā faciet in ſuppoſito plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolā cōprehēdūt. Quod eſt impoßibile (p ultimā cōmunē ſententiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in ſublimiori plano non eſt. In eo igitur (in quo & α ζ & γ δ parallelæ) eſt plano, quæ ex ε in ζ adiūcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumāturq; in ipſarū utraq; utcūq; ſigna, ad ipſa ſigna adiecta recta linea, in eodē eſt cū ipſis parallelis plano: quod oſtēdere oportebat.*



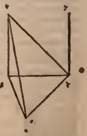
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

8 SI in idē planū duę rectę lineę ęquidiſtāter erigantur, altera uerò earū orthogonaliter ſiſtat, reliquā quoq; idē planū perpendicularē eſſe cōueniet. CAMPANVS. Hæc eſt quaſi cōuerſa ſextę. Sint enim duæ lineę a b & c d ęquidiſtātes, & ſit earum altera ut c d erecta perpēdiculariter ſuper ſuperficiē quālibet. dico reliquā earū quæ eſt a b, eſſe perpendicularē ad eandē ſuperficiē. Fiat enim prorſus eadē diſpoſitio quæ in ſexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus: primus quidem per poſitionē, ſecundus autem, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmiſſam duæ lineæ a b & c d ſint in eadē ſuperficie cum



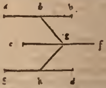
duabus lineis b d & b e, ſequitur lineã f b eſſe perpẽdiculariter erectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A' diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiã angulus d b a eſt rectus per ultimã partẽ 29 primi, ſeqtur per 4 huius, lineã a b eſſe ppẽdicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f: quare cõſtat propoſitum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera aũt ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad ãgulos rectos erit.



THEON *ex Zãb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt α β, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q̃, reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Cõcurrãt enim ipſæ α β, γ δ, in ſubiecto plano in ſignis β δ, cõnectãturq́; (per 1 poſtulatum) β δ. Igitur ipſæ α β, γ δ, β δ, in uno ſunt plano. Exciteturq́; (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano δ ε ponaturq́; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq́; β ε, α δ. Et quoniã α β recta eſt ad ſubiectũ planũ, et ad omnes igitur eã tãgẽtes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa α β. Igitur uterq́; ipſorũ α β δ, α β ε, angulorũ rectus eſt. Et quoniã in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipſi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autẽ eſt qui ſub α β δ, rectus igitur & qui ſub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta eſt. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, cõmunis aũt β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β δ, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis, rectus enim uterq́;: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, et β ε ipſi α δ, binæ igitur α β, β ε, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarũ baſis α ε. Angulus igitur q̃ ſub α β ε, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis (per 8 primi) Rectus aũt eſt qui ſub α β ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta eſt, ſed recta eſt etiã ad ipſam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta eſt: & ad omnes igitur eã tãgentes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per β δ, α β, plano rectos efficiet angulos ipſa ε δ (per 2 undecimi diffinitionẽ) In eo aũt quod per β δ, δ α, plano eſt ipſa δ γ. Quoniam igitur in eo quod per β δ, δ α, plano ſunt ipſæ α β, β δ, in quo autẽ ipſæ α β, β δ, in eodem eſt & δ ε, igitur ε δ ipſi δ γ ad angulos eſt rectos. Quare & γ δ, ipſi δ ε ad rectos angulos eſt. Eſt aũt & γ δ ipſi δ β ad angulos rectos. Igitur ipſa γ δ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcẽtibus δ ε, δ β, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δ ε, δ β. Igitur ipſa γ δ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera aũt ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit: quod oſtẽdiſſe oportuit.* *Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.*

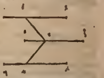
SI duę lineę uni nõ in una ſuperficie ęquidiſtãt, eas q̃q; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt.



CAM. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtãs lineæ e f, nec ſint oẽs in ſuperficie una. Dico q̃, eædẽ quoq; ſibi inuicẽ ſunt ęquidiſtãtes. De ijs quidẽ quæ ſunt oẽs in ſuperficie una, probatum eſt per 30 primi. At uerò de ijs quę in una ſuperficie nõ ſunt. ut eſt hic e f quę intelligat̃ ſurſum erecta in ſublimi. reſtat hoc loco probãdũ. Signet̃ itaq; in ea pũctus g, à quo educãtur duæ perpẽdiculares ad duas lineas a b & c d quę ſint g h & g k, eritque per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet illã in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſsã bis aſſumptã utraq; illarum duarũ linearũ a b & c d, perpẽdicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duę lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Quę eidẽ rectę lineę parallelæ nec eidẽ in eodẽ exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ,

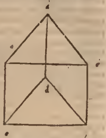


THEON *ex Zãb. Sit enim utraq; ipſarũ α β, γ δ, ipſi ε ζ parallelus nõ exiſtẽs eidẽ in eodẽ plano. Dico q̃, parallelus eſt α β ipſi γ δ. Sumatur enim in ipſa ε ζ, utcũq; ſignũ η. Et ab ipſo η, ipſi ε ζ, in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos rectos excitetur η θ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζ ε, γ δ, ipſi ε ζ rurſus ad angulos excitetur rectos η κ. Et quoniã ε ζ ad utrãq; ipſarũ η θ, η κ, recta eſt, igitur (p 4 undecimi) ε ζ, ad id quod per η θ, η κ, planũ ad angulos eſt rectos, et ε ζ ipſi α β parallelus eſt, et α β igitur ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γ δ, ei quod*

δ, ei quod per κ θ, ν κ, plano ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ α β, γ δ, ei quod per κ θ, ν κ, plano ad angulos eſt rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur eſt α β, γ δ: quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

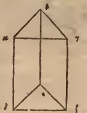
10 SI duæ lineæ ſe angulariter contingẽtes, duabus alijs ſe cõtingentibus eis oppoſitis æquidiſtãtes fuerint, nõ autẽ in ſuperficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui ſibi inuicem eſſe comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter cõtingentes in puncto a, æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e & d f ſe quoq; angulariter contingentibus in pũcto d, nec ſint cũ eis in ſuperficie una. Dico angulũ a eſſe æqualem angulo d. Eſto enim linea d e æqualis lineæ a b, cui ipſa poſita eſt eſſe æquidiſtãs, & d f ęqualis a c, cui etiã ipſa ęquidiſtare ponit, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis aſſumpta, utraq; duarũ linearũ b c & c f, ęqualis & æquidiſtãs lineæ a d: per conceptionem igitur & præmiſſam, eædem ſunt æquales & ęquidiſtantes ſibi inuicem, et itaq; per 33 primi denuò repetitam duæ lineæ b c & c f, ſunt etiam ęquales & æquidiſtantes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitum.

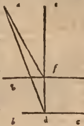
Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

10 Si binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, ſeſe inuicem tangentes parallelæ ſint non tamẽ in eodẽ plano. Dico q. angulus qui ſub α β γ, æquus eſt angulo δ ε ζ. Suſcipiantur enim ipſæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, ſibi inuicem æquales, cõnectãturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniã β α ipſi ε δ æqualis & parallelus eſt, et α δ igitur ipſi β ε, æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa γ ζ, ipſi β ε eſt æqualis & parallelus. Vtraque igitur ipſarum α δ, γ ζ, ipſi ε β eſt æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non exiſtentes, & adinuicem ſunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur eſt α δ ipſi γ ζ, & æquales eidem. Et ipſas connectunt, ipſæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipſi δ ζ eſt æqualis, & parallelus. Et quoniam binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, ſunt æquales, & baſis etiã α γ baſi δ ζ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ, (per 8 primi) angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicẽ ſeſe tãgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ ſeſe tãgentes parallelæ, nõ in eodẽ plano, æquos angulos cõprehẽdunt: quod erat oſtendendũ.* Euclid. ex Camp. Prop. 11.

11 PVncto in aere aſsignato, ab eo ad datã ſuperficiẽ perpẽdicularẽ ducere. CAMP. Sit pũctus a, ſurſum in aere, à quo uolumus ad ſuperficiem ſubiacentem, perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quã ab ipſo puncto a ducatur perpẽdicularis a d, ſecundum doctrinã 12 primi. Rurſusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis á puncto a, extrahatur linea d e quæ ſit perpendicularis ad lineã b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ ſit a f. Hãc dico eſſe eã quã intendimus. Sit enim linea f g æquidiſtãs lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f, eſt rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpendicularis ad ſuperficiẽ in qua eſt triangulus a d f, ideoq; etiã per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eãdem ſuperficiẽ. Igitur á diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cũq; etiã angulus d f a, ſit rectus, ſequitur ex 4 huius, lineã a f eſſe perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ d f & f g: quod eſt propoſitum.

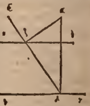


Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 A' dato ſigno in ſublimi, ad ſubiectũ planũ ꝑpẽdicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. Sit datum quidē ſignū in ſublimi α, datū autē planum ſuppoſitum. Oportet iam ab ipſo α ſigno, in ſubiectū planū perpendicularem rectā lineā ducere.* Extēdatur enim quædam in ſubiecto plano recta linea utcunq;, ſitq; β γ, exciteturq; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis eſt ad ſubiectum planū factum iam eſt quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipſo δ ſigno ipſi β γ in ſubiecto plano ad angulos rectos δ ε. Exciteturq; (per 12 primi) ab ipſo α, in ipſam δ ε, perpendicularis α ζ, et per ζ ſignū ipſi β γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniā β γ utriq; ipſarum δ α, δ ε, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planū ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt η θ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uerò ipſarum plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, ζ α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eā tangentes, & in eo quod per ε δ, ζ α, plano exiſtentes, ipſa η θ recta eſt (per conuerſionem diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autem ipſam, ipſa α ζ exiſtēs in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipſam ζ α recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta eſt ad ipſam η θ. Eſt autem & α ζ ad ipſam δ ε recta, igitur α ζ utrāq; ipſarum θ η, δ ε, recta eſt. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem ſe tangentibus in cōtactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod ſub ε δ, η θ, planū ad angulos rectos eſt. Quod autē per ε δ, η θ, planū eſt ſubiectū. Ipſa igitur α ζ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planum perpendicularis recta linea acta eſt: quod facere oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 12.

Ἀχθω



Superficie propoſita, punctóq; in ea aſsignato, ab eo puncto ad datā ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMP. Cum à puncto quolibet in ſuperficie propoſita aſsignato, perpendicularem educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aere ad libitū poſito ad eandē ſuperficiē perpendicularē (quemadmodum præmiſſa docuit) demitte, quę ſi in aſsignatum punctum ceciderit, ipſa eſt quam quęris. Sin autem, ab ipſa aſsignato puncto ad demiſſam perpendicularem, ęquidiſtantem ducito, eamq; per 8 huius probabis eſſe quam quæris.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 12.

Ad datū planū, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectā lineā cōſtituere. 12 THEON ex Zāb. Sit datū planū ſuppoſitū, ſignum autē in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineam conſtituere. Intelligitur ſignum quoddam in ſublimi, ſitq; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectum planum perpendicularis excitetur β γ, exciteturq; (per 11 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt α δ, γ β, altera autem ipſarum β γ ad ſubiectum planum ad rectos eſt angulos, reliqua igitur α δ ad ſubiectum ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datū igitur planū, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos cōſtituta eſt α δ. Quod facere oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.



Duas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſsibile eſt. 13

CAMPANVS. Si enim poſsibile eſt ut duę lineæ uni eidemq; ſuperficiei ſuper punctum unum perpendiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpendiculares ſitæ ſunt intelligatur produci quoſq; ſecet in ſuperficiē, cui dictæ lineę perpendiculariter inſiſtunt, eritq; per 3 huius, communis earum ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarum duarū perpendiculariū cum cōmuni ſectione continet angulum rectum, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſsibile. Quemadmodum autem demōſtratum eſt impoſsibile eſſe ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē duas lineas ſuper punctū unum ad eandē ſuperficiē eſſe perpendiculares, ita etiā demonſtrabimus impoſsibile eſſe duas lineas ab uno eodēq; puncto extra ſuperficiē ſignato ad eandē ſuperficiē protractas ad ipſam eſſe perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtantes ex 6 huius. Quod eſt impoſsibile ex diffinitione linearū æquidiſtantiū. Cōſtat igitur ex hac, quòd ſi aliqua ſupefircies plana aliam planam ſuperficiem orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſuperficiei ad ſuperficiē ſectam perpendicularis ducatur, in communi earum ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad communem earum ſectionem perpendicularis protrahatur, docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum communi ſectione, alia perpendicularis ad eandem communem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur, ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem cōtinent hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium, etiam

etiam eſt perpendicularis ad ſuperficiē ſectā. Ergo ab uno pūcto protractæ ſunt duæ lineæ perpendiculares ad eādem ſupeeficiē, quod eſt impoſsibile, eelinquitur itaq; peopoſitum noſtrum.

Euclid.ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13.

13 Ab eodem ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, ab eodem ſigno α, ad idem planū binæ rectæ lineæ αβ, αγ, ad angulos eectos conſtituantue ad eaſdem partes. * Extēdaturq; pee βα, αγ, planū. Quod iā efficiet ſectionem per α in ſubiecto plano lineā eectā, efficiat lineā δαε. Ipſæ igitur αβ, αγ, δαε, in uno ſunt plano (per 3 undecimi. Et quoniā γα ad ſubiectū planū ad angulos eectos eſt, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangētes & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionem) ipſam autem tangit δαε in ſubiecto exiſtens plano. Igitur angulus qui ſub γαε, rectus eſt, & id propterea angulus qui ſub βαε, rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub γαε ei qui ſub βαε, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ab eodē igitur ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraße.*

Euclid.ex Camp. Peopoſitio 14.

14 SI linea una ſuper duas ſuperficies aſsignatas orthogonaliter inſiſtat, illæ duę ſuperficies ſi etiā in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

CAMPANVS. Poſita enim una linea duabus ſuperficiebus oethogonaliter inſiſtere, ſi impoſsibile eſt ſuperficies illas cōcurrere, in earum cōmuni ſectione, quæ per 3 huius erit linea eecta. punctus quocūq; modo ſignetur, à quo duæ lineæ in illis duab. ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpendiculariter ſuperſtat protrahatue, erit conſtitutus triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularē conſiſtunt, eſt eectus, ut patet ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, hoc autē eſt impoſsibile per 32 primi. Ecōuerſoquoq;, uidelicet.

Si ſuper duas ſupficies æquidiſtātes linea recta ceciderit, q̄ ad alterā earū perpēdicularis ſit, ipſa quoq; perpēdicularis erit ad reliquā.

Poſitis enim duabus ſuperficiebus æquidiſtantibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quę alteri earū perpendiculariter ſuperſtat. Dico quòd eadē linea eeliquę ſuperficiei perpēdiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies una ſecās poſitas ſuperficies ęquidiſtātes, ſuper lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarū uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere, continens angulū eectum cū ipſa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiē. Si igitur alia cōmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecātis & reliquæ duarū ſectarū cū eadem linea penetrāte nō contineat angulū eectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes ſectiones in alterutrā paetē peotractę neceſſaeiò cōcurrāt, quare & ſuperficies quę poſitæ ſunt æquidiſtātes neceſſariò cōcurrēt. Et quia hoc eſt impoſſibile, erit ille angulus rectus. Eodēq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdē ſuperficies ęquidiſtātes ſecāte ſuper eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex iſta 14, cōſtat uerū eſſe q̄d diximus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 14.

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt ipſa plana.



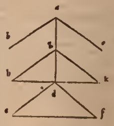
THEON ex Zāb *Recta enim quedā linea αβ, ad utrūq; γδ, εζ, planorū, eſto ad angulos eectos. Dico q. parallela ſunt ipſa plana. Si aūt nō, *extēſa cōcurrūt. Cōcurrāt. Efficiēt iā cōmunē ſectionē lineā rectā, efficiāt ηθ (p 3 undecimi) aſſumaturq; in ipſa ηθ, utcūq; ſignū κ cōnectāturq; ακ, βκ. Et quoniā αβ recta eſt ad ipſum εζ planū, & ad ipſam igitur βκ rectā lineā exiſtentē in ipſo εζ extenſo plano, recta eſt ipſa αβ. Igitur angulus qui ſub αβκ, rectus eſt. Et id propterea etiam angulus qui ſub βακ, rectus eſt. Trianguli igitur αβκ, anguli qui ſub αβκ, βακ, duob. rectis ſunt æquales. Quod eſt impoßibile (per 17 primi) Igitur ipſa γδ, εζ, plana, extēſa nō cōcurrūt, parallela igitur ſunt ipſa γδ, εζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt: quod oportebat oſtendere.*

Euclid.ex Camp. Propoſitio 15.

15 SI fuerint duę lineę ſe cōtingētes angulariter, æquidiſtātes alijs duabus ſe cōtingētibus, nō autē in ſuperficie una, ab

eiſdem

ciſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunque producantur, poſſunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingentibus in puncto d, & non ſint in ſuperficie una, dico earum ſuperficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim à puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad ſuperficiem duarũ linearũ a b & a c, ſitq; d g. & à puncto g, ducatur g h æquidiſtans a b, & g k, ęquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus et per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g k, & linea d e æquidiſtans lineę g h, quare per ultimam partẽ 29 primi, uterq; duorum angulorum e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearum a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propoſitio 15.*

Si binæ rectæ lineę ſeinuicem tangẽtes ad binas rectas lineas ſeinuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quę per ipſas plana. 15



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes αβ, βγ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangẽtes δε, εζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quòd & educta quæ per αβ, βγ & δε, εζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δε, εζ planum perpendicularis βη, & η extendatur in planũ per η ſignum. Et per η, ipſi quidẽ εδ parallelus excitetur (per 31 primi) ηθ, ipſi autẽ εζ, ipſa ηκ. Et quoniã βη ad id quod per δε, εζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionem) & in eodem quod per δε, εζ plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipſam utraq; ipſarũ ηθ, ηκ, exiſtens in eo quod per δε, εζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorum qui ſub βηθ, βηκ, angulorum. Et quoniam parallelus eſt βα ipſi ηθ, ipſi igitur ſub ηβα, βηθ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub βηθ, rectus igitur eſt qui ſub ηβα, igitur ipſa ηβ, ipſi βα ad angulos rectos eſt. Id propterea etiam βη, ipſi βγ ad angulos rectus eſt. Quoniam igitur recta linea βη duabus rectis lineis βα, βγ, ſeſe inuicem tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) βη, & ad id quod per βα, βγ, planum ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per ηθ, ηκ plano recta: quod uerò per ηθ, ηκ planum, id eſt quod per δε, εζ, ipſa igitur βη ei quod per δε, εζ, plano recta eſt. Igitur βη ad utrũq; eorum quæ per αβ, βγ, δε, εζ, planorum recta eſt. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur eſt quod per αβ, βγ, planum, ad id quod per δε, εζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodem plano parallela ſunt quæ per ipſas plana: quod erat oſtendendum.*

ἐκβαλλόμενα

συμβαλεῖται

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*

SI duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt. 16

CAMP. Conſtat equidẽ ex tertia, quod una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtãtes ſecãte, cõmunes earũ ſectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cũ ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecãte, ſi ipſę non fuerint æquidiſtantes, ponantur ad quodlibet unũ punctũ concurrere erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus ſit in utraq; illarũ duarũ ſectionũ communiũ. Cumq; una illarũ cõmunium ſectionũ ſit in una duarũ ſuperficierum ſectarũ & reliqua in altera ſequitur ſuperficies illas quę poſitæ ſunt eſſe ęquidiſtãtes concurrere, hoc autem impoſsibile eſt. Erunt igitur communes earũ ſectiones æquidiſtantes, quod eſt propoſitũ.

CAMPANVS. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionem unam ſimilem trigeſimę primi, uidelicet iſtam ipſam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoque erunt adinuicem æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidiſtat mediæ, dico quòd neceſſe eſt ipſas extremas ęquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illę tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoque inuicem ſecantibus, eruntq;

ex hac

ex hac 16 communes ſectiones duarum extremarum ſuperficierum, æquidiſtantes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarum ſuperficierum, erunt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ cõtingunt ſe in communi ſectione duarum ſuperficierum tres poſitas ſuperficies ſecantium, ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propoſitio 16.*

16 Si bina plana parallela à plano aliquo diſſecta fuerint, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.



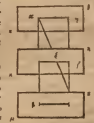
THEON ex Zamb. *Bina, inquã, plana parallela α β, γ δ, à plano ε ζ η θ ſecentur, communes autẽ ipſorũ ſectiones, ſint ε ζ, η θ. Dico q; parallelus eſt ε ζ, ipſi η θ. Si autẽ nõ, productæ ipſæ ε ζ, η θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε η concurrent. Producantur primum ad ζ θ partes, & concurrant in κ. Et quoniã ε ζ κ eſt in plano α β, & omnia igitur quæ in ipſa ε ζ ſigna in ipſo α β ſunt plano (per 1 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in ε ζ κ recta lineæ ſignorũ, eſt κ: igitur κ, in ipſo eſt α β plano, & id propterea etiam κ, in ipſo γ δ, eſt plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Nõ concurrunt autem per hypotheſin, quoniam parallela ſupponuntur. Ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε η productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ ſunt: parallelus igitur eſt ε ζ, ipſi η θ. Si bina igitur plana, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.* *Euclid. ex Camp.* *Propoſitio 17.*

17 SI ſuperficies tres uel plures æquidiſtãtes duas rectas lineas ſeinuicem contingentes uel æquidiſtantes ſecent, illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

CAMP. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrãtes qualitercunq; cõtigerit tres ſuperficies æquidiſtantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearum inter quaslibet duas ſuperficies interceptas, proportionales eſſe quibuſq; duab. inter alias duas ex illis æquidiſtantib. ſuperficieb. interceptis. Cõiungantur enim duæ extremitates illarũ duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ ſuperficies propoſitas, in ſuperficie una illas æquidiſtantes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierum communes ſectiones, quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 17.*

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis ſecenẽ, in eaſdẽ rationes ſecabũt.



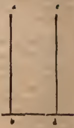
THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis η θ, κ λ, μ ν, ſecentur in α, ε, β, γ, ζ, δ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α ε recta linea ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Connectantur α γ, β δ, α δ, & concurrat α δ ipſi κ λ plano in ξ ſigno, connectaturq; ε ξ, ξ ζ. Et quoniã bina plana parallela κ λ, μ ν, à plano ε β, δ ξ, ſecantur, ipſorum communes ſectiones ε ξ, β δ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi) Idq; propterea quoniã bina plana parallela η θ, κ λ, à plano α ξ, ζ γ, ſecantur, communes ipſorum ſectiones α γ, ξ ζ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ, trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta eſt ε ξ, proportionaliter igitur ſicut α ε ad ε β, ſic eſt α ξ ad ξ δ. Rurſus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta eſt ξ ζ, proportionaliter igitur ſicut α ξ ad ξ δ, ſic γ ζ ad ζ δ, patuit autem et ſicut α ξ ad ξ δ, ſic α ε ad ε β, et ſicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε β, ſic γ ζ ad ζ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 SI in ſuperficie aſsignata orthogonaliter ſteterit linea, omnis ſuperficies à linea illa quorſumlibet ducta, ad eandẽ aſsignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.

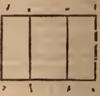
CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſsignatam ſuperficiem, & à linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam, Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem

ciem aſsignatã, erit earũ communis ſectio linea recta ex 3 huius, ſitq́ b d. In hac ergo communi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit d, extrahatur ab eo in ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ ſit d c. Eritq́ ex ſecunda parte 28 primi, linea c d, ęquidiſtans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, eſt etiam perpendicularis ad ſuperficiem propoſitam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipſam lineam b d in ipſa ſuperficie quæ producta eſt à linea a b, eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem, ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſuperficiem orthogonaliter erectæ: conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. *Propoſitio 18.*

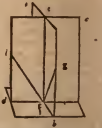
Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipſam plana ad idem planũ ad angulos rectos erunt. 18



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſubiecto plano ad angulos rectos eſto. Dico q. & omnia quæ per α β plana, ad ſubiectũ planũ ad angulos rectos ſunt. Extendatur, inquam, per α β, planum δ ε, ſitq́ (per 3 undecimi) communis ſectio ipſius δ ε lineæ plani, & ſubiecti, γ ε, & ſumatur in γ ε, contingens ſignum ζ, & ab ipſo ζ, (per 12 undecimi) ipſi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipſa ζ η. Et quoniam α β ad ſubiectum planum recta eſt, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes recta eſt ipſa α β (per 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta eſt. Igitur angulus qui ſub α β ζ, rectus, eſt autem qui ſub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipſi ζ η parallelus eſt. Ipſa autem α β, ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt, & ζ η igitur ad ſubiectum planũ ad angulos rectos eſt. Et quoniã (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planũ rectum eſt quando quæ cõmuni ſectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquum planum ad angulos fuerint rectos, & ipſi γ ε ſectioni planorum communi, in uno planorum δ ε ſcilicet ad angulos rectos acta ζ η, oſtenſa eſt ſuppoſito plano ad angulos rectos eſſe, igitur planum δ ε rectum eſt ad ſuppoſitum planum. Similiter iam oſtendetur quod omnia quæ per α β plana, recta ſunt ad ſubiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipſam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 19.*

SI duæ ſuperficies ſeinuicem ſecantes, ſupra unam ſuperficiem erectæ fuerint orthogonaliter, communis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit. 19



CAMPANVS. Sint duę ſuperficies a b & c d ſeinuicem ſecantes erectæ orthogonaliter ſuper aſsignatam ſuperficiem, ſitque communis earum ſectio linea recta e f. Hanc dico eſſe perpendicularẽ ad aſsignatam ſuperficiem. Alioqui à puncto f qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficierum ſecãtium & tertiæ ſuperficiei ſectę, producatur una linea recta quæ ſit f g, in ſuperficie a b, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ aſsignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem ſuperficiem quæ ſita ſit in ſuperficie c d, & ipſa ſit f h, erũtque duę lineæ f g & f h, orthogonaliter inſiſtentes ſuper punctũ unum ad ſuperficiem aſsignatam. Hoc autẽ impoſsibile eſt per 13 huius. Tales autem lineas poſſe protrahi à puncto f in utraque duarum ſuperficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad aſsignatam ſuperficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis ſectio ſuperficiei a b & ſuperficiei aſsignatæ, & linea f d, ſuperficiei c d & ſuperficiei aſsignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarũ linearum f b & f d, ipſa etiam erit perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, ſit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in ſuperficie aſsignata unam lineam perpendicularẽ ad lineã f b, quę ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g

continebit

continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad ſuperficiem aſsignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſsignata, quæ ſit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſsignatam, quod eſt impoſsibile per 13 huius. Quod ſi conſiteare lineam e f eſſe perpendicularem ad lineam f b, ſed non ad lineam f d, ſequetur modo conſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſsignatam. Quod nihil minus eſt impoſsibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.

19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipſorum communis ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit.



THEON ex Zamberto. *Bina etenim plana α β, β γ, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit β δ. Dico quod ipſa β δ, ad ſubiectũ planum ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo δ ſigno in plano quidem α β, ipſi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa δ ε, in plano autem β γ, ipſi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad ſubiectum planum rectum eſt, & communi ipſorum ſectioni α δ, ad angulos rectos, α δ in ipſo α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad ſubiectum planũ recta eſt. Similiter iam demõſtrabimus, quod & δ ζ ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno δ, ad ſubiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdem partes. Quod eſt impoſsibile. Igitur ad ſubiectum planum, à ſigno γ ad angulos rectos non conſtituetur alia, præter δ β communem ſectionem, ipſorum β α, β γ, planorum. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineant, illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo ſunt maiores.



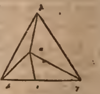
CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ ſupra ſuperficiem b c d, cõtinentes tres ſuperficiales angulos, ex quibus ſolidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in pũcto a conſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tantum æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualium, conſtat per communem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod ſi eorũ unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit, ſiue illi duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum maiorem & utrolibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorum angulorum ſuperficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie duarum linearum a c & a d, quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a h, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20.

20 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis planis comprehẽdatur, quiuis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quòd bini quomodocunque ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub β α γ,*

γ α δ, δ α ζ, anguli ſunt inuicem æquales, manifeſtum eſt quòd bini reliquo, quomodocunque ſuſcepti ſunt maiores. Si aūt, non ſit maior qui ſub β α γ, conſtituaturq́; (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad ſignum in ea α, angulo qui ſub δ α β, in eo quod per β α γ, plano, æqualis angulus β α ε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi α δ æqualis α ε, & per ε ſignum ducta β ε γ linea, diſſecet ipſas α β, α γ, rectas lineas in ſignis β, γ, connectanturq́; δ β, δ γ. Et quoniam δ α ipſi α ε eſt æqualis, communis autem α β, duæ igitur δ α, α β duabus ε α, α β, ſunt æquales, & angulus qui ſub δ α β, angulo qui ſub β α ε eſt æqualis: baſis igitur δ β (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniam duæ δ β, δ γ, ipſa β γ ſunt maiores, quarum δ β ipſi β ε oſtenſa eſt æqualis, reliqua igitur δ γ, reliqua ε γ maior eſt. Et quoniam ipſa δ α ipſi α ε æqualis, communis autem α γ, & baſis δ γ baſi ε γ maior eſt, angulus igitur qui ſub δ α γ, angulo qui ſub ε α γ maior eſt. Oſtenſum autem eſt, quòd & qui ſub δ α ζ, eſt æqualis ei qui ſub β α ε. Ipſi igitur qui ſub δ α β, δ α γ, eo qui ſub β α γ ſunt maiores. Si ſolidus igitur angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; aſſumpti ſunt maiores reliquo. Quod erat oſtendendum.

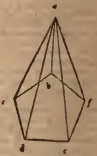


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 21.*

Omnis angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſſe probatur. 21

CAMPANVS. Anguli ſolidi quantitas, ex angulorum ſuperficialium ipſum ſolidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propoſitione id etiam proponitur, quoslibet ſuperficiales angulos ſolidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis eſſe minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius ſupremus angulus cum poſsit eſſe quilibet ſuorum angulorum, hic tamen ſit a, de quo dico, quod tres ſuperficiales anguli ipſum a continentes, ſunt minores quatuor rectis. Conſtat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumſtantium (& ipſi ſunt a b c, a c d a d b) eſſe æquales ſex angulis rectis, de tribus autem angulis baſis eius quę eſt triangulus b c d, conſtat quoq; per eãdem, quòd ipſi ſunt æquales duobus rectis. Cum igitur ſex anguli trium triangulorum prędictorum hanc noſtram pyramidem (de cuius ſupremo angulo diſputamus) circundantium, qui inquam ſex anguli cum tribus angulis baſis reliquos tres angulos ſolidos pyramidis continent, ſint ex præmiſſa ter aſſumpta maiores tribus angulis baſis, ſequitur ipſos ſex angulos eſſe maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his ſex angulis demptis erunt ex communi ſcientia reliqui tres (& ipſi ſunt qui conſtituunt ſolidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a ſupremus in aſſumpta pyramide pluribus angulis ſuperficialibus quàm tribus continetur, quod erit ſecundum multitudinem angulorum ſuæ baſis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipſam pyramidem circundantium pariter accepti ſint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuæ baſis duplicatus, eo quòd tot neceſſe eſt eſſe triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli ſuæ baſis, cumq́; omnes anguli ſuæ baſis ſint tot rectis angulis æquales quantus eſt numerus angulorum ſuorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonſtratum eſt: cumq́; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ipſius pyramidis cõſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis, ut euidenter conſtat ex præmiſſa toties quot angulos baſis habuerit repetita, adhuc neceſſariò ſequitur ex communi ſcientia, ſuperficiales angulos ſolidum angulum a continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis, eò inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium, qui ſuper latera baſis ſtatutę pyramidis conſiſtunt, excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.



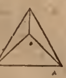


Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 21.*

Omnis ſolidus angulus, ſub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 21

THEON ex Zamb. *Sit ſolidus angulus qui ad α, comprehenſus ſub planis angulis qui ſub α β γ, δ α γ,*

δαγ, δαβ. Dico quòd ipſi βαγ, γαδ, δαβ, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarum αγ, αβ, αδ, rectarũ linearũ ſigna utcunq;, ſintq́; β, γ, δ, connectãturq́; βγ, γδ, δβ. Et quoniã ſolidus angulus eſt qui ad β, ſub tribus enim planis angulis comprehenditur, hoc eſt, ſub iis qui ſub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; ſumpti, reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γβα, αβδ, eo qui ſub γβδ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub βγα, αγδ, eo qui ſub βγδ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γδα, αδβ, eo qui ſub γδβ ſunt maiores. Igitur ſex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc eſt eis qui ſub γβδ, βγδ, γδβ, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniã uniuſcuiuſq; ipſorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui ſub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, ſex rectis ſunt æquales. Quorum qui ſub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, cõprehendentes ſolidũ angulũ, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat oſtendendum.

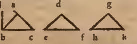


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

22 SI tres anguli ſuperficiales quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicẽ ęquis lineis cõtineantur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſorum linearum æqualium terminis ſubtendentibus, triãgulum ſubſtitui uel conſtitui poſsibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorum tertio ſint maiores, ſintq́; ſex latera eos cõtinentia, æqualia, quę ſunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtẽdantur eis tres baſes quę ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus triangulum aio cõſtitui poſſe. Eſto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uerò conſtat, totalẽ angulum a eſſe maiorẽ angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c. d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineę l b & b c maiores linea l c, ſequiẽ duas lineas l b & b c eſſe multo fortius maiorẽs linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erunt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc duntaxat addito, quod ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quę cum ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint longiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uerò ſi duo prędicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





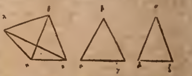


Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 22.*

22 Si fuerint tres anguli plani, quorũ bini reliquo ſint maiores q̃modocũq; aſſumpti, cõprehẽdant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ, ex cõnectẽtibus æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſsibile.

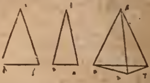
THEON ex Zamb. *Sint tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt αβγ, δεζ, ipſo ηθκ. ipſi autem qui ſub δεζ, ηθκ, ipſo αβγ, & inſuper qui ſub αβγ, ηθκ, eo qui ſub δεζ, ſintq́; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, connectãturq́; αγ, δζ, ηκ. Dico quòd ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulũ conſtituere eſt poßibile, hoc eſt quod ipſarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Si quidem qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtũ quod & ipſis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicẽ factis, eſt poßibile ex æqualibus ipſis*

αγ, δζ, ηκ, triangulũ cõſtrui. Si autẽ non, ſint inæquales. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam θη rectã lineã, & ad ſignũ in ea θ, angulo qui ſub αβγ, æqualis, angulus qui ſub ηθλ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis θλ, connectanturq́; ηλ, κλ. Et quoniã binæ αβ, βγ, duabus ηθ, θλ, ſunt æquales, et angulus qui ad β angulo qui ſub ηθλ eſt æqualis, baſis igitur αγ (per 4 primi) baſi ηλ eſt æqualis. Et quoniam qui ſub αβγ, ηθκ, eo qui ſub δεζ ſunt maiores, æqualis autẽ qui ſub ηθλ ei qui ſub αβγ, et ηθκ, qui igitur ſub κθλ eo qui ſub δεζ maior eſt. Et quoniam duæ κθ, θλ, duabus δε, εζ ſunt æquales, & angulus qui ſub κθλ angulo qui ſub δεζ maior eſt,



baſis igitur κλ (per 24 primi) baſi δζ maior eſt. Sed ipſæ ηκ, ηλ, ipſa κλ ſunt maiores, multomagis igitur ηκ, ηλ, ipſa δζ ſunt maiores. Aequalis autem eſt ηλ, ipſi αγ: ipſæ igitur αγ, ηκ, reliqua δζ ſunt maiores. Similiter iam oſtẽdemus, quòd & ipſæ quidẽ αγ, δζ, ipſa ηκ ſunt maiores, & ηκ, δζ, ipſa αγ. Poßibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulũ conſici: quod oſtendendum erat.

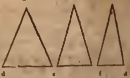
ALITER *Sint dati tres anguli plani qui ſub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo reliquo ſint maiores quomodocũq; aſſumpti. Cõprehendant autẽ ipſos æquales rectæ lineæ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ. Cõnectanturq́; ipſæ αγ, δζ, ηκ. Dico quòd ex æqualib. ipſis αγ, δζ, ηκ, triãgulũ cõſtrui eſt poßibile, hoc eſt rurſus quòd duæ reliquæ ſunt maiores quomodocũq; aſſumptæ. Siquidẽ rurſus qui ad β, ε, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ αγ, δζ, ηκ æquales, & duæ reliqua erunt maiores: Si autẽ nõ, ſint inæquales qui ad ipſa β, ε, θ, ſigna anguli, ſitq́; maior angulus qui ad β, utroq; ipſorũ ε, θ: maior*



igitur eſt (per 24 primi) & αγ recta linea, utraq; ipſarũ δζ, ηκ, & manifeſtũ, quòd αγ cum utraq; ipſarũ δζ, ηκ, reliqua maior eſt. Dico quòd & δζ, ηκ, reliqua αγ ſunt maiores. Cõſtituatur (per 23 primi) ad αβ rectã lineã ad ſignũq; in ea β, ei qui ſub ηθκ angulo æquus qui ſub αβλ, ponaturq́; (per 2 primi) uni ipſarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis βλ: cõnectãturq́; αλ, λγ. Et quoniã duæ αβ, βλ, duabus ηθ, θκ, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehẽdũt: baſis igitur αλ (per 4 primi) baſi ηκ eſt æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, ſigna anguli, eo qui ſub αβγ ſunt maiores, quorum qui ſub ηθκ, eo qui ſub αβλ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui ſub λβγ maior eſt, & quoniã duæ λβ, βγ, duabus δε, εζ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub δεζ, angulo qui ſub λβγ maior eſt, baſis igitur δζ (per 24 primi) baſi λγ maior eſt. Oſtẽſum aũt eſt quòd æqualis eſt ηκ ipſi αλ. Ipſæ igitur δζ, ηκ, ipſis αλ, λγ, ſunt maiores. Sed ipſæ αλ, λγ, ipſa αγ, ſunt maiores, multomagis igitur δζ & ηκ, ipſa αγ ſunt maiores. Ipſarũ igitur αγ, δζ, ηκ, rectarũ linearũ duæ reliqua ſunt maiores, quomodocũq; aſſumptæ. Poßibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis αγ, δζ, ηκ, triangulũ cõfici: quod oportuit oſtẽdere. Euclid. ex Camp. *Propoſitio 22.*

TRibus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorum quiq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omnes, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere. 23

CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c. de tribus illis æqualib. uolumus unũ ſolidũ angulũ cõſtituere. Oportet igit̃ ex ꝓ huius, ut quoq; duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 21 huius ut oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hęc poſita. Latera uerò eos cõtinẽtia cũcta adinuicẽ ſint ęqualia, eisq; ſubtẽdant tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, eritq; ex pręmiſſa poſsibile, de tribus lineis his baſib. æqualib. triãgulũ cõſtitui. Sit igit̃ ex eis ſecũdũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circũſcribatur circulus d e f ſupra cẽtrũ g. & protrahatur g d. g e, g f. Quæ cũ ſint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli, lateraq; tres propoſitos angulos ambiẽtia æqualia ex hypotheſi. neceſſe eſt ut earũ quęlibet quolibet illorũ laterũ ſit minor. ęqualẽ aũt aut maiorẽ eſſe eſt impoſsibile. Si enim linea exiẽs à cẽtro g circũferẽtiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d. a e. b e, b f, c f, c d. ſequeretur propter ea quę poſita ſunt, annuẽte 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe ęquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cũq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facilè patet ex 13 primi,



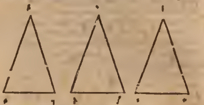
protracta

protracta paulliſper una linearũ exeunnium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis. Quod eſt cõtra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a, b, c, tribus triangulis diuidẽtibus triãgulum d e f uno quoq; illi cũ quo cõmunicat in baſi, ita q̃d baſes ſuperponantur baſibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, ſequeretur ex 21 primi tres angulos a, b, c, eſſe maiores tribus qui ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius cõtrarium poſitis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambientibus, maius eſſe linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiã potentius. Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ ſit ſecundũ 12 huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiem anguli uel circuli d e f, demittenturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres ſuperficiales æquales tribus ꝓpoſitis, cõſtituẽtes angulũ ſolidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarum linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineę d h ſit æquale eidẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe ęqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e. lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare cõſtat factũ eſſe quod facere diſpoſuimus.

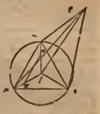


Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 23.*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo q̃modocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidũ angulum cõficere, oportet uerò ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.



THEON *ex Zamb. Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocunq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuperq; ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, ſolidũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triãgulũ cõfici eſt poßibile. Cõſtruatur, ſitq; λ μ ν, ſic ut α γ æqua ſit ipſi λ μ, & δ ζ ipſi μ ν & η κ ipſi λ ν. Circũſcribatur autẽ (per 5 quarti) ipſi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, ſumaturq; (per 1 tertij) ipſius centrũ, quod quidẽ erit aut intra triãgulũ λ μ ν, aut in uno laterũ ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulũ, ſitq; ξ, cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quòd α β, ipſa λ ξ maior eſt. Si autẽ non, aut α β ipſi λ ξ eſt æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã α β ipſi λ ξ eſt æqualis, ſed α β ipſi β γ eſt æqualis, igitur λ ξ ipſi β γ eſt æqualis. Ipſa autẽ λ ξ ipſi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α β, baſi λ μ ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub λ ξ μ eſt æqualis. Id propterea etiã & qui ſub δ ε ζ, ei qui ſub μ ξ ν eſt æqualis, & præterea qui ſub η θ κ, ipſi qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipſis tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, ſunt æquales. Sed tres qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis ſunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur α β ipſi λ ξ æqualis nõ eſt. Dico etiã quod nec minor eſt α β, ipſa λ ξ. Si enim poßibile eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis ξ ο, ipſi autẽ β γ æqualis ξ π, cõnectaturq; ο π. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt & ξ ο ipſi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi ο π, & æquiangulũ eſt λ μ ξ ipſi ο π ξ, quẽadmodum igitur ξ λ ad ipſam λ μ, ſic eſt ξ ο ad ο π, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem eſt λ ξ ipſa ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ο π. Sed ipſa λ μ, poſita eſt ipſi α γ æqualis, & α γ igitur, ipſa ο π maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales, & baſis α β baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ, angulo qui ſub ο ξ π maior eſt (per 25 primi.) Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub δ ε ζ, eo qui ſub μ ν ξ maior eſt. & qui ſub η θ κ eo qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur tres anguli qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ ſunt maiores. Sed qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis ſupponuntur minores: multo igitur magis qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Non igitur α β minor eſt quàm λ ξ. Oſtenſum autem eſt, quod neq; æqualis, maior igitur eſt α β quàm λ ξ.*

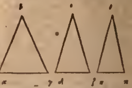


 Conſtitua-

Cõſtituatur iam à ſigno ξ ipſius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius eſt quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquũ eſto quod ex ξ ρ, cõnectãturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniã ρ ξ recta eſt & ad ipſius λ μ ν circuli planũ. & ad unãquãq; igitur ipſarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ, (per cõuerſionẽ ſecũdæ diffinitionis undecimi) recta eſt ipſa ρ ξ. Et quoniã æqualis eſt λ ξ ipſi ξ μ, cõmunis aũt et ad angulos rectos eſt ξ ρ, baſis igitur ρ λ (p 4 primi) baſi ρ μ eſt æqualis. Iã id propterea & ρ ν, utriq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, eſt æqualis. Ipſæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Et quoniam quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei ſupponitur æquũ qđ ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ eſt eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eſt aũt quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum eſt (p 47 primi) quod ex λ ρ, rectus enim eſt qui ſub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β æquũ eſt ei qđ ex ρ λ. Aequalis igitur eſt α β, ipſi ρ λ. Sed ipſi quidẽ α β, æqualis eſt unaquæq; ipſarũ β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipſi autẽ ρ λ, æqualis eſt utraq; ipſarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipſarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, unicuiq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, æqualis eſt. Et cũ duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & baſis λ μ baſi α γ ſupponitur æqualis, angulus igitur q ſub λ ρ μ (p 8 primi) ei q ſub α β γ eſt æqualis. Id propterea & q ſub μ ρ ν, et qui ſub δ ε ζ eſt æqualis, & qui ſub λ ρ ν, et qui ſub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui ſub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, ſolidus angulus cõſtruitur qui ad ρ, cõprehẽſus ſub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis: quod facere oportebat. Sed iam eſto cẽtrũ circuli in uno laterũ trianguli, ſitq; in μ ν, eſtoq; ξ. Connectaturq; λ ξ. Dico rurſus quòd maior eſt α β, quã λ ξ. Si autẽ nõ, aut α β eſt æqualis ipſi λ ξ, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã α β, β γ, hoc eſt δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc eſt ipſi μ ν ſunt æquales. Sed ipſa quidem μ ν, ipſi δ ζ ſupponitur æqualis & ipſæ igitur δ ε, ε ζ, ipſi δ ζ ſunt æquales. Quod eſt impoſsibile. Igitur α β, ipſi λ ξ, æqualis nõ eſt. Similiter iã oſtẽdemus, quod neq; minor, igitur ipſa α β, maior eſt q̃ λ ξ. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex α β eo qđ ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planũ cõſtituemus ſicut quod ex ρ ξ, cõſtituetur problema.



Sed iã eſto centrũ circuli extra triangulũ λ μ ν, ſitq; ξ. Cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & ſic maior eſt α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut æqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi μ λ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub μ ξ λ eſt æqualis. Idq; propterea etiam qui ſub η θ κ, et qui ſub λ ξ ν eſt æqualis. Totus igitur qui ſub μ ξ ν, duobus qui ſub α β γ, η θ κ, eſt æqualis. Sed qui ſub α β γ, η θ κ, ipſo qui ſub δ ε ζ ſunt maiores. Et qui ſub μ ξ ν igitur, eo qui ſub δ ε ζ maior eſt. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ ν, ſunt æquales, & baſis δ ζ, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Patuit autẽ quod & maior. Quod eſt abſurdũ. Igitur α β ipſi λ ξ non eſt æqualis. Itidẽq; oſtẽdemus quod neq; minor. Igitur ipſa α β, maior eſt quàm λ ξ. Et ſi etiam ad angulos rectos in circuli plano rurſus cõſtituamus ipſam ξ ρ, & ipſi æqualem ponamus eam quæ poteſt id quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, cõſtituetur problema.



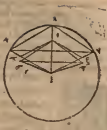
Dico inſuper quod α β nõ eſt minor quàm λ ξ. Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ α β æqualis ξ ο ipſi autẽ β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis α β ipſi β γ, æqualis eſt ξ ο ipſi ξ π, quare et reliqua ο λ, reliquæ μ π, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi π ο, & æquiangulum eſt triangulũ λ ξ μ ipſi triangulo π ξ ο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λ ξ ad λ μ, ſic ξ ο ad π ο, & uiciſsim (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem eſt λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur eſt & λ μ quàm ο π. Sed λ μ, ipſi α γ eſt æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior eſt (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ (per 25 primi) angulo qui ſub ο ξ π maior eſt.



Similiter iam & ſi ipſam ξ ρ æqualem utriq; ipſarum ξ ο, ξ π, aſſumamus & connectamus ipſam ο ρ, oſtendemus quod & qui ſub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior eſt. Cõſtituatur iam (per 23 primi) ad ipſam λ ξ rectã lineam, ad ſignumq; in ea ξ, et quidem qui ſub α β γ angulo æquus angulus qui ſub λ ξ σ, ei autem qui ſub η θ κ æqualis qui ſub λ ξ τ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipſarum σ ξ, ξ τ, ipſi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniã binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β γ angulo qui ſub ο ξ σ eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) hoc eſt λ μ baſi ο σ eſt æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipſi ο τ eſt æqualis. Et quoniam duæ λ μ, λ ν, duabus ν σ, ο τ ſunt æquales, & angulus qui ſub μ λ ν angulo qui ſub σ ο τ maior eſt, baſis igitur μ ν (per 25 primi) baſi σ τ maior eſt. Sed ipſa quidem μ ν, ipſi δ ζ eſt æqualis, & ipſa igitur δ ζ quàm σ τ maior eſt. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, ſunt æquales, & baſis δ ζ baſi σ τ maior eſt, angulus igitur qui ſub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui ſub σ ξ τ maior eſt. Aequalis autem

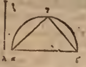
eſt qui

eſt qui ſub ε ξ π, eis qui ſub α β γ, ν θ κ. Igitur qui ſub Δ ε ξ, eis qui ſub α β γ, ν θ κ, maior eſt Sed & minor. Quod eſt impoßibile. Quomodo autẽ id quod ex ε ξ, æquum ſumatur ei quo quod ex α ϐ maius eſt eo quod ex λ ξ, ſic oſtendemus. Exponãtur α ϐ & λ ξ rectæ lineæ, ſitque maior α β, deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β. & in ſemicirculo α γ ϐ annectatur ipſi λ ξ, rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectaturq; γ β. Quoniã igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α β γ (per 31. tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ξ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ ϐ. Si ipſi igitur γ β æqualem ξ ε aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ: quod facere propoſueramus.*



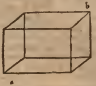
ἐνηρμόσθω

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.



14 Si ſuperficiebus æquidiſtantibus ſolidum contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicem æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

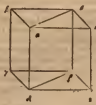
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentũ, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenarium excedẽte. Cõſtat enim columnam hexagonã, poſſe octo ſuperficiebus quę binæ & binæ oppoſitę ſibi inuicẽ æquidiſtant, cõtineri. Sic quoq; octogonã 10, & decagonã 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omniũ ſolidorũ æquidiſtantibus ſuperficiebus cõtentorũ, quæ infinita eſſe pronuncio, ſolũ illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiẽtes parallelogrãmæ ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri De tali itaq; quod ſex tantũ ſuperficieb. ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidũ, corpus a b, cuius omnino ſuperficies fac ut ſolido habitu mente comprehẽdas, patebitq; tibi unamquãq; earũ quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cũ ſint communes ſectiones ipſius ſecãtis & quatuor ſectarum. Sint autem illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundum quod adinuicẽ opponuntur, æquidiſtantes ex hypotheſi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecãtis & quatuor ſectarũ ſint adinuicẽ bina & bina æquidiſtantia. Cõſtat itaq; ſecundũ. At uerò ex 34 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarũ ſex ſuperficierũ eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulũ planũ continentia cuiuſq; earũ, æqualia binis lateribus angulũ planũ in ſuperficie ſibi oppoſita continentib. anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, ęquales per 10 huius. Igitur ex conuerſa penultimę communis ſcientiæ in primo libro poſitę. neceſſe eſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales, Quod eſt propoſitum.

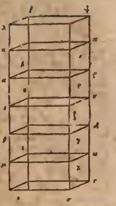


Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 24.*

24 Si ſolidum ſub parallelis planis comprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

THEON *ex Zamb. Solidum, inquam, γ Δ θ κ, ſub parallelis planis α γ, κ ζ, α θ, Δ ζ, ζ ϐ, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β κ, γ ε, à plano α γ ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur eſt α β ipſi γ Δ. Rurſus quoniam planũ α γ diſpeſcit plana bina parallela β ζ, α ε, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per eandem) parallelus igitur eſt α Δ, ipſi ϐ γ. Patuit autem quod & α β ipſi Δ γ eſt parallelus: parallelogrammum igitur eſt α Δ, ipſi β γ. Similiter iam oſtendemus quod & unumquodq; ipſorum Δ ζ, ζ κ, α β, β ζ, α ε, parallelogrammũ eſt. Connectantur α θ, Δ ζ. Et quoniã parallelus eſt α ϐ, ipſi Δ γ, & ϐ θ, ipſi γ ζ, binæ iam α β, ϐ θ, ſeſe inuicẽ tangẽtes, binis rectis lineis Δ γ, γ ζ, ſeſe inuicem tangentibus parallelæ ſunt, non tamen in α ϐ,*





ſolidũ ad ι α γ δ ſolidũ. Extẽdatur enim α θ ex utraq; parte, ponãturq́; ipſi quidẽ ι θ æquales quotcũq;, δ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq́; ipſa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogramma & ipſa λ π, κ ϱ, δ μ, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ϛ, κ φ, α ζ, parallelogrãma ſibijnuicẽ (per 1 ſexti) & ipſa quoq; κ ξ, κ β, α κ, ſibi inuicẽ (per eadẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ψ, κ π, α ϱ, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq́; propterea etiã ipſa quidẽ ι γ, δ χ, μ σ, parallelogãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti), ipſa quoq; θ κ, δ ι, ι ν, ſibi inuicẽ (per eandẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ θ, μ ω, ν τ (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, κ ϱ, α ν, ſolidorum, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq́; propterea et ipſorũ ι δ, δ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, κ ϱ, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 6 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι δ, δ μ, μ τ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis, ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ υ ſolidũ ipſius α υ ſolidi, & iam id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis ipſius ζ θ baſis, totuplex eſt & ν υ ſolidum ipſius θ υ ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquum eſt & λ υ ſolidum ipſi ν υ ſolido, & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quoq; ipſum λ υ ſolidum ipſum ν υ ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam exiſtẽtibus magnitudinibus, binis quidem baſibus α ζ, ζ θ, duobus autem ſolidis α υ, υ θ, aſſumuntur æquè multiplicia, ipſius quidẽ α ζ baſis et α υ ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ υ ſolidum, ipſius aũt θ ζ baſis & θ υ ſolidi, ipſa ν ζ baſis & ipſum ν υ ſolidũ. Oſtenſumq́; eſt, q. ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ζ, excedit quoq; λ υ ſolidum, ipſum ν υ ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionem 6 quinti.) In eadem autem magnitudines eſſe dicuntur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ζ θ baſin, ſic eſt α υ ſolidum ad θ υ ſolidum: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 26.*

26 SVper datũ punctũ datę lineæ, angulo ſolido propoſito ęqualem angulũ ſolidum cõſtituere.

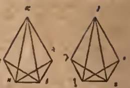


CAMP. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidum perficientes continentibus, cui ſuper punctum e lineæ e f propoſitæ quæ ad libitum pro ponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualem angulum ſolidum conſtituere. Qualiſcunq; ſit ſitus lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris ſignato, producito lineam g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficie ſuper punctum e datum in aſsignata linea ſecundum conſilium 23 primi cõſtitue angulum æqualem angulo b a c, & ipſe ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineam a h ſicut uolueris, & à puncto h producito perpendicularem h k ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qua iter faciendum ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert utrum perpendicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earum altera, ducito tamen lineam a k. Poſitoq; puncto l in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulum f e m in ſuperficie linearum e f & e g, æqualem angulo b a k, & lineam e m æqualem lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineam e p æqualẽ lineæ a l, & à puncto m educ lineam m n perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualem h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulum ſolidum in puncto e, æqualem angulo a propoſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem, erunt ex 4 primi duæ lineę a h & e n æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiam per eandem h l & n p ęquales, cũ ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p. æqoalis angulo h a l. Simili quoqoe modo probabis, angulum g e n eſſe æqualem angulo c a d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod uoluimus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcunq; lateribus, a ſolidus angulus propoſitus contineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 26.*

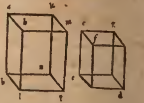
26 Ad datam rectam lineam, ad ſignumq; in ea, dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere.

THEON



THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea αβ, datumq́; in ea ſignũ ſit α, datus angulus ſolidus ſit qui ad δ, comprehenſus ſub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis planis. Oportet iam ad ipſam αβ rectã lineã, & ad ſignũ in ea α, ei qui ad δ ſolido angulo æquũ ſolidum angulũ conſtituere. Sumatur in ipſa δζ, cõtingẽs ſignum ζ, exciteturq́; (per 14 undecimi) ab ipſo ζ, ad id quod per εδ, δγ, planũ perpẽdicularis ζη, & occurrat plano in η, cõnectaturq́; δη, cõſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam αβ, & ad ſignũ in ea α, ei qui ſub εδγ angulo æqualis angulus qui ſub βαλ, ei autem qui ſub εδη, æqualis qui ſub βακ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi δη æqualis ακ, conſtituaturq́; (per 19 undecimi) ab ipſo κ ſigno, ei quod per βαλ plano ad angulos rectos κθ, ponaturq́; (per 2 primi) κθ ipſi ηζ æqualis, cõnectaturq́; θα. Dico quod angulus ſolidus qui ad α, comprehenſus ſub βαλ, βαθ, θαλ, angulus æquus eſt ei qui ad δ ſolido angulo, comprehenſo ſub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis. Auferantur enim æquales αβ, δε, cõnectanturq́; θβ, κβ, ζε, ηε. Et quoniã ζη recta eſt ad ſubiectum planũ, & (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangentes eã rectas lineas & in ſubiecto exiſtẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur uterq; ipſorũ qui ſub ζηδ, ζηε, angulorũ, & iã id propterea uterq; ipſorũ θκα, θκβ, angulorum, rectus eſt. Et quoniam binæ κα, αβ, duabus ηδ, δε, ſunt æquales altera alteri, & æquales comprehendunt angulos, baſis igitur κβ (per 4 primi) baſi ηε eſt æqualis. Eſt autẽ & κθ ipſi ηζ æqualis, et rectos comprehendunt angulos, æqualis igitur eſt & βθ, ipſi ζε. Rurſus quoniã duæ ακ, κθ, duabus δη, ηζ, ſunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, baſis igitur αθ (per 4 primi) ipſi δζ eſt æqualis. Eſt autẽ & αβ, ipſi δε æqualis, binæ igitur θα, αβ, duabus ζδ, δε, ſunt æquales, & baſis θβ, ipſi ζε eſt æqualis. Angulus igitur qui ſub βαθ (per 8 primi) angulo qui ſub εδζ eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub θαλ ei qui ſub ζδγ eſt æqualis. Quoniam ſi aſſumamus æquales αλ, δγ, connectamusq́; ipſas κλ, θλ, ηγ, ζγ, quoniam totus qui ſub βαλ, toti qui ſub εδγ eſt æqualis, quorum qui ſub βακ, ei qui ſub εδη ſupponitur æqualis, reliquus igitur qui ſub κα λ, reliquo qui ſub ηδγ eſt æqualis. Et quoniam binæ κα, αλ, duabus ηδ, δγ, ſunt æquales, & rectos comprehendunt angulos, baſis igitur κλ (per 4 primi) baſi ηγ eſt æqualis. Eſt autẽ & κθ, ipſi ηζ æqualis, binæ iam λκ, κθ, binis γη, ηζ, ſunt æquales, & angulos rectos comprehendunt: baſis igitur θλ (per 4 primi) baſi ζγ eſt æqualis. Et quoniã binæ θα, αλ, duabus ζδ, δγ, ſunt æquales, & baſis θλ baſi ζγ eſt æqualis, & angulus igitur qui ſub θαλ (per 8 primi) angulo qui ſub ζδγ eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ſub βαλ, ei qui ſub εδγ æqualis, ad datam igitur rectam lineam αβ, ad datumq́; in ea ſignum α, dato angulo ſolido qui ad δ æqualis angulus ſolidus cõſtitutus eſt: quod erat agendũ.* Eucl. ex Cãp. Prop. 27.

SVper aſsignatã lineam, dato ſolido æquidiſtantiũ ſuperficierum, ſimile ſolidũ conſtituere. 27



CAMP. Sit aſsignata linea a b, d e, cuius ſitu utrũ in plano iaceat uel ſurſum exurgat, nil curetur, ſitq́ aſsignatũ parallelogrammũ ſolidũ, corpus c d, cui ſuper lineã a b, iubemur ſimile ſolidũ fabricare. Sint igitur tres lineę continẽtes ſupeficiales angulos, ex quib. cõponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ literis c e, c f, c g. At ſecũdũ præcepta præmiſſæ ſuper punctũ a lineæ a b cõſtituatur angulus ſolidus æqualis c, quẽ contineant tres lineę a b, a h, a k. & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e, ad a b, & c f ad a h, & g c, ad a k, proportio una. Dehinc à trib. pũctis b, h, k, protrahãtur ſex lineæ h l ęquidiſtẽtes lineę a b, & h m æquidiſtans lineæ a k, iterũ b l æquidiſtãs lineę a h, & b n æquidiſtans lineæ a k, rurſus quoq; k n ęquidiſtãs a b, & k m æquidiſtãs a h, amplius sũt protrahãtur, m p æquidiſtãs h l, & p l ęquidiſtãs h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́ completũ ſolidum parallelogrammũ a p, quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autem ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum & diffinitiõne ſimilium coeporum ſi earum memineris, facile concludes.

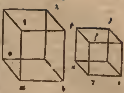
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 27.*

Ex data recta linea, dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere. 27

THEON ex Zãb. *Eſto quidẽ data recta lineæ αβ, datũ autẽ ſolidũ parallelepipedũ eſto γδ. Oportet iam ex data recta linea αβ, ipſi γδ ſolido paeallelepipedo dato ſimile ſimiliterq́; poſitum ſolidũ para' elepipedum deſcribere. Cõſtituatur enim (per 26 undecimi) ad ipſam αβ, rectam lineam, ad ſignumq́; in ea α, ei qui ad γ ſolido angulo æqualis qui ſub βαθ, θακ, καβ, comprehenditur, ut æqualis ſit qui ſub βαθ ei qui ſub εγζ, qui uerò ſub βακ ei qui ſub εγη, inſuper qui ſub καθ, ei qui ſub ηγζ. Fiatq́; ſicut εγ ad γη, ſic βα ad ακ: ſicut autem ηγ ad γζ, ſic κα ad αθ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut εγ ad γζ, ſic βα ad αθ.*

C ompke-

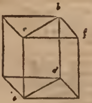
Compleaturq́ue ipſum θ β parallelogrammum, & ipſum α λ ſolidum. Et quoniam eſt ſicut ι γ ad γ ε, ſic β α ad α κ, & quæ circum æquos angulos qui ſub ι γ ε, β α κ, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammũ κ ι ipſi η β parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionem ſexti.) Idq́ue propterea & κ θ parallelogrammum ipſi η ζ parallelogrãmo eſt ſimile, & inſuper ipſum ζ ι ipſi θ β. Tria igitur parallelogramma ipſius γ δ ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius α λ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γ δ ſolidum, toti α λ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea α β, dato ſolido parallelepipedo γ δ ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptum eſt α λ: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 28.*

28 SI ſuperficies aliqua ſolidũ parallelogrammũ ſuper duas quaslibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eãdem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt.

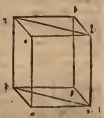
CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidum parallelogrammum, de quo ſit poſitum quòd ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierum oppoſitarum ipſum terminantiũ, quæ ſint a d & c b. Dico quòd ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitum, per æqualia. Conſtat enim quòd ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia, quorum ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, ſecundum quod ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti, manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi conſtat, trilateras ſuperficies dictorum ſerratilium eſſe æquales. Igitur à diffinitione ſolidorum æqualiũ, liquet quod propoſitum eſt.



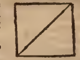
Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 28.*

28 Si ſolidũ parallelepipedũ plano ſecetur per diagonios eorũ quæ ex oppoſito planorum, ipſum ſolidũ ſecabitur ab ipſo plano bifariam.

THEON ex Zãb. *Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ε ζ, ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorũ γ ζ, δ ε. Dico quòd ipſum α β ſolidum ab ipſo γ δ ε ζ plano bifariam ſecabitur. Quoniã enim (per 34 primi) γ η ζ triangulum æquũ eſt triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ε ipſi δ ε θ, eſt autem γ α parallelogrammum ipſi β ε æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem η ε ipſi γ θ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γ η ζ, α δ ε, & tribus parallelogrammis, hoc eſt η ε, α γ, γ ε, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γ ζ β, δ ε θ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γ θ, β ε, γ ε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β ſolidum bifariam ſcinditur ab ipſo γ δ, ε ζ, plano: quod erat oſtendendum.*



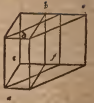
ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit, & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 29.*

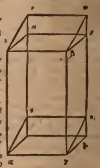
29 CVncta ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æquè alta atq; in eadẽ baſi ſuper unam lineam conſtituta, probantur eſſe æqualia.

CAMPANVS. Verum eſt quòd ſolida æquidiſtantium laterum æquè alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eandem baſin conſtituta, ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin, & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis, in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorum quædam dicuntur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa, quorum ſupremarum ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-



demonſtrandum, ipſa omnia eſſe ęqualia adinuicem. Sunt autem eorum alia quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem ęqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecũdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciēs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quę ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

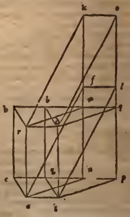
Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29.*



Super eadē baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda cōſiſtentia, quorū ſtantes ſuper eiſdē ſunt rectis lineis, inuicē ſunt æqualia. 29

THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadē baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α κ, λ μ, λ ν, γ δ, γ ε, β θ, & β η, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν δ κ plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquũ eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammum eſt utrũq; ipſorum γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ β utriq; ipſarum δ θ, ε κ. Quare & δ θ, ipſi ε κ eſt æqualis. Communis auferatur ε θ, reliqua igitur δ ε, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ε triangulum ipſi θ κ β triangulo eſt æquale, & δ κ parallelogrammũ ipſi θ ν parallelogrammo, & id propterea triangulum α κ ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γ ζ parallelogrammum, ipſi β μ parallelogrammo æquum, & γ κ, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma comprehenſum ſub duobus quidem triangulis ζ α κ, δ γ ε, tribusq; parallelogrammis α θ, δ κ, γ κ, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μ λ ν, θ β η, & tribus parallelogrammis, hoc eſt β μ, ν θ, β ν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidem ſit parallelogrammum α β, ex oppoſito autem κ ε θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedum, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicem æqualia.* Quod oportuit oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 30.*



CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æquè alta, quę in eadē baſi, nō autem ſuper unam lineã fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia. 30

CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b et a c ęquè alta ſiue inter ſuperficies ęquidiſtãtes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c, duarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, nō erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo quod ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta

ſecundum

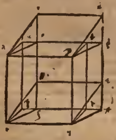
ſecundum rectitudinẽ,ſecent duo alterius earum protracta ſecundum rectitudinem: Protrahantur itaq; duo oppoſita latera ſuperficiei e b,quæ ſint e g & h b,& duo oppoſita ſuperficiei f c, quę ſint k f & c l,& ſecent quatuor puncta m,n,p,q,eritq; ſuperficies m n p q, ęquidiſtãtium laterum, æqualis unicuiq; triũ ſuperficierum,quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis cõmunis, & ipſa eſt a d.& duæ reliquæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum,& ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q,ad quatuor angulos baſis a d ſibi inuicem directã habitudinem relatos,quæ ſit n a,m r,p ſ,q d,perfectum erit ſolidum parallelogrãmum a q in eadem baſi cum utroq; duorum priorum,& æquè altum, & ſuper lineam unam cum utroque ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorum quæ ſunt a b & a c,eſt æquale ſolido a q.per conceptionem ergo eſt ſolidum a b,æquale ſolido a c,quare cõſtat propoſitum.

CAMPANVS. Potes quoq; conuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet,dycendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida pararallelogramma eſſe ęqualia & cõſtituta ſuper eãdem baſin æquidiſtantia,& demonſtrabis ea eſſe æquè alta. Eruntq; hæc & præmiſſa tuæ demonſtrationis mediũ. Impoſsibile aũt ad quod duces,erit partẽ ſuo toti eſſe æqualẽ. Quod euidenter patebit,ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius,cum tamẽ ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum ęquè altum demiſsiori abſcideris. Hoc autem abſciſſum æquale eſſe demiſsiori conuinces ex hac & præmiſſa, ideoq; & toti illi à quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 30.*

30 Sup eadẽ baſi exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadẽ altitudine,quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis, inuicẽ ſunt ęqualia.

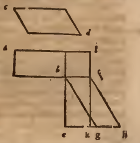
THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepepida γ μ,γ ν,ſub eadem altitudine,quorum ſtantes α ζ,α κ,λ μ,λ ν,γ δ,γ ε,β θ,β κ,non ſint ſuper eiſdem rectis lineis. Dico quòd ſolidum γ μ,æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Extendantur, inquam, ipſæ ν κ,κ ε, inſuper et ipſæ μ θ,ζ δ,concurrantq; adinuicem in ο,ϱ,π,ξ,ſignis, cõnectanturq; α ξ,λ ο,γ π,β ϱ. Aequũ iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γ μ ſolidum,cuius baſis eſt α γ β λ,parallelogrammum,ex oppoſito uerò ζ δ θ μ,ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ β λ, parallelogrammum,ex oppoſito autem ξ π ϱ ο,ſuper eadẽ enim baſi ſunt α γ β λ,quorũ ſtantes α ζ,α ξ,λ μ,λ ο,γ δ,γ π,β θ, β ϱ,ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ζ π,μ ϱ. Sed ſolidum γ ο,cuius baſis quidem eſt α γ β λ parallelogrammum,ex oppoſito autem ξ π ϱ ο,æquum eſt ipſi γ ν ſolido,cuius baſis quidem α γ β λ,parallelogrammum,ex oppoſito autem κ ε κ ν,ſuper eadem enim ſunt baſi α γ β λ,& ipſorum ſtantes α κ,α ξ,γ ε,π γ,λ ν,λ ο,β κ,β ϱ,ſuper eiſdem ſunt rectis lineis λ ξ, α κ. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida & parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorũ ſtantes nõ ſunt ſuper eiſdem rectis lineis,ſunt inuicem æqualia: quod erat oſtendendum.*

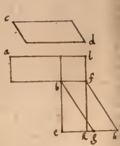


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

31 SOlida ęqdiſtãtiũ ſupficierũ in baſib. æquis cõſtituta,ſi fuerint ęquè alta,lineęq; eorũ angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æqualia.

CAMPANVS. Et hoc quoq; uerũ eſt q̃d omnia ſolida parallalelogrãma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtantes,ſiue æquè altã conſtituta ſunt ad inuicem æqualia,ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper æquales baſes & inter lineas æquidiſtãtes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At talium ſolidorum,alia quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonſtrandum ea eſſe æqualia. Alia uerò ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas baſes non ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequens demonſtrandum proponit ea eſſe ęqualia. Intelligantur





gantur itaque ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſiot æquales & æquidiſtantium laterum non tamen unius creationis, ſed ſit a b tetragonus longus & c d diſsimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æquè alta, ſintq́ lineę erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpendiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicem eſſe æqualia. Protrahatur itaq́ duo latera baſis a b, & ſint illa quę continēt angulum b, uſq́ ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c baſis c d & ſumantur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus baſis c d, quę continent angulum c & perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterum b h, quæ erit ęqualis & ſimilis baſi c d. Deinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq́ quadrilatera ſuperficies b k ęquidiſtantium laterum, ęqualis b h, ex 35 primi. Cumq́ b h ſit æqualis c d, erit per conceptionem b k æqualis a b. Compleatur itaque ſuperficies ęquidiſtantium laterum b l, ęrotracta linea k f quouſq́ concurrat cum uno er lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ ſunt b h, b k b l, conſtituantur æquè alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſin a b, ſintq́ lineæ omnium ſolidorum iſtorum erectę ſuper baſes perpendiculares ad ipſas & appellentur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdē nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum ęqualium atq́ ſimilium, quod duo ſolida b h & c d, ęqualia atq́ ſimilia ſunt: de ſolidis autem b h & b k, conſtat ex 29 quòd ipſa ſunt æqualia: ſunt enim ęquè alta & conſtituta ſuper eandem baſin, & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unam eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq́ ſit utriuſq́ duarū baſium a b & b k ad baſin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriuſq́ duorum ſolidorum a b & b k ad ſolidum b l proportio una, igitur ex prima parte 9 quinti erunt duo ſolida a b & b k ęqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidumq́ b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 31.*

SI ſolida ęquidiſtantium ſuperficierum in æquis baſibus cōſtituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint, ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt. 31

CAMPANVS. Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui ſint æquidiſtantium terminorum & æquè alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, non autem ſuper baſes ſuas erecta, ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur, quæ ex ſexta erunt ſingulæ ęquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hęc duo ſolida ultimò conſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cumq́ duorum priorum & duorum poſteriorum ſint eædem baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cōſtat ex 29 uel 30 & hac communi ſcientia quæcunque æqualibus ſunt æqualia, ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes conuerſas huius & præmiſſæ eiuſdem mediantibus indirectæ demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentium deducendo: pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æquè alta, uel pones ea eſſe æquè alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 31.*

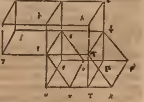
Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtētia, & ſub eadem altitudine inuicem ſunt æqualia. 31

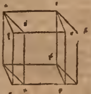


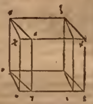
THEON ex Zamberto. *Sint ſuper æqualibus baſibus α ϐ, γ δ, ſolida parallelepipeda α ε, & γ ζ, ſub eodem faſtigio. Dico quòd ſolidum α ε, æquum eſt ipſi γ ζ ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ θ κ, β ε, α η, λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ς ρ, ad angulos rectos ipſis α β γ δ baſibus, & angulus qui ſub α λ β, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ς δ. Extendaturq́; in rectam lineam γ ς, ipſi ς τ. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam ς τ rectam lineam, ad ſignumq́; in ea ς, ipſi α λ β, angulo æqualis angulus qui ſub τ ς υ, ponaturq́; (per 3 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ς τ. ipſi autem λ β æqualis ς υ (per 31 primi) ipſi ς τ parallelus excitetur χ υ compleaturq́; baſis ρ χ, & ſolidum ψ υ. Et quoniam binæ τ ς, ς υ, binis α λ, λ ϐ, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquū igitur eſt & ſimile ς χ, parallelogrammum ipſi α β, parallelogrammo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ quidem*

Camp. 31

dē ipſi ς τ:λ μ uerò ipſi ς ε, & angulos noſtros cōprehendunt, æquũ igitur & ſimile eſt ς ψ parallelogrāmum ipſi α μ parallelogrammo. Iam idq́; propterea & λ ι, ipſi ο υ eſt æquale, & ſimile. Tria igitur parallelogramma ipſius α ι ſolidi, tribus parallellogrammis ipſius ψ υ, ſolida æqua ſunt & ſimilia. Sed tria, tribus iis quæ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totum igitur ſolidum α ι parallelepipedum, toti ψ υ, ſolido parallelepipedo æquum eſt. Extendantur (per 2 poſtulatum) ipſæ δ ς & χ υ, quæ ueniant in cōgreſſum in ω, & per τ (per 31 primi) ipſi ς ω parallelus excitetur τ T, extendaturq́; τ T & ο δ quæ ueniunt in cōgreſſum: in Λ, cōpleanturq́; ipſa ω ψ, & ς ι, ſolida. Aequum iam eſt ψ ω ſolidum, cuius baſis quidem eſt ς ψ, parallelogrammum, ex oppoſito uerò ω Γ, ipſi ψ υ ſolido, cuius quidem baſis eſt ς ψ parallelogrāmum, ex oppoſito uerò υ φ. In eadem ſiquidem ſunt baſi ς ψ, ſub eodēq́; faſtigio, & ſtātes ς ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ς, ο υ, ψ Γ, & ψ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ω χ, & ο φ. Sed ſolidũ ψ υ, ipſi α ι, ſolido æquũ eſt, & ſolidum igitur ψ ω, ipſi α ι ſolido æquũ eſt. Quoniā autem ipſum ς υ, χ τ, parallelogrāmum ipſi ω τ parallelogrāmo (per 35 primi) æquum eſt: æquũ eſt autem & α β, parallelogrāmum ipſi ς χ, parallelogrammo, æquum igitur eſt & ω T ipſi α β. Aequum autē eſt & γ δ ipſi α β, æquũ igitur eſt & ω τ ipſi γ δ. Eſt autē aliud Λ τ, eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut γ δ, baſis ad Λ τ baſin, ſic ω τ baſis ad Λ τ baſin. Et quoniā parallelepipedũ γ ι, plano ρ ʒ ſecatur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur ſicut γ δ baſis ad Λ τ baſin, ſic γ ζ, ſolidum ad ρ ι ſolidum. Idq́; propterea iam quoniā ſolidum parallelepipedum ω ι, plano ς ψ, ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω τ baſis ad Λ τ, baſin, ſic ω ψ ſolidum ad ς ι ſolidum. Sed ſicut γ δ baſis ad Λ τ baſin, ſic ω τ, ad τ Λ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, ſolidũ ad ρ ι ſolidum, ſic ω ψ ſolidũ ad ς ι. Vtrunq́; igitur ipſorum γ ζ, ω ψ, ſolidorũ, ad ς ι ſolidũ eandē habet rationē. Aequũ igitur eſt γ ζ ſolidũ, ipſi α ψ ſolido. Sed oſtenſum eſt, quòd ω ψ, ipſi α ι, æquum eſt, & γ ζ. Igitur ipſi α ι æquum eſt. Non ſint iam ſtantes α κ, θ κ, β ι, λ μ, γ ο, ρ π, δ ζ, ς φ, ad angulos rectos, ipſis α β, γ δ, baſis. Dico quòd rurſus ſolidũ α ι, æquũ eſt ipſi γ ζ, ſolido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipſis ο ι, κ μ, π ζ, υ φ, ſignis, ad ſuppoſitũ planum, κ ξ, ξ τ, κ υ, μ φ, π χ, ζ ψ, ν ω, σ ι perpendiculares, & cōnectantur ξ τ, ν φ, ξ ο, ζ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequũ item eſt (per 31 undecimi) κ φ ſolidum ipſi π ι ſolido, in æqualibus ſiquidē ſunt baſibus κ μ, τ ο, & ſub eodē faſtigio quorũ ſtantes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidem κ φ ſolidũ, ipſi α ι, ſolido (per 30 undecimi) eſt æquale, & π ι ipſi γ ζ, in eadē ſiquidē ſunt baſi & ſub eodem faſtigio, quorum ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et α ι ſolidum igitur ipſi γ ζ ſolido æquum eſt. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio, inuicem ſunt æqualia: quod demonſtrare oportebat.

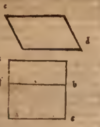






Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.

33 Omnia ſolida æquidiſtātiũ ſuperficierũ, æquè alta ſuis baſibus ſunt proportionalia.



CAMPPANVS. Sint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æquè alta, conſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico quòd proportio illorũ duorum ſolidorũ unius ad alterũ eſt ſicut proportio ſuarũ baſium quæ ſunt a b & c d. unius ad alterā. Conſtat quidem ex 24, utranq; harum duarum baſium eſſe æquidiſtantium laterum, duo igitur latera oppoſita & æquidiſtātium, in ſuperficie a b protrahantur, & inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantium laterum quæ ſit f e, æqualis c d. Dehinc ſupra ſuperficiem f e, compleatur ſolidum parallelogrammum æquè altum ei quod conſtitutum eſt ſuper baſin a b, ſitq; amborum communis terminis illa ſuperficies, quæ exurgit ſuper lineam b f, hæc autem ſolida & ſuæ baſes, eiſdem nuncupentur nominibus. Quia igitur baſis f e, eſt æqualis baſi c d, erit ex 31 uel 32 ſolidum f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidum a e ſecat ſuperficies, exurgens ſuper lineam b f æquidiſtanter duobus lateribus op-

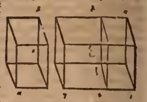
 poſitis,

poſitis, erit ex 25 proportio ſolidi f e ad ſolidum a b, ſicut baſis f e ad baſin a b. Cumq́ ſint c d & f e tam baſes quàm ſolida æqualia, baſes quidē ex hypotheſi, ſolida autem ex 31 uel 32, ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis, quòd ſolidorum a b & c d baſiumq́ à b & c d ſit proportio una. Quod demonſtrare uolumus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadem mediante demonſtrare quemadmodum cōuerſas præcedentium, non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe ſuis baſibus proportionalia, & cōuinces ea eſſe æquè alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrammo æquè alto demiſſioti, erunt abſciſum & demiſsius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumq́ etiam eſſent totale altius à quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſsius eiſdem baſibus proportionalia ex hypotheſi, ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quod aduerſarius dicit altius, & partiale quoq; ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propoſitio 32.*

Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes. 33

THEON *ex Zamb.* *Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quod ipſa αβ, γδ, ſolida parallelepipeda adinuicē ſunt ſicut baſes, hoc eſt quod ſicut αε baſis ad γζ baſin, ſic eſt αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζκ, ipſi αε æquū ζθ, & à baſi quidem ζθ, altitudine autem ipſius γδ, ſolidum parallelepipedum compleatur κη. Aequū iam eſt (per 31 undecimi) αβ ſolidum, ipſi κη ſolido. in æqualibus enim ſunt baſibus αε, κθ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedū γη, à plano δκ, ſecatur parallelo exiſtenti eis quæ oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θζ, baſis ad ζγ, baſin, ſic eſt γδ ad ipſum ηδ, ſolidū.*

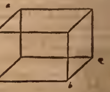


Aequalis uerò eſt ipſa quidem ζθ, baſis ipſi αε baſi, & κη ſolidum ipſi αβ ſolido, eſt igitur & ſicut αε baſis ad γζ, baſin, ſic αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſuprà: quod erat oſtendendum.

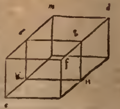
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 34.*

SI duo ſolida æquidiſtātium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorūdem altitudinibus mutuas eſſe. Si uerò fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt. 14

CAMPANVS. Quæcunq; ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & econuerſo, quemadmodum de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum æquiangulis 13 ſexti propoſuit. Attamen hac 34 iſtud demōſtrandum proponitur de illis ſolidis parallelogrāmis, in quibus lineę altitudinum ſuis baſibus parallelogrammis orthogonaliter inſiſtunt, ea uerò quæ ſequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo ſolida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum baſes ſint a e & c f, lineæq́ altitudinum ipſorū ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectę, & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b, & ſolidi c d linea f d.



Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipſorum ſolidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipſa quoq; ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erunt ex conuerſa 31 baſes eorum quę ſunt a e & c f, ęquales, ideoq́ baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq́ cōſtabat propoſiti prima pars. Econuerſo conſtabat ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuę, ponanturq́ altitudines æquales, erunt quoq; baſes æquales: ideoq́ per 31 & ſolida æqualia: & ſic cōſtat ſecunda pars. At uerò ſi lineæ b & f d non fuerint æquales, ſit f d maior, ex ea reſecetur f g ad æqualitatē e b, tribuſq́ cæteris lineis quæ ſunt altitudinis ſolidi c d ad eandem menſuram in punctis



b, k l,

b,k,l,reſectis perficiatur ſolidum parallelogrāmum c g æquè altum ſolido a b, eritq́ ex præmiſſa, a b c g, ſicut a e ad c f. Cum itaq́ c d ſit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, ſicut a e ad c f. Per præmiſſam autem eſt proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l, quod patet, ſi una ex lateralibus ſuperficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At (per primam ſexti) f m ad f l ſicut d f ad f g, ideoq́ per ſextam quinti ſicut d f ad b e. Igitur a e ad c f, ſicut d f ad b e. Conſtat itaq́ prima pars. Secundam partem cum ſit conuerſa primæ, conuerſo modo probabis, ſit enim eadem diſpoſitione manente, proportio a e ad e f, ſicut d f ad e b. Dico tunc ſolida a b & c d eſſe æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, ſicut a e ad c f. Sed ex præmiſſa eſt a b ad c g, ſicut a e ad c f. Igitur eſt a b ad c g, ſicut d f ad f g, ex prima autem ſexti eſt d f ad f g, ſicut m f, ad f l, & ex præmiſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaq́ c d ad g c, ſicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d ſunt æqualia, quod eſt propoſitum.

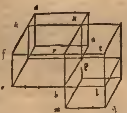
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*

35 SI duo ſolida æquidiſtantium terminorum fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidiſtantium ſuperficierum probantur eſſe æqualia.

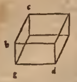
CAMPANVS. Quod præmia propoſuit de ſolidis parallelogrammis quorum lineæ altitudinum ſuper baſes ſuas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indiſtinctè de omnibus. Demonſtrare autem conuenit hanc ex præmiſſa, quēadmodum demonſtrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus ſolidis æquidiſtantium laterum quibuſcunq́. ſi lineæ altitudinum ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt, conſtat uerum eſſe quod dicitur ex præmiſſa. Sin autem à quatuor angularibus punctis ſupremarum ſuperficierum in utroq́ ſolido quaternæ lineæ demittātur perpendiculariter ad baſes, uel à punctis angularibus infimarum ſuperficierum quaternę erigātur, inter quas duo ſolida parallelogramma perficiantur æquè alta ſolidis prioribus, eruntq́ ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prioribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eædem altitudines, ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

36 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum fuerint ſimilia, proportio erit utriuſq́ ad alterum, tanquam cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS. Sint enim duo ſolida a b & c d parallelogramma & ſimilia. Dico quód proportio unius eorum ad alterum eſt ſicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod ſibi refertur, proportio duplicata. quemadmodum duarum ſuperficierum ſimilium proportio eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio duplicata, ut in 18 ſexti demonſtratum eſt. Nam ſi ſolida a b & c d fuerint æqualia, cum ipſa ponantur ſimilia, erunt ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum cuncta latera unius æqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideo'que cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quotieslibet ſumpta non efficiat niſi æqualitatis proportionem, conſtat ex hoc caſu uerum eſſe quod proponitur. Si autem inæqualia, ſit a b maius, cuius longitudo ſit b e, latitudo e f, altitudo f a, baſis e r, & ſuprema ſuperficies a n: ſolidi uerò c d, ſit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Conſtat itaq́ ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum & præſenti hypotheſi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, ſit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quam manifeſtum eſt eſſe maiorem ċh, linea f k, æqualis h c, cæteræ'que tres determinantes altitudinem ſolidi a b. reſecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur ſolidum parallelogrammum k b æquè altum ſolido c d. Et protrahantur duæ lineæ baſis e b, uſque ad l, & r b uſque ad m, ſitq́ b l



æqualis g d & b m ęqualis h g & perficiatur ſuperficies ęquidiſtãtium laterũ m l, qoę erit ęqualis & ſimilis h d. Super eã igitur erigaẽ ſolidũ parallelogrãmum p q ſecundũ altitudinẽ præciſam ex altudine ſolidi a b eritq́ p q æquale & ſimile ſolido r d. Ruſusq́ inter lineas r b & b l perficiatur ſuperficies ęquidiſtãtium laterũ b t, ſuper quã quoq; erigatur ſolidũ parallelogrãmũ x l æquè altum utriq; duorũ ſolidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtũ inter e a. Cũ autẽ duo ſolida a b, p q, ſiot ſimilia, eo quòd ambo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora uerò uni & eidẽ corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia, ut patet ex diffinitione ſimiliũ corporũ & 20 ſexti. manifeſtum eſt ex 25 ter aſſumpta quod inter duo ſolida a b & p q, ſecundum cõtinuã proportionalitatẽ cadunt duo ſolida k b & x l. Opportunè ergo cõſtituta uel cõſtructa figura hypotheſibusq́ memorię firmè rõmend tis, ex prima ſexti farilè rõcludes propoſitum. Excute torporẽ, & diligẽter attẽde, ſciesq́ ex 25 huius ꝓportionẽ ſolidi a b ad ſolidũ k b eſſe ſicut ſupficiei a r ad ſuperficiem k r, ideoq́ ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineã k f, & proportionẽ ſolidi k b ad ſolidũ x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiẽ x t. ideoq́ ſicut lineæ f r ad lineã r t. & proportionẽ ſolidi x l ad ſolidum p q, ſicut ſuperficiei r l ad ſuperficiẽ l m, ideoq́ ſicut r b ad lineam b m. Ex hypotheſi uerò liquet, quòd proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad linram b m, eſt ſicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ poſita in proœmio quinti, conſtat quòd proportio ſolidi a b ad ſolidum p q, ideoq́ etiam ad ſolidum c d, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f poſita eſt æqualis lineæ c h, patet uerum eſſe quod dicitur.

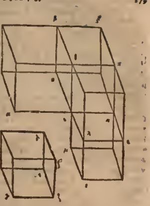
CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continuè pręcedẽtes demõſtratum eſt de ſolidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ eſt de ſeratilibus, quorũ baſes cõmuniter ſunt trigonæ aut cõmuniter tetragonę. Hor autẽ, ex 18 & har 36 & 7 eam cõtinuè præcedẽtib. cõſtabit ingenioſo inſpectori. Si enim fuerint ſeratilia quælibet æquè alta ſuper eandẽ baſin uel ſuper baſes æquales, cõmuniter tamẽ trigonas aut cõmuniter tetragonas. Cũ ipſa ſint dimidia ſolidorũ parallelogrãmorũ ſuarũ altitudinũ ex 22, ipſa erunt ęqualia ex 29 & trib. eã ſequẽtibus. ex his enim rõſtat, ſolida parallelogrãma ipſis ſeratilibus dupla eſſe æqualia. Similiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper baſes rõmuniter trigonas aut cõmuniter tetragonas æquè alta, ipſa erunt ſuis baſibus proportionalia quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipſa enim ſunt ex 28 dimidia ſolidorum parallelogrãmorum ſuæ altitudinis, ſolidorũ autẽ parallelogrãmorum ſuæ altitudinis ſuarũq; baſium eſt una proportio ex 33. Cum itaq; ſit ſolidorũ parallelogrãmorum proportio ſicut ſeratiliũ (quia ſicut ſimplũ ad ſimplũ) ſic duplum ad duplum ex 15 quinti, atq; baſium ſolidorum parallelogrãmorum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium (Aut enim eadẽ erunt baſes ſeratilium & ſolidorũ parallelogrãmorum, & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratiliũ fuerint tetragonæ, tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdẽ baſes erunt ſolida parallelogrãma cõplenda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduplæ ad baſes ſolidorum parallelogrãmorum: & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratilium fuerint cõmuniter trigonę: tunc enim erunt ex ſeratilibus ſolida parallelogrãma cõplẽda adiunctis ad baſes ſeratiliũ ſuperficiebus trigonis, ut fiant baſes ſeratiliũ cum trigonis adiunctis ſuperficiebus, ſuperficies ęquidiſtãtiũ laterũ) ſequitur ut ſit proportio ſeratiliũ ſicut ſuarũ baſiũ. Eodẽq; modo ſi ſeratilia fuerint æqualia fuerintq; rõmuniter ſuper baſes trigonas uel cõmuniter ſuper baſes tetragonas, baſes eorũ altitudinib. ipſorum mutuę erunt. Quod ſi baſes eorũ ſuis altitudinib. fuerint mutuę ipſa ſeratilia erunt ęqualia quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ farile patet ex ijs quę dicta ſunt in 35. Si uerò ſeratilia fuerint adinuicẽ ſimilia, erit proportio unius ad alterum, ſicut proportio lateris unius ad ſuum reliquum latus alterius proportio triplicata, quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 36 proponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit, ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrãmis cõpletis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitione ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & hoc quod ſeratilia ponuntur adinuicẽ ſimilia, ex 34 primi leue eſt negociari. Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 33.*

Similia ſolida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione ſunt eiuſdem rationis laterum. 33

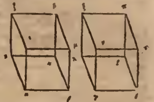
THEON ex Zãb. *Sint ſimilia ſolida parallelepipeda α β, γ δ, ſimilis autẽ rationis eſto α ε ipſi γ ζ. Dico q. ſolidũ α β ad γ δ ſolidũ triplicẽ habet rationẽ, quã α ε, ad γ ζ.* Extẽdantur enim in rectas lineas *ipſis α ε, η ε, θ ε, ipſæ ε κ, ε λ, ε μ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidẽ γ ζ æqualis ε κ, ipſi aũt ζ ν æqualis ε λ, & inſuper ipſi ζ ξ ipſa ε μ, & cõpleatur κ λ parallelogrammũ, & κ ο ſolidũ. Et quoniã duæ ε κ, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub κ ε λ, ipſi qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis, quoniã & qui ſub α ε η, et qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ æquũ igitur eſt & ſimile (per 14 primi) ipſum κ λ parallelogrammũ ipſi γ ν parallelogrãmo, & tã id propterea & κ μ parallelogrãmũ æquũ eſt & ſimile ipſi γ ξ parallelogrãmo, & inſuper ο ε, ipſi ζ δ. Tria igitur parallelogrãma ipſius κ ο ſolidi tribus parallelogrãmis ipſius γ δ ſolidi ſimilia et æqualia ſunt, ſed ipſa quidẽ tria tribus ijs quæ ex oppoſito, ſunt æqualia & ſimilia, totũ igitur κ ο ſolidũ, toti γ δ ſolido ſimile eſt & æquale (per diffinitionẽ 11) Compleatur η κ parallelogrãmũ, & à baſibus quidẽ η κ, κ λ, parallelogrãmis, altitudine autem ipſius α β, ſolida complcantur ε ξ, λ π. Et quoniam propter ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ ſimilitudinẽ eſt ſicut α ε ad γ ζ, ſic ε κ ad ζ ν, & ε θ,*

ad ζ ξ,

ad ζ ρ, æqualis autem eſt γ ζ, ipſi ε κ, & ζ ν, ipſi ε λ, et ζ ρ ipſi ε μ, eſt igitur (per cōuerſionē diffinitionis ſecundæ) ſicut α ε ad ε κ, ſic eſt κ ε ad ε λ, & θ ε ad ε μ. Sed ſicut quidem α ε ad ε κ, ſic eſt α κ parallelogrāmum ad κ κ parallelogrāmum, ſicut aūt κ ε ad ε λ, ſic κ κ ad κ λ, ſicut uerò (per 1 ſexti) θ ε ad ε μ, ſic π ε ad κ μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α κ, parallelogrāmum ad κ κ, parallelogrāmū, ſic κ κ ad κ λ, & π ε ad κ μ. Sed ſicut quidē α κ ad κ κ, ſic eſt α β ſolidū ad ε ξ ſolidū, ſicut aūt κ κ ad κ λ, ſic ξ ε ſolidū ad π λ ſolidū, ſicutq; π ε ad κ μ ſicut π λ, ſolidū ad κ ε ſolidū. Et ſicut igitur α β ſolidū ad ε ξ, ſolidū, ſic ε ξ ad π λ, & π λ ad κ ε. Si uerò quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionē quinti) triplicē rationē habet quam ad ſecundā. Igitur α β ſolidū ad κ ε ſolidū triplicem rationē habet, quam α β ad ε ξ. Sed ſicut α β ad ε ξ, ſic eſt α κ, parallelogrammū ad κ κ, & α ε, recta linea ad ε κ, quare & α β ſolidū ad κ ε, ſolidum triplicem rationē habet, quā α ε ad ε κ. Aequum autem eſt ipſum quidē κ ε ſolidum ipſi γ δ ſolido, & ε κ recta linea ipſi γ ζ, & α β igitur ſolidum ad γ δ ſolidū triplicem rationem habet, quam ſimilis rationis latus hoc eſt α ε, ad ſimilis rationis latus, hoc eſt ad γ ζ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterum: quód oſtendere oportebat.



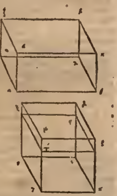
CORRELARIVM. Ex hoc, inquam, manifeſtum eſt, quòd ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quartam, ſic quod ex prima ſolidum parallelepipedum ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationē habet, quam ad ſecundam.



Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 34.

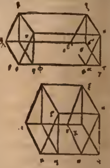
34 Æqualiū ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinib. Et ſolida parallelepipeda quorū baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.

THEON ex Zāb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico quòd ipſorū α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtq; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α δ ſolidi altitudinē. Sint enim primū ſtantes α κ, ε ζ, λ β, θ κ, γ μ, ν ξ, ο δ, π ρ, in ipſis baſib. ad angulos rectos. Dico quòd eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt γ μ ad α κ. Si quidē igitur æqualis eſt ε θ baſis ipſi ν π baſi, eſt aūt & α β ſolidū æquū ipſi γ δ ſolido, et γ μ ipſi α κ eſt æqualis. Si enim ipſis ε θ, ν π, baſibus æqualib. exiſtētibus, æquales nō fuerint ipſæ α κ, γ μ, altitudines, neq; igitur ſolidū α β, æquū erit ipſi γ δ, ſupponitur aūt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α κ inæqualis nō eſt: æqualis igitur. Eritq; ſicut baſis ε θ ad baſin ν π, ſic γ μ ad α κ, & manifeſtū quòd ipſorū α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Nō ſit iā æqualis ε θ, baſis ipſi ν π, baſi, ſed eſto maior ε θ. Eſt aūt ſolidū α β, ipſi γ δ ſolido æquum: maior igitur eſt et γ μ, ipſa α κ. Si autē nō, neq; igitur rurſus ipſa α β, γ δ, ſolida ſūt æqualia, ſupponūtur aūt æqualia. Ponatur



igitur (per 2 primi) ipſi α κ, æqualis γ τ, compleaturq; ex baſi quidē ν π, altitudine autē γ τ, ſolidum parallelepipedum γ φ. Et quoniā ſolidum α β æquum eſt ipſi γ δ ſolido, aliud autē eſt ipſum φ γ, ad idem aūt æqualia eandē rationē habent (per 7 quinti) eſt igitur ſicut α β ſolidū ad γ φ ſolidū, ſic eſt γ δ ſolidū ad γ φ ſolidum. Sed ſicut quidē ſolidum α β ad ſolidum γ φ, ſic ε θ baſis ad ν π baſin (per 32 undecimi) ſub æquali enim ſunt altitudine ipſa α β, γ φ, ſolida. Sicut autē ſolidum γ δ ad ſolidum γ φ, ſic eſt μ π, baſis ad π τ baſin, & μ γ ad γ τ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad γ τ. Aequalis autem eſt γ τ, ipſi α κ, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ε θ baſis ad ν π, baſin ſic μ γ ad α λ. Ipſorũ igitur α ϐ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinib. ſitq́; ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϐ ſolidi altitudinẽ. Dico q, ſolidũ α ϐ æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtãtes, ad angulos rectos ipſis baſib. Et ſi quidem æqualis eſt ε θ baſis ipſi ν π baſi, eſtq́; ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autẽ baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Nõ ſit iam ε θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ε θ, maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α β ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ε. Ponatur (per 2 primi) ipſi α ε, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ τ ſolidũ. Quoniã eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α ε, æqualis aũt eſt α ε ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidem ε θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi) α β ſolidũ ad γ φ ſolidum, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π τ baſin, & (per 32 undecimi) γ δ. ſolidũ ad γ φ ſolidũ, et ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ϐ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrunq; igitur ipſorũ α ϐ, γ δ ad ipſum γ φ eandẽ rationẽ habet. Aequũ igitur eſt (per conuerſionẽ 7 quinti) α β, ſolidũ ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autem ſtantes ζ ε, β λ, κ ε, θ α, ν ξ, δ ν, μ γ, ϛ π, ad angulos rectos baſibus eorũ, excitẽturq́; (per 10 undecimi) ab ipſis ζ ε, β κ, ξ μ, δ ϛ, ſignis in ipſorũ ε θ, ν π, baſium planis, perpẽdiculares, concurrantq́; planis ad ſigna ν τ υ, φ χ, ψ ω, σ, cõpleanturq́; ipſa ζ φ, ξ ω, ſolida. Dico q, & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq́; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin. ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Quoniam enim α ϐ ſolidũ æquũ eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α ϐ, quidem ipſi ϐ τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) at α γ δ ſolidũ (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ϛ, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ β τ ipſi δ ψ ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ, quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinib. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ϛ baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinẽ. Aequalis autẽ eſt ζ κ baſis ipſi ε θ baſi, & ξ ϛ baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorũ δ ψ & β τ ſolidorũ & ipſorũ δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ε θ baſis ad ν π baſin. ſic ipſius γ δ. ſolidi altitudo ad ipſius α ϐ, ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur α β, γ δ, ſolidorum parallelepidedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.



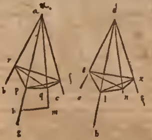
Rurſus tã ipſorũ α β, γ δ, ſolidorum parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ε θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico q, ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdẽ namq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ε θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϐ, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ε θ, ipſi ζ κ & ν π, ipſi ξ ϛ, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ϛ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Eædem autẽ ipſorum α β, γ δ & β τ, δ ψ. ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ϛ baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, δ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ β τ, ipſi β α, æquum eſt (per 29 undecimi) ſuper eadẽ namq; ſunt baſi ζ κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Solidum autẽ δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquũ eſt, ſuper eadẽ namq; ſunt baſi ξ ϛ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ δ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothe- 17
nuſæ in aere ſtatuãtur cũ lateribus angulorũ ſubiacentiũ ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinẽtes, atq; in illis hypothenuſis duo puncta ſignentur, à quibus punctis duæ perpendiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittantur, à punctis autẽ ſu

per

per quæ perpendiculares ceciderint ad eoſdem duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duab. hypothenuſis cõtinentur, ęqui ſibi inuicẽ eſſe probantur,

CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h, ſitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignẽtur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k m & l n, & protrahãtur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe ęqualem angulo h d n. Si linea a k eſt ęqualis d l, bene quidẽ. Sin autem, ex linea a g ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpẽdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur quod punctum q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearũ æquidiſtantiũ quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facilè cõſtat ſtudioſè intuẽti. Dehinc à puncto q ducãtur perpendiculares duæ, una ad lineã a b quæ ſit q r, & alia ad lineam a c, quę ſit q ſ. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineã d e, quæ ſit n t, & alia ad lineã d e, quę ſit n x, & protrahãtur r ſ & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq; prudẽter diſpoſita, demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi q; quadratũ lineæ a p eſt æquale quadratis duarũ linearum a q, & p q, ac ex eadem q; quadratum a q eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ, ſ q, itaq; quadratũ a p, eſt æquale quadratis trium linearum a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadem, quadratũ ſ p, eſt æquale quadratis duarũ linearum ſ q & p q, ergo quadratũ a p, eſt ęquale



quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ p, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis, unũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x ęqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadẽ linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ ęqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t: eſt enim ex hypotheſi angulus a, ęqualis angulo d. A' cõceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duorũ rectorũ, dẽptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarum linearũ r q & q p, & quadratũ lineæ t l ęquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duę lineę r p & t l æquales, duo quoq; quę ſunt r q & t n æquales, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodem modo cũ quadratũ lineæ a p ſit ęquale quadratis duarũ linearum quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineæ d l quadratis duarum linearum quæ ſunt d n & n l, ſit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cõmuni ſcientia a q eſſe ęqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propoſitum, uidelicet angulum p a m eſſe ęqualem angulo l n d.

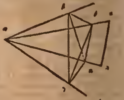
Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 35.*

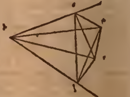
35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorũ uerticibus ſublimes rectæ lineę ſteterint, æquales angulos cõprehendẽtes cũ ijs quę in principio rectis lineis, alterũ alteri, in ſublimibus autẽ ſumpta fuerint cõtingentia ſigna, & ab eiſdẽ ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actę fuerint, à ſignis aũt quæ in planis à perpẽdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cõiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cũ ſublimibus comprehendent.

THEON ex Zãb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub β α γ, ε δ ζ, à ſignis autem α, δ ſublimeis excitentur rectæ lineæ α η, δ μ, æquos cõprehendẽtes angulos cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri, hoc eſt angulum μ δ ε angulo ei qui ſub η α β, cũ autem qui ſub μ δ ζ, et qui ſub η α γ, ſumanturq; in ipſis α η, δ μ, continentia ſigna η, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipſis η, μ, ſignis ad ea quæ per β α γ, δ ε ζ, plana perpendiculares η λ, μ ν, coincidantq; ipſis planis in ν λ, connectanturq; ipſæ λ α, ν γ. Dico quòd*

angulus

angulus qui ſub κ α λ, æqualis eſt angulo μ Α ν, ponatur (per 2 primi) ipſi Α μ æqualis α θ, exciteturq́; (per 11 primi) per ſignũ θ, ipſi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Igitur & θ κ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis κ ν, ſignis ad ipſas α β, α γ, Α ζ, Α ε, rectæ lineæ perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, cõnectanturq́; ipſæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α, æqualia ſunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uerò quæ ex θ κ, κ γ æquũ eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ γ, γ α, rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq́; propterea & qui ſub Α ζ μ angulus, rectus eſt: æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, ei qui ſub Α ζ μ angulo. Eſt autem & qui ſub α γ θ, æqualis ei qui ſub Α ζ μ. Bina igitur triangula ſunt Α ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri et unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi Α μ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur eſt α γ ipſi Α ζ. Similiter oſtendemus, q & α β, ipſi Α ε eſt æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniam quod ex α θ (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ θ, ei autẽ quod ex α κ (per eandẽ) æqua ſunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, ſunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquũ eſt id quod ex β θ rectus enim eſt qui ſub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquum eſt eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur eſt qui ſub α β θ angulus, & id propterea qui ſub ε Α μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ et qui ſub β α θ, angulus, ei qui ſub ε Α μ æqualis. ſupponitur namq́; eſtq́; ipſa α θ, ipſi Α μ æqualis, æqualis igitur eſt (per 26 primi) α β, ipſi Α ε. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi Α ζ, & α β, ipſi Α ε. bina igitur γ α, α β, duabus ζ Α, Α ε, ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ζ Α ε, eſt æqualis. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ, eſt æqualis & triangulũ triangulo et reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis eſt igitur qui ſub α γ β angulus & qui ſub Α ζ ε. Rectus autẽ & qui ſub α γ κ, recto qui ſub Α ζ ν eſt æqualis & reliquus igitur qui ſub β γ κ, reliquo qui ſub ε ζ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ β κ, ei qui ſub ζ ε ν, eſt æqualis. Bina igitur triangula ſunt (per 8 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc eſt β γ, ipſi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt γ κ, ipſi ζ ν. eſt autẽ & α γ, ipſi Α ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duab. Α ζ, ζ ν, ſunt æquales. & æquos cõprehendunt angulos, baſis igitur α κ (per 4 primi) baſi Α ν eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α θ, ipſi Α μ, æquũ eſt quod ex α θ, ei quod ex Α μ. Sed et quod ex α θ γ (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim eſt qui ſub α κ θ. Et autẽ quod ex Α μ, æqua ſunt quæ ex Α ν, ν μ, rectus enim eſt qui ſub Α ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, ſunt eis æqualia quæ ex Α ν, ν μ quorũ quod ex α κ, æquũ eſt ei quod ex Α ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquũ eſt ei quod ex ν μ. Aequalis igitur eſt θ κ, ipſi μ ν. Et quoniã binæ θ α, α κ, duabus μ Α, Α ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ κ, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α κ (per 8 primi) angulo qui ſub μ Α ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.





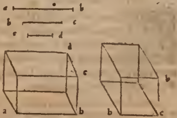
CORRELARIVM Ex hoc nempe manifeſtum, quòd ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq́; ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes, unà cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principia anguli, inuicem ſunt æquales. Euclid. ex Camp. Propoſitio 38.

Solidum tribus lineis proportio nalibus contentum, æquum erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint. 38

CAMP. De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacũq; ſint dũ tamẽ æquiangula, uerũ eſt, quod cõtentũ à tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod à media earũ cõtinetur, queadmodũ de ſuperficieb. rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 15 eiuſdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinuè proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus ſolidus ad libitũ, & perficiatur ſolidũ æquidiſtantiũ laterum, cuius linea a b ſit longitudo, b c uerò altitudo ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c, quæ etiam uocetur b c, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b,

con-

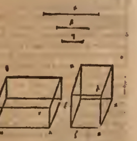
conſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundum quod docet 26 lineæq́; cæteræ ſolidum angulum b continentes reſecentur ad æqualitatẽ lineę b c, & perficiatur ſolidum ęquidiſtantium ſuperficierum, cuius longitudo, latitudo & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaq; duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtum eſt enim, quòd cunctæ ſuperficies unius ſunt ęquiangulę ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt, nam cũ ſolidus angulus b, ponatur ęqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſq; ſuperficiei ſolidi a d ſit ęqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c, itaq; per 34 primi eorũ oppoſiti, erunt ęquales. At quia uniuſcuiuſq; ſuperficiei quadrilateræ omnes anguli ſunt ęquales quatuor rectis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuę relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiam adinuicem ęquales, conuincitur neceſſariò ut unaquęq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuę relatiuæ in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorum ſolidum propoſitorum erunt æquales: ſunt enim æquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorum orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineę ſint æquales & ipſi determinent altitudinem ſolidorum, erunt ſolida æquè alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarũ ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſsis, erunt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſę enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorum altitudo ex perpendicularibus à ſummitatibus ipſorum ad ſuas baſes deſcendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, cõuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrammum corpus a d ſit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c contineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineę continentes corpus a b cõtinuè proportionales. Cùm enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æquè alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes ęquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorũ ſunt æquiangulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti, quòd ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ex α β γ, ſolidũ, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ε, comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ. ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidẽ β, æqualis unaquæque ipſarũ δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq́; ipſum ε κ, ſolidum. Ipſi aũt α, æqualis eſto (per eandem λ μ) cõnſtituaturq́; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignumq́; in ea λ, ipſi qui ad ε ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ. ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ε ζ, ε η, δ, & γ, ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ε ζ, ſic eſt δ ε ad λ ν, & circũ, æquos angulos qui ſub μ λ ν, δ ε ζ, latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi δ ζ, parallelogrammo (per 14 ſexti) Et quoniam bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub δ ε ζ, ν λ μ, & ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cõſtitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per precedentẽ) æquos angulos cõprehenden*

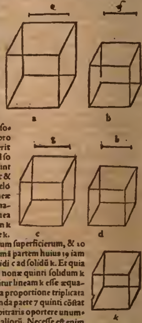


tes cum iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex κ ζ ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, δ ι ζ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ, ι κ ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autem baſibus & ſub eiſdem altitudinibus conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum θ λ, ſolido ι κ eſt æquale. At λ θ, ſolidũ, eſt ex ipſis α β γ, & ι κ, ſolidũ eſt ex β. Igitur quod ex κ β γ, ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 39.*

SI fuerint quotlibet lineę proportionales, ſolida quoq; ſua æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum, erunt proportionalia. Si uero ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales. 19

CAMPANVS. Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & ſuper has fabricẽtur quatuor ſolida parallelogramma eiſdem nominibus dicta, quę ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitũ fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecundũ prę cepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecõuerſo. Subiungãtur enim duabus lineis a & b, in cõtinua proportione duæ quæ ſũt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duę quæ ſint g & h. Conſtat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quę poſita eſt in principio quinti, & ex hac hypotheſi quòd ſolida a & b ſibi inuicem, & ſolida c & d ſibi ad inuicem ſunt expreſſe ſimilia: quòd proportio ſolidi a ad ſolidũ b eſt ſicut proportio lineæ a ad lineã f: ſolidi quoq; c ad ſolidum d, ſicut lineę c ad lineã h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f eſt, ſicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti ſolidum a ad ſolidum b, ſicut ſolidum c ad ſolidum d. Conſtat igitur prima pars. Secunda ſic: Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicem, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicem expreſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelógramma. & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundum 27 huius ſuper lineam k ſolidum expreſſe ſimile ſolido d, quod etiam dicatur k.



Eritq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & 10 ſexti, corpus k expreſſe ſimile corpori c, ideoq; per primã partem huius 39 iam probatam erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b, ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidum k æquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequitur lineam k eſſe æqualem lineę d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igitur ex ſecunda parte 7 quinti cõſtat etiam huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autem ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuor ſolidorum a b c d eſſe ſimile cuilibet aliorũ. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem, itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia, ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſeratilibus facile poteris concludere.

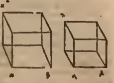
Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propoſitio 37.*

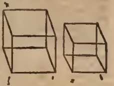
Si quatuor rectę lineę ꝓportionales fuerint, & q̃ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia, ſimiliterq; deſcripta proportionalia erũt. Et ſi 37

quæ

quę ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia fuerint, & ipſæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zāb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ, et deſcribātur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſimilia ſimiliterq́; iacentia ſolida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico q́ eſt ſicut κ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν η. Quoniā enim ſolidum κ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicē rationem habet quam α β ad γ δ, & id proptereà μ ε ad ν η triplā habet rationem quā ε ζ ad η θ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α κ ad λ γ, ſic μ ε ad ν η. Sed iam eſto ſicut α κ ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν η ſolidū. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad η θ. Quoniam enim rurſus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplā rationē quā ε ζ ad η θ, eſtq́; ſicut κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*





Eucl. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 38.

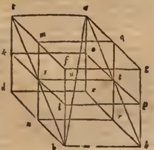
38 Si planum ad planū rectum fuerit, à ſigno autem in altero planorum exiſtente, in alterum planum perpendicularis ducta fuerit, in comunem ipſorū planorum ſectionem cadit ipſa perpendicularis.

THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectū eſto, cōmunis autem ipſorū ſectio ſit δ α, ſumaturq́; in ipſo γ δ plano, contingens ſignū ε. Dico q́ ab ipſo ε in α β planū perpendicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & cōcurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq́; ε η. Quoniam igitur ζ η ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε η exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ η ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ η, rectus eſt. Trianguli iam ipſius ε ζ η bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoſsibile. Igitur ab ε in α β planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendēdum.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40 SI inciſa fuerint latera duarū oppoſitarū ſuperficierū cubi unūquodque in duo media, exierintq́ue à pūctis ſectionum duę ſuperficies ſe uiciſsim ſecātes & cubū, cōmunē earū ſectionē diametrū cubi per ęqualia ſecare, et ab ipſa diametro uerſa uice per æqualia ſecari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Statue cubū qui ſit a b, de quo cōſtat per diffinitionē quòd oēs lineæ ipſum cōtinentes ſint ęquales, & eius ſuperficies rectangulę: tale enim corpus, cubū dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſuperficies uerò eius ſuprema b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autē ſuperficies b f c d, citerior quoque ſit d e b h, ſed ulterior a c g f, eiusq́ue diameter ſit a b. Diuidātur itaque omnia latera duarū quarūlibet ſuperficierum oppoſitarū eius per ęqualia, & ſint nūc ſuperficies quarum latera diuidātur, dextra atque ſiniſtra. Diuidātur inquā, quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o p, q r. ſiniſtrę uerò ſuper quatuor quæ ſint k l m n, & cōiungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecēt ſe in puncto t, itemque k l & m n quę

ſecent ſe in puncto f.& perficiātur duæ ſuperficiea ſecātes ſe inuicē & cubum, ꝓtractis itē lineia o k & p l,q m & r n ſitq; harum duarum ſuperficierum cōmunia ſectio linea a t. Dico igitur q̃ linea s t diuidit diametrum a b,& diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

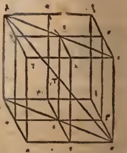
ALITER uerò conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producantur enim duæ lineę t a & r h,& item duæ ſ c,ſ b,eritq; ex 4 primi a t æqualis t h,& ſ c æqualia ſ b. Cōſtat autē ex prima parte 29 primi,quòd angulus p t q eſt ęqualis angulo a q t,& ex 4 primi angulus h t p eſt ęqualis angulo r a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cū angulo q t a, ualet duos rectos,quare ex 14 primi linea a h erit linea una,ſimiliter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius,linea a c eſt æquidiſtana lineę b h (utraq; enim eſt æquidiſtana lineæ d e) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi,ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes. ideoq; per cōceptionem,earum medietates quæ ſunt a t & b s,erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtum eſt,quòd linea ſ c eſt in ſuperficie duarum linearum a h & b c,& ex eadē linea a b quæ eſt diameter cubi,eſt etiā diameter ſuperficiei parallelogrāmæ a c b h. Itaq; linea s t ſecat diametrum a b. ſecet ergo ipſam in puncto u. Dico ergo lineā s u eſſe æqualē lineę u t, & lineā etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo triāguli a t u,b s u,quorū anguli qui ſunt ad r & a ſunt ęquales adinuicē, ſimiliter anguli eorundē qui ſunt ad a & b ęquales adinuicē ex prima parte 29 primi, ꝓpter id q̃d linea a t æquidiſtat lineę s b. Et quia etiam ipſę ſunt adinuicē æquales,ſequitur ex 26 primi,quod propoſitum eſt. Idem quoq; eodem modo concluditur. & ſi ſolidum a b non ſit cubus,ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineia ſiue nō æqualibus cōtentum fuerit,ſiue quoq; ſuper baſin orthogonaliter erectum,ſiue etiam & ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi,ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 39.*

Si ſolidi parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorū latera bifariàm ſecta fuerint, extēſaq; fuerint per ſectiones plana, communis ipſorum planorum ſectio,& ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent. 19

ALITER. Si cubi eorum quæ ex oppoſito planorum latera,& reliqua quæ ſequuntur, ut ſuprà.

THEON ex Zāb. *Solidi,inquā,parallelepipedi α ζ,eorum quæ ex oppoſito planorum γ ζ,α θ,latera bifariàm diſpeſcātur per κ λ μ ν,& ξ π ο ς ſignū,& per ſectiones protēdātur plana κ ν ξ ς,cōmunis autem planorū ipſarum ſectio eſto υ σ,ipſius autem α ζ,ſolidi parallelepipedi diagonius eſto δ η. Dico iam q̃ & ipſæ υ σ,δ η,ſeſe inuicē diſpeſcunt,hoc eſt quod υ τ ipſi τ σ eſt æqualis,& δ τ ipſi τ η. Cōnectantur enim δ υ,υ ε,β σ,σ η. Et quoniā δ ξ parallelus eſt ipſi ο ε,anguli alternatim poſiti (per 29 primi) qui ſub δ ξ υ,υ ο ε inuicē ſunt æquales. Et quoniā æqualis eſt δ ξ ipſi ο ε,& ξ υ,ipſi υ ο,& æquos angulos cōprehēdunt,baſis igitur δ υ (per 4 primi) ipſi υ ε eſt æqualis,& triangulū δ ξ υ ipſi υ ο ε triāgulo eſt æqualε,et reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub ξ υ δ,æquus eſt ei qui ſub ο υ ε angulo,ac p hoc recta linea eſt ipſa δ υ ε,& per eadem etiā β σ η recta linea eſt,eſt & æqualis β σ ipſi σ η. Et quoniā γ α ipſi δ β eſt æqualis & eſt parallela,ſed γ α ipſi η ε eſt æqualis & parallela,& δ β igitur ipſi ε η eſt æqualis & parallela (per primā communē ſententiā) & ipſas cōnectūt rectæ lineæ δ ε,β η,parallelus igitur eſt (per 33 primi) δ ε,ipſi β η,& ſuſcipiuntur in utriſq; contingentia ſigna, hoc eſt δ υ,η σ,connectanturq; δ η,υ σ. In uno igitur ſunt plano (per 7 undecimi) ipſæ δ η,υ σ. Et quoniā parallela eſt δ ε ipſi β η, æqualis igitur eſt (per 29 primi) qui ſub ε δ τ angulus ei qui ſub β η τ angulo: uiciſſim enim & qui ſub δ τ υ ei qui ſub η τ σ. Bina iam triangula ſunt,hoc eſt δ τ υ & η τ σ,duos angulos duobus angulis æquos habentia & unum latus uni lateri æquum,quod ſubtendit autem æqualium angulorū,hoc eſt δ υ ipſi η σ,dimidiæ nanq; ipſarum δ ε,β η,& reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt δ τ ipſi τ η,& υ τ ipſi τ σ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariàm ſecta fuerint extenſaq; fuerint per ſectiones planas,communis ipſorum planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariàm ſe adinuicem diſpeſcent: quod erat oſtendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI duo corpora ſeratilia q̃rũ alterũ baſin triãgulã, alterũ uerò baſin habeat æquidiſtãtiũ laterũ ipſi baſi triangulæ duplã, æquè alta fuerint, illa duo corpora, neceſſe eſt eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c ęquidiſtãtium laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æquè alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrãgulã a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies ęquidiſtãtiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtãtium laterũ eſt a h d k, tertia uerò eſt b h c k, duæ autẽ eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidèm triangulus a b h, reliqua uerò triãgulus d c k. Seratile autẽ quod eſt ſuper baſin triangulam e f g, ſit e f g l m n cuius altera duarũ trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prędicta, reliqua uerò triãgulus l m n, triũ autẽ ſuperficierum eius ęquidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicẽ æqualia. Perficiãtur enim duo ſolida parallelogramma, adiungẽdo utriq; duorum propoſitorũ ſeratiliũ aliud ſeratile ſibi æquale. Primo quidẽ ſeratili ſuper eãdẽ baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k cuius duæ trilaterę ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ eſt terminus cõmunis ſibi & ei cui adiungitur ſecũda uerò a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi ęquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantium laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrãmum huius ſeratilis adiuncti, duę trilaterę ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ ſunt, prima quidem e l r s, ſecunda e l g n quæ eſt communis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorum æqualium atque ſimilium, quod duo ſeratilia parallelogrammum componentia ſolidum a k, ſibi inuicem, itemq; componentia ſolidum parallelogrammum e n, ſibi inuicem ſunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita, per communem ſciẽtiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcunq; enim fuerint æqualia, eorum medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

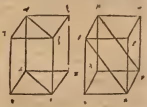




Eucl. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si fuerint bina priſmata ſub ęquis altitudinib. & alterũ quidẽ baſin parallelogrãmũ habuerit, alterũ autẽ triãgulum, duplũ autẽ fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, ipſa priſmata ęqualia erunt.

THEON *ex Zamb. Sint bina priſmata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat baſin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò η θ κ triangulũ, duplum uerò ſit α ζ parallelogrammum, ipſius η θ κ trianguli. Dico quòd priſma α β γ δ ε ζ, æquum eſt ipſi θ κ η λ μ ν priſmati. Cõpleantur inquam, ipſa α ξ, ν ο, ſolida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipſius η θ κ triãguli duplum eſt, eſtq́; θ κ parallelogrammum (per 41 primi) duplum ipſius η θ κ trianguli, æquum igitur eſt α ζ parallelogrammum ipſi θ κ parallelogrammo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α ξ, æquum eſt ipſi ν ο ſolido & ipſius quidem α ξ ſolidi, dimidium eſt ipſum α β γ δ ε ζ priſma, ipſius autẽ ν ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum η θ κ λ μ ν priſma. Igitur priſma α β γ δ ε ζ, ipſi η θ κ λ μ ν priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum, alterum autem triangulum, duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata: quod erat oſtendendum.*

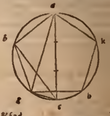


EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber duodecimus.*

Ex *Campano.* *Propoſitio* 1.

Mniũ duarũ ſuperficierũ ſimilium multiangularũ inter duos circulos deſcriptarũ, eſt proportio alterius ad alterã, tanquam proportio quadratorum quę ex diametris circulorum eas circunſcribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quę ponantur adinuicem ſimiles. ſintq́ nunc pentagonæ inſcriptæ, ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorum ſint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h k ad pentagonum d e l m n, eſt ſicut quadratum diametri a c ad quadratum diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis ſeinuicem cancellantes infra ipſum pentagonum: in hoc quidẽ, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cum pẽtagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipſos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 20 tertij, duo anguli a c b & a g b ſibi inuicẽ æquales. itemq́ duo alij d f e & d l e ſibi inuicem æquales, erunt duo qui ſunt c & f adinuicem æquales ex hac cõmuni ſcientia, quæ ęqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij, uterq; duorum angulorum a b c, d e f, eſt rectus. ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrum d f, eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecunda parte 18 ſexti, proportio duorum pentagonorum eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia manifeſtum eſt: quod propoſitum eſt.





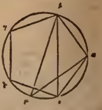
Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

Væ in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON *ex Zamb.*

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis ſint ſimiles figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autẽ circulorum ſint β μ, η ν. Dico quòd *eſt ſicut quadratum quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ.* Connectantur *enim β ε, α μ, η λ, ζ ν. Et quoniam multangulum α β γ δ ε ipſi ζ η θ κ λ multangulo ſimile eſt, æquus eſt & qui ſub β α ε angulus ei qui ſub η ζ λ, eſtq́; ſicut β α ad α ε, ſic η ζ ad ζ λ. Bina iã triãgula ſunt β α ε & η ζ λ, unũ angulũ uni angulo æquũ habẽtia, qui ſub β α ε ei qui ſub η ζ λ, circa aũt æquos angulos latera proportionalia: æquiãgulum igitur eſt*



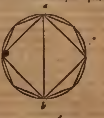


(per 1 diffinitionem ſexti) α β ε triangulũ, ipſi ζ η λ triangulo: æqualis igitur eſt angulus qui ſub α ε β, ei qui ſub ζ λ η. Sed qui (per 21 tertij) ſub α ε β ei qui ſub α μ β eſt æqualis (in cãdem nanq; circumferentiã ierunt) qui autẽ ſub ζ λ η ei qui ſub ζ ν η, & qui ſub α μ β, igitur ei qui ſub ζ ν η eſt æqualis. Eſt aũt & rectus qui ſub β α μ, ei qui ſub η ζ ν recto (per 4 poſtulatum) æqualis: reliquus igitur reliquo eſt æqualis (per 3 cõmunem ſententiam) Aequiangulum igitur eſt triangulum α μ β, ipſi ζ η ν triangulo. Proportionaliter igitur eſt ſicut β μ ad η ν ſic β α ad η ζ. Sed ipſius quidem β μ ad η ν rationis, dupla eſt ea quæ ipſius β μ quadrati ad id quod ex η ν quadratum. Ipſius autem β α ad η ζ, dupla eſt ipſius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipſum ζ η θ κ λ multangulum: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ. In circulis igitur ſimilia multangula ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat oſtendendum.

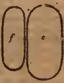
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

2 OMniũ duorũ circulorũ eſt proportio alterius ad alterũ tanq̃ ꝓportio quadrati ſuæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac communi ſcientia ſcilicet quanta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam, tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam, quòd proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impoſſibile eſt maiorem eſſe aut minorẽ circulo c d. Si enim eſt poſſibile ipſam eſſe minorem circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, quod toties poſſit ex circulo c d, ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſq; relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo cõſtat quòd ipſum ſit maius medietate circuli: quadratũ enim quod eſt duplũ ad ipſum eſt circulũ circũſcribẽs, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sin autẽ quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per ęqualia diuidãtur, & puncta ipſos arcus diuidẽtia cum extremitatibus laterũ cõtinuentur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per ęqualia in puncto k, & protrahant lineæ k c, k g, ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorum ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo quòd omnis triangulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuę baſis per 41 primi, quod quidẽ parallelogrãmum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; cõtenta. Sint itaq; portiones exiſtẽtes ſuper latera octogonũ inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondũ hoc eſſet, non ceſſarem diuidere arcus (quorũ latera ultimę deſcriptæ figurę ſunt chordę) per ęqualia, & inſcribere figurã æquilateram duplo plurium laterum primæ, ſemper ſubtrahẽdo ab ipſis circuli portionib. maius dimidio quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtẽtes pariter acceptę, erũt minus ſuperficie f. Sint ergo nũc quæ dictę ſunt, eritq; ex cõceptione octogonũ c d, maius ſuperficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inſcribat ſimile octogonũ quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonum c d. ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiẽ e, itaq; permutatim polygonũ a b ad circulũ a b, ſicut polygonũ c d ad ſuperficiẽ e. Cũq; ſit polygoniũ c d maius ſupficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc aũt impoſſibile. Nõ eſt ergo ſuperficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim ſi poſſibile ſit. Cũ igit̃ ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d. ſicut circuli a b ad ſuperficiẽ e, erit ecõuerſo quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et cõſtat ex cõmuni ſciẽtia in principio huius demõſtrationis poſita, quod eadẽ eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ quę ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõſtrauimus paulo antè ſequi impoſſibile, uidelicet polygoniũ inſcriptum circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nõ poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſariò æqualis. Quare per ſecũdã partẽ 7 quinti, liquet quod ꝓpoſitũ eſt.

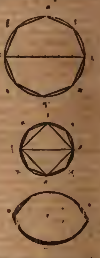




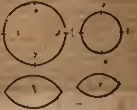


Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Circuli ſeſe adinuicē habent, ſicut quæ ex dimetiētibus quadrata.



THEON ex Zamb. Sint circuli αβγδ, εζηθ, dimetiētes autē eorū ſint δβ, ζθ. Dico q. eſt ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratū, ſic eſt αβγδ circulus ad εζηθ circulū. Si enim non eſt ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, ſic αβγδ circulus ad εζηθ circulū, erit ſicut quod ex βδ ad id quod ex ζθ, ſic αβγδ circulus uel ad minorem ipſo εζηθ circulo areā, uel ad maiorē. Sit prius ad minorem σ. deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratū εζηθ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius εζηθ circuli: quoniā ſi per ſigna εζηθ, tangentes circulū rectas lineas ducamus, circū circulum deſcri[pti] quadrati dimidium eſt εζηθ quadratū, ipſo autē circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare εζηθ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius εζηθ circuli. Secentur biſariam ipſæ εζ, ζη, ηθ, θε, circūferentiæ in ſignis κλμν, cōnectanturq; εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε. Et unūquodq; igitur ipſorū εκζ, ζλη, ημθ, θνε, triāgulorū, maius eſt quàm dimidium eius quod circū ipſum eſt circuli ſegmenti, quoniā ſi per κλμν, ſigna circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in εζ, ζη, ηθ, θε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triāgulorū, maius eſt dimidio eius quod circū ſeipſum ſegmēti circuli. Diſpeſcentes iam (per 10 tertij) reliquas circunferētias biſariam, cōnectētesq; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (p 1 decimi) relinquentes quædā circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus εζηθ aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinib. inæqualib. expoſitis, ſi à maiori auferatur maius quàm dimidiū, & reliquæ maius quàm dimidium, hoc quoq; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erat. Relinquantur igitur, ſintq; quæ in ipſis εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε, ſegmenta ipſius εζηθ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus εζηθ ipſam σ aream. Reliquū igitur εκζλημθν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum αβγδ, ipſi εκζληνμθν multangulo ſimile multāgulū αξβογπδρ. Eſt igitur (per præcedētē) ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, ſic eſt multangulum αξβογπδρ ad εκζλημθν multangulum. Sed ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratū, ſic circulus αβγδ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) αβγδ circulus ad σ aream ſic multangulū αξβογπδρ ad ipſum εκζλημθν multāgulum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus αβγδ, ad id quod in ipſo multangulum, ſic σ area ad multangulum εκζλημθν. Maior autem eſt αβγδ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo εκζλημθν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratū, ſic circulus αβγδ ad aliquā areā ipſo εζηθ circulo minorē. Similiter iam demōſtrabimus quod neq; ſicut quod ex ζθ ad id quod ex βδ, ſic circulus εζηθ ad aliquā areā minorē ipſo αβγδ circulo. Dico nēpe q. neq; ſicut quod ex βδ ad id quod ex ζθ, ſic circulus αβγδ ad aliquā areā maiorē ipſo εζηθ circulo. Si enim poſſibile, ſit ad maiorē σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζθ quadratum ad id quod ex βδ, ſic eſt σ area ad αβγδ circulum. Sed ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic eſt circulus εζηθ ad aliquam aream minorem ipſo αβγδ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζθ ad id quod ex βδ, ſic εζηθ circulus ad aliquam aream minorem ipſo αβγδ circulo, quod impoſſibile eſſe demonſtratum eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ, ſic circulus αβγδ ad maiorem aliquam aream ipſo εζηθ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratum, ſic circulus αβγδ ad circulum εζηθ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iā q. σ area maiore ſubſiſtente ipſo εζηθ circulo, eſt ſicut area σ ad αβγδ circulum, ſic εζηθ circulus ad aliquā aream minorem ipſo αβγδ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad αβγδ circulum, ſic εζηθ circulus ad aream τ. Dico q. area τ, minor eſt ipſo αβγδ circulo. Quoniam enim eſt ſicut



ſicut ε area ad αβγδ circulũ, ſic eſt εζηθ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti) eſt ſicut ε area ad εζηθ circulum, ſic eſt αβγδ circulus ad τ aream. Maior autẽ eſt ε area ipſo εζηθ circulo, maior igitur eſt & αβγδ circulus ipſa area τ, quare eſt ſicut ε area ad αβγδ circulum, ſic eſt εζηθ circulus ad minorem aliquam aream ipſo αβγδ circulo: quod oportuit demonſtraße.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

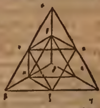
OMnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq; pyramidi ſimiles, unaq; in duo ſeratilia, quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiusq; uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per ęqualia in trib. punctis e f g, tres quoq; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarũ duę ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecũda parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ conſtat eſſe ſimiles ſibi inuicẽ & toti baſi, & ęquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrãma & ipſa eſt e f g c, quã conſtat eſſe duplã ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſæ h e, h f, & à puncto k l hypothenuſa k g, & protrahantur lineæ h k, k l, et l h. Diuiſa eſt itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicẽ ſibiq; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporũ æqualiũ & ſimiliũ & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint æqualia, cõſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtum eſt quod utrunq; illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triangula æqualis uni duarum, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quæ dupla eſt ad reliquam: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Omnis pyramis triangularem baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



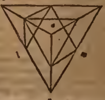
THEON ex Zãb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum αβγ, faſtigium uerò ſit ſignum δ. Dico q; pyramis αβγδ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes et toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) αβ, βγ, γα, αδ, δβ, δγ, biſariã in ſignis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cõnectanturq; θε, εη, ηθ, θκ, κλ, λθ, εκ, κζ, ζη. Et quoniã αε eſt æqualis ipſi εβ, et αθ ipſi δθ, parallelus igitur eſt εθ ipſi δβ. Idq; propterea etiam θκ, ipſi αβ parallelus eſt: parallelogrammũ igitur eſt θεκβ, æqualis igitur eſt ipſa θκ ipſi εβ. Sed εβ ipſi αε eſt æqualis, & αε igitur ipſi θκ eſt æqualis. Eſt autẽ et αθ ipſi θδ æqualis. Duæ iã αε, αθ, duab. κθ, θδ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub εαθ (p 29 primi) ei qui ſub κθδ, eſt æqualis: baſis igitur εθ (p 4 primi) baſi κδ eſt æqualis. Igitur triãgulũ αεθ, æquũ & ſimile eſt ipſi θκδ triãgulo. Et id propterea etiã triãgulũ αθη, ipſi θλδ triangulo æquũ et ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangẽtes ſe adinuicẽ εθ, θη, * ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangẽtes κδ, δλ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano exiſtẽtes, æquos angulos cõprehendũt: æqualis igitur eſt (per 10 undecimi) angulus qui ſub εθη, ei qui ſub κδλ, angulo. Et quoniam bina* * παρά δύο paralleli.

rectæ lineæ ι θ, θ κ, duabus, κ Δ, Δ λ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ι θ κ (per 10 undecimi) angulo qui ſub κ Δ, Δ λ, eſt æqualis, baſis igitur ι κ (p 4 primi) baſi κ λ eſt æqualis. Triangulũ igitur ι θ κ, æquũ eſt ei triangulo quod ſub κ Δ λ & ſimile, & id propterea triangulum α ι κ, ipſi θ κ λ triangulo æquũ & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis α ι κ triangulũ, faſtigium autem θ ſignũ, æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt θ κ λ triangulum & uertex Δ ſignũ. Et quoniã trianguli α Δ ϐ (per 2 ſexti) ** ad unum latus α β, excitata eſt ϑ κ, æquiangulũ eſt α Δ β triangulũ ipſi Δ α θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ α Δ β, ſimile eſt ipſi triãgulo Δ θ κ. Idq; propterea & triangulũ quidẽ Δ β γ ſimile eſt ipſi triangulo Δ κ λ, & α Δ γ triangulum ipſi Δ θ λ triangulo. Et quoniam (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes β α, α γ ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes κ θ, ϑ λ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui ſub β κ γ, æquus eſt ipſi angulo qui ſub κ θ λ. Eſtq; ſicut ϐ α ad α γ, ſic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α β γ, ipſi α κ λ triangulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α β γ, uertex autẽ Δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt θ κ λ triangulum, uertex autem Δ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ θ κ λ, uertex autẽ Δ ſignũ, oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidẽ eſt α ι κ triangulũ, uertex uerò θ ſignũ. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulũ α β γ, uertex uerò Δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi, cuius baſis quidem eſt α ι κ triangulum, & uertex θ ſignum: utraq; igitur ipſarũ α ι κ θ, θ κ λ Δ, pyramidũ, ſimilis eſt toti α β γ Δ pyramidi. Et quoniã β ζ æqualis eſt ipſi ζ γ, parallelogrãmum ι β ζ κ, ipſius ι ζ γ trianguli duplũ eſt (per 41 primi) Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æquè alta, & alterũ quidẽ habuerit baſin parallelogrãmum, alterũ autẽ triangulũ, duplum autẽ fuerit parallelogrãmum ipſius trianguli, ipſa priſmata ſunt æqualia (per 40 undecimi) priſma igitur cõprehenſum ſub binis triangulis ϐ κ ζ, ι θ κ, tribusq; parallelogrãmis ι β ζ κ, ι β κ θ, κ θ ζ ϑ, priſmati cõprehenſo ſub binis triangulis ϑ ζ γ, θ κ λ, tribusq; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ α θ, θ κ ζ α. eſt æquale. Manifeſtũ autẽ q, utrunq; ipſorũ priſmatũ cuius baſis ι ϐ ζ κ parallelogrammum, ex oppoſito aũt θ κ recta linea, et cuius baſis ϑ ζ γ triangulũ, ex oppoſito autẽ κ λ θ triangulũ, maius eſt utraq; ipſarũ pyramidũ, quarũ baſes quidẽ ſunt triãgula α κ ι & θ κ λ, uertices autẽ θ Δ ſigna. Quoniam ſi cõnectamus ι ζ, ι α, rectas lineas priſma cuius baſis ι β ζ κ parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ κ θ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis ι β ζ triangulũ, & uertex κ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis ι β ζ triangulũ, uertex autẽ eſt κ ſignum, æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt α ι κ triangulum, & uertex eſt θ ſignũ: ſub æquis enim & ſimilib. planis cõprehenduntur. Quare & priſma cuius baſis quidẽ ι ϐ ζ κ parallelogrammum, ex oppoſito autẽ θ κ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis α ι κ triangulũ, uertex autẽ θ ſignũ. Priſma uerò cuius baſis ι ϐ ζ κ parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ θ κ recta linea, æquũ eſt priſmati cuius baſis κ ζ γ triãgulum, ex oppoſito autẽ triãgulum θ κ λ. Pyramis autẽ cuius baſis quidẽ α ι κ triãgulum, uertex autẽ ſignũ θ. æqua eſt pyramidi cuius baſis θ κ λ triãgulũ, uertex autẽ eſt Δ ſignũ. Prædicta igitur bina priſmata, maiora ſunt prædictis duab. pyramidib. quarũ baſes ſũt ipſa α ι κ, θ κ λ triãgula, uertices autẽ ſunt θ Δ ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triãgulũ α ϐ γ, uertex autẽ ſignũ Δ, diuiditur in binas pyramides ſibi inuicẽ æquas & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt q̃ totius pyramidis dimidiũ: quod erat oſtẽdendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æquè altæ, quarũ baſes triangulæ ſingulæ in binas pyramides æquales ſibi inuicẽ ac toti ſimiles, binaq; ſeratilia æq̃lia diuidanẽ, erit proportio baſis unius ad baſin alterius tãq; proportio duorũ ſeratiliũ ſuorũ ad duo ſeratilia alterius. Eritq; palàm omnia ſeratilia q̃ fuerint in utralibet illarũ pyramidũ pariter accepta ad cũcta ſeratilia q̃ in altera pyramide fuerint, eandẽ habere proportionẽ, quã baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis. 4

CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarum baſes trianguli, æquè altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, baſis triangulus b c d, hypothenuſæ a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius cõnus pũctus e, baſis triãgulus f g h, hypothenuſæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, ſicut in pręmiſſa. Sintq; baſes earum diuiſæ, Hęc quidẽ protractis lineis latera baſis ipſius per æqualia diuidentibus, quæ ſint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ ſint n p, n q. Dico ergo quòd proportio baſis b c d ad baſin f g h, eſt ſicut duorũ ſeratilium pyramidis a pariter acceptorũ ad duo ſeratilia pyramidis e pariter accepta. Manifeſtũ eſt aũt ex 18 ſexti parte ſecũda, q proportio



portio trianguli b e d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandē quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulū n q h, ſicut lineæ f h ad lineā n h duplicata. Cūq; ſit linea b d ad lineam k d, ſicut linea f h ad lineā n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b e d ad triangulū k m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b e d ad triāgulū f g h, ſicut triangulus k m d ad triā gulum n q h. Triāgulus autem k m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtēs ſuper illū per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborum ſeratiliū pyramidis a pariter acceptorū, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitū eſt. Dormitas autē, ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidū, æquè alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cū enim ſint pyramides æquè altę, ſit quoq; utraq; earū diuiſa in duas pyramides ęquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia, & ſint duę partiales pyramides ęquè altæ, eo quòd ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſsis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe æquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componūt altitudinē totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æquè alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earum pyramidū eſſe æquè alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtū eſt, q ſimiliter baſes partialium pyramidū ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habēt adinuicem, ſicut baſes totaliū ex ſecūda parte 18 ſexti, & permutata a proportione, cōſtat ex 13 quinti uerū eſſe quod correlarium proponit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarum in binas pyramides adinuicē æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarū pyramidū is modus ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic q̄ in una pyramide priſmata omnia ad ea q̄ in altera pyramide priſmata * æquè multiplicia. *ἰσοπλασῖ, id eſt pari multitudine ſumpta.*

THEON ex Zāb. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt α β γ, δ ε ζ, & faſtigia η θ ſigna. Diuidaturq; ipſarum utraq; in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidē intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α β γ η pyramide ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata æquè multiplicia. Quoniā enim β ξ ipſi ξ γ, & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, & id propterea iam triangulum δ ε ζ, ſimile eſt, ipſi ς φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ε ζ ipſius ζ φ, eſt igitur ſicut β γ ad γ ξ, ſic eſt ε ζ ad ζ φ. Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidē β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipſis autē ε ζ, ζ φ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ς φ ζ. Si autē quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut α β γ triangulum ad λ ξ γ triangulum, ſic eſt δ ε ζ triangulum ad ς φ ζ triangulū, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ς φ ζ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ς φ ζ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulū, ex oppoſito autē ο μ ν, ad priſma cuius baſis eſt quidē ς φ ζ triangulū, ex oppoſito autē σ τ υ, et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ triāgulū ad δ ε ζ triāgulū, ſic eſt priſma cuius baſis quidē eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito uerò ο μ ν ad priſma cuius baſis eſt ς φ ζ triāgulū, ex oppoſito autē σ τ υ. Et quoniā bina priſmata exiſtētia in ipſa α β γ η pyramide inuicē ſūt æqualia, et quia bina priſmata exiſtētia in ipſa δ ε ζ θ pyramide inuicē ſūt æqualia, eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt β κ λ ξ parallelogrāmū, ex oppoſito uerò μ ο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito autē ο μ ν, ſic priſma cuius baſis π ε ς φ, ex oppoſito uerò σ τ ad priſma cuius baſis ς φ ζ, ex oppoſito autē σ τ υ. Cōponēdo igitur (per 18 quinti) eſt, ſicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο priſmata ad λ ξ γ μ ν ο priſma, ſic π ε φ ς σ τ, ς φ ζ σ τ υ, priſmata ad ς φ ζ σ τ υ priſma uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν ad ipſa π ε φ ς σ τ, ς φ ζ σ τ υ priſmata, ſic priſma λ ξ γ μ ο ν ad ς φ ζ σ τ υ priſ-*

ſicut igitur (per 9 quinti) ι θ baſis ad ν π, baſin ſic μ γ ad α ε. Ipſorũ igitur α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorũ α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinib. ſitq́; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico q ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtãtes, ad angulos rectos ipſis baſib. Et ſi quidem æqualis eſt ι θ baſis ipſi ν π baſi, eſtq́; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autẽ baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Nõ ſit iam ι θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ι θ, maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α β ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ε. Ponatur (per 2 primi) ipſi α ε, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ τ ſolidũ. Quoniã eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α ε, æqualis aũt eſt α ε ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidem ι θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi) α β ſolidũ ad γ φ ſolidum, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π baſis ad π τ baſin, & (per 32 undecimi) γ δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, et ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α β ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrunq; igitur ipſorũ α β, γ δ ad ipſum γ φ eandẽ rationẽ habet. Aequũ igitur eſt (per conuerſionẽ 7 quinti) α β, ſolidũ ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autem ſtantes ζ ι, β λ, κ κ, θ α, ν ξ, δ ο, μ γ, ς π, ad angulos rectos baſibus eorũ, excitẽturq́; (per 10 undecimi) ab ipſis ζ υ, β κ, ξ μ, δ ς ſignis in ipſorũ ι θ, ν π, baſium planis, perpẽdiculares, concurrantq́; planis ad ſigna ν τ υ, φ χ, ψ ω, σ, cõſtanturq́; ipſa ζ φ, ξ ω, ſolida. Dico q & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq́; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin. ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Quoniam enim α β ſolidũ æquũ eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α β, quidem ipſi β υ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) at α γ δ ſolidũ (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ς, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ β τ ipſi δ ψ ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ, quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinib. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ς baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinẽ. Aequalis autẽ eſt ζ κ baſis ipſi ι θ baſi, & ξ ς baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorũ δ ψ & β τ ſolidorũ & ipſorũ δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin. ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur α β, γ δ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iã ipſorũ α β, γ δ, ſolidorum parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico q ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdẽ namq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ι θ ipſi ζ κ & ν π, ipſi ξ ς, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ς baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinẽ. Eædem autẽ ipſorum α β, γ δ & β τ, δ ψ ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ς baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, δ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ β τ, ipſi β α, æquum eſt (per 29 undecimi) ſuper eadẽ namq; ſunt baſi ζ κ, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Solidum autẽ δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquũ eſt, ſuper eadẽ namq; ſunt baſi ξ ς, & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ δ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

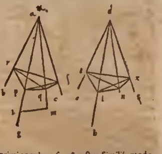




SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothe- 17
nuſæ in aere ſtatuãtur cũ lateribus angulorũ ſubiacentiũ ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinẽtes, atq; in illis hypothenuſis duo puncta ſignentur, à quibus punctis duæ perpendiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittantur, à punctis autẽ ſuper

per quæ perpendiculares ceciderint ad eoſdem duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duab. hypothenuſis cõtinentur, ęqui ſibi inuicẽ eſſe probantur.

CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſaliter a g & d h, ſitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k m & l n, & protrahãtur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe ęqualem angulo h d n. Si linea a k eſt ęqualis d l, bene quidẽ. Sin autem, ex linea a g ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpẽdicularis ad ſuperficiem anguli a, linea quæ ſit p q. Manifeſtum eſt igitur quod punctum q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearũ æquidiſtantiũ quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facilè cõſtat ſtudioſè intuẽti. Dehinc à puncto q ducãtur perpendiculares duæ, una ad lineã a b quæ ſit q r, & alia ad lineam a c, quę ſit q ſ. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineã d e, quæ ſit n t, & alia ad lineã d e, quę ſit n x, & protrahãtur r ſ & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq; prudẽter diſpoſita, demonſtrationẽ propoſiti ſic collige. Conſtat ex penultima primi q; quadratũ lineæ a p eſt æquale quadratis duarũ linearum a q, & p q, ac ex eadem q; quadratum a q eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ, ſ q, itaq; quadratũ a p, eſt æquale quadratis trium linearum a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eidem, quadratũ ſ p, eſt æquale quadratis duarũ linearum ſ q & p q, ergo quadratũ a p, eſt ęquale quadratis duarũ linearũ a ſ & ſ p, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis, unũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, eſſe rectũ. Cũ igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x ęqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadẽ linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ ęqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t: eſt enim ex hypotheſi angulus a, ęqualis angulo d. A' cõceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duocũ rectorũ, dẽptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 26 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p ſit æquale quadratis duarum linearũ r q & q p, & quadratũ lineæ t l ęquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, ſint autẽ duę lineę r p & t l æquales, duo quoq; quę ſunt r q & t n æquales, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodem modo cũ quadratũ lineæ a p ſit ęquale quadratis duarũ linearum quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratũ lineæ d l quadratis duarum linearum quæ ſunt d n & n l, ſit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cõmuni ſcientia a q eſſe ęqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propoſitum, uidelicet angulum p a m eſſe ęqualem angulo l n d.



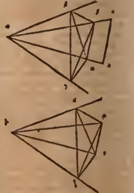
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 35.*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorũ uerticibus ſublimes rectæ lineę ſteterint, æquales angulos cõprehendẽtes cũ ijs quę in principio rectis lineis, alterũ alteri, in ſublimibus autẽ ſumpta fuerint cõtingentia ſigna, & ab eiſdẽ ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actę fuerint, à ſignis aũt quæ in planis à perpẽdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cõiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cũ ſublimibus comprehendent.

THEON ex Zãb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub β α γ, ε Δ ζ, à ſignis autem α, Δ ſub lineis excitentur rectæ lineæ α η, Δ μ, æquos cõprehendẽtes angulos cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri, hoc eſt angulum μ Δ ε angulo ei qui ſub η α β, cũ autem qui ſub μ Δ ζ, ei qui ſub η α γ, ſumanturq; in ipſis α η, Δ μ, continentia ſigna η, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipſis η, μ, ſignis ad ea quæ per β α γ, Δ ε ζ, plana perpendiculares η λ, μ ν, coincidantq; ipſis planis in ν λ, connectanturq; ipſæ λ α, ν γ. Dico quòd*

angulus

angulus qui ſub κ α λ, æqualis eſt angulo μ Δ ν, ponatur (per 2 primi) ipſi Δ μ æqualis α θ, exciteturq́; (per 31 primi) per ſignũ θ, ipſi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Igitur & θ κ, perpendicularis eſt ad id quod per β α γ planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis κ ν, ſignis ad ipſas α β, α γ, Δ ζ, Δ ε, rectas lineas perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, cõnectanturq́; ipſæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α, æqualia ſunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ eſt eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uerò quæ ex θ κ, κ γ, æquũ eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex θ γ, γ α, rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq́; propterea & qui ſub Δ ζ μ angulus, rectus eſt: æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, et qui ſub Δ ζ μ angulo. Eſt autem & qui ſub α γ θ, æqualis ei qui ſub Δ ζ μ. Bina igitur triangula ſunt Δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri et unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi Δ μ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur eſt α γ ipſi Δ ζ. Similiter oſtendemus, q & α β, ipſi Δ ε eſt æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniam quod ex α θ (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α κ, κ θ, ei autẽ quod ex α κ (per eandẽ) æqua ſunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, ſunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquũ eſt id quod ex β θ rectus enim eſt qui ſub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquum eſt eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur eſt qui ſub α β θ angulus, & id propterea qui ſub ε Δ μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ et qui ſub β α θ, angulus, ei qui ſub ε Δ μ æqualis. ſupponitur namq́;, eſtq́; ipſa α θ, ipſi Δ μ æqualis, æqualis igitur eſt (per 26 primi) α β, ipſi Δ ε. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi Δ ζ, & α β, ipſi Δ ε, bina igitur γ α, α β, duabus ζ Δ, Δ ε, ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ζ Δ ε, eſt æqualis. Baſis igitur β γ (per 4 primi) baſi ε ζ, eſt æqualis & triangulũ triangulo et reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis eſt igitur qui ſub α γ β angulus & qui ſub Δ ζ ε. Rectus autẽ & qui ſub α γ κ, recto qui ſub Δ ζ ν eſt æqualis & reliquus igitur qui ſub β γ κ, reliquo qui ſub ε ζ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ β κ, ei qui ſub ζ ε ν, eſt æqualis. Bina igitur triangula ſunt (per 8 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc eſt β γ, ipſi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt γ κ, ipſi ζ ν: eſt autẽ & α γ, ipſi Δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duab. Δ ζ, ζ ν, ſunt æquales. & æquos cõprehendunt angulos, baſis igitur α κ (per 4 primi) baſi Δ ν eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α θ, ipſi Δ μ, æquũ eſt quod ex α θ, et quod ex Δ μ. Sed et quod ex α θ γ (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim eſt qui ſub α κ θ. Et autẽ quod ex Δ μ, æqua ſunt quæ ex Δ ν, ν μ, rectus enim eſt qui ſub Δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, ſunt eis æqualia quæ ex Δ ν, ν μ quorũ quod ex α κ, æquũ eſt ei quod ex Δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquũ eſt ei quod ex ν μ. Aequalis igitur eſt θ κ, ipſi μ ν. Et quoniã binæ θ α, α κ, duabus μ Δ, Δ ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ κ, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α κ (per 8 primi) angulo qui ſub μ Δ ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.



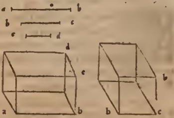
CORRELARIVM *Ex hoc nempe manifeſtum, quòd ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq́; ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes, unà cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli, inuicem ſunt æquales.*   *Euclid. ex Camp.*   *Propoſitio 38.*

SOlidum tribus lineis proportio nalibus contentum, æquum erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint. 38

CAMP. De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacũq; ſint dũ tamẽ æquiangula, uerũ eſt, quod cõtentũ à tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod à media earũ cõtinetur, quẽadmodũ de ſuperficieb. rectangulis probatũ eſt in 16 ſexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 13 eiuſdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinuè proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus ſolidus ad libitũ, & perficiatur ſolidũ æquidiſtantiũ laterum, cuius linea a b ſit longitudo, b c uerò altitudo ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c, quæ etiam uocetur b c, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b,

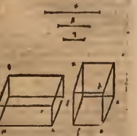
con-

conſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundum quod docet 26 lineæq; cæteræ ſolidum angulum b continentes reſecentur ad æqualitatē lineę b c, & perficiatur ſolidum ęquidiſtantium ſuperficierum, cuius longitudo, latitudo & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaq; duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtum eſt enim, quòd cunctæ ſuperficies unius ſunt ęquiangulę ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt, nam cū ſolidus angulus b, ponatur ęqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſq; ſuperficiei ſolidi a d ſit ęqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c, itaq; per 34 primi eorū oppoſiti, erunt ęquales. At quia uniuſcuiuſq; ſuperficiei quadratilateræ omnes anguli ſunt ęquales quatuor rectis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuę relatiuæ. Cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiam adinuicem ęquales, conuincitur neceſſariò ut unaquęq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuę relatiuæ in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorum ſolidum propoſitorum erunt æquales: ſunt enim æquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorum orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineę ſint æquales & ipſi determinent altitudinem ſolidorum, erunt ſolida æquè alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarū ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis, erunt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſę enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorum altitudo ex perpendicularibus à ſummitatibus ipſorum ad ſuas baſes deſcendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, cōuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrammum corpus a d ſit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c contineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineę continentes corpus a b cōtinuuè proportionales. Cùm enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æquè alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes ęquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorū ſunt æquiangulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti, quòd ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d: quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propoſitio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex media fit ſolido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.



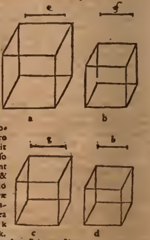
THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quòd ex α β γ, ſolidū, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ε, comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ. ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidē β, æqualis unaquæque ipſarū δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq; ipſum ε η, ſolidum. Ipſi aūt α, æqualis eſto (per eandem λ μ) conſtituaturq; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignumq; in ea λ, ipſi qui ad ε ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ. ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ε ζ, ε δ, & γ, ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ε ζ, ſic eſt δ ε ad λ ν, & circū, æquos angulos qui ſub μ λ ν, δ ε ζ, latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi δ ζ, parallelogrammo (per 14 ſexti) Et quoniam bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub δ ε ζ, ν λ μ, & ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cōſtitutæ λ ξ, ε η, inuicē æquales (per præcedentē) æquos angulos cōprehendentes*

tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipſæ igitur quæ ex κ ξ, ſignis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, Δ ο ξ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ, ο κ ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autem baſibus & ſub eiſdem altitudinibus conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum θ λ, ſolido ο κ eſt æquale. At λ θ, ſolidū, eſt ex ipſis α β γ, & ο κ, ſolidū eſt ex β. Igitur quod ex α β γ, ſolidum parallelepipedum, æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 39.

SI fuerint quotlibet lineę proportionales, ſolida quoq; ſua, 19
æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum, erunt proportionalia. Si uerò ſolida æquidiſtantium atq; ſimilium uniuſcuiuſq; creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS. Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & ſuper has fabricētur quatuor ſolida parallelogramma eiſdem nominibus dicta, quę ſint expreſſe ſimilia. duobus enim ad libitū fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecundū prę cepta 27 conſtituenda erunt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et ecōuerſo. Subiungātur enim duabus lineis a & b, in cōtinua proportione duæ quæ ſūt e & f, quemadmodum docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duę quæ ſint g & h. Conſtat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quę poſita eſt in principio quinti, & ex hac hypotheſi quòd ſolida a & b ſibi inuicem, & ſolida c & d ſibi ad inuicem ſunt expreſſe ſimilia: quòd proportio ſolidi a ad ſolidū b eſt ſicut proportio lineæ a ad lineā f: ſolidi quoq; c ad ſolidum d, ſicut lineę c ad lineā h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineā f eſt, ſicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti ſolidum a ad ſolidum b, ſicut ſolidum c ad ſolidum d. Conſtat igitur prima pars. Secunda ſic. Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicem, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicem expreſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelógramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundum 27 huius ſuper lineam k ſolidum expreſſe ſimile ſolido d, quod etiam dicatur k.



Eritq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum, & 20 ſexti, corpus k expreſſe ſimile corpori c, ideoq; per primā partem huius 39 iam probatam erit proportio ſolidi a ad ſolidū b, ſicut ſolidi c ad ſolidū k. Et quia eadem erat ſolidi c ad ſolidum d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidum k æquale ſolido d. Cumq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequitur lineam k eſſe æqualem lineę d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igitur ex ſecunda parte 7 quinti cōſtat etiam huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autem ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuor ſolidorum a b c d eſſe ſimile cuilibet aliorū. Neceſſe eſt enim duó ſólida a & b ſibi adinuicem, itemq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia, ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſarium autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.

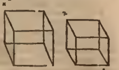


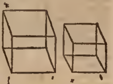
Euclid. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 37.

Si quatuor rectę lineę ꝓportionales fuerint, & q̃ ex ipſis ſolida pa- 37
rallelepipeda ſimilia, ſimiliterq; deſcripta proportionalia erūt. Et ſi

quæ

quę ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, ꝓportionalia fuerint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

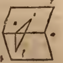




THEON ex Zāb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ, et deſcribātur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, η θ, ſimilia ſimiliterq́; iacentia ſolida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico q́ eſt ſicut κ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν η. Quoniā enim ſolidum κ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicē rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplā habet rationem quā ε ζ ad η θ. Et ſicut igitur (ꝑ 11 quinti) α κ ad λ γ, ſic μ ε ad ν η. Sed iam eſto ſicut α κ ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν η ſolidū. Dico quòd eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad η θ. Quoniam enim rurſus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplā rationē quā ε ζ ad η θ, eſtq́; ſicut κ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν η, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 38.

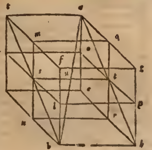
38 Si planum ad planū rectum fuerit, à ſigno autem in altero planorum exiſtente, in alterum planum perpendicularis ducta fuerit, in comunem ipſorū planorum ſectionem cadit ipſa perpendicularis.



THEON ex Zamb. Planum enim γ δ, ad planum α β, rectū eſto, cōmunis autem ipſorū ſectio ſit δ α, ſumaturq́; in ipſo γ δ plano, contingens ſignū ε. Dico q́ ab ipſo ε in α β planū perpendicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim. ſed ſi poſſibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & cōcurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Connectanturq́; ε η. Quoniam igitur ζ η ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε η exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ η ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ η, rectus eſt. Trianguli iam ipſius ε ζ η bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoßibile. Igitur ab ε in α β planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit: quod erat oſtendēdum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 40.

40 SI inciſa fuerint latera duarū oppoſitarū ſuperficierū cubi unūquodq; in duo media, exierintq́; à pūctis ſectionum duę ſuperficies ſe uiciſsim ſecātes & cubū, cōmunē earū ſectionē diametrū cubi ꝑ ęqualia ſecare, et ab ipſa diametro uerſa uice ꝑ æq̄lia ſecari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Statue cubū qui ſit a b, de quo cōſtat per diffinitionē q́ oēs lineæ ipſum cōtinentes ſint ęquales, & eius ſuperficies rectangulę: tale enim corpus, cubū dicimus. Huius igiť baſis ſit eius ſuperficies a c d e, ſupficies uerò eius ſuprema b f g h, dextra uerò eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autē ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulterior a c g f, eiusq; diameter ſit a b. Diuidātur itaq; omnia latera duarū quarūlibet ſuperficierum oppoſitarū eius per ęqualia, & ſint nūc ſuperficies quarum latera diuidātur, dextra atq; ſiniſtra. Diuidātur inquā, quatuor latera dextræ quidem ſuper quatuor puncta quæ ſunt o p, q r, ſiniſtrę uerò ſuper quatuor quæ ſint k l m n, & cōiungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quę ſecēt ſe in puncto t, itemq; k l & m n quę

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 41.*

41 SI duo corpora ſeratilia q̃rũ alterũ baſin triãgulã, alterũ uerò baſin habeat æquidiſtãtiũ laterũ ipſi baſi triangulæ duplã, æque alta fuerint, illa duo corpora, neceſſe eſt eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b c ę quidiſtãtium laterũ dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrãgulã a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies ę quidiſtãtiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficiei æquidiſtãtium laterũ eſt a h d k, tertia uerò eſt b h c k, duæ autẽ eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triãgulus d c k. Seratile autẽ quod eſt ſuper baſin triangulam e f g, ſit e f g l m n cuius altera duarũ trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prędicta, reliqua uerò triãgulus l m n, triũ autẽ ſuperficierum eius ę quidiſtãtium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicẽ æqualia. Perficiãtur enim duo ſolida parallelogramma, adiungẽdo utriq; duorum propoſitorũ ſeratiliũ aliud ſeratile ſibi æquale. Primo quidẽ ſeratili ſuper eãdẽ baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k cuius duæ trilaterę ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ eſt terminus cõmunis ſibi & ei cui adiungitur ſecũda uerò a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi ę quale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantium laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrãmum huius ſeratilis adiuncti, duę trilaterę ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ ſunt, prima quidem e l r s, ſecunda e l g n quæ eſt communis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorum æqualium atque ſimilium, quod duo ſeratilia parallelogrammum componentia ſolidum a k, ſibi inuicem, itemq; componentia ſolidum parallelogrammum e n, ſibi inuicem ſunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorum medietates ſunt ſeratilia propoſita, per communem ſciẽtiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcunq; enim fuerint æqualia, eorum medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

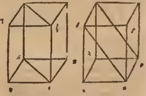




Eucl. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propoſitio 40.*

40 Si fuerint bina priſmata ſub ęquis altitudinib. & alterũ quidẽ baſin parallelogrãmũ habuerit, alterũ autẽ triãgulum, duplũ autẽ fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, ipſa priſmata ęqualia erunt.

THEON *ex Zamb. Sint bina priſmata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat baſin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò η θ κ triangulũ, duplum uerò ſit α ζ parallelogrammum, ipſius η θ κ trianguli. Dico quòd priſma α β γ δ ε ζ, æquum eſt ipſi η θ κ λ μ ν priſmati. Cõpleantur inquam, ipſa α ξ, ν ο, ſolida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipſius η θ κ triãguli duplum eſt, eſtq; θ κ parallelogrammum (per 41 primi) duplum ipſius η θ κ trianguli, æquum igitur eſt α ζ parallelogrammum ipſi θ κ parallelogrammo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α ξ, æquum eſt ipſi ν ο ſolido & ipſius quidem α ξ ſolidi, dimidium eſt ipſum α β γ δ ε ζ priſma, ipſius autẽ ν ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum η θ κ λ μ ν priſma. Igitur priſma α β γ δ ε ζ, ipſi η θ κ λ μ ν priſmati eſt æquum. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit baſin parallelogrammum, alterum autem triangulum, duplum autem fuerit parallelogrammum ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata: quod erat oſtendendum.*



EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum *Liber duodecimus.*

Ex Campano. *Propoſitio* 1.

OMniũ duarũ ſuperficierũ ſimilium multiangularũ inter duos circulos deſcriptarũ, eſt proportio alterius ad alterã, tanquam proportio quadratorum quę ex diametris circulorum eas circunſcribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quę ponantur adinuicem ſimiles. ſintq́ nunc pentagonæ inſcriptæ, ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorum ſint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h k ad pentagonum d e l m n, eſt ſicut quadratum diametri a c ad quadratum diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis ſeinuicem cancellantes infra ipſum pentagonum: in hoc quidẽ, a g & c b. in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cum pẽtagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ angulos a b g æqoalis angulo d e l, & latera ipſos continentia proportionalia, uldelicet proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 20 tertij, duo angnli a c b & a g b ſibi inuicẽ æquales. itemq́ duo alij d f e & d l e ſibi inuicem æquales, erunt duo qui ſunt c & f adinuicem æquales ex hac cõmuni ſcientia, quæ ęqualibus ſunt æqualia, ſibi qooq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij. uterq; duorum angulorum a b c, d e f, eſt rectus. ſequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrum d f, eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecunda parte 18 ſexti, proportio duorum pentagonorum eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia manifeſtum eſt: quod propoſitum eſt.





Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propoſitio* 1.

QVæ in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON *ex Zamb.*

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis ſint ſimiles figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autẽ circulorum ſint β μ, η ν. Dico quòd eſt ſicut quadratum quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, η λ, ζ ν. Et quoniam multangulum α β γ δ ε ipſi ζ η θ κ λ multangulo ſimile eſt, æquus eſt & qui ſub β α ε angulus ei qui ſub η ζ λ, eſtq́; ſicut β α ad α ε, ſic η ζ ad ζ λ. Bina iã triãgula ſunt β α ε & η ζ λ, unũ angulũ uni angulo æquũ habẽtia, qui ſub β α ε ei qui ſub η ζ λ, circa aũt æquos angulos latera proportionalia: æquiãgulum igitur eſt





(per

(per 1 diffinitionem ſexti) α β ε triangulū, ipſi ζ η λ triangulo: æqualis igitur eſt angulus qui ſub α ε β, ei qui ſub ζ λ η. Sed qui (per 21 tertij) ſub α ε β ei qui ſub α μ β eſt æqualis (in eādem namq; circumferentiā cerunt) qui autē ſub ζ λ η ei qui ſub ζ ν η, & qui ſub α μ β, igitur ei qui ſub ζ ν η eſt æqualis. Eſt aūt & rectus qui ſub β α μ, ei qui ſub η ζ ν recto (per 4 poſtulatum) æqualis: reliquus igitur reliquo eſt æqualis (per 3 cōmunem ſententiam) Aequiangulum igitur eſt triangulum α μ β, ipſi ζ η ν triangulo. Proportionaliter igitur eſt ſicut β μ ad η ν ſic β α ad η ζ. Sed ipſius quidem β μ ad η ν rationis, dupla eſt ea quæ ipſius β μ quadrati ad id quod ex η ν quadratum. Ipſius autem β α ad η ζ, dupla eſt ipſius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipſum ζ η θ κ λ multangulum: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulum α β γ δ ε ad multangulum ζ η θ κ λ. In circulis igitur ſimilia multangula ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat oſtendendum.

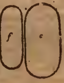
Euclid. ex Camp. Propoſitio 2.

OMniū duorū circulorū eſt proportio alterius ad alterū tanq̃ proportio quadrati ſuæ diametri ad q̃dratū diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifeſtum enim eſt ex hac communi ſcientia ſcilicet quanta eſt quælibet magnitudo ad aliquam ſecundam, tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam, quòd proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiem aliquam quæ ſit e, cuiuſcunq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impoſsibile eſt maiorem eſſe aut minorē circulo c d. Si enim eſt poſsibile ipſam eſſe minorem circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſuperficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, quod toties poſsit ex circulo c d, ſuisq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſq; relinquatur quātitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo cōſtat quòd ipſum ſit maius medietate circuli: quadratū enim quod eſt duplū ad ipſum eſt circulū circūſcribēs, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sin autē quatuor arcus exiſtētes ſuper dicta latera per ęqualia diuidātur, & puncta ipſos arcus diuidētia cum extremitatibus laterū cōtinuentur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per ęqualia in puncto k, & protrahant lineæ k c, k g, ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorū deſcriptorum ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo quòd omnis triangulus iſoſceles eſt medietas parallelogrāmi ſuę baſis per 41 primi, quod quidē parallelogrāmum maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; cōtenta. Sint itaq; portiones exiſtētes ſuper latera octogonij inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondū hoc eſſet, non ceſſarem diuidere arcus (quorū latera ultimę deſcriptæ figurę ſunt chordę) per ęqualia, & inſcribere figurā æquilateram duplo pluriū laterum primæ, ſemper ſubtrahēdo ab ipſis circuli portionib. maius dimidio, quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtētes pariter acceptę, erūt minus ſuperficie f. Sint ergo nūc quæ dictę ſunt, eritq; ex cōceptione octogonū c d, maius ſuperficie e. In circulo igitur a b eadē uia inſcribatur ſimile octogonū quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa proportio octogoni a b ad octogonum c d ſicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiē e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulū a b, ſicut polygonij c d ad ſuperficiē e. Cūq; ſit polygoniū c d maius ſupficie e, erit polygoniū a b maius circulo a b, hoc aūt impoſsibile. Nō eſt ergo ſuperficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim ſi poſsibile ſit. Cū igit̃ ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. ſicut circuli a b ad ſuperficiē e, erit ecōuerſo quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulū a b. Et cōſtat ex cōmuni ſciētia in principio huius demōſtrationis poſita, quod eadē eſt circuli c d ad aliquā ſuperficiē quę ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demōſtrauimus paulo antè ſequi impoſsibile, uidelicet polygoniū inſcriptum circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e nō poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſariò æqualis. Quare per ſecūdā partē 7 quinti, liquet quod ꝓpoſitū eſt.

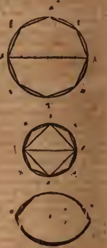




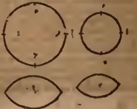


Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Circuli ſeſe adinuicē habent, ſicut quæ ex dimetiētibus quadrata. 2



THEON ex Zamb. *Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetiētes autē eorū ſunt δ β, ζ θ. Dico q; eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim non eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo areā, uel ad maiorē. Sit prius ad minorem σ. deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius ε ζ η θ circuli: quoniā ſi per ſigna ε ζ η θ, tangentes circulū rectas lineas ducamus, circū circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratū, ipſo autē circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ in ſignis κ λ, μ ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unūquodq; igitur ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triāgulorū, maius eſt quàm dimidium eius quod circū ipſum eſt circuli ſegmenti, quoniā ſi per κ λ, μ ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε triāgulorū, maius eſt dimidio eius quod circū ſeipſum ſegmēti circuli. Diſcſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circumferētias bifariam, cōnectētesq; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (p 1 decimi) relinquentes quædā circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinib. inæqualib. expoſitis, ſi à maiori auferatur maius quàm dimidiū, & reliquæ maius quàm dimidium, hoc quoq; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erat. Relinquantur igitur ſintq; quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multāgulū α ξ, β ο, γ π, δ ρ. Eſt igitur (per præcedētē) ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulum. Sed ſicut quod ex β δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream ſic multangulū α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multāgulum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ, ad id quod in ipſo multangulum, ſic σ area ad multangulum ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aliquā areā ipſo ε ζ η θ circulo minorē. Similiter iam demōſtrabimus quod neq; ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquā areā minorē ipſo α β γ δ circulo. Dico nēpe q; neq; ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquā areā maiorē ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorē σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratum ad id quod ex β δ, ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulum, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ θ circulus ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratum eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratum ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratum ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic circulus α β γ δ ad circulum ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iā q; σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η θ circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulum, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulum, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico q; area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt*



ſicut

ſicut ε area ad α β γ δ circulũ, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti) eſt ſicut ε area ad ε ζ η θ circulum, ſic eſt α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autẽ eſt ε area ipſo ε ζ η θ circulo, maior igitur eſt & α β γ δ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut ε area ad α β γ δ circulum, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipſo α β γ δ circulo: quod oportuit demonſtraſſe.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

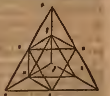
OMnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq́ pyramidi ſimiles, unaq́ in duo ſeratilia, quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiusq́ uertex ſolidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per æqualia in trib. punctis e f g, tres quoq́ hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq́ baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarũ duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, q̃s ex ſecũda parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliũ ſuperficierũ conſtat eſſe ſimiles ſibi inuicẽ & toti baſi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia eſt tetragona parallelogrãma & ipſa eſt e f g c, quã conſtat eſſe duplã ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſæ h e, h f, & à puncto k l hypothenuſã k g, & protrahantur lineæ h k, k l, et l h. Diuiſa eſt itaq́ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicẽ ſibiq́ & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporũ æqualiũ & ſimiliũ & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint æqualia, cõſtat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtum eſt quod utrunq́ illorum diuiſibile eſt in duas pyramides, quarum altera triangula æqualis uni duarum, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quæ dupla eſt ad reliquam: quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionem ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantum ad propoſitum) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Omnis pyramis triangularem baſin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem triangulares baſes habentes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zãb. *Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulum α β γ, faſtigium uerò ſit ſignum δ. Dico q̃ pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habentes et toti ſimiles, et in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt quã totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, biſariã in ſignis ε, ζ, θ, κ, λ, cõnectanturq́; ε θ, ε κ, κ θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ κ. Et quoniã α ε eſt æqualis ipſi ε β, et α θ ipſi δ θ, parallelus igitur eſt ε θ ipſi δ β. Idq́; propterea etiam θ κ, ipſi α β parallelus eſt: parallelogrammũ igitur eſt θ ε κ β, æqualis igitur eſt ipſa θ κ ipſi ε β. Sed ε β ipſi α ε eſt æqualis, & α ε igitur ipſi θ κ eſt æqualis. Eſt autẽ et α θ ipſi θ δ æqualis. Duæ iã α ε, α θ, duab. κ θ, θ δ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ε α θ (p 28 primi) ei qui ſub κ θ δ, eſt æqualis: baſis igitur ε θ (p 4 primi) baſi κ δ eſt æqualis. Igitur triãgulũ α ε θ, æquũ & ſimile eſt ipſi θ κ δ triãgulo. Et id propterea etiã triãgulũ α θ κ, ipſi θ λ δ triangulo æquũ et ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangẽtes ſe adinuicẽ ε θ, θ κ, * ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangẽtes κ δ, δ λ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano exiſtẽtes, æquos angulos cõprehendũt: æqualis igitur eſt (per 10 undecimi) angulus qui ſub ε θ κ, ei qui ſub κ δ λ, angulo. Et quoniam bina* * παρὰ δύο parallelis

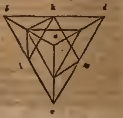
rectæ lineæ εθ, θκ, duabus κδ, δλ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub εθκ (per 10 undecimi) angulo qui ſub κδλ, eſt æqualis, baſis igitur εκ (p 4 primi) baſi κλ eſt æqualis. Triangulũ igitur εθκ, æquũ eſt ei triangulo quod ſub κδλ & ſimile, & id propterea triangulum αεη, ipſi θκλ triangulo æquũ & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis αεη triangulũ, faſtigium autem θ ſignũ, æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt θκλ triangulum & uertex δ ſignũ. Et quoniã trianguli αδβ (per 2 ſexti) παρὰ ad unum latus αβ, excitata eſt θκ, æquiangulũ eſt αδβ triangulũ ipſi δκθ triangulo, & latera habent proportionalia. igitur triangulũ αδβ, ſimile eſt ipſi triãgulo δθκ. Idq; propterea & triangulũ quidẽ δβγ ſimile eſt ipſi triangulo δκλ, & αδγ triangulum ipſi δθλ triangulo. Et quoniam (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes βα, αγ ad binas rectas lineas ſeſe inuicẽ tangentes κθ, θλ, ſunt nõ tamen in eodẽ plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui ſub βαγ, æquus eſt ipſi angulo qui ſub κθλ. Eſtq; ſicut βα ad αγ, ſic κθ ad θλ. Triangulũ igitur αβγ, ipſi θκλ triangulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ αβγ, uertex autẽ δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt θκλ triangulum, uertex autem δ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ θκλ, uertex autẽ δ ſignũ, oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidẽ eſt αεη triangulũ, uertex uerò θ ſignũ. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulũ αβγ, uertex uerò δ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi, cuius baſis quidem eſt αεη triangulum, & uertex θ ſignum: utraq; igitur ipſarũ αεηθ, θκλδ, pyramidũ, ſimilis eſt toti αβγδ pyramidi. Et quoniã βζ æqualis eſt ipſi ζγ, parallelogrãmum εβζη, ipſius ηζγ trianguli duplũ eſt (per 41 primi) Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æquè alta, & alterũ quidẽ habuerit baſin parallelogrãmum, alterũ autẽ triangulũ, duplum autẽ fuerit parallelogrãmum ipſius trianguli, ipſa priſmata ſunt æqualia (per 40 undecimi) priſma igitur cõprehenſum ſub binis triangulis βκζ, εθη, tribusq; parallelogrãmis εβζη, εβκθ, κθζη, priſmati cõprehenſo ſub binis triangulis ηζγ, θκλ, tribusq; parallelogrãmis κζγλ, λγηθ, θκζη eſt æquale. Manifeſtũ autẽ q utrunq; ipſorũ priſmatũ cuius baſis εβζη parallelogrammum, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, et cuius baſis ηζγ triangulũ, ex oppoſito autẽ κλθ triangulũ, maius eſt utraq; ipſarũ pyramidũ, quarũ baſes quidẽ ſunt triãgula αηε & θκλ, uertices autẽ θ δ ſigna. Quoniam ſi cõnectamus εζ, εκ, rectas lineas priſma cuius baſis εβζη parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ κθ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis εβζ triangulũ, & uertex κ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis εβζ triangulũ, uertex autẽ eſt κ ſignum, æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt αεη triangulum, & uertex eſt θ ſignũ: ſub æquis enim & ſimilib. planis cõprehenduntur. Quare & priſma cuius baſis quidẽ εβζη parallelogrammum, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis αεη triangulũ, uertex autẽ θ ſignũ. Priſma uerò cuius baſis εβζη parallelogrãmũ, ex oppoſito autẽ θκ recta linea, æquũ eſt priſmati cuius baſis ηζγ triãgulum, ex oppoſito autẽ triãgulum θκλ. Pyramis autẽ cuius baſis quidẽ αεη triãgulum, uertex autẽ ſignũ θ, æqua eſt pyramidi cuius baſis θκλ triãgulũ, uertex autẽ eſt δ ſignũ. Prædicta igitur bina priſmata, maiora ſunt prædictis duab. pyramidib. quarũ baſes ſũt ipſa αεη, θκλ triãgula, uertices autẽ ſunt θ δ ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triãgulũ αβγ, uertex autẽ ſignũ δ, diuiditur in binas pyramides ſibi inuicẽ æquas & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, et bina priſmata maiora ſunt q̃ totius pyramidis dimidiũ: quod erat oſtẽdendum.

παρὰ, id eſt æquidiſtanter.

παρὰ δύο

Euclid. ex Camp. Propoſitio 4.

SI duæ pyramides æquè altæ, quarũ baſes triangulæ ſingulæ in binas pyramides æquales ſibi inuicẽ ac toti ſimiles, binaq́ꝫ ſeratilia æq̃lia diuidanẽ, erit proportio baſis unius ad baſin alterius tãq́ꝫ proportio duorũ ſeratiliũ ſuorũ ad duo ſeratilia alterius. Eritq́ꝫ palàm omnia ſeratilia q̃ fuerint in utralibet illarũ pyramidũ pariter accepta ad cũcta ſeratilia q̃ in altera pyramide fuerint, eandẽ habere proportionẽ, quã baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis. 4



CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarum baſes triangulæ, æquè altæ. hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, baſis triangulus b c d, hypothenuſæ a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus pũctus e, baſis triãgulus f g h, hypothenuſæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, ſicut in præmiſſa. Sintq́ꝫ baſes earum diuiſæ. Hęc quidẽ protractis lineis latera baſis ipſius per æqualia diuidentibus, quæ ſint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ ſint n p, n q. Dico ergo quòd proportio baſis b c d ad baſin f g h, eſt ſicut duorũ ſeratilium pyramidis a pariter acceptorũ ad duo ſeratilia pyramidis e pariter accepta. Manifeſtũ eſt aũt ex 1 ſexti parte ſecũda, q pro-

portio

portio trianguli b c d ad triangulum k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandē quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulū n q h, ſicut lineæ f h ad lineā n h duplicata. Cūq; ſit linea b d ad lineam k d, ſicut linea f h ad lineā n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulū k m d, ſicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutanm triangulus b c d ad triāgulū f g h, ſicut triangulus k m d ad triāgulum n q h. Triāgulus autem k m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper, ipſum ad ſeratile exiſtēs ſuper illū per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborum ſeratiliū pyramidis a pariter acceptorū, ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodum ſimplum ad ſimplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propoſitū eſt. Dormitas autē, ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidū, æquè alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cū enim ſint pyramides æquè altę, ſit quoq; utraq; earū diuiſa in duas pyramides ęquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia, & ſint duę partiales pyramides ęquè altæ, eo quòd ſimiles & æquales (quod facile patebit demiſsis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad baſes ipſarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe æquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componūt altitudinē totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æquè alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ ſuper partialem triangulum baſis totalis pyramidis componitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earum pyramidū eſſe æquè alta ſeratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifeſtū eſt, quòd ſimiliter baſes partialium pyramidū ſic ſe habeant adinuicem, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialium ſic ſe habēt adinuicem, ſicut baſes totaliū ex ſecūda parte 18 ſexti, & permutata a proportione, cōſtat ex 13 quinti uerū eſſe quod correlarium proponit.



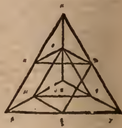
Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

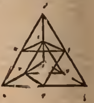
4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uerò fuerit utraq; ipſarum in binas pyramides adinuicē æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarū pyramidū is modus ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic q̄ in una pyramide priſmata omnia ad ea q̄ in altera pyramide priſmata * æquè multiplicia. *ἰσοπλασίῳ, id eſt pari multiplicitudine ſumpta.*

THEON ex Zāb. *Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, hoc eſt α β γ, δ ε ζ, & faſtigia κ θ ſigna. Diuidaturq; ipſarum utraq; in binas pyramides inuicem æquas & toti ſimiles & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidē intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quòd eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α β γ κ pyramide ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata æquè multiplicia. Quoniā enim β ξ ipſi ξ γ, & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, & id propterea iam triangulum δ ε ζ, ſimile eſt, ipſi ς φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ε ζ ipſius ζ φ, eſt igitur ſicut β γ ad γ ξ, ſic eſt ε ζ ad ζ φ. Deſcriptæq; ſunt ab ipſis quidē β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipſis autē ε ζ, ζ φ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ς φ ζ. Si autē quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, et quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Et igitur ſicut α β γ triangulum ad λ ξ γ triangulum, ſic eſt δ ε ζ triangulum ad ς φ ζ triangulū, uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ς φ ζ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ς φ ζ triangulum, ſic priſma, cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ad priſma cuius baſis eſt quidē ς φ ζ triangulū, ex oppoſito aūt ſ τ υ, et ſicut igitur (p 11 quinti) α β γ triāgulū ad δ ε ζ triāgulū, ſic eſt priſma cuius baſis qdē eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito uerò ο μ ν ad priſma cuius baſis eſt ς φ ζ triāgulū, ex oppoſito aūt σ τ υ. Et quoniā bina priſmata exiſtētia in ipſa α β γ κ pyramide inuicē ſūt æqualia, et quia bina priſmata exiſtētia in ipſa δ ε ζ θ pyramide inuicē ſūt æqualia, eſt igitur ſicut priſma cuius baſis eſt β κ λ ξ parallelogrāmū, ex oppoſito uerò μ ο recta linea, ad priſma cuius baſis eſt λ ξ γ triāgulū, ex oppoſito aūt ο μ ν, ſic priſma cuius baſis π ε ς φ, ex oppoſito uerò σ τ ad priſma cuius baſis ς φ ζ, ex oppoſito aūt σ τ υ. Cōponēdo igitur (p 18 quinti) eſt, ſicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ο priſmata ad λ ξ γ μ ν ο priſma, ſic π ε φ ς σ τ, ς φ ζ σ τ υ, priſmata ad ς φ ζ σ τ υ priſma uiciſsim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν ad ipſa π ε φ ς σ τ, ς φ ζ σ τ υ priſmata, ſic priſma λ ξ γ μ ν ο ad ς φ ζ σ τ υ priſ-*

τ υ priſma. Sicut autem λ ξ γ μ ν ο priſma ad ϛ φ ſ σ τ υ priſma, ſic oſtēſum eſt eſſe baſin λ ξ γ ad ipſam ϛ φ ſ, & baſin α β γ ad baſin Δ ε ſ, & ſicut igitur (per 11 quinti) triangulum α β γ ad triangulū Δ ε ſ, ſic bina priſmata quæ ſunt in α β γ π pyramide ad ea bina priſmata quæ ſunt in Δ ε ſ γ pyramide. Similiter uerò ſi et reliquas pyramides eodem modo π trahemus, uidelicet ο μ ν ν, σ τ υ θ, erit ſicut baſis ο μ ν ad σ τ υ baſin, ſic bina priſmata exiſtentia in ipſa ο μ ν π pyramide ad bina priſmata exiſtētia in σ τ υ θ pyramide. ſed ſicut ο μ ν baſis ad σ τ υ baſin, ſic α β γ baſis ad Δ ε ſ. baſin, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ baſis ad Δ ε ſ baſin, ſic & bina priſmata exiſtentia in ipſa α β γ ν pyramide ad bina priſmata exiſtentia in Δ ε ſ θ pyramide, & bina priſmata exiſtentia in ο μ ν π pyramide ad bina priſmata exiſtētia in ipſa ν τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; oſtendentur in priſmatibus factis ex ipſarum α π λ ο et Δ π ϛ φ pyramidum diuiſione, & omnium ſimpliciter æquè multiplicium. Quod autem ſit ſicut λ ξ γ triangulum ad ϛ φ ſ triangulum, ſic priſma cuius baſis λ ξ γ triangulum, ex oppoſito autē ο μ ν, ad priſma cuius baſis quidem eſt ϛ φ ſ triangulum, ex oppoſito σ τ υ, ſic oſtendendum eſt. In eadem enim deſcriptione intelligantur ab ipſis π θ perpendiculares in ipſa α β γ, Δ ε ſ, triangula plana, æquales autem ipſæ erunt, quoniam æquè ſublimes ipſæ ſupponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ π γ & quæ ex π perpendicularis, à parallelis planis hoc eſt α β γ, ο μ ν, ſecantur, in eiſdem rationibus ſecabuntur (per 17 undecimi) & π γ biſariam ſecatur à plano ο μ ν, in ſigno ν, & perpendicularis igitur quæ ex π, in triangulum α β γ, planum biſariam ſecatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in Δ ε ſ planum, biſariam ſecabitur ab ipſo σ τ υ plano. Et ipſæ quæ ex π θ, perpendiculares in ipſa α β γ, Δ ε ſ, plana ſunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipſa α β γ, Δ ε ſ plana perpendiculares, ſunt æquales. Priſmata igitur quorum baſes ſunt λ ξ γ & ϛ φ ſ triangula, ex oppoſito autem ο μ ν, σ τ υ, æquè ſunt alta. Quare & ſolida parallelepipeda quæ à prædictis priſmatibus deſcribuntur æquè alta, ad inuicem ſunt ſicut baſes, & dimidia igitur erunt ſicut λ ξ γ baſis ad ϛ φ ſ baſin, ſic prædicta priſmata adinuicem. Si binæ igitur pyramides ſub eadem fuerint altitudine, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

Διέλωμεν, diuiſerimus.

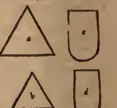




Euclid. ex Camp. Propoſitio 5.

OMnes duæ pyramides æquè altæ quarum baſes triãgulæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

CAMPANVS. Quod 33 undecimi propoſuit de ſolidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum eſſe demonſtrauimus de ſeratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duę pyramides æquè altæ, quarum baſes ſunt duo trigoni a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, eſt ſicut baſis a ad baſin b, quod eodē demonſtrationis uel argumētationis genere demōſtrandum eſt, quo ſecundam huius demonſtrauimus. Sit enim ut baſis a ad baſin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, ꝙ ipſum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam ſi poſsibile eſt ut ſit minus, eſto minus in ſolido d, ut pyramis b ſit æqualis duob. corporibus c & d pariter acceptis. Diuiſa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahātur ab ea duo ſeratilia, quæ ex prēmiſſa ſunt maius medietate pyramidis ipſius, itemq; ex utraq; duarū partialium reſiduarū pyramidum, duo earum prędicto modo diuiſarū ſeratilia demantur, & fiat hoc toties, quouſq; ex pyramide b cogatur aduerſarius per primā decimi confiteri relinqui minus ſolido d, eruntq; ex cōmuni ſcientia, ſeratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, ſimilis ſeratiliū detractio, & intelliga-

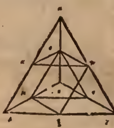


telligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq́ ex cor relario præmiſſæ ſicut baſis a ad baſin b, ita ſeratilia detracta à pyramide a ad ſeratilia detracta à pyramide b, ſed ſic erat pyramis a ad corpus c, itaq́ ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b, ſicut pyramis a ad corpus c, & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidem a, ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq́ ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſsibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim poſito, cùm ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c, erit è conuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidem a, eritq́ eadem ex communi ſcientia, pyramidis b ad aliquod corpus quod ſit d, ſequeturq́ ex 14 quinti, quòd corpus d ſit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a, ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratũ eſt ſequi impoſsibile, uidelicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide, maius eſſe ea pyramide à qua detrahitur. Ideoq́ relinquitur corpus c eſſe æquale pyramidi b, cùm nec minus ea poſsit eſſe nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b eſſe ſicut baſis c ad baſin b. Hoc autẽ erat demonſtrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

5 Sub eodem faſtigio pyramides ſubſiſtentes, triangulareſq́ baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides, quarum baſes quidem ſint α β γ, δ ε ζ, triangula. faſtigia uerò η, θ, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α β γ, baſis ad δ ε ζ baſin, ſic eſt α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis uel ad ſolidum aliquod minus ipſa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq́; prius ad minus aliquod, ſitq́; χ. Diuidaturq́; (per 3 duodecimi) ipſa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia: iam bina priſmata, maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidium, & rurſus (per eandẽ) quæ fiũt ex diuiſione pyramides, ſimiliter diuidantur, & hoc ſemper fiat, quo ad amplius nõ ſuperſint aliquæ pyramides ex ipſa δ ε ζ θ pyramide, quæ ſint minores exceſſu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipſum χ ſolidũ. Accipiantur, ſintq́; λόγου ἕνεκα, ipſæ δ π ρ ο & ο τ υ θ, reliqua igitur priſmata exiſtẽtia in ipſa δ ε ζ θ pyramide, maiora ſunt ipſo χ ſolido. Diuidaturq́; (per præcedentem) ipſa α β γ η pyramis, ſimiliter & æquè multipliciter ipſi δ ε ζ θ pyramidi. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic (per præcedentem) quæ in α β γ η pyramide priſmata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Sed & ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad χ ſolidum. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ η pyramis ad χ ſolidum, ſic priſmata quæ in α β γ η pyramide ad ea priſmata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ η pyramis ad ea quæ in ipſa priſmata, ſic eſt χ ſolidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Maior autem eſt pyramis α β γ η, eis quæ in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidum χ, maius eſt pyramide δ ε ζ θ ſunt priſmatibus, ſed et minus. Quod eſt impoſsibile. Igitur nõ eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad aliquod ipſa δ ε ζ θ pyramide ſolidum minus. Similiter iam oſtẽdetur, quòd neq; ſicut baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ſolidũ ipſa α β γ η pyramide. Dico iam, quòd neq; eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poſsibile, eſto ad maius χ ſolidum. Conuerſim igitur eſt ſicut δ ε ζ baſis ad α β γ baſin, ſic χ ſolidũ ad α β γ η pyramidẽ. Sed ſicut χ ſolidum ad α β γ η pyramidem, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, ſicut antè oſtenſum eſt. Et ſicut igitur (per 11 quinti) baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, quod abſurdum eſſe patuit. Nõ eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quòd neq; ad minus. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidem. Sub eodem igitur faſtigio, & quæ ſequũtur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



λόγου ἕνεκα, *uerbi cauſa*

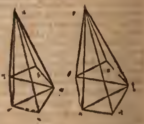




Euclides

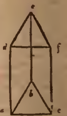
Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

Sub eadem altitudine pyramides exiſtētes, multangulasq́ baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.



THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides multangulas baſes habētes, hoc eſt α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, faſtigia uerò μ ν, ſigna. Dico quòd eſt ſicut α β γ δ ε baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic eſt α β γ δ ε μ, pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida. Diuidatur enim ipſa α β γ δ ε baſis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε, et ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. Intelligãturq́; ab unoquoq; triangulo, pyramides æquè altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam eſt ſicut α β γ, triangulum ad α γ δ triangulum, ſic eſt α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & cōponendo (per 18 quinti) ſicut α β γ δ trapeziũ ad α γ δ triangulum, ſic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, ſed & ſicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum, ſic α γ δ μ, pyramis ad α δ ε μ pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ μ, pyramis ad ipſam α δ ε μ pyramida: & componendo rurſus (per 18 quinti) ſicut α β γ δ ε baſis ad ipſam α δ ε, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idq́; propterea etiam ſicut ζ η θ κ λ, baſis ad ζ κ λ baſin, ſic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triãgulas habētes baſes ac ſub eadē altitudine, eſt igitur (per 5 duodecimi) ſicut α δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α δ ε μ, pyramis ad ipſam ζ κ λ ν pyramida. Quoniã igitur ſicut α β γ δ ε, baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ ε μ, pyramis ad α δ ε μ pyramida, ſicut autē α δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & ſicut α β γ δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & ſicut ζ κ λ baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rurſus (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ ε baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida. Sub eadē altitudine igitur & quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtendendũ.* Euclid. ex Cãp. Prop. 6.

OMne corpus ſeratile, in tres pyramides æquales baſesq́ triangulas habentes, eſt diuiſibile.



CAMPANVS. Sit ſeratile a b c d e f, ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triãgulas æquales. protrahatur enim in unaquaq; ſuarũ triũ ſuperficierũ parallelogrãmarũ linea diagonalis, ita quòd una earũ diagonaliũ ſit cōterminalis reliquis duabus. Vt ſi protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confuſionē protrahere cōtempſi, eritq́ totũ ſeratile in tres triãgulas pyramides diuiſum, quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile conſtat eſſe æquales.

CAMPANI *additiones.* Quoniã autē Euclides nihil demonſtrandũ proponit de pyramidibus lateratis, exceptis ſolis quarum ſunt baſes triangulæ, ut omniũ cognitionē ex elemētis quæ ponit, ſufficiēter elicere poſsimus, quædam arbitramur nō inutile demōſtrationib. hic poſins adiũgere. Solis enim elemētis cōtentus Euclides, multa prætermiſit, quę quãuis ex eis cōſequantur, non tamen ſine difficultate patent ſtudētibus. Horum primum eſt hoc:

Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile, alterum uerò pyramis, cuius baſis triangula) ſuper eandem baſin, aut ſuper æquales trigonas, aut ſeratile ſuper quadrangulam, pyramis uerò ſuper trigonam quę quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidiũ, conſtituta fuerint ęquè alta, ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonam, tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æquè altum. Si uerò ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulam, tunc baſi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantium laterum, ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi ęquè altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æquè altum, & utrorumq; baſes ſunt ęquales ex hypotheſi, ſequitur ipſa eſſe æqualia, hoc enim demonſtratum eſt in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, ſeratile ſecũdum triplum eſt ad pyramidem propoſitam, nam ipſa eſt una ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur, erit quoq; per communem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitam pyramidem.

Si quot-

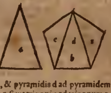
2 Si quotlibet pyramides quarum baſes triangulæ, ſuper unam eandemq; baſin, ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æquè altæ, eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

Fabricato enimuerò ſeratili, æquè alto pyramidibus propoſitis, ſuper baſin triangulam æqualem baſibus propoſitarum pyramidum, aut ſuper baſin quadrangulam duplam baſibus earundem, erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas: hoc enim conſtat ex præmiſſa addita, ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitæ pyramides ſunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum baſes triangulæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum, aut ſuper alias trigonas æquales, aut ſuper parallelogrāma duplas, ſeratilia ipſis pyramidibus ęquè alta, erunt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicem æquè alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia, ut probatum eſt in 36 undecimi, 33 ipſius mediante: cumq; ex prima harum additarum manifeſtum ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides, unumquodque uidelicet, ad ſuam relatiuam, baſesq; ipſorum æquales, aut duplas eſſe baſibus ipſarum: ſicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplum, ita ſimplum ad ſimplum, erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quęlibet pyramides æquè altæ, fueritq; alterius baſis trigona, reliquę autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.



Exempli gratia: Intelligantur duæ pyramides æquè altæ, ſuper duas baſes a & b, ſitq; baſis a triangula, b uerò pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaque dico proportionem pyramidum a & b, eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c d e, eritq; tota pyramis b, diſtincta in tres pyramides æquè altas, quarum baſes ſunt trianguli c d e, quæ etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita, proportio pyramidis c ad pyramidem a. eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, ſicut trigoni d ad trigonum a. itemq; pyramis e ad pyramidem a, ſicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis aſſumpta. ſequitur quod ſit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipſum eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipſum eſt pētagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateratæ pyramides ęquè altæ, ſuis baſibus proportionales eſſe probantur. Zamb. 6

Si altera earum fuerit ſuper baſin trigonam, ex præmiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis utriuſque fuerit polygonia, utralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos, & ipſa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmiſſa interpoſita proportio uniuſcuiuſque harum triangularum pyramidum, in quas altera propoſitarum diuiditur, ad reliquam, ſicut ſuę baſis ad baſin alterius. Itaque per 24 quinti, quoties oportet aſſumptam, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Eucl. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

6 Omne priſma triangularem baſin habens, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes.

THEON ex Zamb. *Sit priſma α β γ δ ε ζ, cuius quidem baſis ſit α β γ triangulum, ex oppoſito autem δ ε ζ. Dico quòd ipſum α β γ δ ε ζ priſma, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triangulares baſes habentes. Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammum eſt, eius autem diametiens eſt β δ, triangulum igitur α β δ ipſi ε δ β triangulo æquum eſt, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt α β δ triangulum, faſtigium autem γ ſignum, æqualis eſt pyramidi cuius baſis eſt triangulum ε δ β, & uertex eſt ſignū γ. Sed pyramis cuius baſis quidem eſt ε δ β triangulum, uertex autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε β γ, & uertex δ ſignum, ab eiſdem enim planis comprehen-*

prehenduntur. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α β δ, faſtigium autem ſignum γ, æqualis eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt α β γ triangulum, faſtigium autem δ ſignum. Rurſus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum eſt, dimetiens uerò ipſius eſt ε γ, triangulum ε γ ζ æquum eſt ipſi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulum β ε γ, faſtigiũ autem δ ſignum, eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum ε γ ζ, uertex uerò δ ſignum. Pyramis autem cuius baſis quidem eſt β ε γ triangulum, uertex autem δ ſignum, oſtenſa eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulum, uertex autem ſignum γ, & pyramis igitur cuius quidem baſis eſt γ ε ζ triãgulum, uertex autem δ ſignum equa eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulum, uertex autem γ ſignum. Igitur α β γ δ ε ζ priſma, in tres pyramides æquas ſibi inuicem diuiſum eſt, triangulares baſes habentes. Et quoniam pyramis cuius baſis quidem eſt triangulum α β δ, faſtigium autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulum γ α β, uertex autem ſignum δ (ſub eiſdem nanq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius baſis eſt triangulum α β δ, uertex autem ſignum γ, tertiũ eſſe priſmatis oſtenſum eſt, cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem δ ε ζ, & pyramis igitur cuius baſis eſt α β γ triangulum, uertex autem δ ſignum, tertium eſt priſmatis, cuius baſis eſt triangulum α β γ, ex oppoſito autem δ ε ζ. Omne igitur priſma, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſtrare.



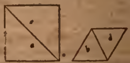
CORRELARIVM.

Ex hoc iam eſt manifeſtum, quòd omnis pyramis tertia pars eſt priſmatis eandem eidem baſin habentis & altitudinem æquam. Quoniam ſi aliam quampiam figuram rectilineam habuerit baſis priſmatis & eandem ex oppoſito diuiditur in priſmata triangulares baſes habentia, & ea quæ ex oppoſito.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 7.

SI duæ pyramides triangularum baſium fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes & altitudines fuerint mutuę, eaſdem pyramides ſibi inuicem eſſe æquales neceſſe eſt.

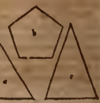
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi propoſuerunt de ſolidis parallelogrammis, & nos in 36 eiuſdem demõſtrauimus de ſeratiĩbus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus baſes triãgulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales ſuper duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicãtur a & b. Dico itaq; quod proportio baſis a ad baſin b, eſt ſicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et ſi hoc fuerit, dico pyramides a & b eſſe ęquales. Adhibeantur quidẽ duobus trigonis a & b, duo alij qui ſunt c & d ut fiant ambę ſuperficies a c & b d æquidiſtãnium laterum, & ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d. compleantur ſolida parallelogramma pyramidibus propoſitis æquẽ alta quę ſimiliter dicãtur a c & b d. Manifeſtũ igit eſt ex ſexta huius 12, q; pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue ꝓpoſitũ primã quidẽ partẽ ex prima, ſecũdã autẽ ex ſecũda.



CAMPANI *additio.*

Quòd ſi duæ quęlibet pyramides lateratæ fuerint ęquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint, eaſdem pyramides ęquales eſſe oportet.

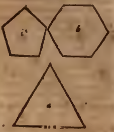
Si baſes utrarumq; fuerint triãgulæ, demonſtratũ eſt uerum eſſe quod diximus. Si altera tantum, ſit igitur a, baſis'que alterius pyramidis ſit b, & ſumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiat'que ſuper c, pyramis æquẽ alta pyramidi quæ eſt ſuper b, & ſint a b c, æquiuoca nomina pyramidum & baſium. Quia igitur ex hypotheſi duæ pyramides a & b ſunt æquales, & ex ultima interpoſitarum ad ſextam huius duæ pyramides b & c ſunt æquales: ideoq; ex communi ſcientia duæ pyramides a & c æquales, igitur baſes earum ſunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales, altitudines



nea quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & ſecunda 7 quinti, baſes a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda para conuerſo modo probatur. Nam ſi fuerit baſis a ad baſin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex ſecunda parte & prima 7 quinti, baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex ſecunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, ſunt æquales, quare per communem ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b, ſunt æquales.

Si uerò neutra propoſitarum pyramidum fuerit trigona, ſed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pẽtagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, ſumatur ſimiliter triangulus c æqualis hexagono b, ſuper quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoque duæ quæ ſunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare baſis a ad baſin c, ſicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex 7 quinti baſis a ad baſin b, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuerſa conuerſo modo patet: Si enim baſis a ad baſin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti baſis a ad baſin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex communi ſcientia & duæ quæ ſunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc eſt propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ, eſt proportio alterius ad alteram, tãquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habentibus, ex ipſis perfice duo ſolida parallelogramma, quemadmodum dictum eſt in demonſtratione præmiſſæ, eruntq; hæc duo ſolida parallelogramma ſimilia, eo quòd pyramides ponuntur ſimiles adinuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes pyramidibus & ſolidis parallelogrammis, ſuperficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoque illos angulos ſuperficiales continentia, ſunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres ſuperficies ſolidorum parallelogrammorum communes angulos ſolidos conſtituentes, ſunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum: quare ex 24 & 13 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum parallelogrammorum, ſunt ſimiles adinuicem. Igitur à diffinitione corporum ſimilium, erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cum proportio ſolidorum & pyramidum ſit una ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; ſit proportio ſolidorum una ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, ſunt autem latera ſolidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoque ex 11 quinti proportio propoſitarum pyramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata, quod eſt propoſitum.

CAMPANI *additiones.*

Quòd ſi fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ ſimiles, erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, ſimiles, ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, eſt ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Cõſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & corporum, quòd pentagoni qui ſunt baſes propoſitarum pyramidum, ſibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem, ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero æquales prout 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triangulas ſimiles & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni ſunt a & b. Conſtat autem ex hypotheſi triangulum c a d eſſe ſimilem triangulo b h k, & triangulum d a e triangulo k

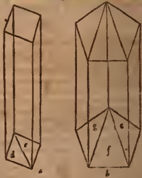
b l. Et quia etiam ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo k & latera c d, & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h k, ſicut c e ad h l. Cumq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, ſicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum, triangulus c a e, erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtum eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporum, quod pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoque conſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, ſicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, ſicut c g ad h n; triplicata, cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequitur ex 13 quinti, ut proportio totalium pyramidum a & b ſit ſicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 12 quinti conſtat uerum eſſe quod diximus.





Omnes colũnę laterate equè altę, ſuis baſib. ſunt proportionales.

Verum eſt quo ! dicitur, ſuper qualeſcunq; baſes polygonias ſint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus ſolida corpora laterata, quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales, cunctæ uerò reliquę ſuperficies ipſa ſolida circunſtantes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile, quando ſuper unã ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum: ſecunda uerò ſpecies eſt columna, cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitam: & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona, & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico quòd omnis laterata columna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui, in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b. conſtitutæ ſuper duas baſes a & b, æquè altæ, dico quòd proportio columnarum a & b, eſt ſicut baſium a & b. Diſtinguantur nanq; hæ baſes in triangulos, & hę columnæ in ſeratilia, baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula, in duos trigonos ſcilicet c & d, & columna a, in duo ſeratilia c & d, baſis uerò quæ ſit pentagona, diſtinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria ſeratilia quæ ſimiliter uocentur e f g. Manifeſtum eſt igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta ſunt, quòd proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e, & iterum ſeratilis d ad ſeratile e, ſicut baſis d ad baſin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad ſeratile e, ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit columna a ad ſeratile f, ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus colũnæ a ad ſeratile g, ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti, quoties neceſſe fuerit aſſumpta, facilè concludes propoſitum. Conſtat itaq; ex hoc, quòd omnes columne lateratæ ſuper eandem baſin uel ſuper æquales conſtitutę ſi fuerint æquè altæ, erũt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ eſt) æquè altæ columnæ lateratę ſint ſuis baſibus proportionales, ponãtur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales, neceſſe eſt ex 24 quinti, ut etiam columnę ſint æquales. Conſtat, quoq; quòd ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æquè alta, ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſariò cõprobantur. Omnia enim hæc, ſpecies ſunt lateratarum columnarum, de quibus paulo antè uniuerſaliter probatum eſt uerum eſſe quod dicitur.



Omnis laterata columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem.

Diſtinguatur baſis columnæ in triangulos, & ſecundum numerum triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulas, quæ uidelicet ſunt baſes ſeratilium. Conſtat itaq; unumquodq; ſeratile ad eam pyramidem quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit, triplum eſſe: hoc enim demõſtratum eſt in 6 huius

duodeci mi

duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia ſeratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq́ ex omnibus ſeratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, conſtat ueram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt: ſi uerò baſes earum & altitudines mutuæ fuerint, eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

Si enim columnæ ſint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna eſt tripla ad ſuã pyramidẽ. Si autẽ pyramides fuerint æquales, ſuę baſes ſuis altitudinibus mutuę erunt, quẽadmodum demõſtratum eſt in 7 huius. Quia igitur columnarũ ſuarumq́ pyramidũ eædẽ ſunt baſes, & altitudines ſunt eædẽ, cõſtat prima pars propoſiti. Sint igitur & altitudines propoſitarũ columnarũ lateratarum mutuæ. Dico quòd colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ ſint baſes eædemq́ altitudines columnarum ſuarum pyramidũ, erunt baſes & altitudines pyramidum propoſitarum columnarum mutuæ. Si hoc ut poſitum eſt, uerum fuerit de columnis, erunt quoq́ pyramides æquales, prout in 7 huius demõſtratum eſt, igitur & colũnæ ęquales, cum ipſæ triplę ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

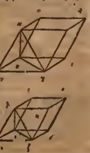
Omnium duarum columnarum lateratarum ſimilium eſt proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad ſuum relatiuum latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint ſimiles, erunt ex diffinitione ſimilium corporum, baſes earum cæteræq́ ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq́ baſes earum in triangulos ſimiles & numero æquales, quemadmodum 18 ſexti proponit eſſe poſsibile, & ipſæ columnę diuidantur in ſeratilia ſuper hos triangulos exiſtentia. Stude igitur probare ſeratilia unius, ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia quod facilè probabis ex hypotheſi & 6 & 4 & 5 ſexti, & ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & diffinitione ſimilium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuſcuiuſq́ ſeratilis unius ad ſuum relatiuum ſeratile alterius, ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum eſt proportio una, cum cũcta ſeratilia unius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius, ſequitur ex 11 quinti, ut cunctorum ſeratiliũ unius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ eſt proportio unius ſeratilis ad ſuum ſeratile relatiuum alterius, eadem eſt omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq́ omnia ſeratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarum, neceſſe ex 11 quinti, ut proportio columnarum ſit ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

8 Similes pyramides, triangulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Camp. 8.

THEON ex Zamb. *Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides, quarum baſes quidem ſunt α β γ, δ ε ζ, triangula faſtigia uerò ipſarum ſint η θ ſigna. Dico quòd α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationem, quam β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ η ſimilis eſt ipſi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur eſt angulus qui ſub α β γ ei qui ſub δ ε ζ angulo, & qui ſub η β γ ei qui ſub θ ε ζ, & qui ſub α β η ei qui ſub δ ε θ, eſtq́; ſicut α β ad δ ε, ſic eſt β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniam eſt ſicut α β ad δ ε, ſic β γ ad ε ζ, & circum æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipſi ε π, ſimile eſt parallelogrammo: & id propterea & β ν ipſi ε ρ ſimile eſt, et β κ ipſi ε ξ. Tria igitur β μ, κ β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽ μ β, β κ, β ν, tribus quæ ex oppoſito æqualia ſunt ſimilia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & ſimilia ſunt tribus quæ ex oppoſito: ipſa igitur β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda, ſub ſimilibus planis æquè multiplicib. cõprehẽduntur. Igitur β η μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido ſimile eſt. Similia aũt ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterũ (per 33 undecimi) Igitur β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidũ triplã habet rationẽ, quam eiuſdẽ rationis latus β γ ad eiuſdẽ rationis latus ε ζ. Sicut autẽ β η μ λ ſolidũ ad ε θ π ο ſolidum, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi, eo quod & priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi, triplum eſt ipſius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationem habet, quam β γ ad ε ζ: quod demonſtraſſe oportuit.*

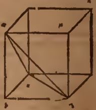


CORRELARIVM.

Ex hoc nempe eſt manifeſtũ, quod & multãgulas baſes habentes ſimiles pyramides, adinuicẽ in triplici ſunt ratione, eiuſdẽ rationis laterũ. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides, triãgulares baſes habentes (quia ſimilia polygona baſiũ in ſimilia triãgula diuidũtur, & in æquè multiplicia, & eiſdẽ rationis totis) erit ſicut in altera una pyramis triãgularẽ habẽs baſin ad unã baſin triãgularẽ habentẽ in altera pyramide, ſic et omnes pyramides in altera pyramide triãgulares baſes habẽtes, ad pyramides exiſtẽtes in altera pyramide, & habẽtes triangulares baſes. Hoc eſt, pyramis ipſa polygonã baſin habens ad pyramida baſin polygonam habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ baſin habẽs ad pyramida triangularẽ baſin habẽtem, in triplici eſt ratione eiuſdem rationis laterum. Et polygonam igitur baſin habẽs, ad ſimilẽ baſin habentẽ, triplã habet rationem quam latus ad latus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Æqualiũ pyramidũ & triãgulares baſes habẽtiũ, reciprocę ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triãgulares baſes habẽtes, quarũ reciprocę ſunt baſes uerticibus ſunt æquales.





THEON ex Zãb. *Sunt enim æquè pyramides α β γ η, δ ε ζ θ, triangulares baſes habẽtes α β γ, δ ε ζ, faſtigia uerò η θ ſigna. Dico q. ipſarum α β γ η, δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. & eſt ſicut baſis α β γ ad baſin δ ε ζ, ſic eſt ipſius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ η pyramidis altitudinẽ. Cõpleantur aũt ipſa β η μ λ, ε θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniam pyramis α β γ η æqualis eſt ipſi δ ε ζ θ pyramidi, eſtq; ipſius quidẽ α β γ η pyramidis ſexcuplũ ipſum β η μ λ ſolidũ, ipſius aũt δ ε ζ θ ſolidũ ε θ π ſexcuplũ eſt, igitur ſolidũ β η μ λ, ipſi ε θ π ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autẽ ſolidorũ parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinib. (p 34 undecimi) Eſt igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic eſt ipſius ε θ π ſolidi faſtigiũ ad ipſius β η μ λ faſtigiũ. Sed ſicut quidẽ β μ baſis ad ε π baſin, ſic α β γ triãgulũ ad δ ε ζ triangulũ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) triãgulũ α β ad triãgulũ δ ε ζ, ſic ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, ad ipſius β η μ λ ſolidi altitudinẽ. Sed ipſius ε θ π ο ſolidi altitudo, eadẽ eſt ipſi ipſius δ ε ζ θ pyramidis altitudini, & ipſius β η μ λ ſolidi altitudo, eadem eſt ipſi ipſius α β γ η pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic ipſius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ η pyramidis altitudinem. Ipſarum igitur α β γ η, δ ε ζ θ, pyramidũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſarum α β γ η, δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinib. eſtoq; ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic ipſius δ ε ζ θ pyramidis faſtigium ad ipſius α β γ η pyramidis faſtigium. Dico q. pyramis α β γ η, æqualis eſt ipſi δ ε ζ θ pyramidi. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic eſt ipſius δ ε ζ θ pyramidis uertex ad ipſius α β γ η pyramidis uerticẽ, ſed ſicut α β γ baſis ad ipſam δ ε ζ baſin, ſic β μ parallelogrammum ad ε π parallelogrãmum: & ſicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogramum ad ε π parallelogrãmum, ſic eſt ipſius δ ε ζ θ pyramidis faſtigiũ ad ipſius α β γ η pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidem δ ε ζ θ pyramidis uertex, eſt idẽ ipſius ε θ π ο parallelepipedi uertici, & faſtigiũ ipſius α β γ η pyramidis, idem eſt ipſius β η μ λ parallelepipedi altitudini: eſt igitur ſicut β μ baſis ad ε π baſin, ſic ipſius ε θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipſius β η μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus ſunt æqualia (per 34 undecimi) Igitur ſolidum parallelepipedum β η μ λ, ipſi ε θ π ο ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq; ipſius quidem β η μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ η ſexta pars, ipſius autẽ ε θ π ο parallelepipedi, ſexta pars eſt pyramis δ ε ζ θ. Igitur pyramis α β γ η, ipſi δ ε ζ θ pyramidi eſt æqualis. Aequalium igitur pyramidum & triangulares baſes habentium, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes, quarum baſes uerticibus ſunt reciprocæ, ſunt æquales: quod oſtendendum fuerat.*

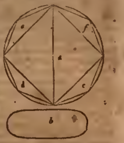
Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.

OMnis colũna rotũda, pyramidi ſuę tripla eſſe cõprobatur.

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligãtur una colũna & una pyramis, ſecundum eandẽ ſuam altitudidem erectæ, dicanturq; æquiuocè ipſa pyramis & columna & circulus, nomine uno ſcilicet a. Dico itaq; quòd colũna a eſt tripla ad pyramidem a: cuius probatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe, quàm tripla. Sit enim primum (ſi poſsibile eſt) maior quàm tripla, quantitate corporis b, ita quòd ſi b corpus dematur de colũna a, erit reſiduum eius triplũ ad pyramidẽ a. Inſcribatur ergo quadratũ circulo a, ſupér quod erigantur duo ſeratilia æquè alta columnæ a, de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis cõſtat, quod ipſa ſunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipſum quadratũ cõſtat eſſe plus medietate circuli a. ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiãtur ſolida parallelogrãma, quorũ ipſa ſunt medietates, erit ipſa colũna pars ipſorum duorum ſolidorũ pariter acceptorum.

Deinde

Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionũ latera quadrati ſunt chordæ, diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia. & ſint illi trianguli c d e f, ſuper quos etiam erige ſeratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifeſtum eſt quod hæc ſeratilia ſunt maius medietate portionũ colũnæ ſuper portiones circuli conſiſtentium, quẽadmodum & ipſi trianguli ſunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autẽ hoc toties. quouſq; per primã 10 cogatur aduerſarius cõfiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur colũna laterata octogona quam componũt omnia ſeratilia pariter accepta, quorum baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem, ſicut demonſtratũ eſt in eis quæ præmiſſa ſunt, ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide lateratæ columnæ, cuius baſis eſt inſcriptũ polygonium baſi rotũdæ pyramidis a, quod eſt impoſsibile: eſt enim pyramis laterata, pars ipſius pyramidis rotundę. Nõ eſt igitur pyramis a, minus tertia parte ſuæ colũnæ. Sed nec plus tertia. Si enim poſsibile eſt, ſit pyramis a, plus tertia parte colũnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, ſit reſiduum ipſius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æquè alta, cuius baſis ſit quadratum circulo a inſcriptum. quam lateratam pyramidem conſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotũdæ. Item de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, ſtatutæ ſuper triangulos c, d e f, qui ſunt in portionibus baſis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ colũnæ a. Et quia ut probatum eſt in pręcedẽtibus, hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ colũnæ lateratę a, ſequitur denuo ex ſecunda parte 10 quinti columnam rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis, cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptũ: Hoc autẽ impoſsibile. nam hæc columna laterata, pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſsit eſſe minus triplo ſuę pyramidis, neq; maius, erit neceſſariò tripla ad eam: quod demonſtrare uolumus.



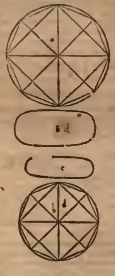
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem idem baſin habentis & æquale faſtigium.



THEON *ex Zãb. Habeat enim conus, cylindro baſin eandẽ, hoc eſt circulum α β γ δ, & æquale faſtigium. Dico q. conus cylindri tertia pars eſt, hoc eſt quod cylindrus, cono triplus eſt. Si autẽ cylindrus, cono non eſt triplus, erit cylindrus cono aut maior quàm triplus, aut minor. Sit prior maior quàm triplus. Et deſcribatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius eſt quàm dimidium ipſius circuli α β γ δ. Cõſtituatur ab ipſo α β γ δ quadrato, priſma æquè altum ipſi cylindro. Iam conſtitutum priſma, maius eſt quàm ipſius cylindri dimidium, quoniã & ſi ipſi circulo α β γ δ, quadratum circũſcribamus, quadratum in ipſo orbe α β γ δ deſcriptũ, circũſcripti dimidiũ eſt, & ab ipſis conſtituta ſunt, æquè alta ſolida parallelepipeda priſmata: priſmata igitur ipſa, adinuicem ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtans in ipſo α β γ δ quadrato, dimidium eſt eius priſmatis quod cõſtituitur à quadrato ipſi circulo α β γ δ circũſcripto. Et cylindrus ipſo priſmate quod fit à quadrato circũſcripto ipſi circulo α β γ δ, minor eſt. Igitur priſma à quadrato α β γ δ conſtitutum, ipſi cylindro æquè altum, maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipſæ α β, β γ, γ δ, δ α, circumferentiæ biſariam in ε ζ η θ, ſignis, & connectantur ipſæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unumquodq; igitur ipſorum α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulorum, maius eſt quàm dimidiũ eius quod circũ ſe ipſum ipſius α β γ δ circuli ſegmẽti, ſicut antè oſtẽdimus. Cõſtituantur ab unoquoq; ipſorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triangulorũ, priſmata æquè alta ipſi cylindro, & unumquodq; igitur ipſorum conſtitutorũ priſmatũ, maius eſt quàm dimidia pars circũ ſeſe ipſius ſegmenti circuli, quoniã ſi per ε ζ η θ, ſigna parallelos ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipſis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, et ab ipſis cõſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æquè alta uniuſcuiuſq; cõſtitutorũ dimidia ſũt priſmata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis et ſũt ipſius cylindri ſegmẽta, minores ipſis ſolidis parallelepipedis cõſtitutis. Itaq; etiã quæ in β ε θ, β ζ γ, γ η δ, δ θ α triãgulis priſmata, maiora ſunt q̃ dimidiũ circũ ſeſe cylindri ſegmẽtorũ. Diſpeſcẽtes iã (p 30*

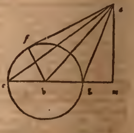
ſæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis ſibi æquè alta, cuius baſis ſit qoadratum inſcriptũ circulo b, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdẽ altitudinis conſiſtẽtes ſuper trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc toties, quouſq; cogẽte prima 10, ſit reſiduũ pyramidis b minus corpore d, eritq; ex cõmuni ſcientia, laterata pyramis detracta. quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygoniũ ſimile illi, quod eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiẽs ſuper illud polygoniũ, lateratã pyramidem æquè altã rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demõſtrare eſſe ſimilẽ lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cũ centro baſis, & erit perpendicularis ad baſin: deinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimilium pyramidum rotundarum ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrũ baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum, ſint autẽ utrobiq; omnes anguli quos axes cũ ſemidiametris cõtinent recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4. eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporum diffinitione, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratę pyramidis a ad lateratam b, eſt ſicut lateris otius ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrum b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod eſt impoſsibile, cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Reſtat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatã eſſe, ſicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c, maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus, quod eſt minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, eſt ſicut ſuę diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſsibile. Nam ex hoc demõſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cum ergo corpus c, non poſsit minus eſſe neq; maius rotunda pyramide b, erit neceſſariò ſibi ęquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti, conſtat propoſitum.



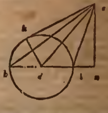
CAMPANI *annotatio.* Non lateat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt: tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen paſsio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnib. colũnis rotundis ſimilibus pyramidibusq; rotundis ſimilibus, ſiue earum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ cauſa hæ rotundæ colũnæ & pyramides, quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtãt erectę, reliquę uerò dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, niſi illę tantum quas erectas uocamus, hæ quidem per motũ parallelogrammi rectanguli, illę uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuocè conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cùm igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti, ſignatur punctus qui cum circumferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo, quouſque ad locum unde moueri inceperit, circumducatur: corpus, quod à curua ſuperficie, quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo, cui circumducitur, continetur

continetur, uoco pyramidem rotundam. Et circulũ cui linea hæc circũducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli ſuperficiem ſignatũ, uoco conum pyramidis. Lineamq́ rectam continuantem cẽtrum baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hęc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe erectam. Cũ uerò inclinata, dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autẽ fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtãtibus, quos una plana ſuperficies per eorum cẽtra tranſiens ſecuerit, fuerintq; cõtinuatæ per lineam rectam duæ relanuæ ſectiones duarum circumferẽtiarum ipſorum circulorum, ſi linea hæc in circũferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui à quo moueri incœperit quouſq; ad locũ ſuum redeat, circũducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis continetur, uoco columnam rotundã. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem utriuſq; duorum circulorum, dico columnam eſſe erectam. Cum uerò fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnã eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrum baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicem, dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis, demonſtrandũ eſt, quod omnium duarum rotundarum pyramidum ſimilium, columnarumúe rotundarum ſimilium, ſiue erectæ ſiue inclinatę fuerint, eſt proportio unius ad alteram, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

Si fuerint duæ rotũdæ pyramides adinuicem ſimiles, quarum utranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent, fueritq́ harum duarum ſuperficierum altera in utraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles erunt anguli quos axes & communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quæ ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.

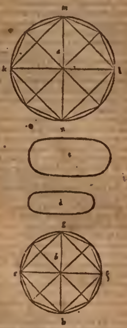


Sint duæ rotundę pyramides a b & c d, quarum baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, ſimiles adinuicẽ & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur, ut docet 11 undecimi libri, duæ perpẽdiculares quę ſunt a m & c n, & continuentur puncta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper. baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies e d n, quæ egreditur ab áxe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, ſimiles & intelligantur duæ ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, eſſe adinuicem ęquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, ſunt ſimiles, & duę ſuperficies a b m, c d n, ſtãtes orthogonaliter ſuper baſes, egrediuntur ab earũ axibus, erit ex diffinitione ſimiliũ pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineę ſupra ſuperficiem perpẽdiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium.



Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d, eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrum d k, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k, ſicut b m ad d n. Cũq; ſint duo

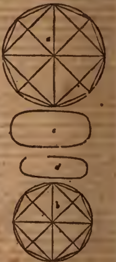
anguli f b m & k d n æquales, eo quód duo arcus f g & k l ſunt ſimiles ex hypotheſi, erit ex 6 & 4 ſexti proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n, ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpēdiculariter erectę uterq; duorum angulorum a m f, c n k, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d k, ſunt adinuicem ęquales. Quod eſt propoſitū. Idē probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus. Hoc itaq; demonſtrato, dico quód omniū duarum rotundarum pyramidum ſimilium quæcunque fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alteram, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarū baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorum diametri ſint etiā a & b, ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrū b proportio triplicata. Nō erit igitur corpus c, minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſsibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita q; duo corpora c & d pariter accepta ſint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta, ſuper circulum b, ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei & circuli b, linea e f tranſiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quę ſit g h, ſicq; inſcribatur circulo b, quadratū e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius baſis eſt quadratū circulo b, inſcriptū quæ (ut probatū eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahātur pyramides eiuſdem altitudinis, cōſiſtentes ſuper trigonos portionū circuli b, fiatq; hoc totiēs quouſq; reſiduum rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quā componunt lateratæ partiales pyramides detractę, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulū a, & ſit cōmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hāc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq; inſcribatur in circulo a. quadratū k m l n, & diuidendo arcus portionum circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniū ſimile illi quod eſt inſcriptū circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas à cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygonium lateratam pyramidē ęque altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidē, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractę à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriuſq; in utriſq; pyramidibus a & b. & à centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorum polygoniorum. Eruntq; ex præmiſſo antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ducta a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis, quos cōtinet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrum circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierum & ſimilium corporum quód duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima [illegible] ſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus, q; proportio earū ſit ſicut diame[illegible]arū baſiū triplicata. Et quia omnis colūna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidē (hoc e[illegible]cienter eſt demonſtratū ſiue columnæ & ſuæ pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorum triplicata.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas æquè al- 11
tas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotũdæ pyramides æquè altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidũ a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorũ a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus d f demõſtrabitur: omnis enim rotũda colũna, tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. De pyramidibus autẽ cõſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex communi ſciẽtia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulũ b, illud corpus ſit c. Dico itaq; quòd corpus c, nõ poteſt eſſe maius neq; minus rotũda pyramide b. Sit enim primò minus, quãtitate corporis d. Igitur circulo b inſcribitur quadratum, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum, & ex portionibus pyramidalibus detrahãtur pyramides ſuper trigonos portionum circuli cõſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractę, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, et perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æquè altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet ſicut polygonij a ad polygoniũ b. Hoc enim demonſtratũ eſt, in ſexta huius. At uerò polygonij a ad polygonium b eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtum eſt ex prima & ſecundę huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, ſicut rotundę pyramidis a ad corpus c. quare permutatim lateratę pyramidis a ad rotundam pyramidem à, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b maior corpore c, ſequitur lateratam pyramidem a eſſe maiorem rotunda pyramide a. Hoc autem impoſſibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uerò ponat aduerſarius quòd ſit maius, demonſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundę pyramidis b, ad aliquod corpus quòd ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a, erit ſicut rotundę pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonſtratum eſt prius, eſſe impoſſibile: ſic enim ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tantum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti, conclude propoſitum. Vt autem facilius inconcuſſiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum: quod eſt,



Zamb. 14. Si ſuperficies quædam rotundam columnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

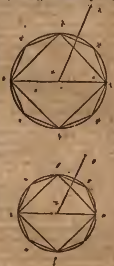
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerum eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint, ſiue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ ſexti, uel uigeſimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

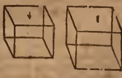
tione incontinuæ proportionalitatis quæ poſita eſt in procemio quinti libri, arguendũ eſt propoſitum. Attendere autem oportet, quod quæcunq; ſuperficies ſecat columnam æquidiſtanter baſi ipſius, ſecat etiam eam æquidiſtanter ſuperficiei baſis eius oppoſitæ. nã quęcunq; ſuperficies uni ſuperficiei ſunt æquidiſtantes, ipſæ quoq; ſunt æquidiſtantes adinuicem, ut ex ijs quæ dicta ſunt ex 17 undecimi didiciſti. Quare manifeſtum eſt, quod omnes rotundæ columnæ quarum ſunt baſes æquales, altitudinibus ſuis ſunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus conſtabit, ſi prius de columnis probetur. Eſt enim omnis columna, tripla ad ſuam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uerò ex ijs quæ ſuprà in octaua demonſtrata ſunt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 11.*

11 Sub eodẽ faſtigio exiſtẽtes coni & cylindri, adinuicẽ ſeſe habẽt ſicut baſes. Camp. 11.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ ſunt α β γ δ, ε ζ η θ circuli, axes autem ſint κ λ, μ ν, dimetientes uerò baſium ſint α γ, ε η. Dico q, eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic eſt α λ, conus ad conum ε ν. Si autem non eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic α λ conus ad ε ν conũ, erit ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic α λ conus ad aliquod ſolidum, minus ipſo ε ν, cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc eſt ad ξ. Et quo minus eſt ξ ſolidum ipſo ε ν cono ei æquum eſto ψ ſolidum, igitur conus ε ν, æquus eſt ipſi ξ ψ, ſolidis. Deſcribatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratũ igitur maius eſt quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipſo ε ζ η θ quadrato, pyramis æquè alta ipſi cono. Igitur ipſa pyramis excitata, maior eſt quam dimidium ipſius coni, quoniã ſi circunſcribamus ipſi orbi quadratum, & ab ipſo excitemus pyramida cono æquè altã inſcripta pyramis dimidium eſt circunſcriptæ, adinuicẽ enim ſunt ſicut baſes. Conus autẽ minor eſt pyramide circũſcripta. Pyramis igitur cuius baſis eſt ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipſi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ diuiduè in ſignis ο π ρ σ, cõnectanturq; ipſæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnũquodq; igitur ipſorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, maius eſt quàm dimidiũ apud ſeſe ſegmẽti ipſius circuli. Excitetur ab uno quoq; ipſorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ triãgulorũ, pyramis æquè alta ipſi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidum, maior eſt quàm dimidia pars apud ſeſe ſegmẽti coni. Secãtes igitur (p 30 tertij) reliquas circũferẽtias diuiduè, cõnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipſi æquè altas cono, & hoc ſemper faciẽtes, relinquẽtes quadã coni ſegmenta quæ erunt minora ipſo ψ ſolido. Relinquãtur, ſintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius baſis quidem eſt θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, faſtigiũ idẽ quod cono, maior eſt ipſo ξ ſolido. Inſcribatur et in circulo α β γ δ, ipſi θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulo ſimile & ſimiliter poſitũ multangulũ δ τ α υ β φ γ χ, excitetur q; ab ipſo pyramis æquè alta ipſi α λ cono. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex α γ ad id quod ex ε η ſic δ τ α υ β φ γ χ multãgulũ ad ipſum θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, ſicut aũt quod ex α γ ad id quod ex ε η, ſic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ, orbis ad ε ζ η θ orbẽ, ſic δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ ſic ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut aũt α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem α λ conus ad ξ ſolidũ. Sicut autẽ δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ ad θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, ſic pyramis cuius baſis eſt δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ, uertex autẽ λ ſignũ, ad pyramida cuius baſis quidẽ eſt θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, faſtigium autem ν ſignum. Et ſicut igitur*





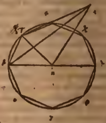
(per 11 quinti) α λ conus ad ξ ſolidum, ſic pyramis cuius baſis quidem δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autem λ ſignum, ad pyramida cuius baſis quidem eſt θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, uertex autem ν ſignum. Viciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α λ conus ad eã quæ in ſe ipſo pyramida, ſic ξ ſolidũ ad eam quæ in ε ν cono pyramida. Maior autẽ eſt α λ conus, ea quæ in ſe ipſo pyramide, maius igitur eſt & ξ ſolidum ea quæ in ε ν, cono pyramide, ſed & minus, quod abſurdũ eſt. Nõ igitur eſt ſicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, ſic α λ conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo ε ν cono. Similiter id demõſtrabimus quod neq; ſicut ε ζ η θ, orbis

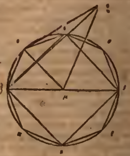
ad α β γ δ orbem, ſic λ ν conus ad ſolidum aliquod maius ipſo α λ cono. Dico iam quòd neq; eſt ſicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, ſic conus α λ ad aliquod ſolidum maius ipſo ε ν cono. Si enim poßibile, eſto ad maius ξ. Conuerſim igitur eſt ſicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ orbem, ſic eſt ξ ſolidum ad α λ conum. ſed ſicut ξ ſolidum ad α λ conum, ſic eſt ε ν conus ad aliquod ſolidum minus ipſo α λ cono. Et ſicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ δ circulum, ſit conus ε ν, ad aliquod ſolidum minus ipſo α λ cono, quod abſurdum eſſe patuit. Non eſt igitur α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, ſic α λ conus ad ſolidum aliquod maius ipſo ε ν cono. Patuit autẽ quòd neq; ad minus. Eſt igitur ſicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, ſic α λ conus ad ε ν conũ. Sed ſicut conus ad conum, ſic cylindrus ad cylindrum, triplus enim eſt alter alterius. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, ſic qui in ipſis cylindri æquè alti ad conos. Sub eodem igitur faſtigio ſubſiſtentes coni & cylindri ſe adinuicem habent ſicut baſes: quod erat oſtendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

Similes coni & cylindri; ad ſe inuicem in tripla ſunt ratione, ſicut dimetientium quæ in baſibus. 12

THEON ex Zãb. Sint ſimiles coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ α β γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiẽtes uerò baſiũ ſint β δ, ζ θ, & axes conorũ ſiue cylindrorũ ſint κ λ, μ ν. Dico quòd conus cuius baſis quidẽ eſt α β γ δ circulus, faſtigium autẽ λ ſignum, ad conum cuius quidem baſis eſt ε ζ η θ, uertex autẽ ν ſignum triplã habet rationẽ quam β δ ad ζ θ. Si autẽ α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conũ triplã rationem non habet quam β δ ad ζ θ, habebit conus α β γ δ λ, uel ad ſolidũ aliquod minus ipſo ε ζ η θ ν, cono triplã rationem, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratũ ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratũ, maius eſt quàm dimidium circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipſo ε ζ η θ quadrato, pyramis æquè alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata, maior eſt quàm dimidia pars coni. Secẽtur iã (per 30 tertij) ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε circumferẽtiæ diuiduè in ο π, ρ σ, ſignis cõnectãturq; ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε. Vnũquodque igitur ipſorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorũ, maius eſt quàm dimidia pars, quæ apud ſeſe ſegmẽti circuli ε ζ η θ. Conſtituatur ab unoquoq; ipſorũ ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triãgulorum, pyramides idẽ habẽt faſtigiũ ipſi cono, unaquæq; igitur ipſarum excitatarũ pyramidũ, maior eſt quàm dimidiũ eius quod apud ſeſe ſegmẽti circuli. Secãtes igitur (per 30 tertij) relictas circũferẽtias diuiduè, & cõnectantes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorũ pyramides faſtigium ipſi cono habentes, idem & hoc ſemper efficientes, relinquemus quædã coni ſegmenta quæ erunt minores exceſſu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipſum ξ ſolidum, relinquantur, & ſint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius baſis quidẽ eſt ε ο ζ π η ρ θ σ multãgulũ, uertex autẽ ν ſignũ, maior eſt ipſo ξ ſolido. Deſcribatur in circulo α β γ δ, ipſi ε ο ζ π η ρ θ σ, multãguli ſimile ſimiliterq; poſitũ multangulũ α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipſo pyramis, idẽ habens ipſi cono faſtigiũ. Et comprehendentium ipſam pyramida cuius baſis quidem eſt α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autẽ λ ſignũ, unũ triangulum eſto λ β τ, cõprehendentium autem pyramida cuius baſis quidẽ ε ο ζ π η ρ θ σ multangulũ, faſtigiũ autẽ ν ſignum unũ triãgulum eſto ν ζ ο, & cõnectantur κ τ, μ ο. Et quoniã α β γ δ λ conus ſimilis eſt ipſi ε ζ η θ ν cono, eſt igitur (per 20 undecimi diffinitionẽ) ſicut β δ ad ζ θ, ſic κ λ axis ad μ ν axẽ. Sicut autẽ β δ ad ζ θ, ſic (p 15 quinti) β κ ad ζ μ, & ſicut igitur (p 11 quinti) β κ ad ζ μ, ſic κ λ ad μ ν, et uiciſſim (p 16 quinti) ſicut β κ ad κ λ, ſic ζ μ, ad μ ν. Et circũ æquos angulos β κ λ, ζ μ ν latera ſunt proportionalia. Igitur (p 1 ſexti diffinitionẽ) triangulũ β κ λ, ſimile eſt ipſi ζ μ ν triãgulo. Rurſus quoniã eſt ſicut β κ, ad κ τ, ſic ζ μ, ad μ ο, & circũ æquos ãgulos β κ τ, ζ μ ο, quoniã qualis pars eſt ãgulus β κ τ eorũ qui ad κ cẽtrũ quatuor rectorũ, talis pars eſt et angulus ζ μ ν eorũ qui ad μ cẽtrũ quatuor rectorũ, quoniã igitur circũ æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur triãgulũ β κ τ ſimile eſt ipſi ζ μ ο triangulo. Rurſus quoniam patuit ſicut β κ ad κ λ, ſic ζ μ ad ν μ: æqualis autẽ eſt β κ ipſi κ τ, & ζ μ ipſi μ ν, eſt







μ ο, eſt igitur ſicut τ κ ad κ λ, ſic ο μ ad μ ν. Et circũ æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) ſunt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulũ ipſi μ ν ο, triangulo ſimile eſt. Et quoniã (p 6 ſexti) & propter ſimilitudinẽ ipſorũ λ κ β, ν μ ζ, triãgulorũ eſt ſicut λ β, ad β κ, ſic ν ζ, ad ζ μ, & propter ſimilitudinẽ ipſorũ β κ τ, ζ μ ο, triãgulorũ eſt ſicut κ β ad β τ ſic μ ζ ad ζ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λ β ad β τ, ſic ν ζ ad ζ ο. Rurſus quoniã ob ſimilitudinẽ ipſorũ λ τ κ, ν ο μ, triãgulorũ eſt (per 6 ſexti) ſicut λ τ ad τ κ, ſic ν ο, ad ο μ, propter autẽ ſimilitudinẽ ipſorũ τ κ β, ο μ ζ, triãgulorũ eſt ſicut κ τ ad τ β, ſic μ ο, ad ο ζ, ex æquali igitur (p 22 quinti) ſicut λ τ ad τ β, ſic ν ο ad ο ζ. Patuit autem & ſicut τ β ad β λ, ſic ο ζ ad ζ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) ſicut τ λ ad λ β, ſic ο ν ad ν ζ. Igitur ipſorũ λ τ β, ν ο ζ, triãgulorũ, proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur λ τ β, ν ο ζ, triangula, æquiangula ſunt, quare & ſimilia (per 5 ſexti) Et pyramis igitur cuius baſis quidẽ eſt β κ τ triangulum, uertex aũt λ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt ζ μ ο triangulũ, uertex autem ν ſignũ, ſub ſimilib. enim planis æquè multiplicib. cõprehenduntur. Similes autẽ pyramides, triangulares baſes habentes in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur β κ τ λ, ad ζ μ ο ν, pyramida, triplã rationẽ habet, quàm β κ ad ζ μ. Similiter iã cõnectẽtes ab ipſis , α χ, Δ φ, γ υ, in α rectas lineas, & ab ipſis ε σ, θ ς, η π, in μ, excitantesq́; in triangulis pyramides eadẽ habentes faſtigia ipſis conis, oſtendemus quod & unaquæq; ipſarũ eiuſdẽ ordinis pyramidum ad unamquãq; eiuſdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm β κ eiuſdẽ rationis latus ad ζ μ eiuſdẽ rationis latus, hoc eſt quàm β Δ ad ζ θ. Sed ſicut unũ antecedentium ad unũ ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequẽtia. Eſt igitur & ſicut β κ τ λ pyramis ad ζ μ ο ν pyramida, ſic eſt tota pyramis cuius baſis α τ β υ γ φ Δ χ multãgulũ, uertex autẽ λ ſignũ, ad totã pyramidem cuius quidẽ baſis eſt ε ο ζ π η ς θ σ multangulũ, uertex uerò ν ſignum. Quare & pyramis cuius baſis quidẽ eſt α τ, β υ, γ φ, Δ χ multãgulũ, faſtigiũ autẽ λ ſignũ, ad pyramida cuius quidem baſis ε ο ζ π η ς θ σ multangulũ, faſtigiũ autẽ ν ſignũ, triplã habet rationẽ quàm β Δ ad ζ θ. Supponitur autẽ & conus cuius baſis quidẽ α β γ Δ orbis, faſtigiũ autem λ ſignũ, ad ξ ſolidum, triplã rationem habens quàm β Δ, ad ζ θ, eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidẽ α β γ Δ circulus, uertex autẽ λ ſignum ad ξ ſolidũ, ſic pyramis cuius quidẽ baſis eſt α τ β υ γ φ Δ χ multãgulũ, uertex aũt λ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ε ο ζ π η ς θ σ, multãgulũ, uertex autẽ ν ſignum. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut conus cuius baſis quidem eſt α β γ Δ orbis, uertex autẽ λ ſignũ ad eã quæ in ſe pyramida cuius baſis eſt α τ β υ γ φ Δ χ multãgulum, uertex autẽ λ ſignum, ſic ſolidum ξ ad pyramida cuius baſis quidẽ eſt ε ο ζ π η ς θ σ multangulum, uertex aũt ν ſignum. Maior autẽ eſt prædictus conus ea quæ in ſe ipſo pyramide, ipſam enim cõtinet. Igitur ξ ſolidũ, maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt ε ο ζ π η ς θ σ multangulũ, uertex autẽ ν ſignũ. Supponebatur autẽ quod & minus, quod eſt abſurdũ. Nõ igitur conus α β γ Δ λ, ad aliquod corpus minus ipſo ε ζ η θ ν, cono triplã rationẽ habebit, quàm β Δ ad ζ η. Similiter iã demõſtrabimus, q; neq; ε ζ η θ conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo α β γ Δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ζ θ ad β Δ. Dico iam q, neq; α β γ Δ λ, conus ad aliquod ſolidum maius ipſo ε ζ η θ ν cono, triplã habet rationẽ, quàm β Δ ad ζ θ. Si enim poſsibile, habeat ad maius ξ. Cõuerſim igitur ξ ſolidũ, ad α β γ Δ λ conum, triplã habet rationem, quàm ζ θ ad β Δ. Sicut aũt ξ ſolidũ ad α β γ Δ λ conũ, ſic ε ζ η θ ν conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo α β γ Δ λ cono & ε ζ η θ ν igitur conus, ad ſolidũ aliquod minus ipſo α β γ Δ λ, cono triplã rationem habet, quàm ζ θ ad β Δ, quod impoſsibile eſſe patuit. Igitur α β γ Δ λ conus, ad ſolidũ aliquod maius ipſo ε ζ η θ ν cono, triplã rationẽ nõ habet, quàm β Δ ad ζ θ, patuit aũt quòd neq; ad minus. Conus igitur α β γ Δ λ, ad conum ε ζ η θ ν triplã rationẽ habet, quàm β Δ ad ζ θ (per 15 quinti) ſicut autẽ conus ad conum, ſic cylindrus ad cylindrũ: triplus enim eſt cylindrus, ipſius coni qui in eadẽ eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtenſum eſt autẽ (in 10 duodecimi) quod omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſim habentis (per 10 duodecimi) & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrum triplam habet rationẽ quam β Δ ad ζ θ. Similes igitur coni & cylindri adinuicẽ in triplici ſunt ratiõe dimetiẽtiũ quæ in baſib. quod oſtẽdere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 Si cylindrus plano ſecetur, parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut cylindrus ad cylindrum, ſic axis ad axem.

THEON ex Zamb. Cylindrus enim α Δ, plano η θ ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ipſis α β γ Δ. Dico q, eſt ſicut β η cylindrus ad η Δ cylindrum, ſic eſt ε κ axis ad κ ζ axem. Extẽdatur axis ε ζ ex utraq; parte, in λ μ ſigna, exponanturq́; ipſi ε κ axi æquales quilibet utcunq; ε ν, ν λ, ipſi autem ζ κ, quilibet utcunq; ζ ξ, ξ μ, & extendantur per λ ν, ξ μ ſigna: plana parallela α β, γ Δ, & intelligantur in ipſis per λ ν ξ μ, planis circũ centra λ ν ξ μ, circuli ο π, ς σ, τ υ, φ χ, æquales ipſis α β, γ Δ, et intelligãtur cylindri π ς, ς β, Δ τ, τ χ.

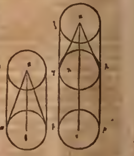
 Et quo-

Et quoniā ipſi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ϛ, ϛ β, β κ, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autē ſunt æquales. Igitur & ipſi π ϛ, ϛ β, β κ cylindri, ſunt æquales. Quoniam igitur ipſi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicem ſunt æquales, ſunt autē & ipſi π ϛ, ϛ β, β κ, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipſorum λ ν, ν ι, ι κ, æqualis eſt multitudini ipſorum π ϛ, ϛ β, β κ, quotuplex igitur eſt κ λ axis, ipſius ι κ axis, totuplex erit & π κ cylindrus ipſius β κ cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ζ axis, totuplex eſt & cylindrus χ κ ipſius κ Α cylindri. Et ſi κ λ axis æqualis eſt ipſi κ μ axi, æqualis eſt & cylindrus π κ ipſi κ χ cylindro. Si autem axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π κ cylindrus ipſo κ χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 1 quinti) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, axibus quidem, ι κ, κ ζ, cylindris autem β κ, κ Α accepta (per diffinitionem 6 quinti) ſunt æquè multiplicia ipſius quidem ι κ axis & β κ cylindri, ipſe axis κ λ, & π κ cylindrus. Ipſius autem κ ζ axis, & κ Α cylindri, κ μ axis & κ χ cylindrus. Et patuit quòd ſi κ λ, axis excedit κ μ axem, & π κ cylindrus ipſum excedit κ χ cylindrum, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut ι κ axis ad κ ζ axem, ſic β κ cylindrus ad κ Α cylindrum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicem ſeſe habent ſicut faſtigia. 14

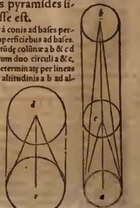
THEON ex Zāb. Sint enim in æqualibus baſibus α β, γ Α, cylindri ζ Α, ε β. Dico q̃ eſt ſicut cylindrus ε β ad cylindrū ζ Α, ſic eſt κ θ axis, ad κ λ axē, extendatur enim κ λ axis in ν ſignū, ponaturq́; ipſi κ θ axi æqualis λ ν, & circū axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ε β γ μ cylindri, ſub eodem ſunt faſtigio, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicem ſunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniam cylindrus ζ μ, plano quodā ſecatur γ Α, parallelo exiſtēte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 13 duodecimi) ſicut γ μ cylindrus ad ζ Α cylindrū, ſic eſt λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem eſt γ μ cylindrus ipſi ε β cylindro, & λ ν axis ipſi κ θ axi. Eſt igitur ſicut ε β cylindrus ad ζ Α cylindrum, ſic eſt κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ Α cylindrum, ſic α β κ conus ad γ Α κ conum, tripli enim ſunt cylindri ipſorum conorum (per 10 duodecimi) & ſicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, ſic α β κ, conus ad γ Α κ conum, & ε β cylindrus ad ζ Α cylindrū: quod erat oſtendendum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 11.

SI duæ pyramides rotūdæ ſiue columnę fuerint æquales, 15 ſuæ baſes & altitudines erūt mutuæ. Si uerò ſuę baſes & altitudines mutuę fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Altitudinē pyramidum, determināt lineę à conis ad baſes perpēdiculariter deſcēdentes, colūnarū autē, à ſupremis earū ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duę rotūdæ pyramides a b & c d æquales, duæq; rotūdę colūnæ a b & c d æquales, ſintq; cōmunes baſes tam pyramidū quàm colūnarum duo circuli a & c, cōmunes quoq; altitudines tam pyramidū quàm colūnarū determinatę per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulū a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinē c d, & ecōuerſo. Hoc autē ſi de colūnis probatū fuerit, de pyramidibus certū erit, quoniā omnis colūna rotunda tripla eſt ad ſuā pyramidē. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex pręmiſſa cōſtat propoſitū. Si aūt inęquales, ſit a b maior, ſumaturq́; a e ęqualis a d. & ſecetur colūna a b, à ſuperficie e ęquidiſtāter baſi eius a, eritq; ex pręmiſſo antecedēte, colūna a b ad columnā a e, ſicut altitudo a b ad altitudinē a e, ideóq; ex prima parte 7 quinti columnā c d ad columnā a e ſicut altitudo a b ad altitudinē a e. quare per ſecundā partē 7 quinti, ſicut altitudo a b ad altitudinē c d, ex pręmiſſa aūt eſt columna c d ad columnā a e, ſicut circulus c ad circulū a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinē c d ſi-

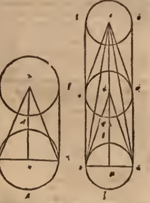


c d. ſicut baſis c ad baſin a. Conſtat igitur prima pars. Secunda cõuerſo modo conſtabit, eadẽ diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d ſunt æquales: erit enim ex ſecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad columnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a & ex pręmiſſa antecedente columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnã a e ſit ſicut colũna a b ad eandẽ a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

15 Æqualiũ conorũ & cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticib. Et coni & cylindri quorũ reciprocę ſunt baſes uerticibus, ſunt ęquales.

THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ baſes quidem α β γ δ, ε ζ η θ orbes, dimetientes autem ipſorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorũ. Et compleantur ipſi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipſorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin. ſic eſt μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Faſtigium enim κ λ, ipſi μ ν, faſtigio aut eſt æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Eſt autẽ & α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro æqualis, ſub eodẽ autem faſtigio exiſtentes coni & cylindri, adinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Aequalis eſt igitur α β γ δ baſis, ipſi ε ζ η θ baſi. Quare & reciprocæ ſunt, ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν faſtigium ad κ λ faſtigium. Sed iam nõ ſit uertex λ κ ipſi μ ν æqualis, ſed eſto maior μ ν, et auferatur (per 3 primi) ab ipſa μ ν altitudine, ipſi κ λ æqualis π μ, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi λ κ uertici æqualis π μ, & per π ſignum ſecetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ε ζ η θ, ς ο, circulorũ. Et à baſi quidẽ ipſius ε ζ η θ circuli, faſtigio uerò μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniã α ξ cylindrus æquus eſt ipſi ε ο cylindro, alius autem ε σ cylindrus, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ξ, cylindrus ad ε ζ cylindrũ, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Sed ſicut quidem α ξ cylindrus ad ε σ cylindrũ, ſic eſt α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin. Sub eadem enim ſunt altitudine, ipſi α ο, ε ξ, cylindri. Sicut autẽ cylindrus ε ο ad cylindrũ ε σ, ſic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri nanq; in æqualibus baſibus exiſtentes, ſe habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ π uertex ad μ σ uerticem. Aequalis autem eſt π μ uertex, ipſi κ λ uertici. Eſt igitur ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic eſt μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequalium igitur α ξ, ε ο cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum α ξ ε ο cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtóq; ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis eſt ipſi ε ο cylindro. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniam eſt ſicut α β γ δ baſis ad ε ζ η θ baſin. ſic μ ν faſtigium, ad κ λ faſtigium, æqualis autem eſt κ λ uertex ipſi π μ uertici, eſt igitur ſicut α β γ δ, baſis ad ε ζ η θ baſin, ſic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed ſicut quidem α β γ δ, baſis ad ε ζ η θ, baſin, ſic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum: ſub eodem nanq; eſt faſtigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, ſic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Eſt igitur ſicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, ſic eſt ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur eſt α ξ cylindrus, ipſi ε ο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportuit.*



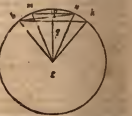
Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

13 Cum propoſiti fuerint duo circuli ab uno cẽtro circũducti, ſuperficiẽ multiangulã æqualiũ laterũ circulũ minorem minimè tangentiũ, intra circulum maiorem deſcribere.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi cẽtro quod ſit g circũducti, dico quòd intra maiorẽ qui ſit a b c d, poſsibile eſt unum polygonium quod ſit ęquilaterum, deſcribi minorẽ circulum qui eſt e f, nullo ſuorum laterum tangens. Quadrentur enim, id eſt in quadrantes diuidãtur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicẽ ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq; e f diameter minoris, pars diametri a c quę eſt



diameter maioris. Sicq́ igitur à pũcto e, ducatur utrinq́ uſq́ ad circunferẽtiam maioris lineæ orthogonaliter ſu per diametrum e f, quę occurrat circunferentiæ maioris hinc quidẽ in puncto h, inde uerò in puncto k, eritq́ ex corrrelario 15 tertij linea h e k, cõtingens circulum minorẽ. Poſtea uerò quadrantẽ a b maioris circuli diuide per ęqualia in puncto l, ſecundum doctrinã 29 tertij, dehinc rurſus arcũ a l, per ęqualia ad punctũ m. Cumq́ hoc plu ries feceris, neceſſariò tãdem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, ſitq́ hic a m. Hoc autem idcirco neceſſa rium eſt, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, ſi à maiori earum dematur eius dimidium, itemq́ à reſiduo dimidiũ, poſsibile eſt hoc toties fieri quouſq́ tandẽ minor minore earum relinquetur, quẽadmodum in 1 decimi demõſtratum eſt. Cũ igit̃ ſic diuidendo, ad arcũ quã-rulumcunq́ minorem a h, fuerit deuentum, cuiuſmodi eſt hic arcus a m, ſumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducãturq́ duæ lineæ a m & m n. Quia igitur arcus a k eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt. & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m, erit ex communi ſcientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, ſunt æquidiſtãtes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq́ linea a m poteſt ipſum tangere. Quoniam igitur conſtat circulum a b c d diuiſibilem eſſe per arcus ęquales arcui a m, ideoq́ per 28 tertij ſimul conſtat intra ipſum circulum poſſe chordulas ęquales chordulæ a m cõtinuè coaptari circulum ipſum polygoniæ chordantes, manifeſtum eſt intra circulũ maiorem poſſe unum polygoniũ æquilaterum, cuius unum latus eſt linea a m inſcribi. Et quia linea a m non cõtingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearum à centro circuli æqualiter æquidiſtãtium, quod inſcriptum polygoniũ nullo laterum ſuorum tãgit circulum minorem: quod eſt propoſitum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, eſſe æquidiſtantes, cum ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem incõcuſſam ueritatem ſortitum eſt, quod duæ lineæ circulum unum non autem ſe inuicem ſecantes, ſi ex circunferẽtia æquales arcus hinc inde lineis ipſis interſint, erunt æquidiſtantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineam m n, quæ ſecet lineam h k in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m d, ſubtende duas chordas quæ etiã dicantur n k & m h, eruntq́ ex 28 tertij hę chordæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per ſecundam partem 3 eiuſdem tertij erit linea n p, æqualis lineę m p. Cum igitur uterq́ duorum angulorum qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n eſt æqualis angulo h g m. Itaq́ per cõmunem ſcientiam (quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq́ per 4 primi linea k q, erit ęqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igit̃ ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h ſunt æquidiſtantes. Et hoc eſt quod dubitare conqueſtus es. Hoc enim idem aliter demonſtrare eſt poſsibile. Ducatur enim linea n h, eritq́ ex ultima ſexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo quod arcus h m eſt æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n erit æquidiſtans lineæ h k. Conuerſam quoq́ ſi libuerit, conuerſo modo probabis. Si enim linea m n eſt æquidiſtans lineæ h k, erit arcus n h æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq́ ex ultima ſexti duo arcus n k & m h, erunt etiam æquales.



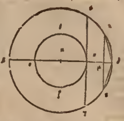
Eucld. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 16.*

Binis orbibus circũ idẽ cẽtrũ exiſtẽtib. in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inſcribere, non tangẽs orbẽ minorẽ in ſupficie. 16

THEON *ex Zamb. Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multangulum æquilaterum & parilaterum inſcribere, non tangens ipſum ε ζ η θ, circulum. Excitetur per κ centrum, recta linea β δ, & à ſigno κ ipſi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 primi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbẽ. Secãtes iam (per 30 tertij) ipſam β α δ circunferentiam diuiduè: & ipſius dimidium bifariam, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus*

quand.oq́

quandam circumferentiam minorem ipſa α δ, relinquatur, & eſto λ δ et ab ipſo λ in β δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendaturq́; in ν, & connectantur ipſæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipſi δ ν, eſt æqualis. Et quoniam parallelus eſt α γ ipſi λ ν, ſed α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbem: igitur λ μ non tangit ipſum orbem ε ζ η θ, multo minus igitur ipſæ λ δ, δ ν, tangũt ipſum ε ζ η θ orbem. Si igitur ipſi λ δ, rectæ lineæ æquales in continuum aptabimus in orbe α β γ δ, deſcribetur in orbe α β γ δ, multangulum æquilaterum & parilaterum non tangens ipſum orbem ε ζ η θ, minorem: quod facere oportuit.



CORRELARIVM. *Et inde eſt manifeſtum, quòd perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 DVabus ſphæris unum centrum habentibus propoſitis, intra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperficiẽ minoris ſphæræ minimè tangentium figuraliter cõſtituere. Quo conſtituto ſi in minori ſphæra, ſiue in qualibet alia ſphæra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur, erit proportio corporis multarum baſium intra maiorem ſphæram conſtituti ad corpus multarum baſium intra minorem ſphæram uel alterã conſtitutum, ſicut diametri maioris ſphæræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint propoſitæ duę ſphęræ, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod ſit g habentes, & ſit maior earum ſphæra a b c d, minor uerò ſphæra e f, uolumus autẽ intra maiorẽ earũ unum corpus multarũ baſium cõſtituere, de quibus non intendimus quòd ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles, ſed quòd nulla earum tangat ſuperficiem minoris ſphęræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, ſecabimus ſimul utranq; propoſitarum ſphærarũ una plana ſuperficie per commune centrum earũ tranſeunte, eruntq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitione circuli, communes ſectiones huius ſecãtis ſuperficiei & ſuperficierum ſphærarum propoſitarum, lineę cõtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorũ centrum eſt centrum ſphærę, de quo propoſitum eſt quod ipſum ſit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra commune centrum eorũ orthogonaliter ſecãtibus, quę ſint a c & d b, poſtea maiori circulo ſecundum præcepta pręmiſſæ inſcribemus unum polygonium ęquilaterum, nullo ſuorum laterum tangẽs minorem circulũ. Et ſufficiat exempli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æquilaterum, ita quod



in quadrãte ipſius maioris circuli qui eſt c d, ſint tria latera huius dodecagoni quæ ſint chordæ d h, h k, & k c, quæ cũ ſint æquales, erũt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earũ æquales. Deinde à duob. punctis h & k, quæ ſunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ ſunt h m & k l, & ſuper centrũ g erigemus lineam g n perpendicularẽ ad ſuperficiem circuli a b c d, quam producemus quouſq; obuiet ſuperficiei ſphærę maioris ſuper punctum n. Deinde intelligam quatuor ſuperficies ſecãtes ſphæras propoſitas, quarũ unaquæq; ſecet eas ſuper lineã g n, ſcilicet prima earũ ſupra lineã g n & diametrũ d b, ſecunda ſuper lineã g n & diametrũ h m, tertia uerò ſuper lineã g n & diametrũ k l, quarta aũt ſuper lineam g n & diametrũ c a: eruntq; ex diffinitionibus ſphæræ & circuli, cõmunes ſectiones harũ ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris, lineæ cõnnẽtes circulos, & erũt portiones inſcriptę ut inter pũctũ n & quatuor pũcta quę ſunt d h k c, quadrãtes horũ circulorũ, qui quadrãtes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit, q̃d oẽs

 anguli

anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d ſunt recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunferentiæ ſubtendantur, quod ex ultima ſexti euidẽter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifeſtum eſt, quod unuſquiſq; horum quatuor circulorum eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipſorum, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrantes eorũ ſunt æquales. Quare quinq; arcus qui ſunt d n, h n, k n, c n, & d c, ſunt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorũ erectorum coaptẽtur hypothenuſales chordæ, quarum quælibet ſit æqualis chordę circuli proſtrati, quæ ſunt latera polygonij ſibi inſcripti, & eſt una earũ chorda d h, ſintq; in primo quidẽ d q, q r, & r n, in ſecundo uerò h ſ, ſ t, & t n, in tertio autem k u, u x, & x n, & in quarto ſint c o, o p, & p n. Et protrahantur corauſti coniungentes capita hypothenuſalium chordarum quæ ſint q ſ, ſ u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti ſuperioris hemiſphærij maioris ſphæræ quæ quidem quarta pars eſt d n c, inſcriptũ eſſe corpus 9 baſiũ quarum tres quæ coeunt in puncto n, ſunt triangulæ, cæteræ autem ſunt quadrangulæ, ſuntq; harum quadrangularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia, ſed non ęquidiſtantia. Corauſti autem inter quoſq; duos circulos intercepti, ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordę circuli proſtrati, ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autem ſcies, ſi perpendiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiem circuli iacentis dimiſeris, de quibus cõſtat quod ipſæ cadẽt ſuper diametros circulorum quos corauſti continuant, quod ex demonſtratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ, demiſſę duæ perpendiculares q y & ſ z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex 4 ſexti duo trianguli q y d & ſ z h ſimiles, quare proportio duarum perdendicularium q y & ſ z, erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt ęquidiſtantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, corauſtus q ſ eſt æqualis & ęquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtans chordæ d h, & ideo minor ea, ſequitur ex 9 undecimi, ut corauſtus q ſ, ſit etiam æquidiſtans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cũ itaq; chordę quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacẽti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordę d h) non tangãt ſphæram minorem, neceſſe eſt ut nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangulę ſint ſiue trigonæ, tangant eandem minorem ſphęram, cum omnia hęc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter aũt dico q; nulla etiã harum baſium, de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecunda parte 2 undecimi, quod ipſę ſunt totæ in ſuperficie una, poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphęram, eo quod omnis linea recta ducta ſuper quemlibet punctum cuiuſq; earum ęquidiſtanter corauſto, minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris ſphærę tam ſuperioris hemiſphęrij quàm inferioris ad eius ſimilitudinẽ quadrilateris trilaterisq; ſuperficiebus ſubtexantur, erit maiori ſphærę corpus 72 baſiũ ſuperficiẽm minoris ſphæræ minimè tangentium, quemadmodum propoſitũ fuerat inſcriptum. Dico inſuper q; ſi in alia qualibet ſphęra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterũ, ſicut diametri unius ſphęrę ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſq; corporis, baſes totidem lateratarũ pyramidum, quarum omniũ uertices erunt in centris ipſarum ſphęrarum. Has autẽ pyramides perficies, ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporũ quę ſunt extremitates chordarũ & corauſtorum lineas ad centra ſphęrarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ probare cunctas pyramides unius, eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuſcuiuſq; earũ unius ad ſuã relatiuã alterius, ſicut proportio ſemidiametrorum ſphęrarum ipſarum triplicata: ſunt enim ſemidiametri ſphęrarum, latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorũ eſt ex 15 quinti una proportio, ex 11 eiuſdẽ facile concludes propoſitum.

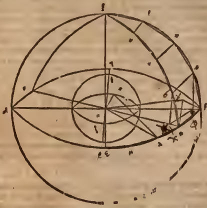
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 17.*

Binis ſphæris circũ idẽ centrũ exiſtẽtibus, in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrũ inſcribere, nõ tangens ſphæram minorem in ſuperficie. 17

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ ſphæræ circũ idẽ centrũ α. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrũ inſcribere, non tangens ſphæram minorẽ in ſuperficie. Secẽtur ſphæræ, plano aliquo per centrũ erũt igitur ſectiones circuli: quoniã (per 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro et circũducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunq; poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductum planũ, efficiet in ſuperficie ſphæræ circulũ, et manifeſtũ quod & maximũ, quoniam ſphæræ diameter quæ etiã eſt hemicycli diameter, et perinde circuli, maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus β γ δ ε, in minori autẽ circulus ζ η θ, excitẽturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicẽ β δ, γ ε, & binis orbibus circa idẽ centrũ exiſtentib. hoc eſt β γ δ ε, ζ η θ, in maiori circulo β γ δ ε, multangulum æquilaterum & parilaterũ deſcribatur (per præcedẽtem) non tangens ſphærã minorẽ ζ η θ, cuius latera ſint in β ε quarta parte, β κ, κ λ, λ μ, μ ε, et cõnexa*

κ λ recta

κ α recta linea, extēdatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipſo α ſigno, ipſi ipſius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipſi ſuperficiei ſphæræ in ξ & per α ξ, & per utranq; ipſarum β δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie maximos orbes, efficiant, quorum bemicyclia ſint in β δ, κ ν, diametris, ipſa β ξ δ, κ ξ ν. Et quoniam ξ α recta eſt ad ipſius β γ δ ε planum, & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta ſunt ad ipſius α β γ δ ε circuli planum, quare & β ξ δ, κ ξ ν, bemicyclia, recta ſunt ad ipſius β γ δ ε circuli planum. Et quoniam bemicyclia β ε δ, β ξ δ, κ ξ ν, ſunt æqualia, in æqualibus nanq; ſunt diametris β δ, κ ν, & β ε, β ξ, κ ξ, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quod igitur latera multanguli ſunt in β ε quarta parte, tot quoque ſunt in ipſis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipſis κ λ, λ μ, μ ε, rectis lineis æquales. Deſcribantur, & ſint β ο, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ, & connectantur ipſæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipſis ο σ, in ipſius β γ δ ε, circuli planum perpendiculares excitentur. Cadūt, inquam, in communes ſectiones planorū β δ, κ ν, quoniam et ipſorum β ξ δ, κ ξ ν, plana recta ſunt ad ipſius β γ δ ε, circuli planum, cadant, & ſint ο φ, σ χ, & connectantur φ χ. Et quoniam in æqualibus bemicyclijs β ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ ſunt β ο, κ σ, & perpendiculares ductæ ſunt ο φ, σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ, et β φ, ipſi κ χ, eſt autem & tota β α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt κ χ ad χ α, parallelus igitur eſt φ χ, ipſi κ β. Et quoniam utraq; ipſarum ο φ, σ χ recta eſt ad ipſius β γ δ ε circuli planum, parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ: patuit autem, quod & ipſi æqualis, ipſæ χ φ, σ ο, igitur æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ, ipſi σ ο parallelus eſt, ſed φ χ, ipſi κ β parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi κ β parallelus eſt, & ipſas connectunt, ipſæ β ο, κ σ, igitur β ο, κ σ, quadrilaterum, in uno eſt plano. Quoniam (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipſarum accipiātur cōtingentia ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in eodē eſt cū ipſis parallelis plano. Idq; propterea et unūquodq; ipſorū σ ο π τ, τ π ρ υ quadrilaterorū in uno eſt plano. Eſt aūt triangulū υ ρ ξ, in uno plano. Si uerò intelligamus ab ipſis ο σ π, τ ρ υ, ſignis in α cōnexas rectas lineas, cōſtituetur quædā figura ſolida polybedra inter β ξ, κ ξ, circūferētias, ex pyramidibus cōpoſita, quarū baſes quidē ſunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, et υ ρ ξ triāgulū, uertex aūt α ſignū. Si aūt et in unoquoq; ipſorū κ λ, λ μ, μ ε laterū, ſicut in β κ eadē cōſtruamus, et inſup in reliquis trib. quartis partib. et in reliquo bemiſphærio, cōſtituetur figura ſolida polybedra deſcripta in ſphæra, cōtenta ex pyramidib. quarū baſes ſunt prædicta quadrilatera et triāgulū υ ρ ξ, et quæ in eodē ordine eis, uertex aūt α ſignū. Dico q, prædicta polybedra nō tāget minorē ſphærā in ſuperficie, in qua eſt circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κ β ο σ quadrilateri planū, perpēdicularis α ψ, et incidat ipſi plano in ψ ſigno, et cōnectātur β ψ, ψ κ. Et quoniā α ψ recta eſt ad ipſius β κ σ ο planū, et ad oēs igitur ipſā tāgētes rectas lineas et exiſtētes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ψ (per 3 diffinitionē undecimi) Igitur α ψ, recta eſt ad utrāq; ipſarū β ψ, ψ κ. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi) κ β ipſi α κ eſt æqualis, æquū eſt et qd ex κ β, ei quod ex α κ. Et ipſi qdē qd ex α β, æqualia ſūt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipſi aūt qd ex α κ, æqualia ſūt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua ſūt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cōmune auferatur qd ex α ψ, reliquū igitur quod ex β ψ, reliquo qd ex ψ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β ψ ipſi ψ κ. Similiter iā demōſtrabimus quod et quæ ab ψ ad σ ο cōnexæ rectæ lineæ, æquales ſūt utriq; ipſarū β ψ, ψ κ. Cētro igitur ψ, et ſpacio altero ipſorū β ψ, ψ κ, circulus deſcriptus, ibit etiā per ο σ, et quadrilaterū κ β ο σ, erit in circulo. Et quoniā κ β maior eſt ipſa χ φ, æqualis aūt eſt χ φ ipſi σ ο, maior igitur eſt β κ ipſo σ ο. Aequalis aūt eſt κ β, utriq; ipſarū κ σ, β ο, et utraq; igitur ipſarū κ σ, β ο, ipſa σ ο maior eſt. Et quoniā in circulo quadrilaterū eſt κ β ο σ, et β κ, β ο, κ σ, æquales et minor ο σ, et ex cētro circuli eſt β ψ, igitur qd ex κ β, eo qd ex β ψ maius eſt q̄ duplū. Excitetur (p 12 primi) ab ipſo κ, in α φ ppēdicularis κ ω. Et quoniā β δ ipſa δ ω minor eſt quàm





eſt quàm dupla,eſtq́; ſicut β δ ad δ ω,ſic quod ex δ β,β ω,ad id quod ſub δ ω,ω ζ,deſcripto autem ab ipſis ζ ω quadrato completoq́; quod in parallelogrammo,& quod ſub δ β,β ω,minus eſt quàm duplum. & connexa κ ζ,quod ſub δ β,β ω,æquū eſt ei quod ex ζ κ,quod uerò ſub δ ω,ω β,æquū eſt ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β,eo quod ex κ ω minus quàm duplum. Sed quod ex κ ζ, eo quod ex β ψ maius eſt quàm duplum, maius igitur eſt quod ex κ α,eo quod ex β ψ. Et quoniam(per 15 diffinitionem primi) β α,ipſi κ α eſt æqualis, æquum eſt & quod ex β α ei quod ex κ α. Ei autem quod ex α β (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex β ψ,ψ α. Ei autē quod ex κ α (per 47 primi) æqua ſunt quæ ex κ ω,ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia ſunt eis quæ ex κ ω,ω α,quorum quod eſt κ ω maius eſt,eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex ω α minus eſt, eo quod ex ψ α. Maior igitur eſt α ψ,ipſa α ω,multo igitur maior eſt α ψ,ipſa α κ. Eſtq́; ipſa α ψ in unam ipſius polyhedri baſin,& α κ in minoris ſphæræ ſuperficiem. Quare & polyhedrum non tangit ſphæram in ſuperficie: quod facere oportebat. Oſtendendū iam & aliter ac expeditius quod maior eſt α ψ,ipſa α κ. Excitetur(per 11 primi)ab ipſo κ ipſi α κ ad angulos rectos κ λ, & connectantur α λ. Secantes iam (per 30 tertij)ipſam γ ζ circumferentiam diuiduæ,& dimidium ipſius diuiduæ, & hoc ſemper facientes, relinquemus quandam circumferentiam quæ eſt minor quàm circumferentia β γ δ circuli quæ ſubtenditur ab æquali ipſi κ λ,relinquatur,& eſto κ β circumferentia. Minor igitur eſt & κ β recta linea,ipſa κ λ. Et quoniam in circulo eſt β κ θ ο quadrilaterum,& æquales ſunt ο β,β κ, κ ζ,& minor eſt ο θ, angulus igitur qui ſub ζ ψ α obtuſus eſt,maior igitur eſt ζ κ,ipſa β ψ. Sed ipſa κ β maior,eſt quàm ipſa κ λ,multo maior igitur eſt κ λ, ipſa β ψ,maius igitur eſt & quod ex κ λ,eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) α λ ipſi α β eſt æqualis,& quod ex α λ,igitur ei eſt æquū quod ex α β. Sed ei quod ex α λ,æqua ſunt quæ ex α κ,κ λ: ei uerò quod ex α β æqua ſunt quæ ex β ψ,ψ α. Quæ igitur ex α κ,κ λ,æqualia ſunt eis quæ ex β ψ,ψ α. Quorum quod ex β ψ,minus eſt eo quod ex κ λ,& reliquum igitur quod ex ψ α,maius eſt,eo quod ex α κ. Maior igitur eſt α ψ ipſa α κ. Binis igitur ſphæris circum idem centrum exiſtentibus,in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum deſcriptum eſt non tangens minorem ſphæram in ſuperficie: quod facere oportuit.

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera ſphæra ei quod in β γ δ ε ſphæra, ſolido polyhedro,ſimile ſolidum polyhedrum inſcribatur,in ipſa β γ δ ε,ſphæra ſolidum polyhedrum ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrum triplam habet rationem,quàm ipſius β γ δ ε,ſphæræ dimetiens ad ipſius alterius ſphæræ dimetientem. Diſtributis nanque ſolidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas,pyramides ſimiles erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi)adinuicem in tripla ſunt ratione eiuſdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius baſis quidem eſt κ ζ ο ε quadrilaterum,uertex autem α ſignum,ad eam quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplam habet rationē,quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus,hoc eſt quàm α β quæ ex centro eius eſt ſphæræ quæ circum α centrum, ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in ſphæra quæ circum centrum α,ad quamlibet pyramida eiuſdem ordinis in altera ſphæra triplam habebit rationem quàm α β ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ. Et ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium,ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Quare totum ſolidum polyhedrum quod in ſphæra quæ circum centrum α, ad totum ſolidum polyhedrum quod in altera ſphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius ſphæræ,hoc eſt quàm β δ diameter ad alterius ſphæræ diametrum: quod oſtendere oportuit.

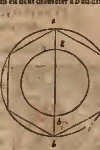
Euclid.ex Camp. Propoſitio 15.

OMnium duarum ſphærarum eſt proportio alterius ad alteram,tanquam ſuæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata. 15

CAMPANVS. Sint duę ſphærę a b & c d,quarum diametri ſint a b & c d. Dico q̀ proportio earum,eſt ſicut ſuarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt. Quoniā neque ad minorem ſphæram quàm ſit ſphæra c d neq; ad maiorē eſt proportio ſpæræ a b,ſicut diametri a b ad diametrū c d triplicata. Eſto quidem proportio ſphæræ a b ad ſphęram e f,ſicut diametri a b ſphæræ a b,ad diametrum c d triplicata. Demonſtrabo itaq;, quod ſphæra e f non poteſt eſſe minor neq; maior quàm ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eā eſſe minorem,imaginabor eam includi à ſphæra c d,& circunduci ab eodem centro, & inſcribam ſphæræ c d iuxta pręcepta pręmiſſæ,unum corpus multarū baſium nō tangentiū ſuperficiem ſphærę e f, minoris, dicaturq; iſtud corpus nomine ſphęrę cui inſcribitur c d. Poſtea ſimile corpus multarū baſiū inſcribam ſphęrę a b,quod etiā nomine ſuę ſphęrę dicatur a b: cōſtat itaq; ex ſecūda parte præmiſſæ & undecimi quinti,quòd proportio ſphæræ a b ad ſphærā e f,eſt ſicut corporis multarū baſiū

quod

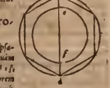
quod eſt a b ad corpus multarũ baſium quod eſt c d. utraq; enim eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi: illa uerò, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſphæræ a b ad corpus multarũ baſiũ a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cũ igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiam ſphæra e f, maior corpore multarũ baſium c d. Hoc autem eſt impoſsibile, nam ipſa eſt pars eius. Nõ eſt ergo ſphæra e f minor ſphæra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eã eſſe maiorẽ, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphæram a b, ſicut diameter c d ad diametrũ a b triplicata. Sit itaq; eadem ſphæræ c d, ad ſphærã g h, eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphæra a b, eo quod ſphæra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphæræ c d ad aliquã ſphærã minorũ ſphæra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrũ a b triplicata. At hoc eſt impoſsibile, nã ex hoc ſequitur quod pars ſit maior ſuo toto, ut demonſtratum eſt prius. Itaq; ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) cõcluſe propoſitam concluſionem, quæ imponit finem libro duodecimo.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

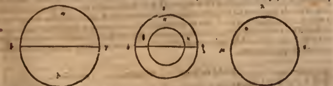
Sphæræ adinuicẽ, in triplici ſunt ratione proportione

18 priorum dimetientium.



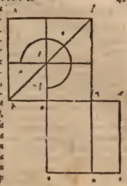
THEON ex Zam. Intelligantur ſphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipſarũ ſint β γ, ε ζ, dico q. ſphæra α β γ ad ſphærã δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si autẽ nõ habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa δ ε ζ ſphæra triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quã β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorem η θ κ, & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi η θ κ, circũ idẽ centrum, deſcribaturq; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidũ polyhedrũ non tangens minorẽ ſphærã η θ κ in ſuperficie. Deſcribatur aũt (per eandem) & in α β γ ſphæra ei quod in δ ε ζ ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrũ. Igitur per correlariũ eiuſdẽ, ſolidũ polyhedrũ, quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ triplã habet rationẽ quam β γ ad ε ζ. Habet aũt et α β γ ſphæra ad η θ κ ſphæram triplam rationem quam β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram η θ κ, ſic ſolidum polyhedrum quod in α β γ ſphæra, ad ſolidũ polyhedrum quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrũ, ſic η θ κ, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidum polyhedrũ. Maior aũt eſt α β γ ſphæra eo quod in ſe polyhedro. Maior igitur & η θ κ ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipſo nãq; cõprehenditur, quod eſt impoſsibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipſa δ ε ζ ſphærã, triplam rationem non habet quàm β γ, diameter ad δ ζ diametrum. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; δ ε ζ ſphæra, ad minorem ipſa α β γ ſphæra, triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quod neq; ſphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipſa δ ε ζ ſphæra triplam habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poſsibile habeat ad





maiorem λ μ ν. Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α β γ triplam habet rationem quàm diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autem λ μ ν ſphæra ad α β γ ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorem aliquam ipſa α β γ ſphæra: ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ, & ſphæra δ ε ζ ad minorẽ ipſa α β γ, ſphæra triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoſsibile. Igitur ſphæra α β γ, ad maiorẽ ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationem non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ, quod oſtendendum fuerat.

Euclid.

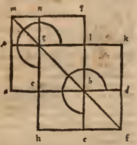


THEON ex Zāb. *Recta enim linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum α γ, & extēdatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipſius α β, dimidia α δ. Dico q. quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplū poteſt. Deſcribantur enim (per 46 primi) ab ipſis α β, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ deſcribatur figura, extendaturq́; ζ γ in κ. Et quoniā α β, extrema & media ratione diuiſa eſt in γ, igitur quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ. Eſt autem id quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, quod autem ex α γ, ipſum ζ θ. Igitur γ ε, ipſi ζ θ eſt æquale. Et quoniam β α ipſius α δ dupla eſt, æqualis autem eſt β α ipſi κ α, & α δ ipſi α θ, igitur & α κ, ipſius α θ dupla eſt. Sicut autem κ α ad α θ, ſic γ κ ad γ θ. Duplum igitur eſt γ κ, ipſius γ θ. Sunt autem & ipſa λ θ, θ γ, dupla ipſius γ θ (ſupplementa nanq́; adinuicem ſunt æqualia per 43 primi) Igitur γ κ, ipſis λ θ, θ γ, eſt æquale. demōſtratum autem eſt, quod & γ ε, ipſi ζ θ eſt æquale. totum igitur α ε quadratum, æquum eſt ipſi μ ν ξ gnomoni. Et quoniam β α ipſius α δ dupla eſt, quadruplum eſt quod ex β α eius quod ex α δ, hoc eſt α ε ipſius δ θ. Eſt autem α ε, ipſi μ ν ξ gnomoni æquale & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus eſt ipſius δ θ. Totum igitur δ ζ, quincuplum eſt ipſius ζ θ. Eſtq́; δ ζ quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum eſt eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentum totius admittens dimidiam, quincuplum eſt ſiue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat oſtendendum.*

Euclid, ex Camp. Propoſitio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratū quadrati alter utrius ſuarum portionū ſit quintuplū, in longū ſibi linea addatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema diuiſa erit, maiorq́; portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa pręmiſſæ, duplici quoq́; modo ſicut illa demonſtrabitur uia retrograda, eadem penitus manēte diſpoſitione. Verbi gratia, ſit quadratum h k quintuplum ad quadratū d e, & linea a b dupla ad lineā b d. Dico quòd linea a b diuiſa eſt in puncto c ſecūdum proportionem habētem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea media ut eſt c b. Cōſtat autē ex 4 ſecundi, quòd quadratum a q eſt quadruplum ad quadratum d e. Itaq́; gnomo d g e, æqualis eſt quadrato a q. Cumq́; duo ſupplementa l d & c e pariter accepta ſint quātum gnomo c m l, atq́; eadem ſupplementa pariter accepta ſint ex 1 ſexti quantum a l, ideoq́; quantum c q, ſequitur quòd c q, ſit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroq́; ſuperficie l n, erit quadratum c l æquale ſuperficiei a n. Cū igitur fiat ſuperficies a n ex a b in a c, ſit aūt quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex ſecūda parte 16 ſexti proportio a b ad b c, ſicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſę poſitam in principio ſexti libri, concludę propoſitum.

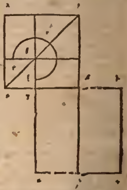


IDEM *aliter.* Cum quadratum e d ſit ex hypotheſi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uerò a b ſit ex quarta ſecundi quadruplum ad idem, at quadratum e d ſit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod ſit ex b d bis in c b, ſequitur ut illud quod ſit ex d bis in c b cum quadrato c b. ſit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantū eſt quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla eſt ad b d. Ergo quod ſit ex a b in b c cum quadrato b c, eſt æquale quadrato a b. Et quia ex ſecunda ſecundi quod ſit ex a b in b c & a b in a c eſt æquale quadrato a b: ſequitur ex cōmuni ſcientia ut quadratum lineæ b c ſit æquale ei quod ſit ex a b in a c. Igitur ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione: conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quincuplũ potuerit, dupla prædicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentum reliqua eſt pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

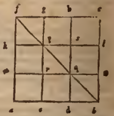
THEON ex Zãb. Recta enim linea α β, ſui ipſius ſegmento α γ quincuplum poſſit, ipſius autẽ α γ dupla ſit δ γ. Dico quòd ipſa γ δ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentũ eſt γ β. Deſcribantur enim ex utraq; ipſarum α β, γ δ, quadrata α ζ, γ η, & deſcribatur in ipſo α ζ, figura & extendatur β ζ in η. Et quoniã α ζ ipſius α θ quincuplum eſt, quadruplus igitur eſt μ ν ξ gnomon, ipſius α θ. Et quoniam δ γ ipſius γ α dupla eſt, quadruplũ igitur eſt quod ex δ γ eius quod ex γ α, hoc eſt γ η ipſius α θ. Patuit autem, quòd μ ν ξ, gnomon ipſius α θ quadruplus eſt. Aequus igitur eſt μ ν ξ gnomon ipſi γ η. Et quoniam δ γ ipſius γ α dupla eſt, æqualis autem eſt δ γ ipſi γ κ, & α γ ipſi γ θ, dupla igitur eſt & κ γ, ipſius γ θ, duplum igitur eſt & κ β, ipſius β θ. Sunt autem & λ θ, θ β, dupla ipſius β θ. Igitur κ β, ipſi λ κ, θ β eſt æquale. Oſtenſum autem eſt quod & totus μ ν ξ gnomon toti γ η eſt æqualis, & reliquum igitur θ ζ, ipſi β κ, eſt æquale. Eſtq; ipſum β κ, id quod ſub γ δ, δ β, æqualis enim eſt δ γ ipſis δ θ, & θ ζ ipſum quod ex γ ϛ. Igitur quod ſub γ δ, δ β, æquũ eſt ei quod ex γ β. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ β, ſic γ β ad ϛ δ. Maior aũt eſt δ γ, ipſa γ β, maior igitur eſt & γ ϛ ipſa β δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt γ β. Si recta igitur linea ſui ipſius ſegmento quincuplum potuerit, dupla dicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta, maius ſegmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipſius α γ maior ſit quàm ipſa β γ, ſic oſtendendum eſt. Si autem non, eſto (ſi poßibile eſt) β γ dupla ipſius γ α, quadruplũ igitur eſt quod ex ϛ γ, eius qd' ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, ei⸫ quod ex γ α, quincupla ſunt. Supponitur autem & quod ex β α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex ϛ α igitur æquum eſt eis quæ ex β γ, γ α, quod eſt impoßibile. Igitur β γ, ipſius α γ dupla non eſt. Similiter iam oſtendemus, quod neq; minor quàm ipſa β γ, eſt dupla ipſius α γ, multo enim abſurdius. Ipſius igitur α γ, dupla maior eſt ipſa β γ: quod demonſtraſſe oportuit.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 3.

CVm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, ſi minori portioni tanquã dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compoſitæ quintuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in puncto c, ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ſitq; eius maior portio linea c b, quę diuidatur per ęqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, eſt quintuplum ad quadratum lineæ c d. Deſcribatur enim quadratũ a b, quod ſit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itemq; k l & m n, æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecãtes ſe inuicem ſuper diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrũ in duobus alijs locis r & s. Manifeſtũ igitur eſt ex 22 ſexti uel ex coerelario 4 ſecundi, quod oẽs ſuperficies exiſtentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, ſunt quadratæ. Quatuor autẽ ſuperficies quæ ſunt a r, m p, & p h, & s e, cõſtant ex 43 primi & prima ſexti eſſe adinuicẽ æquales: nam duæ poſtremæ p h & s e, ſunt adinuicem æquales ex 1 ſexti. quoniã igitur ex præſenti hypotheſi & diffinitione lineę ſecundum quod ꝓponitur diuiſæ & prima parte 16 ſexti quadratũ c l eſt ęquale ſuperficiei a g, ideoq; & gnomoni r f s propter id quod ſuperficies a e eſt æqualis ſuperficiei p h, & quoniã ex 4 ſecũdi quadratũ c l eſt quadruplũ ad quadratũ r s quod eſt tãquã quadratũ lineę c d, ſequitur ex cõmuni ſciẽtia



quod

quod quadratum m h ſit quintuplum quadrati r s. Conſtat enim ex gnomone quadruplo, & r s ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum.

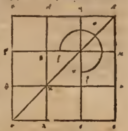
IDEM aliter. Cum ſit linea b e diuiſa per æqualia in puncto d, & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato e d interiacẽtis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c eſt ęquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autem eſt quadruplum ad quadratum c d, manifeſtè patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huius ſuum antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratum m h quintuplum ad quadratum r f eritq; gnomo r f s, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim eſt quadruplum ad quadratum r s. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratũ ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſit quintuplum ad idem quadratũ c d. Ideoq; eo dẽpto, erit reſiduũ uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4 ſecundi quadratum lineę c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterum ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundũ proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmẽtum admittens dimidiam maioris ſegmenti, quincuplũ poteſt eius quod à media maioris ſegmenti fit quadrati.

THEON ex Zãb. *Recta enim quædam linea α β, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmentum α γ, ſeceturq; (per 10 primi) α γ bifariam in δ. Dico q. quod ex β δ quincuplum poteſt eius quod δ γ. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α ε, & deſcribatur figura. Et quoniam α γ, dupla eſt ipſius δ γ, quadruplum igitur eſt quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc eſt ρ σ ipſius ζ π. Et quoniam quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, & quod ex α γ, id quod ρ σ, igitur γ ε ipſi ρ σ eſt æquale. Quadruplum autem eſt ρ σ, ipſius ζ π, quadruplum igitur eſt & γ ε ipſius ζ π. Rurſus quoniam æqualis eſt α δ ipſi δ γ, æqualis eſt et θ κ, ipſi κ ζ, quare & κ ζ quadratũ, æquũ eſt ipſi θ λ quadrato, æqualis igitur eſt κ η ipſi κ λ, hoc eſt μ ν ipſi ν ι, quare et μ ζ, ipſi ζ ι eſt æquale. Sed μ ζ, ipſi γ η eſt æquale, & γ η igitur, ipſi ζ ι eſt æquale. Commune apponatur γ ν. Igitur ξ ο π gnomon, æquus eſt ipſi γ ε: ſed γ ε quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius κ ζ, & ξ ο π, igitur gnomon ipſius κ ζ quadruplus eſt. Igitur quadratum δ ν, quincuplum eſt ipſius ζ κ quadrati, eſtq; δ ν id quod ex δ β, & κ ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur quincuplum poteſt eius quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directè tãquam maior ſectio adijciatur, erit totã lineam inde compoſitam ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.

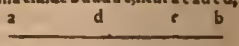
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c, & ſit eius maior portio c b, totiq; a b



adijciatur directè linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuiſa eſt in pũcto b, & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c, igitur ex undecima eiuſdem a b ad b d, ſicut b c ad c a, quare per conuerſam proportionalitatẽ b d ad b a ſicut a c ad c b, & cõiunctim d a

 ad a b,

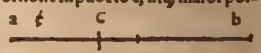
ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq́ ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdē, d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionem habentē medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b: quod eſt propoſitum. Eodē quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundum prędictā proportionē diuiſę tanquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecūdū eādē proportionē, diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecundū proportionē eandē in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut a d c d, erit ex undecima eiuſdē b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdem, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea qoam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq; utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

Zamb. 4. SI ſecundum proportionē habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea, quodq́ ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionē in puncto c, ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

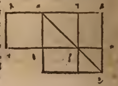
Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq́ ratione ſecet, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraq; quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento fit quadrato.



THEON ex Zāb. *Sit recta linea α β, ſeceturq́; extrema & media ratione in γ, ſitq́; maius ſegmentū α γ. Dico quòd quæ ex α β, β γ, tripla ſunt eius quod ex ipſa α γ. Deſcribaturq́; (p 46 primi) ab ipſa α β quadratū α δ ε β, & deſcribatur figura. Quoniā igitur α β extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmētū eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq́; id quod ſub α β, β γ id quod α κ, quod autē ex α γ, id quod θ η, æquum igitur eſt α κ ipſi θ η. Sed α ζ, ipſi ζ ε, æquum eſt, apponatur cōmune γ κ, totum igitur α κ, toti γ ε eſt æquale. Igitur γ ε, α κ, ipſius α κ dupla ſunt. Sed α κ γ ε, ſunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratū. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum, dupla ſunt ipſius α κ. Sed quod α κ, ipſi θ η ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratū dupla ſunt ipſius θ η, quare λ μ ν gnomō et γ κ, θ η quadrata, tripla ſunt ipſius θ η, quadrati. Et λ μ ν gnomō et γ κ, θ η, quadrata, ſunt totū α ε, et γ κ, quæ ſunt ex α β, β γ quadrata, & η θ ipſum quod ex α γ quadratum, quæ igitur ex α β, β γ quadrata, tripla ſunt eius quod ex α γ quadrati: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dē æqualis maiori ſegmēto, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmētum eſt ea quæ in principio recta linea.



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum α γ, & ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q. δ β recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum, α ε & deſcribatur figura. Quoniam enim α β, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq́; quod*

ſub

ſub α β, β γ, id quod γ ε, & id quod ex α γ, ipſum γ θ: æquum igitur eſt γ ε, ipſi γ θ, ſed ipſi quidē γ ε, æquū eſt θ ε: ipſi aūt γ θ, æquū eſt δ θ: & δ θ, igitur ipſi θ ε eſt æquale. Cōmune adijciatur θ δ, totū igitur δ κ, toti α ε eſt æquale, eſtq́; δ κ id quod ſub β δ, δ α, æqualis enim eſt α δ, ipſi δ λ, et α ε, ei qđ ex α β: quod igitur ſub β δ, δ α, æquū eſt ei quod ex α β. Eſt igitur ſicut δ β, ad β α, ſic β α ad α δ. Maior aūt eſt δ β, ipſa β α, maior igitur et β α, ipſa α δ, ipſa igitur β δ extrema & media rōne ſecatur in α, et maius ſegmētū eſt: quod erat oſtēdēdū.

Quid ſit reſolutio.

RESOLVTIO, eſt aſſumptio quæſiti tāquam cōceſsi p ea quæ ſequuntur in uerū aliquod cōceſſum.

Quid ſit compoſitio.

COMPOSITIO uerò, eſt aſsūptio cōceſsi p ea quæ ſequūtur in quæſiti terminationē ſiue occupationē.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ, ſitq́; maius ſegmentū α γ, & dimidiū ipſius α β, æqualis apponatur α δ. Dico q̃ quod ex γ δ, eius qđ ex α δ quincuplū eſt. Quoniā enim quod ex γ δ eius quod ex δ α quincuplū eſt: at quod ex γ δ eſt, ea quæ ex γ α, α δ, unà cū eo quod bis fit ſub γ α, α δ, quæ igitur ex γ α, α δ, unà cū eo quod bis ſub γ α, α δ, quincuplū eſt eius quod ex γ α, α δ, diuidēdo igitur quod ex γ α unà cū eo quod bis ſub γ α, α δ, quadruplum eſt eius quod ex α δ. Sed ei quod bis ſub γ α, α δ, æquū eſt ei quod ſub γ α, α β, dupla enim eſt β α ipſius α δ. Ei aūt quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, ipſa enim α β extrema & media ratione ſecatur: qđ igitur ſub β α, α γ, unà cū eo qđ ſub α β, β γ, quadruplū eſt eius qđ fit ex α δ. Sed qđ ex α β, quadruplū eſt eius quod ſit ex α δ, ſed quod ſub β α, α γ, unà cū eo qđ ſub α β, β γ, eſt id quod ex α β. Quod igitur ex α β, eius quod ex α δ quadruplum eſt, eſt uerò: dupla enim eſt α β ipſius α δ.

δ α γ β

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex β α eius qđ ex α δ quadruplū eſt, ſed qđ ex β α, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, qđ igitur ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, quadruplū eſt eius quod ex α δ. Sed quod ſub β α, α γ, æquū eſt ei qđ bis ſub δ α, α γ, quod aūt ſub α β, β γ ei eſt æquū qđ ex α γ, qđ igitur ex α γ unà cū eo qđ bis ſub δ α, α γ, quadruplū eſt eius qđ ex δ α. Quare quod ex δ α, α γ, unà cū eo qđ bis ſub δ α, α γ, quincuplū eſt eius quod ex δ α. Quæ aūt ex δ α, α γ, unà cū eo quod bis ſub δ α, α γ, eſt id quod ex γ δ, quod igitur ex γ δ, quincupū eſt eius quod ex δ α, qđ oſtendere oportuit.

2 RESOLVTIO ſecundi theorematis. Recta enim quædā linea γ δ, ſui ipſius ſegmento δ α, quincuplum poſsit, ipſius autem δ α, dupla ſit α β. Dico quòd α β extrema & media ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmentum eſt α γ quæ eſt reliqua eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim α β extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentum eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ. Eſt autem & quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod bis ſub δ α, α γ, dupla enim eſt β α, ipſius α δ. Quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ſub β α, α γ, quod eſt id quod ex α β, æquum eſt ei quod bis ſub δ α, α γ, unà cum eo quod ex α γ. Quod autem ex α β eius quod ex δ α quadruplum eſt: quadruplum igitur eſt & quod bis ſub δ α, α γ, unà cum eo quod ex α γ, eius quod ex α δ. Quare quæ ex δ α, α γ, unà cum eo quod bis ſub δ α, α γ, quod eſt id quod ex γ δ quincuplum ſunt eius quod ex δ α: ſunt uerò, propter hypotheſim.

δ α γ β

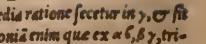
COMPOSITIO ſecūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γ δ qncuplum eſt eius quod ex δ α, quod aūt ex γ δ eſt id quod ex δ α, α γ, unà cū eo quod bis ſub δ α, α γ, quæ igitur ex δ α, α γ, unà cū eo qđ bis ſub δ α, α γ quincupla ſunt eius quod ex δ α: diuidēdo igitur, quod bis ſub δ α, α γ, unà cum eo quod ex γ α, quadruplū eſt eius quod ex α δ, eſt uerò et quod ex α β quadruplum eius qđ ex α δ, quod igitur bis ſub δ α, α γ, qđ eſt id quod ſub β α, α γ, ſemel unà cū eo qđ ex α γ æquum eſt ei quod ex α β. Sed quod ex α β, eſt id quod ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub β α, α γ, quod igitur ſub β α, α γ, unà cū eo quod ſub α β, β γ, æquū eſt ei quod ſub β α, α γ, unà cū eo qđ ex α γ, & ſublato cōmuni, eo qđ ſub β α, α γ, reliquū igitur qđ ſub α β, β γ, æquū eſt ei qđ ex α γ. Eſt igitur ſicut β α ad α γ, ſic α γ ad γ β. Maior aūt eſt β α ipſa α γ, maior igitur eſt et α γ, ipſa γ β. Igitur α β extrema et media ratione ſecatur in γ, & maius ſegmentū eſt α γ: quod erat oſtendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea α β, extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq́; maius ſegmentū α γ & ipſius α γ, dimidia eſto γ δ. Dico q̃ ex β δ ad ipſius γ δ quincuplum eſt. Quoniam enim quod ex β δ, eius quod ex γ δ quincuplum eſt. quod autem ex δ β, eſt id quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex δ γ. quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex δ γ, quod igitur ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex δ γ, quincuplum eſt eius quod ex δ γ, diuidendo igitur quod ſub α β, β γ, quadruplum eſt eius quod ex δ γ. Ei autem quod ſub α β, β γ, æquum eſt id quod ex α γ: ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecatur in β, quod igitur ex α γ, quadruplum eſt eius quod ex δ γ, eſt uerò, ipſa enim α γ eſt dupla ipſius δ γ.

α δ γ β

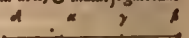
COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur α γ ipſius δ γ dupla eſt, quadruplū eſt quod ex α γ, eius quod ex δ γ. Sed ei quod ex α γ, æquum eſt quod ſub α β, β γ, quod igitur ſub α β, β γ, eius quod ex δ γ quadruplum eſt. Componendo igitur (per 18 quinti) quod ſub α β, β γ, unà cum eo quod ex δ γ, quod eſt id quod ex δ β, quincuplum eſt eius quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.

RESOLVTIO *quarti theorematis. Recta enim linea αβ, extrema ac media ratione ſecetur in γ, & ſit maius ſegmētum αγ. Dico q. quæ ex αϐ, βγ, tripla ſunt eius quod ex αγ. Quoniã enim quæ ex αϐ, βγ, tripla ſunt eius quod ex αγ, ſed quæ ex αβ, βγ, ſunt id quod bis ſub αβ, ϐγ, unà cum eo quod ex αγ, quod igitur bis ſub αβ, βγ, unà cũ eo quod ex αγ, triplũ eſt eius quod ex αγ, diuidẽdo igitur quod bis ſub αβ, βγ, eius quod ex αγ duplum eſt. Quare quod ſemel ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ: eſt uerò. Ipſa enim αβ, extrema & media ratione ſecta eſt in γ.*



COMPOSITIO. *Quoniã igitur αβ, extrema & media ratione in γ, ſecatur maiusq́; ſegmentum eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, ei eſt æquum quod ex αγ, quod bis igitur ſub αβ, βγ, duplum eſt eius quod ex αγ. Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis ſub αβ, βγ, unà cum eo quod ex αγ, triplum eſt eius quod ex αγ. Sed quod bis ſub αβ, βγ, unà cum eo quod ex αγ, eſt ea quæ ex αβ, βγ, ſunt quadrata. Quæ igitur ex αβ, βγ, quadrata, tripla ſunt eius quod ex αγ: quod oſtendere oportuit.*

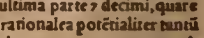
RESOLVTIO *quinti theorematis. Recta enim quædã linea αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, ſitq́; maius ſegmẽtum αγ, & ipſi αγ æqualis ponatur αδ. Dico q. δβ, extrema & media ratione ſecatur in α & maius ſegmentũ eſt αϐ. Quoniã enim δβ extrema & media ratione ſecatur in α, & maius ſegmẽtum eſt αβ, eſt igitur ſicut δϐ ad βα, ſic ϐα ad αδ, Aequalis autẽ eſt αδ, ipſi αγ. Eſt igitur ſicut δβ ad βα, ſic eſt βα, ad αγ. Conuertendo igitur ſicut βδ ad δα, ſic αϐ, ad βγ, diuidendo igitur & ſicut βα ad αδ, ſic αγ ad γβ. Aequalis autẽ eſt αδ, ipſi αγ, eſt igitur ſicut ϐα ad γβ, ſic αγ ad βα, eſt uerò: ipſa enim αβ, extrema & media ratione ſecta eſt in γ.*

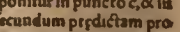


COMPOSITIO. *Quoniã αβ, extrema & media ratione in γ ſecatur, eſt igitur ſicut ϐα ad αγ, ſic αγ, ad γβ. Aequalis aũt eſt αγ, ipſi αδ, eſt igitur ſicut βα ad αδ, ſic αγ, ad γϐ, cõponendo (p 18 quinti) ſicut ϐδ ad δα, ſic αβ ad βγ. Cõuertẽdo ſicut δβ ad ϐα, ſic βα ad αγ. Aequalis aũt eſt αγ, ipſi αδ, eſt igitur ſicut δϐ ad ϐα, ſic ϐα, ad αδ. Ipſa igitur δβ, extrema & media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt αβ: quod oſtendere oportuit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

OMnis rationalis lineę ſecũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuiſæ, utramq; portionem reſiduum eſſe neceſſe eſt. 6

CAMPANVS. Sit linea a b ſecundũ ſolitã proportionẽ diuiſa in puncto c rationalis, dico quòd utraq; portio eius reſiduum eſt. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adijciatur a d æqualis dimidio torius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & deffinitione. Cõſtat autẽ ex prima huius, quòd quadratum lineæ d c, quintuplũ eſt ad quadratum lineæ d a. Igitur linea d c, eſt cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, ſed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, eſt reſiduũ, cum duæ lineæ c d & d a ſint ambæ rationales potẽtialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterum ſi ad lineã rationalẽ a b adiungatur ſuperficies æqualis quadrato lineę a c quę eſt reſiduum, erit latus eius ſecundũ linea c b ex prima parte 16 ſexti, neceſſe eſt ex 92 decimi ut linea c b ſit reſiduũ primũ, quare cõſtat propoſitũ. ¶ Amplius autẽ ſi lineę ſic diuiſæ ut ꝓponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor reſiduum. Verbi gratia, ſit ut prius a b diuiſa in c ſecundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quę eſt a c, ſit rationalis, quę diuidat̃ per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c eſt rationalis cum ipſa ſit dimidiũ a c, ſequit̃ ut duæ lineæ d b, & b c ſint rationales potẽtialiter tãtum cõmunicãtes. Quare ut prius, linea & b eſt reſiduum. ¶ At uerò ſi linea rationalis in potẽtia tãtum ſecundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc neceſſe eſt ut utraq; portio eius ſit reſiduum. Sit enim a b rationalis in potẽtia tãtum, diuiſa ſicut proponitur in puncto c, & ſumatur aliqua rationalis in lõgitudine quę ſit d e, quæ etiã diuidatur in f ſecundum prędictam proportionẽ, manifeſtum eſt igitur ex 2 quartidecimi quæ ſine adminiculo alicuius eorum quæ ſequũtur, incõcuſſa demõſtratione roboratur quod proportio a b ad d e, eſt ſicut a c ad d f, & ſicut c b ad f e. Cum ergo a b communicet cum d e in potẽtia, ſequitur ex prima parte 10 decimi quòd a c communicet cum d f, & c b cum f e in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e eſt reſiduum, ut patet ex prædictis, ſequitur ex 98 decimi ut utraque portio lineæ a b ſit etiam reſiduum, ſed non eiuſdẽ ſpeciei, ut ibidem demonſtratum eſt. Quare conſtat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſæ utraq; portio eſt reſiduum.







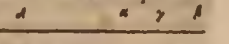
CAMPANI *annotatio.* Et nota, quòd prima pars pręſentis demõſtrationis qua demõſtrat̃ q̃d maior portio lineę diuiſę ſecũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema ſit reſiduũ, ſi tota linea ſit rationalis, procedit ex ſufficiẽtibus ſiue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, ſiue in potentia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõſtratur hoc de minori portiõe quòd ipſa quoq; ſit reſiduum ſi tota eſt rõnalis, nõ ꝓcedit ex ſufficiẽtib. niſi tota ſit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua proba-

probatur quod minor portio eſt reſiduum, ſufficienter procedit, ſiue maior portio ſit rationalis in longitudine ſiue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineę prædicto modo diuiſæ quod ipſa ſit reſiduum, ſufficit ponere totam lineam diuiſam eſſe rationalem in potentia tantum, ſed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, ſufficit ponere portionem maiorem ſimiliter rationalem in potentia tantum: ad concludendum autem hoc de minori portione mediante tuta, neceſſe eſt ponere totam lineam eſſe rationalem in longitudine, aut utendum eſt 2 quartidecimi, quemadmodum dictum eſt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione ſecta fuerit, utrunq; ſegmentorum irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Si recta linea rationalis αβ, ſeceturq; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmētum αγ. Dico quód utraq; ipſarum αγ, γβ, irrationalis eſt ea quę appellatur apotome. Extendatur enim αβ, & ponatur ipſius βα, dimidia αδ. Quoniam igitur recta linea αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, maiori q; ſegmento αγ apponitur αδ dimidia exiſtēs ipſius αβ, quod igitur ex γδ, eius quod ex δα quincuplum eſt (per 1 decimitertij) Quod ex γδ igitur, ad id quod ex δα, rationem habet quam numerus ad numerū. Quod igitur ex γδ, et quod ex δα, cōmenſurabile eſt.*



Quod autē ex δα, rationale eſt, ipſa enim δα, rationalis eſt, dimidium exiſtens ipſius αβ rationalis exiſtentis. Rationale igitur eſt & quod ex γδ, rationalis igitur γδ. Et quoniā quòd ad id quod ex δα rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommenſurabilis igitur eſt γδ ipſi δα longitudine. Ipſæ igitur γδ, δα, rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Igitur αγ, apotome eſt. Rurſus quoniam αβ extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt αγ, igitur quod ſub αβ, βγ et quod ex αγ æquum eſt. Igitur ex αγ apotome ad αβ rationalem comparatum latitudinem primam efficit βγ. quod ex apotome uerò ad rationalem comparatū latitudinem primam efficit apotomē. Igitur γβ, prima eſt apotome (per 97 decimi) Oſtenſum autem eſt, quod & αγ apotome eſt. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua: quod oportuit oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

7 SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoq; idē pentagonus eſſe probatur.

CAMP. Sit pētagonus a b c d e, æquilaterus, ſintq; quilibet tres eius anguli, ſiue cōtinuè ſiue incōtinuè ſumātur, adinuicē ęquales, & ſint prius incōtinuè ſumpti, ſintq; anguli a c d, illi tres qui ponuntur adinuicē æquales. Dico totum pentagonū eſſe ęquiangulum. His angulis ſubtendantur chordæ b e, b d & e c. & totus pētagonus, diuidatur in trigonū, & quadrilaterū cuius duæ diagonales ſint chordæ duorū proximorū æqualiū angulorū ſecātes ſe intra quadrilaterū ipſum in pūctu f, eritq; per 4 primi baſis b e æqualis baſi b d, & angulus a e b ęqualis angulo c d b. Cūq; per 5 primi angulus b e d ſit æqualis angulo b d e, eo q̇d duo latera b e & b d ſunt æqualia, erit ex cōmuni ſciētia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalē angulū b eſſe æqualem angulo totali c, eſt enim per 4 primi baſis b e ęqualis baſi c e, & angulus a b e ęqualis angulo d c e, per quintā autē eiuſdē ſcilicet primi eſt angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cōmuni ſcientia totalis angulus b, eſt ęqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cōtinuè ſumpti, æquales: & ſic quoq; erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c, angulo e c d, quare per 5 primi duę lineæ c f & f d erunt æquales, cum duo anguli triāguli f c d, qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales, igitur ex cōmuni ſciētia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, ęqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandē autē eſt angulus a b e, ęqualis angulo a e b. Itaq; per cōmunē ſcientiā angulus b totalis, eſt æqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cōponentes unum, ſunt æquales trib partialibus cōponentib. aliū, unuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtū eſt igitur, quod tres anguli e b c, nō cōtinuè ſumpti in propoſito pētagono ſunt ęquales. Cū autem ſic: demonſtratū eſt totū pentagonū eſſe æquiangulū, utrolibet ergo modo cōſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 7.*

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipſum quinquangulum.

THEON ex Zāb. *Quinquāguli æquilateri αβγδε, tres anguli prius ordinatim q ad αβγ ſigna, inuicē ſint æquales. Dico q quinquangulū αβγδ, æquiangulū eſt. Cōnectātur enim αγ, βε, & ζδ. Et quoniā bina*

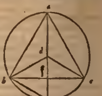
γ β, β α duab. β α, α ε, ſunt æquales altera alteri, et angulus qui ſub β γ α ei qui ſub β α γ eſt æqualis, baſis igitur α γ (p 4 primi) baſi β ε eſt æqualis, et triangulū α β γ, triãgulo α ζ ε, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ſub quib. æqualia latera ſubtendũtur, qui ſub β γ α ei qui ſub β ε α, qui autem ſub α ζ ε ei qui ſub γ α β. Quare & latus α ζ, ipſi β ζ lateri eſt æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti ζ ε eſt æqualis, & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε eſt æqualis. Eſt autem & γ δ, ipſi δ ε æqualis. Binæ iam ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, ſunt æquales, & communis ipſorum baſis, eſt ζ δ. Angulus igitur qui ſub ζ γ δ, angulo qui ſub ζ ε δ eſt æqualis. Patuit autem quod et qui ſub ζ γ α, ei qui ſub α ε ζ eſt æqualis, totus igitur qui ſub ζ γ δ, toti qui ſub α ε δ eſt æqualis. Sed qui ſub β γ δ, æqualis ſupponitur eis qui ad α β, & qui ſub α ε δ, igitur eis qui ad α β, angulis eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub γ δ ε angulus, eis eſt æquus qui ad α β angulis. Aequiangulū igitur eſt, α β γ δ ε quinquangulum. Sed iam nõ ſint æquales ordinatim ipſi anguli, ſed ſint æquales qui ad α γ δ ſigna. Dico quòd & ſic æquiangulum α β γ δ ε æquiangulum eſt. Connectantur enim β δ. Et quoniam binæ β α, α ε, duabus β γ, γ δ, ſunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, baſis igitur β ε (per 4 primi) baſi β δ eſt æqualis, et triangulū α β ε, triangulo β δ γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub α ε β, ei qui ſub γ δ β. Eſt autem & qui ſub ζ ε δ angulus, ei qui ſub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β δ eſt æquale. Totus igitur qui ſub α ε δ angulus, toti qui ſub γ δ ε eſt æqualis. Sed qui ſub γ δ ε, eis qui ad α γ, angulis ſupponitur æquus, & angulus igitur qui ſub α ε δ, eis eſt æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui ſub α β γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur eſt, & ipſum α ζ γ δ ε quinquangulum: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

Zamb. 12. OMnis trianguli æquilateri quod à latere ſuo quadratum, deſcribitur, triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipſe circunſcribitur. 8

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodū docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineę a b, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri a d. Ducantur enim duę lineę b d & d e, & arcui b e, ſubtẽdatur chorda b e, eritq́ ex 5 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimam ſexti arcus b e, eſt æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicem ęquales, eo quod eorū chordæ quę ſunt latera trigoni, ſunt æquales ex hypotheſi, erit arcus b e, ſexta pars circumferentiæ, ideoq́ chorda b e, erit latus hexagoni ęquilateri ipſi circulo inſcripti, quare per correlariū 15 quarti, linea b e, eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt aūt ex prima parte 30 tertij, q̃ angulus a b e eſt rectus, ideoq́ quadratum lineæ a e, eſt ęquale quadratis duarum linearū a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratum a e, quadruplum eſt ad quadratum b e ex 4 ſecundi cum linea a e ſit dupla b e, relinquitur ergo quadratū a b triplum eſſe ad quadratum a b, & ideo ad quadratū a d: quod eſt propoſitum.



Non lateat autẽ nos, quòd linea b c, quę eſt latus trigoni, diuidat ſemidiametrum d e, per ęqualia. Eſto quidem punctus diuiſionis f. Cõſtat igitur ex 4 primi, quod b f eſt ęqualis f c, ideoq́ per primam partem 3 tertij, omnes anguli qui ſunt ad f, ſunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, eſt æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ ſunt b f & f e. Et quia b d, eſt æqualis b e, erunt ex communi ſcientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq́ quadrato b f, erit ex communi ſcientia quadratum f d reſiduum, ęquale quadrato f e reſiduo, quare & linea f d, lineę f e. ex hac communi ſcientia, quarum quadratum ſunt ęqualia eas lineas eſſe ęquales. Ex hoc itaq́ manifeſtum eſt, quod perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti, ęqualis eſt dimidio lineæ ductæ à centro eiuſdem circuli ad ipſius circunferentiam.

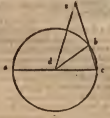
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

Zamb. 9. SI latus hexagoni æquilateri, latus'que decagoni æquilateri, quos ambos unus idem'que circulus circunſcribit, ſibi 9

inuicem

inuicem in longum directum'que'coniungantur, tota linea ex eis compoſita,ſecundum proportionem habentem medium,& duo ex trema diuiſa erit,maiorq́ eius portio latus hexagoni.

CAMPANVS. Sit circulus a b c,cuius centrum d,& diameter a d c,ſitq́ arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c,cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri,propoſito circulo inſcripti,adiungaturq́ lineæ c b,in continuum & directum linea b e, quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e,diuiſam eſſe in puncto b, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem: dico eſſe lineam b e, quę eſt latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b,eritq́ angulus e æqualis angulo b d e,ex 5 primi,propter hoc quod linea e b eſt æqualis lineæ b d,ex correlario 15 quarti,angulus quoq́ d b c eſt æqualis angulo c, ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c, eſt duplus ad angulum e,ſequitur ut angulus a d b ſit quadruplus ad angulum c:eſt enim ex communi ſcientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq́ ſit etiam idem angulus a d b, quadruplus ad angulum b d c,ex ultima ſexti, eo quod arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c,neceſſe eſt ex cõmuni ſcientia,ut angulus e,ſit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis,& b d c partialis,cum angulus e totalis trianguli ſit æqualis angulo b d c partialis,& angulus c ſit communis utriuſq́,neceſſe eſt ex 32 primi,ut ipſi ſint æquianguli,quare per 4 ſexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo, eſt ſicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad e b,ex ſecunda parte 7 quinti,& d c ad c b,eſt ſicut e b ad eãdem ex prima parte eiuſdem,ſequitur ex 11 quinti ut ſit proportio c e ad e b,ſicut e b ad b c. Igitur à diffinitione conclude propoſitum, lineam e c eſſe diuiſam ſecũdum proportionẽ habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius eſſe latus hexagoni: quod oportuit nos demonſtrare.



CAMPANVS. Conuerſam quoq́ demonſtrare conuenit,quod facilè fiet,uia retrograda. eam enim aſſumit Ptolemæus capitulo 9 primæ dictionis Almageſti, ad demonſtrandum quãtitatem chordarũ arcuum circuli. Dico itaq́ q́ ſi linea quælibet ſecundũ proportionẽ habentem mediũ & duo extrema diuidatur,cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiuſdẽ minor erit latus decagoni; at uerò cuius minor erit latus decagoni,eiuſdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim(priori diſpoſitione manẽte)linea e c diuiſa in puncto b,ſecundũ prædictam proportionẽ,& maior eius portio ſit e b, dico q́ cuiuſcunq́ circuli linea e b,eſt latus hexagoni,eiuſdẽ eſt linea b c latus decagoni:& cuiuſcunq́ circuli linea b c eſt latus decagoni,eiuſdẽ eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim ſit e c latus hexagoni circulo a b c inſcripti,erit per correlarium 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b,eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi, erit ex 7 quinti c e ad d c,ſicut d c ad c b. Igitur ex 6 ſexti duo trianguli c d c & d c b,ſunt æquianguli:angulus ergo e.eſt æqualis angulo b d c,ipſos enim latera proportionalia reſpiciunt. Cumque ſit angulus a d b quadruplus ad angulum e ex 32 primi bis aſſumpta, & quinta eiuſdem bis,ſequitur ut etiam idem angulus a d b ſit quadruplus ad angulum b d c. Ideoq́ ex ultima ſexti,arcus a b,quadruplus eſt ad arcum b c. Linea igitur b c,eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti. Quod ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c,erit e b latus hexagoni eiuſdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f,eritq́ ex prædictis b c,latus decagoni eiuſdem. Intelligãtur igitur inſcripti eſſe decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt æquiangula, ut probatum eſt in 15 quarti libri,ſequitur utroſque decagonos eſſe æquiangulos. Cumq́ omnes anguli unius pariter accepti ſint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis,ſicut euidẽter apparet ex demonſtratis in 32 primi,neceſſe eſt ex hac communi ſcientia (quorumlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiuſdẽ denominationis, eſſe æquales)ut unus horũ decagonorũ ſit æquiangulus



alij,

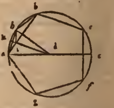
ſtij, ideoq́ʒ ſimilis ex diffinitione ſimilium ſuperficierum. Et quia ſi duæ figuræ ſimiles duobus circulis inſcribantur, erit proportio duorum relatiuorum laterũ illarum figurarum ſicut duarũ diametrorum illorum circulorum, ut apparet ex correlario 18 ſexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagonorũ ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint æqualia, ſequitur ut diametri eorum ſint æquales, ideoq́ʒ & ſemidiametri etiam æquales. Sunt autem ſemidiametri & latus hexagoni, ęqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inſcripti, ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt, quod demõſtrare uolumus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam eſſe 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum deſcribendũ cuius utrumq; duorum angulorum quos baſis obtinet, ad tertium duplus exiſtat, talis enim eſt uterq; triangulorum e d c & d c b, & ſimpliciter omnis, cuius duo latera ſunt ęqualia maiori portioni alicuius lineæ diuiſæ ſecundũ portionem habentem medium duoq́ʒ extrema, & tertiũ quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiuſdem, uel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inſcripti, baſis uerò eſt æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

Zambert. 10.

OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere 10 hexagoni æquilateri, quantum poteſt latus decagoni æquilateri, ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti.



CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, inſcribaturq; ei pẽtagonus ęquilaterus, qui ſit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur uſquequo obuiet circunferentię in puncto h, ſitq; d h, & protrahantur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq́ʒ etiam duo arcus a h & h b, æquales adinuicem ex 27 tertij. Eſt igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq; quód quadratum lineæ a b, quæ eſt latus pentagoni, eſt ęquale duobus quadratis duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & ſecunda eſt latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h, quæ eſt latus decagoni, quę producatur uſq; ad circunferentiam, ſitq; d k quę ſecet lineam a b, quæ eſt latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Cõſtat autem ex ſecunda parte 1 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quę eſt perpendicularis ad chordam a h, ſimul diuidit per ęqualia chordam & arcum, ideoq́ʒ arcus a k eſt æqualis arcui k h, quare ex ultima ſexti angulus a d l, eſt æqualis angulo l d h, ideoq́ʒ ex 4 primi baſis a l, baſi l h igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis eſt angulo l h a. Cumq́ʒ etiam ſit ex eadem angulus h a b ęqualis angulo h b a, ſequitur ut angulus l h a ſit æqualis angulo h b a, ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l, ſunt æquianguli: eſt enim angulus b, maioris ęqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis eſt utriq;. Itaq; per quartam ſexti proportio b a ad a h, eſt ſicut a h ad l a, quare ex prima parte decimæſextę ſexti, quod prouenit ex b a in a l, eſt æquale quadrato lineæ a h, quę eſt latus decagoni. Cum ſit autem ſemicirculus a e c, ęqualis ſemicirculo a f c, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f reſiduo. quare arcus e c, eſt medietas arcus e f, ideoq́ʒ æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h k. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b. duplus ad totum arcum b h k, ideoq́ʒ ex ultima ſexti angulus c d b, eſt duplus ad angulum b d l. Cumq́ʒ etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, ſunt enim duo latera d a & d b ęqualia, erit angulus b d l, æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, eſt enim angulus d, minoris, æqualis angulo a maioris, & angulus b eſt cõmunis utrique: ergo per quartam ſexti proportio a b ad b d, eſt ſicut b d ad l b, quare per primam partem 16 ſexti, quod prouenit ex a b in b l, eſt æquale quadrato d b. At uerò probatum eſt prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a eſt æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, eſt æquale ductus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex a b in l a & in l b

eſt

eſt æquale quadrato lineæ a b: eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, linea uerò a h eſt latus decagoni æquilateri, & linea b d eſt (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum, inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti, à terminis ſuorum laterum duæ rectæ lineæ ſubtendantur, utraque alteram ſecundum proportionem habentem medium, duo'que extrema ſecabit, maior'que ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit. Zamb. 8.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo eiſdem literis ſignato, & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſubtendãtur duæ rectæ lineæ a c & e b e, ſecantes ſe inuicem in puncto f. Dico itaque utranque harum eſſe diuiſam in puncto f, ſecundum proportionem habentem medium, duoque extrema, & quod maior portio utriuſque eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtum eſt enim ex 27 tertij, quód quinque arcus circuli pentagonum propoſitum circunſcribentis, quorum latera ipſius pentagoni ſunt chordæ, ſunt adinuicem æquales, ideoque ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, ſunt adinuicẽ æquales, nam arcus a b, a e, & b c, ſunt adinuicem æquales. Cumque ſit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoque ex ultima ſexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex uigeſimaſeptima primi angulus a f e, duplus eſt ad angulum f a b. Igitur angulus a f e eſt æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, eſt æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi, eſt enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, communis utrique, igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a, ſicut b a ad f b. Cumque ſit e f, æqualis a b, eo quod ipſa (ut probatũ eſt) eſt æqualis a e, ſequitur ex 7 quinti, ut ſit proportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pẽtagoni. Si autem hoc eſt uerum de linea e b, erit quoque ex 7 quinti & quinta eiuſdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e eſt æqualis toti a c, ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõmuni ſcientia, portiones enim a f & b f, ſunt æquales ex 6 primi, ideoque f e & f c reſiduæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes ſi libet & facilius, de linea a c demonſtrare propoſitum, negociando circa ipſum, ut prius circa lineam e b.

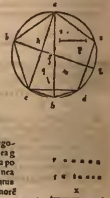


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circunſcribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea ſcilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.

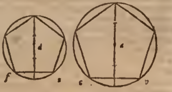
CAMP. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis a ſcripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, ſitque utraque harũ diametrorũ linea rationalis in longitudine. Dico tunc quòd latus pẽtagoni inſcripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ ſecet diametrũ b g, in puncto k, eritque ex ultima ſexti & 4 primi linea a c, diuiſa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum ſemicirculus a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij, erit arcus a g reſiduus, æqualis arcui c g reſiduo, ideoque ex ultima ſexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

Cùm itaq; duo latera a b & b k trianguli a b k ſint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulos b unios angulo b alterius, erit ex 4 primi baſis a k æqualis baſi k c, & omnes anguli qui ſunt ad k ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, ſecet latus pentagoni c d. in puncto l. Eritq; linea c d diuiſa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim ſint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, ſit æqualis arcui a d, erunt duo reſidui ſemicirculorum qui ſunt c h & d h æquales, quibos ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt a d l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo trianguli a c l & a f k ſunt æquianguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod oterq; eſt rectus, & angulus a eſt cõmunis utriq;, quare ex 4 ſexti proportio l c ad c a: eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti ſemidiametri, eritq; per æquam proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c, quæ ſit c q, ſicut k f ad quartam partẽ lineæ f a, quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k, eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplum ad duplum ſicut ſimplum ad ſimplum) erit per 11 quinti d c ad c k, ſicut k f ad f m, & coniunctim lineæ conſtãtis ex d c & c k ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primam partem 22 ſexti proportio quadrati lineæ compoſitæ ex d c & c k ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quòd ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea conſtans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; per primam huius 13 libri quadratum lineæ compoſitæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ c k, ideoq; quadratum lineæ k m, quintuplum quoq; eſt ad quadratum lineæ m f, cum ſit horum quadratorum & illorũ una proportio. Eſt autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecunda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, eſt ſicut lineæ k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea o p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ poſita eſt 10 principio quinti, proportio b m ad m f, ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex ſecunda parte eiuſdem, linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, eſt rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m k eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probandum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum ſ, ſintq; t & ſ quantũ r, ac ſi eſſet r quinq;, ſ unum, t quatuor & ſit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cùm igitur ſit quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ m k ſicut numerus r ad numerum ſ, erit per euerſam proportionalitatem quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ x, ſicut numerus ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea eſt incommenſurabilis lineæ b m in longitudine, non eſt ergo dubium, quin b k ſit reſiduum quartũ. Manifeſtũ verò eſt ex 14 tertij, quòd illod quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiam ipſum idẽ eſt æquale quadrato k c, eo quod a k eſt æqualis k c, ergo quadrato b k addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æqoale qoadrato b c. Et quia ex prima ſecũdi quod fit ex b k in ſe. & in k g, eſt æquale ei quod fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei contentæ à duabus lineis g b & k b Et quia linea g b eſt rationalis, linea verò b k eſt reſiduum quartum, et quia linea potẽs in ſuperficiem linea rationali reſiduoq; quarto contentã eſt linea minor, ut cõſtat ex 89 decimi libri, neceſſe eſt lineam b c, quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineam minorẽ



quod

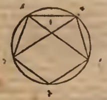
quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pẽtagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in lõgitudine. ¶ At uerò ſi diameter circuli fuerit rationalis in potẽtia tantum, adhuc neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enim linea a, rationalis in potentia tãtum, ſupra quam deſcribatur circulus, eiq́ꝫ deſcripto inſcribatur pentagonus ęquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq́ꝫ pentagonus & circulus a. Dico q̃ linea b c eſt linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq́ꝫ pentagous & circulus d. Conſtat igitur ex hac 12, quòd c f eſt linea minor, cũ diameter d, ſit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pẽtagonum d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq́ꝫ enim eſt ex ſecunda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, eſt ſicut quadrati diametri ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineæ e f, ſicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq́ꝫ quadrata duarum diametrorum a & d ſint cõmunicãtia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erũt quoq́ꝫ ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearum b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 10 decimi, quod etiam b c ſit linea minor, quod eſt propoſitũ. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in lõgitudine, ſiue in potentia tantũ, neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.



Eucl. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 8.*

Si qnquãguli ęquilateri & ęquiãguli binos ordinatim ãgulos rectę lineæ * expliciũt extrema & media rõne ſeſe inuicẽ diſpeſcunt, & maiora eorum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia. Camp. 11. ὑποτείνουσαι ſubtendant.

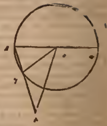
THEON ex Zãb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad αβ, rectæ lineæ αγ βε * explicẽt, ſeſe inuicẽ in θ ſigno diſpeſcẽtes. Dico q̃ ipſarũ utraq́ꝫ extrema et media ratione ſecatur in θ ſigno, & earum maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circũſcribatur (per 14 quarti) ipſi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniam binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, ſunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, baſes igitur βε (per 4 primi) baſi αγ eſt æqualis, & triangulum αβε ipſi triangulo αβγ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtẽdentur. Angulus igitur qui ſub βαγ, et qui ſub αβε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub αθε, eius qui ſub βαθ anguli: extra enim eſt ipſum αβθ triangulum. Eſt autẽ & qui ſub εαγ, duplus, eius qui ſub βαγ quoniam & circunferẽtia εδγ, ipſius γβ circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub θαε, ei qui ſub αθε eſt æqualis. Quare & θε recta linea, ipſi εα, hoc eſt ipſi αβ eſt æqualis. Et quoniam εα recta linea ipſi αε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub αβε, ei qui ſub αεβ. Sed qui ſub αβε, ei qui ſub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur ſub βεα, ei qui ſub βαθ eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorum αβε, & αβθ, communis eſt angulus qui ſub αβε, reliquus igitur qui ſub βαε angulus, reliquo qui ſub αθβ eſt æqualis. Triãgulum igitur αβε, ipſi αβθ triangulo æquiangulum eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut εβ ad βα, ſic αβ ad βθ. Aequalis autẽ eſt βα, ipſi εθ. Sic ut igitur βε ad εθ, ſic εθ ad θβ, maior autem eſt βε, ipſa βα, maior igitur eſt εθ, ipſa θβ. Ipſa igitur βε, extrema & media ratione in θ ſecatur, & maius ſegmentum θε æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γθ ipſius quinquanguli lateri eſt æquale: quod oſtendere oportuit.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 9.*

Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum componantur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.

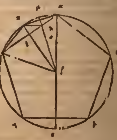
THEON ex Zamb. Sit circulus αβγ, & in ipſo circulo αβγ, deſcriptarũ figurarũ decagoni quidẽ latus eſto βγ, & ſexãguli γδ & ſint in rectas lineas. Dico quòd tota βδ, extrema & media ratione ſecatur in γ, & maius ipſius ſegmentũ eſt γδ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli ſignũ ε, & cõnectãtur εβ, εγ, εδ, & extẽdatur βε in κ. Et quoniã decagoni æquilateri latus eſt βγ, quincupla igitur eſt κγβ circunferentia ipſius γβ circunferẽtiæ. Quadrupla igitur eſt αγ circũferẽtia, ipſius γβ. Sicut aũt αγ circunferentia ad γβ, ſic angulus qui ſub αεγ ad angulum qui ſub γεβ: quadruplus igitur eſt qui ſub αεγ, eius qui ſub γεβ. Et quoniã qui ſub εβγ angulus ei qui ſub εγβ angulo eſt æqualis, qui igitur ſub αεγ angulus, duplus eſt eius qui ſub εγβ. Et quoniam εγ recta linea æqualis eſt ipſi γδ, utraq; enim ipſarũ æqualis eſt ipſius ſexanguli lateri in αβγ circulo deſcripti, & angulus qui ſub γεδ, angulo qui ſub γδε eſt æqualis. igitur angulus qui ſub εγβ duplus eſt eius q ſub εδγ. Sed eius qui ſub εγβ, duplũ eſſe demõſtratũ eſt eũ qui ſub αεγ. Igitur qui ſub αεγ, quadruplus eſt eius qui ſub εδγ. Oſtenſum eſt autem quod & eius qui ſub βεγ, quadruplus eſt qui ſub αεγ, æqualis igitur eſt qui ſub εδγ ei qui ſub βεγ. Cõmunis aũt ipſorũ binorũ triãgulorũ, hoc eſt βεγ & βεδ, eſt angulus qui ſub εβδ, & reliquus igitur qui ſub βεδ, ei qui ſub εγβ eſt æqualis. Aequiãgulũ igitur eſt triãgulũ εβδ, ipſi εβγ triãgulo: proportiõaliter igitur eſt ſicut βδ ad βε, ſic εβ ad βγ. Aequalis autẽ eſt εβ, ipſi γδ. Eſt igitur ſicut βδ ad δγ, ſic δγ ad γβ. Maior aũt eſt βδ, ipſa δγ, maior igitur eſt & δγ, ipſa γβ. Igitur ipſa βδ, recta linea extrema & media ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmentum eſt δγ: quod oſtendere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

Si in circulo qnquãgulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius qnquãguli latus põt & ſexãguli & decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ. 10

THEON ex Zãb. Sit circulus αβγδε, & in ipſo αβγδε (p 11 quarti) quinquãgulũ deſcribatur αβγδε. Dico q. ipſius αβγδε quinquãguli latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in ipſo αβγδε circulo deſcriptorũ. Aſſumatur (p 1 tertij) centrũ circuli, & ſit ζ, & cõnexa αζ, extẽdatur in η ſignum & cõnectatur ζβ, & ab ipſo ζ in αβ perpẽdicularis excitetur (p 12 primi) ζθ, & extẽdatur in κ, & cõnectãtur ακ, κβ, & rurſus ab ipſo ζ, in ακ excitetur (p 12 primi) perpẽdicularis ζλ, et extẽdatur in μ, & cõnectatur κν. Et quoniã circunferẽtia αβγη ipſi αεδη circũferentiæ eſt æqualis, quarũ αβγ ipſi αεδ eſt æqualis, reliqua igitur γη circũferẽtia reliquæ δη circunferẽtiæ eſt æqualis Quinquãguli aũt γδ, & decagoni igitur γη. Et quoniã ζα ipſi ζβ (per 15 diffinitionẽ primi) eſt æqualis & perpẽdicularis eſt ζθ, igitur angulus qui ſub αζκ, ei qui ſub κζβ eſt æqualis: quare & circũferẽtia ακ, ipſi κβ eſt æqualis. Dupla igitur eſt αβ circũferentia, ipſius βκ circunferẽtiæ, decagoni latus igitur, eſt recta linea ακ, & id propterea & ακ, ipſius κμ eſt dupla. Et quoniã dupla eſt circũferẽtia αβ ipſius circũferẽtiæ θκ, æqlis aũt eſt γδ circũferẽtia ipſi αβ circũferẽtiæ, dupla igitur eſt αδ circũferẽtia ipſius θκ circunferẽtiæ. Eſt autẽ γδ circũferẽtia, ipſius γη dupla: igitur circunferentia γη, ipſi θκ circunferẽtiæ eſt æqualis. Sed βκ ipſius κμ dupla eſt, quoniã & κα, & γκ igitur ipſius κμ eſt dupla. Sed & γθ circũferẽtia, ipſius βκ circũferẽtiæ dupla eſt: æqualis enim eſt γβ circũferẽtiæ, ipſi βα & tota igitur κβ circunferẽtia, totius βμ eſt dupla. Quare & angulus qui ſub κζβ, anguli qui ſub θζμ duplus eſt. Eſt autẽ qui ſub κζβ, eius qui ſub ζαθ duplus. Aequalis enim eſt qui ſub ζαβ, ei qui ſub αβζ. Qui ſub θζν igitur, ei eſt æquus qui ſub ζαβ. Binorũ autẽ triãgulorũ αθζ & βζν, cõmunis angulus eſt qui ſub αβζ. Reliquus igitur qui ſub κζβ, reliquo qui ſub βνζ eſt æqualis. Triãgulum igitur αβζ, ipſi βζν triãgulo æquiangulũ eſt, proportionaliter igitur eſt ſicut αβ recta linea ad βζ, ſic ζβ ad θν, qđ igitur ſub αβ, βν, et quod ex βζ eſt æquale. Rurſus quoniã æqualis eſt αλ ipſi λκ, cõmunis autẽ & ad angulos rectos λν, baſis igitur αν (p 4 primi) baſi κν eſt æqualis, et angulus igitur qui ſub λκν, ei qui ſub λαν eſt æqualis. Sed qui ſub λαν ei qui ſub κβν, eſt æqualis, & qui ſub ακν igitur, ei qui ſub κβν eſt æqualis, & ipſorũ triãgulorũ binorum ακβ et ακν, cõmune eſt quod ſub ναε. Reliquũ igitur quod ſub ακβ, reliquo quod ſub κνα eſt æquale. Aequiãgulũ igitur eſt triãgulũ κβα, ipſi ακν triãgulo: proportionaliter igitur eſt ſicut βα recta linea ad ακ, ſic κα ad αν. Quod igitur ſub βα, αν, æquũ eſt ei quod ex ακ. Oſtẽſum eſt autẽ q. qđ ſub αβ, βν æquũ eſt ei qđ ex θζ. Quod igitur ſub αθ, βν, unà cũ eo quod ſub βα, αν, qđ eſt id quod ex βα, ei eſt æquũ qđ ex θζ unà cũ eo



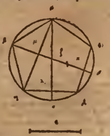
quod

quod ex α η, & β η quidē eſt latus ipſius quinquanguli, & ϐ ζ ſexāguli, & α η decagoni. Quinquāguli ergo latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 11.

11 Si in circulo ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū æquilaterū inſcribatᵃ, quinquanguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Camp. 12.

THEON ex Zāb. In circulo enim α β γ δ ε, ratiōalē habēte diametrū, quinquāgulū inſcribatur α β γ δ ε. Dico q ipſi α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrū ζ ſignū, & cōnectantur α ζ, ζ β & extēdātur in η θ ſigna, & cōnectatur α γ, ponaturq; ipſius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis aūt α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Eſt aūt & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis eſt. Et quoniā circūferētia α γ η ipſi α δ η circūferētiæ eſt æqualis, quarū α β γ æqualis eſt et ipſi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ eſt æqualis. Et ſi cōnectamus α δ η, ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla eſt γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt α γ ipſius γ μ. Quoniā igitur angulus q ſub α λ γ ei eſt æquus qui ſub α μ ζ, cōis aūt ipſorū trangulorū binorū α λ γ, α μ ζ, eſt qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei eſt æqualis qui ſub μ ζ α, æquiāgulū igitur eſt triāgulū α γ λ, ipſi α μ ζ triangulo, proportionaliter igitur eſt ſicut λ γ ad γ α, ſic μ ζ ad ζ α, et antecedētium duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ α, ſic ipſius μ ζ dupla ad ζ α. Sed ſicut ipſius μ ζ dupla ad ζ α, ſic μ ζ ad ipſius ζ α dimidiā. Sicut igitur ipſius λ γ dupla, ad γ α, ſic eſt μ ζ ad dimidiā ipſius ζ α, et ſequētium dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ α, dimidiā, ſic μ ζ ad quartā partē ipſius ζ α, & ipſius λ γ dupla eſt δ γ, ipſius uerò γ α, dimidia eſt γ μ, ipſius aūt ζ α, quarta pars eſt ζ κ. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ζ ad ζ κ. Cōponendo (p 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ κ ad ζ κ & ſicut (p 11 quinti) qdˢ ex utraq; ipſarū δ γ μ, ad id qdˢ ex γ μ, ſic qdˢ ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniā (p 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus laterib. pētagoni ſubtēſa ut α γ, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentū eſt æquale ipſius pētagoni lateri, hoc eſt ipſi δ γ, maius autē ſegmentū totius admittens dimidiū quincuplū poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia eſt γ μ, quod igitur ex δ γ μ tāquā ex una, quincuplū eſt eius quod ex γ μ. Sicut autē qdˢ ex δ γ μ ſicut una, ad id qdˢ ex γ μ, ſic oſtēſum eſt eſſe id qdˢ ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplū igitur eſt quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, ratiōale aūt quod ex κ ζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μ κ. Rationalis igitur eſt μ κ, rationē enim habet quā numerus ad numerū quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniā quadrupla eſt β ζ ipſius ζ κ, quincupla igitur eſt β κ ipſius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplū autē eſt id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplū igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β κ ipſi κ μ in longitudine, & ipſarū utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur β κ, κ μ, rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles. Si aūt à ratiōali rationalis auferatur potētia tantū cōmēſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autē apotome (per 63 decimi) igitur μ β apotome eſt. Cōgruens autē ei eſt μ κ. Dico q & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex β κ eo quod ex κ μ, ei æquū eſto quod ex ν. Igitur ipſa β κ, ipſa κ μ maius poteſt ipſo ν. Et quoniā (p 16 decimi) cōmēſurabilis eſt κ ζ ipſi ζ β & cōponendo (per 18 quinti) cōmenſurabilis eſt κ β ipſi β ζ, ſed β ζ ipſi β θ lōgitudine eſt cōmenſurabilis, & β κ igitur ipſi β θ cōmenſurabilis eſt. Et quoniā quod ex β κ eius quod ex κ μ quincuplum eſt, quod igitur ex β κ ad id



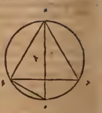
quod ex κ μ rationē habet quā quinq; ad unū. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 qnti) quod ex β κ ad id qdˢ ex ν, rationē habet quā quinq; ad quatuor, nō quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt β κ, ipſi ν. Igitur β κ, ipſi κ μ maius poteſt, eo quod ex ſibi incōmēſurabili. Quoniā igitur tota β κ, ipſa κ μ cōgruēte maius poteſt eo quod ex ſibi incōmēſurabili, et tota β κ, ipſi β θ rationali expoſitæ cōmenſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μ β. Quod autē ſub rationali & apotome quarta cōprehenſum rectāgulū, irratiōale eſt & ipſum potēs irrationalis eſt, minorq; appellatur (per 94 decimi) Poteſt aūt quod ſub θ β, β μ, ipſa α β, quoniā propter cōnexionē ipſius α θ, triāgulū α β θ æquiāgulū fit ipſi α β μ. Et eſt ſicut θ β ad β α ſic eſt α β ad β μ, ipſa igitur α β quinquāguli latus, irrationalis eſt minor appellata: quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 12.

12 Si in circulo triangulū æquilaterū deſcriptum fuerit, ipſius triangu li latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Camp. 8.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulum æquilaterum deſcribatur α β γ. Dico q ipſius α β γ trianguli latus potentia triplū eſt eius quæ ex centro ipſius circuli α β γ. Aſſumatur enim (per 1

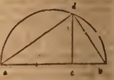
 tertij)



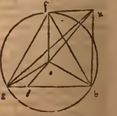
tertij) centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triãgulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ, circunferẽtia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferẽtia, ſexta pars eſt circũferentiæ ipſius circuli, hexagoni igitur latus eſt ipſa β ε recta linea, æqualis igitur eſt ei qui ex cẽtro, hoc eſt ipſi δ ε. Et quoniam α ε ipſius δ ε dupla eſt, quadruplum eſt quod ex α ε eius quod ex δ ε, hoc eſt eius quod ex β ε. Atquĩ autẽ eſt id quod ex α ε, eis quæ ex α β, β ε, quæ igitur ex α β, β ε, quadrupla ſunt eius quæ ex β ε, diuidẽdo igitur q. quod ex α β, triplũ eſt eius quod ex β ε. Aequalis autẽ eſt β ε, ipſi δ ε, quod ex α β igitur triplũ eſt eius quod ex δ ε. Trianguli ergo latus potẽtia triplũ eſt eius quæ ex centro circuli: quod oſtendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 13.

PYramidem quatuor baſiũ triangulariũ & æquilaterarum ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros, ad latus ipſius pyramidis ſeſquialteram proportionem potentialiter habere probatur.



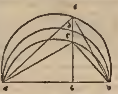
CAMPANVS. Sit linea a b diameter aſsignatæ ſphęræ, quę diuidaĩ pũcto c, ita quòd a c ſit dupla ad b c, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & ꝓducatur linea c d orthogonaliter ſuper lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper cẽtrũ e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inſcribaĩ triãgulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahãtor à centro, lineę e f, e g, e h, deinde ſuper centrũ e, erigaĩ (ſecundũ quod docet 13 undecimi) linea e k quę ponaĩ æqualis a c, perpendicularis ad ſuperficiẽ circuli f g h, & demittãtur à puncto k hypothenuſæ k f, k g, k h, eritꝗ cõpleta pyramis qoatuor baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quã dico eſſe ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilẽ, & dico quadratum diametri propoſitæ ſphęræ, ſeſquialterũ eſſe ad quadratum lateris fabricatę pyramidis. Cõſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti, quod linea c d eſt medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiuſdẽ, quadratum lineæ a c ad quadratum lineę c d, eſt ſicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratum c d, ad quadratum c d, ſicut linea a b ad b c, ideoꝗ ex penultima primi quadratum a d ad quadratum d c, ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eã, eritꝗ quoꝗ quadratum a d triplum ad quadratum d c. Eſt autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f, erit ex communi ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem, linea e k continet cum ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarum quælibet eſt æqoalis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus, erit per 4 primi unaqoæꝗ trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtum eſt igitur fabricatam pyramidem eſſe quatuor baſium triangularium æquilaterarum.



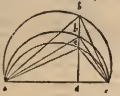
¶ Ipſam autem eſſe circunſcriptibilem ab aſsignata ſphæra, ſic habeto. Linea e k intelligatur adijci ſecundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l ſit æqualis a b, quæ eſt diameter aſsignatæ ſphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipſius ſuperficiem ex parte inferiori, ſicut eſt e k ex parte ſuperiori, eritꝗ unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l, quemadmodum eſt d c inter a c & c b, nam hæ ſunt æquales illis, unaquæque ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineam l k deſcribatur ſemicirculus, circunducaturꝗ quouſque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione ſphærarum æqualium, ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi, æqualis ſphæræ aſsignatæ: ſunt enim ſphæræ æquales, quarum ſunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum eſt. Hunc uerò ſemicirculum neceſſe eſt tranſire per tria puncta f g h, quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd ſemicircolus hic, quoniam ſuper lineam k l fuerit deſcriptus, ſi circunducatur quouſque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, ſuper omnia puncta circunferentiæ ipſius. Quod ex hac uetuſta ueritate probatur. Si linea recta ſuper lineam rectam perpendiculariter ſteterit, quæ inter partes eius cui ſuperſtat uel circũſtat medio loco proportionalis ponatur: fueritꝗ ſuper eam lineã cui perpendicularis ſuperſtat ſemi-

ſemicirculus deſcriptus, circunferẽtia ipſius per extemiratẽ lineæ medio loco proportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſariò trãſibit. Cũ igitur cunctę ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e & e l ſequitur ut ſemicirculus deſcriptus ſuper k l, ſi circunducatur, trãſeat per omnia puncta circunferentię f g h, & per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitione eius quod eſt figuram inſcribi figurę, pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphęrę quam ſemicirculus per lineam k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta, eſt aſsignatæ ſphęræ ęqualis per diffinitionem ęqualium ſphęrarum, ſequitur ex communi ſcientia ut hæc pyramis fabricata, ſit ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilis: quod eſt propoſitum.

CORRELARIVM autẽ patet ſic. Cum enim a b ſit tripla ad b c, per euerſam proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c, ideoq; ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & correlario 17 eiuſdẽ, quadratũ lineę a b erit etiã ſeſquialterũ ad quadratũ lineę a d Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatę pyramidis, at uerò a b eſt diameter ſphæræ, cõſtat uerũ eſſe quod per correlariũ dicitur. ¶ Ne autẽ quicquã de uetuſta ueritate propoſita hęſitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineã a b linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco proportionalis inter partes lineę a b, quę ſunt a c & c b, ita quod ſit proportio a c ad c d, ſicut c d ad c b. Et ſuper lineam a b, deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico ꝙ huius ſemicirculi circunferẽtia trãſibit per punctum d, qui eſt extremitas perpendicularis. Sin autẽ aut ſecabit lineã c d, aut ſupertrãſibit eã totã ipſam tranſiẽs & includẽs & non cõtingens. Secet ergo primò eam in puncto e, & ducantur lineæ e b & e a, erit que, ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correllarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e, ſicut c e ad c b, aut uerò ex ſecunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, eſt maior quàm a c ad c d, eo quod c e eſt minor quàm c d. Cũ igiĩ ſit c e ad c b, ſicut a c ad c e, & c d ad c b, ſicut a c ad c d, erit per 12 quinti e c ad c b, maior quã c d ad c b: ideoq; per primã partẽ 10 quinti e c eſt maior ꝙ̃ d c, pars uidelicet, quàm ſuũ totum, quod eſt impoſsibile. Nõ ergo ſecabit circunferẽtia ſemicirculi lineã c d. Supertrãſeat igiĩ & producatur c d uſq; ad circunferẽtiã, ſitq; tota c e, & protrahãtur lineæ e b & e a, ſequeturq; ut prius lineam c d eſſe maiorem quàm ſit linea c e, quod eſt etiam impoſsibile. Conſtat ergo propoſitum.



Similiter autẽ dicimus, ꝙ ſi fuerit aliquis angulus rectus, cui baſis ſubtẽdatur ſuper quã ſemicirculus lineetur, ipſius circũferentiã per angulũ rectum trãſire neceſſe eſt. Cõuerſam huius propoſitionis ait prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus, ſic cõſtat. Sit enim angulus a b c rectus, cui ſubtendatur baſis a c, & ſuper eã lineetur ſemicirculus, dico ꝙ ipſius circunferentia trãſibit per pũctũ b, in quo coeũt lineę cõtinentes angulum rectũ. Cuius demõſtratio eſt, quod neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin autẽ trãſeat primò infra, ſitq; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad baſin a c, quæ ſecet circunferentiã ſemicirculi in puncto e, & protrahantur lineę e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipſe eſt maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ eſt impoſsibile ex tertia petitione, cum uterq; ſit rectus, hic quidẽ ex hypotheſi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nõ ergo trãſibit circunferentia ſemicirculi infra angulum b. Trãſeat itaq; ſupra, & ſit a f c, producatur autẽ perpendicularis d b, quouſq; obuiet circunferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus, ſequitur impoſsibile per 11 primi, ſicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem neceſſarium eſt ad cognitionem eorum quæ ſequuntur.

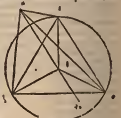


Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 13.*

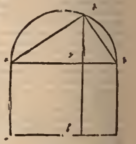
13 Pyramidẽ cõſtituere, & data ſphęra cõprehẽdere, & demõſtrare ꝙ ipſius ſphęrę dimetiẽs potẽtia ſeſquialter eſt lateris ipſius pyramidis.

THEON *ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ dimetiens α β, ſeceturq; in γ ſigno, ut α γ ipſius β γ dupla ſit. Deſcribaturq; ſuper α β ſemicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno ad angulos rectos γ δ, & connectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex cẽtro ipſi δ γ, deſcribaturq; in ipſo ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) cẽtrum circuli, ſitq; θ ſignum, & connectantur ε θ, θ ζ, & θ η. Et conſtituatur (per 12 undecimi) ab ipſo ſigno ipſius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipſi θ κ ipſa α γ rectæ lineæ æqualis, & connectantur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta eſt ad ipſius ε ζ η circuli planum, & ad omnes igitur ipſam tangẽtes rectas lineas, & in eodẽ ipſius*





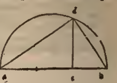
ζ κ circuli plano exiſtentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionē) Tāgit aūt ipſum unaquæq; ipſarū θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ, ad unāquāq; ipſarū θ ε, θ ζ, θ η recta eſt. Et quoniā æqualis eſt α γ ipſi θ κ et γ δ ipſi θ ε, & rectos cōprehēdūt angulos, baſis igitur δ κ (p 4 primi) baſi κ ε eſt æqualis, et id propterea & utraq; ipſarū θ ζ, κ η, ipſi δ α eſt æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicē ſunt æquales. Et quoniā dupla eſt α γ ipſius γ β, tripla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autē α β ad β γ, ſic qd' ex α δ ad id qd' ex δ γ ſicut oſtēdetur. Quoniā enim eſt ſicut β α ad α γ, ſic qd' ex δ α ad id qd' ex α γ, cōuertēdo (p correlariū 19 quinti) ſicut α β ad β γ, ſic qd' ex α δ ad id qd' ex α γ. Sicut demōſtrabitur. Triplū igitur eſt qd' ex α δ, eius qd' ex δ γ. Eſt aūt & qd' ex ζ ε eius qd' ex ε θ triplū, & æqualis eſt δ γ ipſi ε θ, æqualis igitur eſt δ α ipſi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipſarū κ ε, κ ζ, κ η, oſtēſa eſt æqualis. Vnaquæque igitur ipſarū ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipſarū κ ε, κ ζ, κ η eſt æqualis, æquilatera igitur ſunt ipſa quatuor triāgula, hoc eſt ε ζ κ, κ ε ζ, κ ζ η, κ η θ. Pyramis igitur cōſtructa eſt ex quatuor triāgulis æqualib. et æquilateris, cuius baſis eſt ε ζ η triāgulū, faſtigiū uerò eſt ſignū κ. Oportet iā ipſam data ſphæra cōprehēdere, oſtēdereq; qd' ipſius ſphæræ diameter potētia lateris ipſius pyramidis ſeſqualtera eſt. Extendatur enim in rectas lineas ipſi κ θ, recta linea θ λ & ipſi β γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniā eſt ſicut α γ ad γ δ, ſic γ β ad γ α, æqualis aūt eſt ipſa quidē α γ ipſi κ θ, & γ δ ipſi θ ε, & γ β ipſi θ λ, eſt igitur ſicut κ θ ad θ ε, ſic ε θ ad θ λ: qd' igitur ſub ipſis κ θ, θ λ, æquū eſt ei quod ex ε θ. Et rectus eſt uterq; ipſorū κ θ ε, ε θ λ angulorū. Igitur ſemicirculus deſcriptus ſuper κ λ ueniet & per ε, quoniā ſi cōnectamus ε λ, rectus fit qui ſub λ ε κ angulus, eo quia triāgulū ε λ κ utriq; ipſorū ε λ θ, ε θ κ, triangulorū æquiāgulū fit. Si iā manente κ λ circūducatur ſemicirculus, & in idem unde duci incœpit rurſus ſteterit, ueniet & per ſigna ζ η, cōnexis ipſis ζ λ, λ η, & rectis ſimiliter factis iis quæ ad ζ η, angulis pyramis data ſphæra cōprehenſa erit, ipſa enim κ λ ſphæræ dimetiēs, æqlis eſt ipſi α β datæ ſphæræ diametro. quoniā ipſi quidē α γ æqualis ponitur κ θ, ipſi autē γ β ipſa θ λ. Dico iā q; ipſius ſphæræ dimetiēs, lateris ipſius pyramidis potētia ſeſqualter eſt. Quoniā etenim dupla eſt α γ ipſius γ β, tripla igitur eſt α β ipſius β γ. Cōuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) ſeſqualtera eſt α β ipſius α γ. Sicut autē β α ad α γ, ſic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniā cōnexa ipſa β δ, eſt ſicut β α ad α δ, ſic δ α ad α γ, propter ipſorū δ α β, δ α γ, triangulorū ſimilitudinem, & eo quia eſt ſicut prima ad tertiā, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecūda. Seſqualterū igitur eſt quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidē eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & α δ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis, ipſius igitur ſphæræ diameter, ipſius pyramidis lateris ſeſqualtera eſt: quod erat oſtendendū. Oſtēdendū iam q; eſt ſicut α β ad β γ, ſic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipſius ſemicirculi deſcriptio, & ab ipſa α γ deſcribatur (per 46 primi) quadratum ε γ, & cōpleatur ζ β parallelogrammum. Quoniā igitur triangulum δ α β ipſi δ α γ triangulo æquiangulum eſt, eſt ſicut β α ad α δ, ſic eſt δ α ad α γ. Igitur quod ſub β α, α γ, æquum eſt ei quod ex α δ. Et quoniā eſt ſicut α β ad β γ, ſic eſt ε β ad β ζ, & eſt quidem ipſum ε β id quod ſub β α, α γ (æqualis enim eſt ε α ipſi α γ, & β ζ, id eſt qd' ſub α γ, γ β) ſicut igitur α β ad β γ, ſic quod ſub ipſis β α, α γ, ad id quod ſub ipſis α γ, γ β. Et quod ſub β α, α γ, æquū eſt ei quod ex α δ, quod autē ſub α γ, γ β, æquum eſt et quod ex δ γ, ipſa enim δ γ perpēdicularis, baſis ſegmētorum α γ, γ β, media eſt proportionalis, quoniā qui ſub α δ β rectus eſt. Sicut igitur α β ad β γ, ſic quod ex α δ ad id quod ex δ γ: quod oſtendere oportuit.



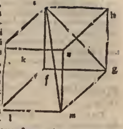
Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

Zamb. 15. AB aſsignata ſphæra circūſcriptibilē cubū cōſtituere. Eiuſdē autē ſphæræ diametrū lateri ipſius cubi potentialiter triplicem eſſe manifeſtum erit. 14

CAM. Aſsignatæ ſphæræ diameter ſit a b, ſuper quā lineetur ſemicirculus a d b, diuidatur'q; diameter in pūcto c, prorſus ſecundū cōditionē præmiſſæ, uidelicet ut linea a c ſit dupla ad lineā c b, & producatur c d perpēdicularis ad a b, & protrahātur d b & d a. Poſtea fiat unū quadratū cuius omnia latera ſint æqualia b d, ſitq; e f g h, ſuper cuius quatuor angulos erigātur, ut do



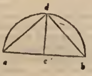
cet ia



cet 12 undecimi, quatuor lineæ perpēdiculares ad ſuperficiē ipſius quadrati, quarum quælibet ponatur etiā æqualis lineæ b d, ſintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpēdiculares, ſingulę ſingulis æquidiſtantes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cum lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad ſuperficiē. Deinde coniungantur extremitates iſtarū perpēdicularium, protractis lineis k l, l m, m n, n k, eritq́ cōpletus cubus, ſex ſuperficieb. quadratis contentus, cōſtat ex 34 primi, ꝙ quatuor ſuperficies ipſum ambiētes (& ipſę ſunt quarū oppoſita latera ſunt 4 perpēdiculares) ſunt oēs quadratæ, de baſi autem, hoc poſitū eſt: at uerò de ſuprema eius ſuperficie quę eſt k l m n, ꝙ ipſa quoq; ſit quadrata, cōſtat ex 14 primi & 10 undecimi. ideoq́ ex 4 undecimi manifeſtū eſt, ſingula latera eiuſdē cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficieb. orthogonaliter inſiſtere. Vt aūt cubū hūc ab aſsignata ſphæra circunſcriptibilē eſſe demonſtremus, in una ſuarū ſuperficierū protrahatur diagonalis: uerbi gratia in baſi eius. ſitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, protrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratū e g, duplū ad quadratum f g, ideoq́ & ad quadratū g m, eo quòd g m eſt æqualis f g, ſunt enim omnia latera cubi adinuicē æqualia. Et quia rurſus ex penult. primi, quadratū e m eſt æquale quadratis duarū linearū e g & g m, propter hoc ꝙ angulus e g m eſt rectus ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad ſuperficiē, erit quadratū e m triplū ad quadratū m g, cōſtat enim ex duplo & ſimplo. Cūq́ ex ſecūda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem quadratū quoq; a b ſit triplum ad quadratū b d, eo quòd linea a b tripla eſt ad lineā b c, ſit aūt b d, æqualis f g, ſequitur ex cōmuni ſciēna, ut e m, quæ eſt diameter cubi, ſit æqualis a b, quę eſt diameter ſphęræ. Itaq; ſi ſuper e m lineetur ſemicirculus, circūducaturq́ ꝗuſq; ad locū unde fuit initiū motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitione ſphærarum æqualiū æqualis ſphæræ aſsignatæ. At uerò quia hic ſemicirculus tranſitū faciet per punctū g, eo quòd angulus e g m eſt rectus, eadēq́ ratione per cęteros ſingulos rectos angulos cubi, quod ex antecedēte ante hāc 14 immediatè pręmiſſo manifeſtū eſt, cōſtat cōſtitutū cubū ab aſsignata ſphęra (eo quòd à ſua ęquali) circūſcriptibilē eſſe: ꝗd demōſtrare oportebat. Coerelarij uerò demōſtratio in iſtius demōſtrationis proceſſu pręparuit. *Euclid. ex Cāp.* *Propoſitio 15.*

15 CORpus octo baſiū triāgulariū & æquilaterarū à ſphęra propoſita circunſcriptibile, componere: eritq́ palàm eiuſdē ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicē eſſe potentialiter. *Zamb. 14.*

CAMP. Diameter ſphæræ propoſitæ ſit a b, quę diuidatur per æqualia in puncto c, & ſuper eā lineetur ſemicirculus a d b, & producatur c d perpēdicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cū b, deſcribaturq́ unū quadratū cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq́ quadratū hoc e f g h, in quo ꝓtrahātur diametri duę e g & f h, ſecātes ſeinuicē in pūcto k. Cōſtat igitur ex 4 primi, ꝙ utraq; iſtarū diametrorum ſit æqualis lineæ a b quę eſt diameter ſphęrę, cum angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq; anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Conſtat rurſus, ꝙ eædē diametri e g & f h diuidunt ſeinuicem per æqualia in puncto k. Hoc autē ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdē facilè eſt elicere. Erigatur itaq; ſuper punctum k, linea k l perpēdicularis ad ſuperficiem quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenuſę l e, l f, l g, l h, eruntq́ ex his quę poſita ſunt, & penultima primi, quoties oportuerit repetita, ſingulæ harum hypothenuſarū æquales ſibijnuicē & ęquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidē quatuor ęquilaterarum triangulariumq́ baſiū, ſuper quadratum conſtitutā. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilē pyramidē hoc modo appone. Lineam l k producas, perforādo quadratum, uſq; ad m, ita ꝙ k m exiſtēs ſub quadrato, ſit ęqualis l k exiſtēti ſupra, & iunge punctum m cum ſingulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenuſas quę ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifeſtū eſt ex penult. primi, quēadmodum de alijs quę ſunt in ſuperiori parte, quòd ipſę ſint æquales adinuicē & laterib. quadrati. Compleuimus igitur corpus 8 baſium triāgularium & ęquilaterarum. Hoc autē ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile eſſe, ſic habeto. Cōſtat enim quod linea l m eſt ęqualis diametro aſsignatæ ſphęræ. nā utraq; earū eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineetur ſemicirculus qui circūuoluatur quouſq; ad locū ſuum redeat, ſphæra quā motu ſuo deſcribet, erit æqualis aſsignatæ ſphæræ, ut ex diffinitione æqualium ſphęrarum colligitur, Hic uerò ſemicirculus tranſibit per

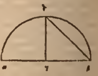




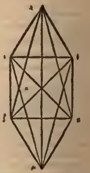
quatuor angulos quadrati, & ſimpliciter per omnia pūcta circunferentiæ circuli circunſcribētis quadratum, eo quòd ſemidiameter quadrati, ut linea f k & portiones lineę l m, quę ſunt l k & k m, ſunt adinuicē ęquales, quare ex diffinitione eius quod eſt figuram unam alij figuræ inſcribi, fabricatum corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Itaq; & ſphęræ aſsignatæ ex conceptione, cum ipſæ ſint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifeſtè conſtat, ſunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quarta primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum eſt ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, eſt ęquale lineæ b d: uerum eſt ergo correlariū. *Euclid. ex Zāb. Problema 2. Propoſit. 14.*

Octahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere ea qua pyramidem, oſtendereq́ quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt. 14

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſeceturq́; (per 10 primi) diuiduè in γ, & deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β. Exciteturq́; (per 10 primi) ab ipſo γ ipſi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodque latus ipſi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Exciteturq́; (per 12 undecimi) ab ipſo κ ſigno ad ipſum ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea κ λ, & extendatur in alteram partem plani λ μ ut ipſa κ μ, auferaturq́; ab utraq; ipſarum κ λ, κ μ, uni ipſarum κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq; ipſarum κ λ, κ μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam κ ε ipſi κ θ eſt æqualis, & angulus qui ſub ε κ θ rectus eſt, igitur quod ex θ ε duplum eſt eius quod ex ε κ. Rurſus quoniam λ κ ipſi κ ε eſt æqualis, & angulus qui ſub λ κ ε rectus eſt, quod igitur ex ε λ, duplum eſt eius quod ex ε κ. Oſtenſum aūt eſt q. & quod ex θ ε, duplum eſt eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ eſt æquale. Ipſa igitur λ ε ipſi ε θ eſt æqualis. Idq́; propterea iam et λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum eſt. Similiter iam demonſtrabimus quod unūquodq; reliquorum triangulorum, quorū baſes quidem ſunt ipſa ε ζ η θ quadrati latera. faſtigia uerò λ μ, ſigna, æquilaterum eſt. Octahedrum igitur cōſtitutum eſt, ſub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehenſum.*



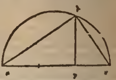
Oportet iam & illud ſphæra data cōprehendere, oſtendereq́; q. ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniam enim ipſæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicem ſunt æquales, ſuper λ μ igitur deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ε, & id propterea ſi manente λ μ, circunducatur ſemicirculus, & in idem unde circunduci cœpit ſteterit, ueniet et per ζ η θ ſigna, & octahedrum ſphæræ erit comprehenſum. Dico q. & data. Quoniam nanq; æqualis eſt λ κ ipſi κ μ, communis autem κ ε, & angulos rectos comprehendunt, baſis igitur λ ε (per 4 primi) baſi ε μ eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub λ ε μ rectus eſt, in ſemicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplū eſt eius quod ex λ ε. Rurſus quoniam α γ ipſi γ β eſt æqualis, dupla eſt α β ipſius β γ. Sicut aūt α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur eſt quod ex α β eius quod ex β δ. Oſtenſum eſt aūt q. & quod ex λ μ duplū eſt eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei eſt æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipſi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ, eſt æquale, ipſa igitur α β ipſi λ μ eſt æqualis, eſtq́; α β datæ ſphæræ dimetiens, ipſa igitur λ μ, æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Comprehenſum eſt igitur octahedrum data ſphæra, & ſimul oſtenſum eſt quod ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris: quod facere & oſtendere oportebat.

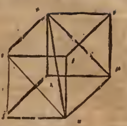


Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 15.

Cubū cōſtruere & data ſphęra cōprehēdere ea, q̄ priora, oſtēdereq́ ꝙ ipſius ſphæræ dimetiēs potētia triplus eſt lateris ipſius cubi. 15

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſeceturq́; in γ, ut α γ dupla ſit ipſius γ β. Deſcribaturq́; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & ab ipſo γ ipſi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, et connectatur δ β. Exponaturq́; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipſi δ β, & ab ipſis ε ζ η θ, ſignis, ad ipſum ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipſarū ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipſarū ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaqueq; ipſarum ε*



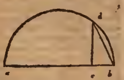


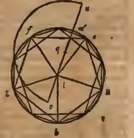
rum ι κ, ζ λ, ν μ, θ ν, connectanturq; ipſæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus compre henſus. Oportet iam ſphæra data comprehendere, & oſtẽdere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt ipſius cubi lateris. Connectantur enim ipſæ κ η, η ν. Et quoniam angulus qui ſub κ ε η rectus eſt, eo quia κ ι recta eſt ad planũ ι η, uidelicet & ad rectam lineã ι η, igitur ſuper κ η deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι η ſigna. Rurſus quoniã ζ ν recta eſt ad utranq; ipſarum ζ λ, ζ ι, & ad ζ κ igitur planũ recta eſt ipſa ζ ν. Quare & ſi cõnectamus ipſam ζ η, ipſa η ζ recta erit ad ipſam ζ κ, ac per hoc rurſus ſuper η κ deſcriptus ſemicirculus, trãſibit & per ζ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa κ ν, circunductus ſemicirculus in idẽ ſteterit unde circunduci cœpit, cubus ſphæra comprehenſus erit.

Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis eſt η ζ ipſi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus eſt, quod igitur ex ι η, duplum eſt eius quod ex ε ζ. Aequalis autem eſt ν ζ ipſi ι κ, quod igitur ex ι η, duplũ eſt eius quod ex ι ζ. Quare quod ex η ι, ι η, triplum eſt eius quod ex ι κ. Et quoniam α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplum igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autem quòd & quod ex η κ, triplum eſt eius quod ex κ ι, & æqualis poſita eſt κ ι, ipſi β δ, æqualis igitur eſt & κ η, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & κ ν igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra comprehenditur cubus, & unà oſtenditur quòd ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris: quod facere & oſtendere oportebat.   Euclid. ex Camp.   *Propoſitio 16.*

16 CORpus uiginti baſium triangulariũ atq; æquilaterarum à data ſphæra diametrum rationalem habente circunſcriptibile, fabricare: eritq; palàm, latus eiuſdẽ corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

CAMP. Sit hic quoq; diameter aſsignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum, & diuidatur in puncto c, ita q; a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eã ſemicirculus a d b, & producatur c d perpẽdicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde ſecundum quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra cẽtrum l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdẽ literis annotatus, ad cuius angulos à cẽtro ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordę ſunt latera pentagoni per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates cunctorum laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecundum quod docet duodecima undecimi, quorum quilibet ſit etiam æqualis lineę b d & continuentur extremitates horum quinque cathetorum, quinque corauſtis, eruntque ex 6 undecimi quinque catheti erecti, adinuicem æquidiſtantes, cumq; ipſi ſint æquales, erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungentes æquales laterib. pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circunſtantes angulos inſcripti decagoni, & harum decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni, deſcẽdentium extremitates cõtinua aliũ pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit ęquilaterus ex 23 tertij.

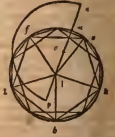




Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te perfeciſſe decẽ triãgulos, quorũ latera ſunt decẽ hypothenuſę & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecundi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cùm enim tam ſemidiameter deſcripti circuli quàm quilibet erectorũ cathetorum ſit æqualis lineę b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt ęqualis lineæ

b d inſcripti Quia uerò ex penultima primi unaquæq; decem hypothenuſarum tanto eſt potentior catheto quantũ poteſt latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tãto potennus eodem quantum poteſt idem latus decagoni, erit ex communi ſcientia unaquęque harũ pypothenuſarum ęqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quòd ipſi ſint æquales lateribus pentagoni Itaque cuncta latera horum decem triangulorum, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecunda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aũt ſuper centrũ circuli quod eſt punctum l, erige alium cathetum æqualem prioribus qui ſit l m, eiuſq; ſuperiorem extremitatem quę eſt m, iunge cum ſingulis extremitatibus priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorum angulariũ æquidiſtans, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanquã latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; parte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidem adijciatur ei m n, deorſum autem ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittantur à puncto n, 5, hypothenuſę ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorum, qui ſunt in circuitu, & a puncto p. aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de alijs decem prius demonſtratum eſt Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter eſt linea n p, horum autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulum: quinq; autem conſurgunt ſurſum ad punctũ n concurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctum p coeuntea. ¶Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtum. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in pũcto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex communi ſcientia p q, æqualis q n, nam p l, poſita eſt ęqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n eſt medietas n p. quemadmodum eſt q m medietas m l. Cũm ergo quadratum n q, ſi ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoq; l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, eſt ut ſimplum ad ſimplum, teſte 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum eſt ad quadratum b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b ęqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineam n p ſemicirculus deſcribatur, qui tamdiu quòd locũ primum repetat circunuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarum æqualium, æqualis ſphæræ propoſitę. Et quoniam linea l m eſt medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cũ l m ſit ęqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus trãſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circũferentia conſiſtentes. Et quia eadem ratione ſinguli corauſti continuantes extremitates angularium cathetorum cum extremitate centralis, ſunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus trãſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtatutæ Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphęræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphęrę cuius diameter a b. ¶Latus autem huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim quòd linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratum ſit ſub quincuplum ad quadratum lineę a b, quę poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia. nã eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uerò (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantum latus





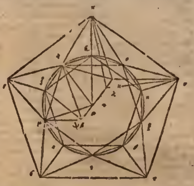
pentagoni.

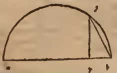
pentagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum, id eſt baſium, eſt linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propoſitio 16.*

16 Icoſahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, qua & dictas figuras, oſtendereq́ꝫ quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quę appellatur minor.

THEON ex Zāb. *Exponatur datæ ſphæræ diameter αβ, ſeceturq́; in γ, ut αγ quadrupla ſit ipſius γβ, et deſcribatur ſuper αβ ſemicirculus αδβ, et excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ, ipſi αβ ad angulos rectos recta linea γδ, connectaturq́; δβ, ponaturq́; circulus εζηθκ, cuius quæ ex centro, æqualis eſto ipſi δβ, & in ipſo εζηθκ circulo deſcribatur (per 11 quarti) quinquangulum æquilaterū & æquiangulum εζηθκ. Et ſecentur εζ, ζη, ηθ, θκ, κε, circumferentiæ biſariam in ſignis λ, μ, ν, ξ, ο, connectanturq́; λμ, μν, νξ, ξο, ολ, εο, æquilaterum igitur eſt quinquangulum λμνξο, & decagoni latus eſt εο recta linea. Conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis εζηθκ, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ επ, ζρ, ησ, θτ, κυ, æquales exiſtentes ei quæ ex cētro ipſius εζηθκ circuli, & connectantur ipſæ πρ, ρσ, στ, τυ, υπ, πλ, λρ, ρμ, μσ, σν, ντ, τξ, ξυ, υο, οπ. Et quoniam utraq; ipſarū επ, κυ, eidem plano ad angulos eſt rectos, parallelus igitur eſt (per 6 undecimi) επ ipſi κυ, eſt autem et ei æqualis. æquales autem & parallelos connectentes ad eaſdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) ſunt. Igitur πυ ipſi εκ æqualis & parallelus eſt, pentagoni autem æquilateri latus eſt ipſa εκ, pentagoni ergo æquilateri eſt & πυ, in εζηθκ circulo deſcripti, & iam id propterea & unaquæq; ipſarum πρ, ρσ, στ, τυ, pētagoni eſt æquilateri in circulo εζηθκ deſcripti, pentagonū igitur πρστυ æquilaterum eſt. Et quoniam πε hexagoni eſt, decagoni autem εο, & angulus qui ſub πεο rectus eſt, pentagoni igitur eſt πο, pētagoni enim latus poteſt & hexagoni & decagoni in eodē circulo deſcriptorū latus (per 10 decimitertij). Iam id propterea & ου pentagoni latus eſt, eſt etiam πυ pentagoni latus. Aequilaterū igitur eſt που triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipſorum πλρ, ρμσ, σντ, τξυ, æquilaterū eſt. Et quoniā oſtenſum eſt utranque & πλ & πο pentagoni eſſe, eſt autem & λο pentagoni, æquilaterum igitur eſt πλο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipſorum λρμ, μσν, ντξ, ξυο triangulorum, æquilaterum eſt. Aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli εζηθκ, & ſit φ ſignum, & ab ipſo φ ad ipſius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φω, extendaturq́; ex utraque parte ut φψ, & auferatur ipſius quidem hexagoni φχ, decagoni autem utrunque ipſorum φψ, χω, & connectantur πω, πχ, υω, υχ, εφ, λφ, λψ, ψμ. Et quoniam utraq; ipſarum φχ, πε, ad circuli planum ad rectos angulos eſt, parallelus igitur eſt φχ ipſi πε. Sunt autem æquales & ipſæ igitur εφ, πχ, æquales & parallelæ ſunt. Hexagoni autem eſt εφ, hexagoni ergo & πχ. Et quoniam hexagoni quidem eſt πχ, decagoni uerò χω, & rectus eſt qui ſub πχω angulus, pentagoni igitur eſt πω, iam id propterea & υω pentagoni eſt. Quoniam ſi connectamus ipſas φκ, χυ, æquales, æquales & ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa φκ ex centro exiſtens, hexagoni: hexagoni igitur eſt & ipſa χυ. Decagoni autem & χω, & qui ſub υχω rectus eſt, pentagoni igitur eſt ipſa υω. Eſt autem & πυ pentagoni. Igitur triangulum πυω æquilaterum eſt. Iam id propterea & unumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt πρ, ρσ, στ, τυ, rectæ lineæ, faſtigium uerò ω ſignum, æquilaterum eſt. Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa φλ, decagoni autē ipſa φψ, & rectus eſt qui ſub λφψ angulus, pentagoni igitur eſt λψ. Iam id propterea ſi connectamus ipſam μφ, quæ eſt hexagoni,*





ducaturq́;

Quodſyrtes colligitur.

educeturq; ipſa μ ψ pentagoni, eſt autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterum eſt. Similiter iam oſtendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt μ ι, ν ξ, ξ ω, ω λ, faſtigium autem ψ ſignum, æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum, ſub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehenſum. Oportet iam illud quoq; data ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod latus icoſahedri eſt irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni eſt ipſa φ χ, decagoni autem ipſa χ ω, ipſa igitur φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & ipſius maius ſegmentum eſt φ χ. Eſt igitur ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω: æqualis autem eſt & φ χ ipſi φ λ, & χ ω ipſi φ ψ, eſt igitur ſicut ω φ ad φ λ, ſic φ λ ad φ ψ. & recti ſunt anguli, qui ſub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipſam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui ſub ψ λ ω, propter ipſorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum ſimilitudinem. Semicirculus igitur ſuper ψ ω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipſa quidem ω φ ipſi ψ χ, & φ χ, ipſi χ π, eſt igitur ſicut ψ χ ad χ π, ſic π χ ad χ ω. Ac per hoc rurſus ſi connectamus ipſam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur ſuper χ ω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per π, & ſi manente ψ ω, circumductus ſemicirculus in illud idem unde circũduci cœpit ſteterit, ueniet & per π, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuiduè in α. Et quoniam recta linea φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ω χ, ipſa igitur ω χ admittens dimidium maioris ſegmenti χ α, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur eſt quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipſius autem ω α, dupla eſt ω ψ, ipſius autem α χ, dupla eſt χ φ. Quod igitur ex ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ χ. Et quoniam α γ ipſius γ β eſt quadrupla, quincupla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ γ. Et δ β æqualis eſt ipſi φ χ, utraque enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur eſt et α β ipſi ψ ω. Et α β eſt ipſius datæ ſphæræ diameter. & ψ ω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrum comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uerò in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipſius ε ζ η θ κ pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatum: quod facere & oſtendere oportebat.

CORRELARIVM.

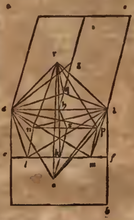
Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 17.

Corpus duodecim baſium pentagonarum ęquilaterarum atq; ęquiangularium ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere: eritq; palàm latus eiuſdem corporis, irrationale eſſe id quod reſiduum dicitur. 17

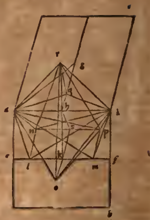
CAMP. Fiat cubus ſecundũ quod docet 14 huius, circũſcriptibilis ab aſsignata ſphęra, ſintq; huius cubi duę ſuperficies a b & a c, imaginemur autẽ nũc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & a c ſit una ex lateralib. ſitq; linea a d, cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per ęqualia uidelicet d b & latus ei oppoſitum, & puncta diuiſionis connnẽtur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia & puncta diuiſionis cõtinuentur linea recta cuius medietas ſit g h, ſitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per ęqualia in k, & ꝓtrahatur h k. Quãlibet igitur trium linearũ e k, k f, & g h, diuide ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema in tribus punctis l m q ſintq; maiores portiones earũ, l k, k m, & g q, quas manifeſtũ eſt eſſe æquales cum totæ lineæ diuiſę ſint æquales, uidelicet quęlibet earum medietatem lateris cubi. Deinde à duobus punctis l & m, erige perpẽdiculares, ut docet 11 undecimi, ad ſuperficiẽ a b. quarũ utriq; ponas æqualẽ lineę k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à puncto q, erige perpẽdiculariter q r ad ſuperficiem a c,

ciem a c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifeſtum eſt igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter ſunt triplum ad lineam k l, ideo'que etiam ad lineam l n, cum k l & n l ſint æquales. At uerò k e eſt æqualis e a: igitur duæ lineæ a e, & e l, ſunt potentia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l, eſt potentia tripla ad l n, ideoq; per eandem, a n eſt potentia quadrupla a e l n. Cumq; omnis linea ſit potentia quadrupla ad medietatem ſui, ſequitur ex cõmoni ſcientia quòd a n ſit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla eſt ad l k: at k l, & l n, ſunt æquales, erit a n æqualis l m: ſunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m eſt æqualis o p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis, tres lineas p d, d r, & r a eſſe ęquales ſibi inuicem & duabos prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pentagonum æquilaterum qui eſt a n p d r. Sed fortaſſe dices ipſum non eſſe pentagonum, quia nec forſan eſt totus in ſuperficie una, quod eſſet neceſſarium ad hoc ot eſſet pentagonus. Quod ergo ſit totus in ſuperficie una, ſic habeto. Prodeat equidem à puncto k lineæ k s, perpendicularis ad ſuperficiem a b, quæ ſit æqualis l k, eritq; ob hoc ęqualis utraque duarum l o & m p. Cumq; ipſa ſit æquidiſtaos utrique earum ex ſexta undecimi, ideoq; cum ambabus in eadem ſuperficie ex diffinitione linearum æquidiſtantium, neceſſe eſt ut punctus s ſit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrabantur igitur duæ lineæ r b & h s, ſunt itaque duo trianguli k s h & q r h ſuper unum angulum, uidelicet k h q conſtituti, & eſt proportio k h, ad q r, ſicut k s ad q h, nam ut g h ad q r, ſic k h ad q r ex 7 quinti, & ut r q ad q h, ſic k s ad q h ex eadem, ſed g h ad p r, ut q r ad q h, eo quòd q r eſt æqualis g q, ergo per 30 ſexti linea r h s eſt linea una. Quare ex ſecunda undecimi, totus pentagonus de quo diſputamus, eſt in ſuperficie una. Ipſum quoque dico eſſe æquiangulum. Cum enim e k ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & k m ſit æqualis maiori portioni eius, erit quoque ex 4 punctis tota e m diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior qooqoe portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m, & m p, nam m p eſt æqualis m k) ſunt potentia triplum ad lineam a e, nam a e eſt æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, ſunt potenoa quadruplum ad lineam a e. Conſtat autem per penultimam primi bis aſſumptam, quòd linea a p eſt potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq; a p, eſt potentia quadrupla ad lineam a e. Latus uerò cubi cum ſit duplum ad lineam a e, eſt potentia quoq; quadruplum ad ipſam ex 4 ſecundi, igitur ex communi ſcientia a p, eſt lateri cubi æqualis. Cumq; a d ſit uoum ex lateribus cubi, erit a p æqualis a d. Ideo'que ex 8 primi angulus a r d, eſt æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n eſſe ęqualem angulo d r a, quia probabis lineā d n eſſe potētialiter quadruplum ad medietatē lateris culi. Cum igitur ex his pentagonus ſit æquilaterus, & habeat tres angulos ęquales, ipſe erit ęquiangulus ex ſeptima præſentis libri. Si itaq; hac uia ranoneq; con ſimili, & ſuper unumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur ſolidum 12 ſuperficiebus pentagonis æquilateris & ęquiangulis contentum. cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem eſt demonſtrare, ſolidū hoc eſſe à data ſphęra circunſcriptibile. Protrahantur igitur à linea s k duæ ſuperficies ſecantes cubum, quarum una ſecet ipſum ſuper lineam h k, & aliam ſuper lineam e f, eritq; ex 40 undecimi, ut communis ſectio harum duarum ſuperficierum ſecet diametrum cubi, & ſecetur uiceuerſa ab ipſa diametro per æqualia. Sit ergo communis ſectio earum uſque ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o ſit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Conſtat autem, quòd utraque duarum linearum o a & o d eſt ſemidiameter cubi, ideoq; ęquales, de linea autem o k, conſtat ex 40 undecimi, quòd ipſa eſt æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k s eſt æqualis k m, erit o s diuiſa in puncto k, ſecundum proporoon em habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quę eſt æqualis e k. Itaq; per 5 huius erunt duæ lineæ o s & s k (ideoq; o s & s p, eo quod s p, ad quos hæc demonſtratio oon extenditur, eſt ęqualis k s) triplum in potentia ad lineam o k, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, eſt potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius conſtat, quòd ſemidiameter ſphærę tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi, quam circunſcribit eadem ſphęra. Itaq; o p, eſt quanta ſemidiameter ſphæræ circunſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione, cunctę lineæ ductę à



Pp puocto,

punćto o angulos ſingulos pentagonorum omnium ſuper latera cubi deſcriptorum ad ſingulos, inquam, qui proprij ſunt pentagonis, non autem cõmunes eis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, p, r de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos ſingulos pentagonorum qui ſunt communes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d, conſtat quòd ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circunſcribentis cubum: ipſæ enim ſunt ſemidiametri cubi ex 40 undecimi: at uerò ſemidiameter cubi eſt tanquam ſemidiameter ſphæræ ipſum circunſcribentis, quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad ſingulos angulos dodecedri, ſunt æquales adinuicem & ſemidiametro ſphæræ. Semicirculus itaq; ſuper totã diametrum ſphæræ uel cubi lineatus, ſic circunducatur, trãſibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipſum eſt ab aſsignata ſphæra circunſcriptibile. Dico iterum quod latus huius figuræ eſt linea irrationalis, iſta uidelicet quæ reſiduum dicitur, ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationale in potentia, ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11 quod linea r p diuidit lineam a d quæ eſt latus cubi, ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduum, ex ſexta huius, manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium, eſſe reſiduum: quod demonſtrare uolumus.



CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſsignata ſphæra. Sunt autem hæc ſolida primum quidem quatuor baſium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum eſt ſex baſium quadratarum, & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium, & dicitur octoedron Quartum autem eſt ſolidum icoſedron. & eſt uiginti baſiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 baſibus pentagonis conſiſtit, diciturq; dodecedron Hæc autem quinq; ſolida, regularia dicuntur, quoniam ipſa æquiangla ſunt atq; æquilatera, & à ſphæra atq; adinuicem circunſcriptibilia, plura uerò his quinque æquilatera quæ ſunt æquiangula eſſe eſt impoſsibile At conſtitutionẽ cuiuslibet anguli ſolidi, neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis, at uerò heptagoni cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt, teſte 21 undecimi, impoſsibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atq; æquiangulæ, ſolidum angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atq; æquiangula, poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quemq; ſolidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autẽ angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtum eſt, & quatuor eſſe maiores: quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atq; æquiãguli poſsibile eſt ſolidũ angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile. ideoq; unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis cõſtitutum eſt illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiunt. Eadem quoq; eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangula'que fuerit, ipſa erit quadrata à diffinitione. nam omnes eius anguli erunt recti per 32 primi Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum cõſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32,

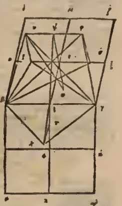
primi

primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum cõſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ ęquilateræ atquó æquiangulæ) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatumeſt. Triangulorũ autẽ æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impoſsibile eſt angulum ſolidum fieri, ex quinque & quatuor & ex tribus poſsibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor conſurgunt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uerò ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli, ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia: & quare plura his non ſint, dictum eſt.

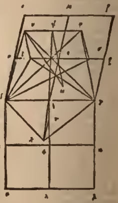
Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 17.*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphera comprehendere, qua & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponãtur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, ſeceturq; (per 10 primi) unumquodq; ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuiduè in κ, θ, π, λ, μ, ν, ξ, & connectantur ipſæ κ π, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ο ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſecetur que utráque ipſarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratione in ρ, τ, σ ſignis, ſintq; ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ π, & conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponanturq; æquales ipſis ρ ο, ν σ, τ π, connectanturq; ipſæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quòd υ β χ γ φ pentagonum æquilaterum eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Connectantur enim ρ β, ν β, φ β. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ρ ο, quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſunt eius quod ex ρ ο. Aequalis autem eſt ο ν, ipſi ν β, & ο ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ρ ν, tripla ſunt eius quod ex ρ υ. Eis autem quæ ex β ν, ν ρ æquum eſt quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplũ ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uerò quæ ex β ρ, ρ υ, equũ eſt id quod ex β υ: quod igitur ex β υ, quadruplũ eſt eius quod ex υ ρ. Dupla igitur eſt β υ, ipſius ρ υ. Eſt autẽ & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniam & φ υ dupla ipſius ν ρ, quoniam & σ ρ, ipſius ο ρ, hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Aequalis igitur eſt β υ, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β υ, υ φ, eſt æqualis, quinquangulum igitur β υ φ γ χ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utriq; ipſarum ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes cubi, ο ψ, & connectantur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniam enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ π ipſi θ ο, et π τ utriq; ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad ο ψ, ſic χ τ, ad τ θ, et eſt parallelus quidem θ ο ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β δ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallelus eſt ipſi ο ψ, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ψ ο θ, & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti) Igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectam lineam eſt. Omnis autem recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum eſt. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraq; ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ. Aequalis autem eſt ο ρ, ipſi ο σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. Ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentum eſt ν ο, quæ igitur ex ν σ, σ ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Aequalis autem eſt ν ο, ipſi ο β, & σ ο ipſi σ φ, quæ igitur ex ν σ, ν φ, quadrata tripla ſunt eius quod ex ν β, quare quæ ex φ σ, σ ν, ο β, quadrupla ſunt eius quod ex ν β. Eis autem quæ ex σ ν, ν β, æquale eſt (per 47 primi) id quod ex σ β, quæ igitur ex β σ, σ φ, hoc eſt quòd ex β φ (rectus enim eſt qui ſub φ σ β,*



angulus) quadruplũ eſt eius quod ex υ ζ, dupla igitur eſt β φ, ipſius β υ. Eſt autẽ & ζ υ, ipſius β υ dupla, æqualis igitur eſt ζ φ, ipſi β γ. Et quoniam binæ β υ, υ φ, duabus ζ χ, χ γ, ſunt æquales, & baſis β φ baſi β γ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub β υ φ angulo qui ſub β χ γ (p 8 primi) eſt æqualis. Similiter iam demõſtrabimus, quod & angulus qui ſub υ φ γ, æqualis eſt ei qui ſub β χ γ. Tres igitur anguli qui ſub ζ χ γ. β υ φ, υ φ γ, inuicẽ ſunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulũ erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ζ υ φ χ γ, æquiangulum eſt. Patuit autem quod & æquilaterum. Igitur pentagonum β υ φ γ χ æquilaterum & æquiangulum eſt, eſtq́; ſuper β γ uno cubi latere. Si igitur ab uno quoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cõſtruamus, conſtituetur figura quædam ſolida comprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipſum ſphæra data comprehendere, & demonſtrare quod dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & ſit ψ ω, coincidit igitur ψ ω, ipſi cubi diametro & bifariam ſe inuicẽ diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, ſecentur in ω. Igitur ω centrum eſt ſphæræ cubum comprehendentis, & dimidia eſt ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius illius ſegmentũ eſt υ ο: quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla ſunt eius quod ex υ ο. Aequalis autem eſt υ σ, ipſi ψ ω, quoniam & ipſa υ ο, ipſi ο ω eſt æqualis, & ψ ο, ipſi ο σ, ſed ο σ ipſi ψ υ, quoniam & ξ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla ſunt eius quod ex υ ο. Eis autem quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum eſt (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplum eſt eius quod ex υ ο. Eſt autem & quæ ex centro ſphæræ cubum ipſum comprehendentis potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris, antea enim oſtẽſum eſt cubum conſtruere, ac ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, et dimidia dimidiæ. Et ο ο, dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur υ ω æqualis eſt ei quæ ex centro ſphæræ cubũ comprehẽdentis. Sphæræ aũt cubum cõprehẽdentis cẽtrum eſt ω. igitur υ ſignum, ad ſuperficiem eſt ipſius ſphæræ. Similiter iam oſtendemus, quod & unuſquiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum, eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum data ſphæra comprehenſum eſt. Dico iam quòd ipſius dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipſa υ ο extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt ξ ο, ipſa autem ο ξ, extrema & media ratione diuiſa maius ſegmẽtum eſt ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ξ σ. Et quoniã eſt ſicut ο υ ad ο ξ, & ο ξ ad υ ξ & duplicia (partes enim æque multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur υ ξ, ad ξ υ, ſic ξ σ, ad utrãq; ipſarum υ ξ, σ ξ, ſimul. Maior autem eſt υ ξ ipſa ρ σ, utraq; ipſarum υ ξ, σ ξ, ſimul. Igitur υ ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius ſegmẽtum eſt ξ σ. Aequalis autẽ eſt ξ σ, ipſi υ φ. Ipſa igitur ο ξ, extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt υ φ. Et quoniam rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, potentiaq́; triplex eſt ipſius cubi lateris, rationalis igitur eſt ο ξ, latus cubi exiſtẽs. Si autẽ rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit, utrunque ſegmẽtorum, irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus exiſtens dodecahedri irrationalis eſt ea quæ apotome appellatur: quod oſtendere oportuit, & fieri poſtulabatur.



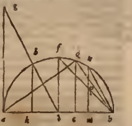
CORRELARIVM. *Ex hoc, inquam, eſt manifeſtum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiſo, maius ſegmentum eſt dodecahedri latus: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 16.

LAtera quinq; corporũ pręmiſſorũ ab eadẽ ſphęra circũſcriptibiliũ, cuius ſphęræ ſola diametros nobis propoſita fuerit, per ipſam propoſitam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius ſphæræ, nobis propoſita, ex qua iubemur latera quinq; præmiſſorum corporum elicere. Diuidamus igitur hãc diametrum in c, ita quod a c ſit dupla ad c b, & per ęqualia in d, & lineamus ſuper eam ſemicirculum a f b, ad cuius circunferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quę ſint c e & d f. & iũgamus e cum a & cum b & f cum b. Manifeſtum ergo eſt ex demõſtratione 14, quod a e eſt latus figurę quatuor baſiũ triũgularium & æquilaterarum, & ex demonſtratione 14, quod e b eſt latus cubi & ex demonſtratione 15, quod f b eſt latus figuræ octo baſium triangularium & æqui-

æquilaterarum. Prodeat itaq; à puncto a, linea a g perpendicularis ad a b, & æqualis eidē a b, & iungatur g cum d, ſitq; h punctus in quo g d ſecat circunferentiam ſemicirculi, & ducatur h k per pēdicularis ad a b. Et quia g a eſt dupla ad a d, erit ex quarta ſexti h k dupla ad k d: ſunt enim duo trianguli g a d & b k d, æquianguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris eſt æqualis angulo k minoris. nam uterq; rectus, & angulus d, eſt comunis utriq;: igitur ex 4 ſecundi, h k eſt potentia quadrupla ad k d, ergo ex penultima primi h d eſt potentia quincupla ad k d Cumq; d b ſit æqualis h d eſt enim d centrū ſemicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uerò cum tota a b ſit dupla ad totā b d, quēadmodū a c detracta ex prima a b eſt dupla ad c b detractā ex ſecunda b d, erit ex 19 quinti b c reſidua primę, dupla ad c d reſiduam ſecundæ, ideoq; tota b d, eſt tripla ad d c. Igitur quadratum b d eſt nōcuplum ad quadratū d c. Et quia ipſum erat quincuplum tātum ad quadratū k d, erit ex ſecunda parte decimę quinti, quadratum d c minus quadrato k d, ideoq; d c minor k d. Sit g̊ d m æqualis k d, & prodeat m n uſq; ad circunferētiam, quæ ſit perpēdicularis ad a b & iungatur n cum b. Cum igitur d k & d m ſunt æquales, erunt (ex diffinitione eius quod eſt aliquas lineas à cētro ęquidiſtare) duæ lineę h k & m n ęqualiter diſtātes à cētro, ideoq; æquales adinuicē ex ſecunda parte 13 tertij & ex ſecunda parte tertiæ eiuſdē. Itaq; m n eſt ęqualis m k, nā h k erat ęqualis ei. At quia a b dupla eſt ad b d, & k m dupla eſt ad d k, & quadratum b d quincuplum ad quadratum d k, erit ex 15 quinti quadratum a b ſimiliter quincuplum ad quadratum k m, eſt enim quadratum dupli ad quadratum dupli, ſicut quadratum ſimpli ad quadratum ſimpli. Ex demōſtratione autē 16 manifeſtum eſt, quod diameter ſphęræ eſt potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figurę 20 baſium, ergo k m eſt æqualis lateri hexagoni circuli figurę 20 baſium, nā diameter ſphęræ quę eſt a b, eſt potentialiter quīcupla tā ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quàm ad k m. Rurſus quoq; ex demonſtratione eiuſdem manifeſtum eſt, quod diameter ſphæræ conſtat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figurę 20 baſium. Cum ergo k m ſit tanquam latus hexagoni, at uerò a k ſit ęqualis m b, nam ipſa ſunt reſidua æqualium demptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n eſt tanquam latus hexagoni, nam ipſa eſt equalis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquam latus pentagoni figurę circuli 20 baſium. Et quia ex demonſtratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 baſium eſt latus eiuſdem figuræ 20 baſium. Conſtat lineā n b eſſe latus iſtius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ eſt latus cubi, ab aſsignata ſphęra circunſcriptibilis, ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d, ſitq; maior portio eius p b. Conſtat igitur ex demonſtratione pręmiſſæ, quod p b eſt latus figuræ 12 baſium. Inuenta ergo ſunt latera 5 præmiſſorum corporum ex diametro ſphærę nobis propoſita: eſt enim a c latus pyramidis 4 baſium e b latus cubi f b, latus octoedri, at uerò n b, latus icoſedri, linea aut p b latus dodecedri. Quę autem horum laterum ſint maiora alijs, ſic habetur: conſtat enim, quod a eſt maior f b: nam arcus a e, eſt maior arcu f b. Item f b, eſt maior e b, & e b maior quàm n b, at uerò n b, dico etiā eſſe maiorem q̄ b p. Cū enim ſit a c dupla ad c b, erit ex 4 ſecūdi quadratum a c quadruplum ad quadratum c b. Conſtat aūt ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, quod quadratum a b triplum eſt ad quadratum b c. Sed per 21 ſexti quadratum a b ad quadratum b c, eſt ſicut quadratum b e ad quadratum e b, ex eo quod proportio a b ad b e, eſt ſicut b e ad b c ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti. Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum eſt ad quadratum c b. Et quia quadratum a c quadruplum eſt ad idem quadratum, ut oſtenſum eſt, ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior eſt linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifeſtum uerò ex 9 huius, quod ſi linea a m diuiſa fuerit ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ eſt æqualis m n. At uerò cum b diuiditur ſecundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema, maior eius portio eſt linea p b. Cum itaque a m tota ſit maior tota b e, erit m n quæ eſt æqualis maiori portioni a m, maior quàm p b quę eſt maior portio b e. Hoc autem manifeſtum eſt ex 8 decimiquarti, quæ ſine auxilio alicuius earum quæ ſequuntur firma demonſtratione ſolidatur: ergò per 19 primi à fortiori n b, maior eſt q̄ p b. Quare patet latera horū 5 corporū præmiſſorū ferè eo ordine quo corpora ſeinuicē ſequunt, ſeinuicē excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic inſtantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus excedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadem diuiſione diametri, aſsignatæ ſphęræ, latus pyramidis 4 baſes triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Eſt igitur a c latus pyramidis, maius lateribus cæterorum corporum, poſt ipſum autem eſt f b latus octoedri maius ſequentium corporum lateribus. Tertio ordine ſequitur in



tur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uerò loco eſt n b latus icoſedri. Minimum autem eſt omnium p b, latus dodecedri.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 18.

Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ diameter αβ, ſeceturque in γ, ut αγ ipſi γβ, ſit æqualis, & in δ, ut αδ ipſius δβ dupla ſit, & ſuper αβ deſcribatur ſemicirculus αεβ, & ab ipſis γ δ, ipſi αβ (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γε, δζ, & connectantur αζ, ζβ, βε. Et quoniam dupla eſt αδ ipſius δβ, tripla igitur eſt αβ, ipſius δβ: conuertendo igitur (per correlarium 20 quinti) ſeſquialtera eſt βα ipſius αδ. Sicut autem βα, ad αδ, ſic quod ex βα ad id quod ex αζ, æquiangulum enim eſt αζβ triãgulum, ipſi αζδ triãgulo, ſeſquialterum igitur eſt quod ex βα, eius quod ex αζ. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter, potentia ſeſquialtera lateris pyramidis, & αβ, ipſius ſphæræ diameter eſt. Igitur αζ æqualis eſt lateri ipſius pyramidis. Rurſus quoniam dupla eſt αδ ipſius δβ, tripla igitur eſt αβ ipſius βδ. Sicut autem αβ, ad βδ, ſic quod ex αβ ad id quod ex ζβ, triplum igitur eſt quod ex αβ, eius quod ex ζβ. Eſt autẽ & ipſius ſphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipſius cubi (per 15 decimitertij) & ſphæræ diameter eſt αβ, igitur βζ, cubi eſt latus. Et quoniam æqualis eſt αγ ipſi γβ, dupla igitur eſt αβ ipſius γβ. Sicut autem αβ ad γβ, ſic quod ex αβ, ad id quod ex βε. Duplum igitur eſt quod ex αβ, eius quod ex βε. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter, potẽtia dupla lateris ipſius octahedri, & αβ datæ ſphæræ diameter eſt. Igitur βε, octahedri eſt latus. Excitetur iam (per 11 primi) ab ipſo α ſigno ipſi αβ rectæ lineæ ad angulos rectos, ακ. Ponaturque ipſa ακ æqualis ipſi αβ, & connectatur κγ, ſecetque κγ circunferẽtiam ſemicirculi in ſigno θ, & ab ipſo θ, in ipſam αβ (per 12 primi) perpendicularis excitetur θν. Et quoniã dupla eſt κα, ipſius αγ (æqualis enim eſt κα ipſi αβ) ſicut autem κα ad αγ, ſic θν, ad νγ, dupla igitur eſt & θν ipſius νγ. Quadruplũ igitur eſt quod ex θν, eius quod ex νγ. Quæ igitur ex θν, νγ, quæ idem ſunt ei quod ex θγ, quincuplum eſt eius quod ex νγ. Aequalis autem eſt θγ ipſi γβ, quincuplum igitur eſt quod ex βγ, eius quod ex γν. Et quoniam dupla eſt αβ ipſius βγ, quarũ αδ ipſius δβ dupla eſt, reliqua igitur βδ, reliquæ δγ eſt dupla. Tripla igitur eſt βγ, ipſius γδ, nonicuplum igitur eſt quod ex βγ, eius quod ex γδ, quincuplũ autem eſt quod βγ, eius quod ex γν, maius igitur eſt quod ex γν, eo quod ex γδ maior igitur eſt γν, ipſa δγ, ponatur (per 3 primi) ipſi γν æqualis γλ, & ab ipſo λ ipſi αβ ad angulos rectos excitetur λμ, & connectatur μβ. Et quoniam quod ex γβ eius quod ex γν quincuplum eſt, & ipſius βγ dupla eſt αβ, ipſius autem γν dupla eſt νλ, quincuplum igitur eſt quod ex αβ eius quod ex νλ. Eſt autem ſphæræ diameter potẽtia quincupla, eius quæ ex centro ipſius circuli à quo icoſahedrum deſcribitur eſtque αβ, ipſius ſphæræ diameter, ipſa igitur νλ ex centro eſt circuli à quo icoſahedrum deſcribitur. Ipſa igitur νλ, hexagoni eſt latus dicti circuli. Et quoniam ſphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo deſcriptorum lateribus (per correlarium 16 decimitertij) eſtque ipſa quidem αβ, ipſius ſphæræ diameter, & νλ hexagoni latus, & æqualis eſt αν ipſi λβ, utraque igitur ipſarũ αν, λβ, decagoni latus eſt deſcripti in circulo à quo icoſahedrum deſcribitur. Et quoniam decagoni quidem λβ, hexagoni autem μλ (æqualis enim eſt ipſi νλ, quoniam & ipſi νθ, æqualiter enim diſtant à cẽtro) & utraque ipſarum θν, νλ, dupla eſt ipſius νγ, quinquanguli igitur eſt μβ. Quod autẽ pentagoni eſt, & icoſahedri. Icoſahedri ergo eſt μβ. Et quoniam ζβ eſt latus cubi, ſecetur extrema & media ratione in ν, ſitque maius ſegmentum νβ. Igitur νβ, dodecahedri eſt latus. Et quoniam oſtenſum eſt quòd ipſius ſphæræ diameter potentia eſt ſeſquialtera ipſius αζ lateris pyramidis, ipſius autem βε lateris octahedri potentia dupla, ipſius autem ζβ, cubi potentia tripla: qualium igitur ſphæræ diameter potentia ſextalium ipſius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus trium, cubi uerò duorum. Latus igitur ipſius pyramidis, lateris octahedri potentia eſt epitritum. Cubi autem lateris, potentia eſt duplum. Octahedri autẽ latus lateris, cubi potentia eſt hemiolium. Ipſa quidem igitur prædicta trium figurarum latera, hoc eſt pyramidis et octahedri & cubi adinuicẽ, in rationib. rationalib. ſubſiſtũt. Reliqua uerò duo & icoſahedri, & dodecahedri, neque adinuicẽ, neque ad prædicta in rationib. rationalib. exiſtũt, irrationalia ſunt etenim, hoc eſt minor & apotome. Quod autẽ maius eſt icoſahedri latus μβ, dodecahedri latere νβ ſic oſtendemus. Quoniam triangulũ ζδβ, ipſi triangulo ζαβ æquiangulum eſt, proportionaliter eſt ſicut βδ, ad βζ, ſic αζ ad βα. Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales ſunt, eſt igitur ſicut prima ad tertiam, ſic quod ex prima ad id quod ex ſecunda. Eſt igitur ſicut δβ ad βα, ſic quod ex δβ ad id quod ex βζ. Conuerſim igitur ſicut

Latus pyramidis.

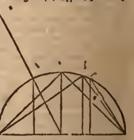
Latus cubi.

Latus octahedri.

Latus icoſahedri.

Latus dodecahedri.

Comparatio 5 laterum.



α β ad ς δ, ſic quod ex ζ β ad id quod ex ς δ. Tripla autẽ eſt α ς, ipſius β δ, triplum igitur quod ex ζ β, eius q̃d ex ς δ. Eſt autẽ & quod ex α δ, eius quod ex δ β, quadruplũ, dupla enim eſt α δ, ipſius δ β. Maius igitur eſt quod ex α δ, eo quod ex ζ β, et maior igitur eſt α δ, ipſa ζ β, multò igitur maior eſt α λ, ipſa ζ β. Et ipſa quidẽ α λ, extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ eſt κ β, quoniã ipſa quidẽ λ κ hexagoni eſt, et κ α decagoni, ipſa aũt ζ β extrema et media rõne diuiſa maius ſegmentũ eſt ν β. Maior igitur eſt κ λ, ipſa ν β. Aequalis aũt eſt κ λ, ipſi λ ν, maior igitur eſt λ μ, ipſa ν ς. Ipſa aũt λ μ, maior eſt μ ς: multo igitur maior eſt μ ς latus exiſtens icoſahedri, ipſa ν ς latere exiſtente ipſius dodecahedri: quod facere & oſtendere oportuit.

Alter, quod maior eſt μ ς ipſa ν β. Quoniã enim dupla eſt α δ ipſius δ β, tripla igitur eſt α ς, ipſius δ β. Sicut aũt α β ad β δ, ſic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniã triãgulũ ζ α β, ipſi ζ δ β triãgulo æquiangulũ eſt, q̃d igitur ex α ς, eius quod ex ς ζ triplũ eſt. Patuit aũt q̃ ex α β eius q̃d eſt ex κ λ, quincuplum. Quinq; igitur quæ ex κ λ, trib. quæ ex ζ β, ſunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, ſex quæ ex ν ς, ſunt maiora, & quinq; igitur quæ ex κ λ ſex quæ ex ν β ſunt maiora. Quare & unũ quod ex κ λ, uno quod ex ν β maius eſt, maior igitur eſt κ λ, ipſa ν β, æqualis aũt eſt κ λ, ipſi λ μ, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ν β, multò igitur maior μ β, ipſa ν β: quod oſtendere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ β, ſex quæ ex ν β ſunt maiora, ſic oſtẽdemus. Quoniã enim maior eſt β ν ipſa ν ζ, q̃d igitur ſub ς ζ, ς ν, maius eſt eo quod ex β ζ, ζ ν, q̃d igitur ſub ζ β, β ν, unà cũ eo quod ſub β ζ, ζ ν, maius eſt quàm duplũ eius quod ſub β ζ, ζ ν. Sed quod ſub β ζ, ζ ν, unà cũ eo quod ſub β ζ, ζ ν, id eſt, quod ex β ζ, quod uerò ſub β ζ, ζ ν, æquũ eſt ei quod ex ν ς, extrema nãq; et media rõne ſecatur ipſa β ζ in ν, & quod ſub extremis æquũ eſt ei quod à media (per 17 ſexti) Quod igitur ex ζ β, eo quod ex β ν maius eſt quàm duplũ, unũ igitur quod ex ζ β, duob. quæ ex ς ν maius eſt, quare et tria q̃ ζ ς, ſex quæ ex β ν ſũt maiora: quod oſtendere oportuit. Dico iã q̃ præter prædictas quinq; figuras, nõ conſtructur alia figura comprehenſa ſub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualib. Sub binis nãq; triãgulis, neq; ſub duob. alijs planis ſolidus angulus nõ cõſtruitur. Sub trib. triãgulis, quæ pyramis, ſub quatuor, quæ octahedri, ſub quinque quæ icoſahedri. Sub ſex triãgulis æquilateris & æquiãgulis ad unũ ſignũ cõſtitutis, nõ erit ſolidus angulus. exiſtẽte nãq; æquilateri triãguli angulo duarũ partium recti erunt ſex quatuor rectis æquales: quod eſt impoßibile. Omnis nanq; ſolidus angulus, ſub pauciorib. quàm quatuor rectis cõprehenditur (per 21 undecimi) iã id propterea, neq; ſub plurib. quàm ſex planis angulis ſolidus cõſtruitur angulus. Sub quadratis trib. cubi angulus cõprehenditur. Sub quatuor eſt impoßibile, erunt enim rurſus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis trib. dodecahedri. At ſub quatuor, impoßibile, exiſtente nãq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores: quod eſt impoßibile. Neq; ſub polygonis alijs figuris cõprehẽdetur ſolidus angulus, quoniã abſurdum eßet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida nõ conſtruetur ſub æquilateris & æquiangulis cõprehenſa: quod erat oſtendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus eſt & quintum, ſic oſtendendum. Sit enim quinquangulũ æquilaterum & æquiangulũ α β γ δ ε, & circumſcribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (per 1 tertij) illius centrum, ſitq; ζ, cõnectanturq; ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Biſariam igitur ſecant ipſius pentagoni angulos ad ipſam α β γ δ ε, ſigna. Et quoniã quinque anguli qui ad ζ, quatuor rectis ſunt æquales, & ſunt æquales, igitur unus ipſorum (ſicut qui ſub α ζ β) unius recti eſt, † quaſi quintũ: reliqui igitur qui ſub ζ α β, α β ζ, unius ſunt recti & quintum. Aequalis autem eſt qui ſub ζ α β, ei qui ſub ζ β γ, totus igitur qui ſub α β γ pentagoni angulus, unius recti eſt & quintum: quod oſtendere oportuit. FINIS.



† παρὰ πέμπτον præter quintum, id eſt quinta parte minor recto.

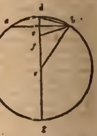
EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FACILE principi, deputatus liber De regularium corporum proportione Campano commentatore, qui in ordine eſt decimuſquartus.

Eucl. ex Campano. Propoſitio 1.

OMnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni intra circulũ ipſũ deſcripti dimidiũ lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intra circulũ eũdẽ, deſcriptorũ ambob. dimidijs in lõgũ directũq; cõiũctis equalis eſſe probat̃. Patet igitur q̃ perpẽdicula

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, eſt æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq́; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directè coniunctis.

CAMPANVS. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inſcripti circulo cuius cẽtrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per ſecundam partem tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, ſitq́; hæc perpendicularis linea c d, ſecans a b in puncto e, & arcũ eius in puncto d. Eſt igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq́; linea d b, de qua conſtat quòd ipſa eſt latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, cum ipſa ſubtendatur medietati quinti totius circũferentiæ. Dico itaq; quòd linea e c, eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineę d b, in longũ directumq́; coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, ſitq́; d c g, & ſit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq́; ex 4 primi b f ęqualis b d, ideoq́; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Conſtat autem ex ultima ſexti, quod angulus g c b, quadruplus eſt ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus eſt ad arcũ b d: at uerò angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulũ b d c, nam ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt b d c & d b c, at ipſi ſunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus eſt ad angulũ b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus eſt ad angulum b c f. ~~Sed angulus b f d, duplus eſt ad angulũ b c f.~~ Sed angulus b f d, eſt æqualis duobus intrinſecis, qui ſunt b c f & c b, per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f, ſunt æquales, ideoq́; per 6 primi c f eſt æqualis b f, ideoq́; etiam c f, eſt ęqualis b d, & nã b d & b f, ſunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d, eſt quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, eſt quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, eſt quantũ c f, & dimidium f d. eſt quantum e f. Itaq; e c, eſt quantum dimidium c d cum dimidio c b & d b: quod eſt propoſitum.



Correlarium autem ſic conſtat. Manifeſtum eſt enim ex 8 tredecimi libri, quòd perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli ſibi inſcripti, eſt æqualis dimidio lineę ductę à centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonſtratum eſt, & quaſi correlarium concluſum. Cùm igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiam & dimidio lateris decagoni, ſequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni ſit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli, dimidioq́; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

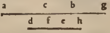
CAMPANI *annotatio*. Nunc ergo explicandum eſt quod ait Ariſtæus in libro intitulato, Expoſitio ſcientiæ quinq; corporum: necnon & Apollonius in dono ſecundo in proportionalitate figurę 12 baſium ad figuram 20 baſium, dicens quod proportio ſuperficierum figuræ habentis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habentis 20 baſes, eſt tanquã proportio corporis 12 baſium ad corpus 20 baſium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 baſium dodecedri ad circumferentiam eius eſt quaſi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti baſium icoſedri ad circumferentiam eius. Hęc ſunt ipſius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem ſunt de figura 12 & 20 baſium ab una eademq́; ſphęra circunſcriptibilium. Eſt enim proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron, cum ambo una eademq́; ſphęra circunſcribit ſicut proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmiſſorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimiquartilibri ſolida demonſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circunſcribẽs pentagonum dodecedri ęqualis circulo circunſcribenti trigonum icoſedri cum dodecedron & icoſedron eadem ſphæra circunſcribit, quemadmodum ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonſtratione firmatur. Præmittenda ſunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcuſſa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

QVicquid accidit uni lineę diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ ſimiliter diuiſæ probatur accidere.

CAMP.

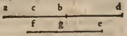
CAMPANVS. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, ſintq́; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quód ambarum ad ſui maiores portiones eſt una proportio, itemq́; ambarum ad ſui minores portiones eſt proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & diſiunctim & euerſim: nihil enim aliud eſt, quicquid uni earum accidit, idem quoq; alij accidere: conſtat enim ex diffinitione linęę ſecundum proportionem medium duoq́; extrema diuiſæ, & ea parte 16 ſexti quod illud quod fit ex a b in b c, eſt ęquale quadrato a c, eodemq́; modo quod fit ex d e in e f, eſt æquale quadrato d f: ideoq́; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f. utraq; enim eſt proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & ęqua proportionalitate manifeſtum eſt. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e, in e f cum quadrato d f ad quadratum d f. Adiungatur autem ſecundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quę ſit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quę dicatur e h. Manifeſtum eſt igitur ex octaua ſecundi, quod quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, eſt ęquale quadrato lineę a g. At uerò ſimiliter quadruplum eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f, eſt ęquale quadrato d h. At uerò ex communi ſcientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquum eſt quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g ſunt æquales: ſimiliter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, ęquum eſt quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h ſunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, ſicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio lineæ a g ad lineam a c, eſt ſicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, ſicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, ſunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, ſicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e, ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, ſicut a b ad d e, ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, ſicut a c ad d f. Itaque permutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & coniunctim: quod oportebat oſtendere.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

DIuiſo latere hexagoni ſecundum proportionem habentem medium, duo que extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunſcripti à circulo ipſum hexagonum circunſcribente.

CAMPANVS. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuiſa ſecundum proportionem habente medium duoq́; extrema in puncto c, ſitq́; maior proportio eius b c. Dico quód cuiuſcunque circuli a b eſt latus hexagoni, eiuſdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b, quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, eritq́; ex 9 tredecimi, linea a d diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq́; extrema & maior portio eius erit linea b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d ſit diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema, igitur erit per pręmiſſam ambarum ipſarum ad ſui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b, quæ eſt eius maior portio, ſicut a b ad b c, quæ eſt etiam eius maior portio, ſed d a ad a b, ſicut a b ad b d, ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per ſecundam partem 9 quinti b d & b c, ſunt ęquales. Cùm ergo d b, ſit latus decagoni, erit quoq; ex communi ſcientia b c latus decagoni.



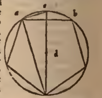
Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq́; ex quarta tredecimi tota a d diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuerſam nonam tredecimi quam continuè poſt ipſam demonſtrauimus, cuius circuli linea a b eſt latus hexagoni, eiuſdem linea b d (ideoq́; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. Poſſumus iterum idem alia uia (ſi libet) demonſtrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g ſecundum proportionem habentem medium duoq́; extrema, & ſit maior

maior portio, eius linea f g. Conſtat igitur ex præmiſſa quòd quemadmodum a b eſt æqualis e f, ſic a c, eſt æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumq́; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli, cuius a b eſt latus hexagoni, erit (ſicut prius dictum eſt) ex 9 tredecimi tota a d, diuiſa ſecundum proportionem habentē medium duoq́; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmiſſam a b ad b d, ſicut f g ad g e, quare per primam partem 11 ſexti quod fit ex a b in g e, æquum eſt ei quod fit ex b d in f g. Cumq́; a b ſit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g Sed quod fit ex e f in g e, æquum eſt quadrato f, ex diffinitione lineæ diuiſæ ſecundū proportionem habētem medium duoq́; extrema, & ex prima parte 16 ſexti. igitur quod fit ex b p in f g, eſt ęquale quadrato f g, ideoq́; ex prima ſexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g eſt æqualis c b, erit quoq; c b ęqualis b d, & latus decagoni: quód oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*

QVadratum lateris pentagoni intra circulū deſcripti, qua 4
dratumq́; lineæ quæ illius pentagoni angulo ſubtendi-
tur, ambo hęc quadrata pariter accepta, quadrati medie
tatis diametri eiuſdē circuli quincuplū eſſe pronuncio.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius cētrum d, inſcriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit a b, & protrahatur diameter c d e, diuidens lineā a b, & eius arcum per æqualia. Eſt igitur arcus a e, medietas quintæ partis circumferentiæ illius circuli, quare arcus a c eſt duæ quintæ totius circumferentiæ. Protrahantur itaq; duæ lineę a e & a c, eritq́; a e, latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus eſt medietas quintæ partis circunferentię, linea uerò a c, erit quæ ſubtenditur uni ex angulis pentagoni prędicti, eo quod arcus a c, eſt duæ quintæ partes circumferentię circuli. Dico itaq; quòd quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum ſunt ad quadratum lineæ d e. Eſt enim ex 4 ſecundi quadratum lineę c e, quadruplum ad quadratum lineę d e. Cum autē angulus c a e, ſit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntq́; ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum ſunt ad quadratū lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, eſt æquale quadratis duarum linearum a e & d e, ſequitur ut quadrata duarum linearum a b & c a, ſint quincuplum ad quadratum d e: quod eſt propoſitum.



CORRELARIVM.

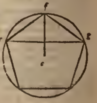
Manifeſtum eſt ergo quòd quadratum duarum lateris cubi atq; quadratum lateris figurę duodecim baſium, cum cubum & figuram duodecim baſium eadem ſphæra circunſcribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplū ſunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunſcribit pentagonum eiuſdem figuræ duodecim baſium.

Iſtud correlarium uerè manifeſtum eſt, conſtat enim ex demonſtratione 17 tredecimi, quod latus cubi ſubtenditur angulo pentagoni dodecedri, cū cubum & dodecedron una eademq́; ſphæra circunſcribit, itaq; per hanc 4 ſine obice conſtat correlarium.

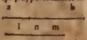
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

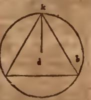
PEntagonus figurę duodecim baſium, triangulusq́; figuræ ui 5
ginti baſium, quos eadem ſphæra circūſcribit, uno eodem-
que circulo circunſcribuntur.

CAMPANVS. Sit ſphæra cuius diameter a b, circunſcribens duas ſolidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis ſit c, & icoſedron cuius unus ex 20 triangulis ſit d, pentagono autem c, & trigono d, ſuper duo centra d & c, circunſcribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uerò f d, ex 5 eiuſdem. Dico itaque quòd hi duo circuli ſphæræ propoſitæ, quorum alter circunſcribit pentagonum c, alter uerò trigonum d, ſunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex ſuis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quę ſubtendat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, ſignetur



gnetur literis k h, et protrahatur ſemidiameter ſui circuli quę ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quam ſit linea a b, quę eſt diameter ſphærę aſsignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n ſecundum proportionem habẽtem medium duoq́ extrema, ſitq́ maior portio eius linea l n, & ſecundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q, erit æqualis lineę l m, eritq́ ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti, ideoq́ per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni ęquilateri eidem circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti, inſcribatur pentagonus ęquilaterus circulo p q, cuius unum latus ſit p q, eritq́ ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, ęquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 18 tredecimi, quod h k eſt ęqualis p q, ergo quadratum h k, eſt æquale quadratis duarũ linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demõſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd e g latus cubi ab eadem ſphæra circunſcriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b, quę eſt diameter ſphęræ, potentialiter eſt tripla a d e g, quæ eſt latus cubi. Si autem e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, patet ex demonſtratione tredecimi quod e f eſt tanquam maior portio eius, igitur ex ſecunda huius, e g ad l m, ſicut e f ad l n, nã ut tota ad totam, ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 22 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m ſicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut quadratum e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti et permutatam proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorũ duarũ linearum e g & e f, pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, ſicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplũ autem quadrati e g, eſt tanquam quadratum a b, ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, eſt per hypotheſin quincuplũ ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum eſt quod quadratum h k eſt ęquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, ſequitur ex communi ſcientia ut triplum quadratorum e g & e f, ſit quincuplum ad quadratum h k. Conſtat autem ex 2 tredecimi, quod quincuplum quadrati h k, eſt quindecuplum ad quadratum d k, nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat, quod triplum quadratorum e g & f, eſt quindecuplum quadrati e f, nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplũ quadrati c f. eſt æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq́ per 15 quinti quadratum e f, eſt æquale quadrato d k, quare etiam linea c f, eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum ęqualium, circulus circunſcribens pentagonum e, eſt æqualis circulo circunſcribenti trigonum. nam ſemidiametri horum circulorum ſunt æquales, uidelicet c f & d k: quod erat ex principio demonſtrandum.







Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

QVadratum quoq; quod eſt triangulum alias trigincuplũ tetragoni, qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli circunſcribentis pentagonum figuræ duodecim baſium ad latus pentagoni, atq; ſub latere ipſius pentagoni continetur, omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe ęquale, ex neceſsitate conuincitur.



CAMPANVS. Sit pentagonus a unũ ex 12 baſibus figuræ dodecedri, & unũ ex eius lateribus ſit b c, ſibiq́ ex 14 quarti circunſcribatur circulus ſupra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d perpẽdidicularis ad b c. Dico ergo quòd trigincuplũ eius quod ſit ex a d in b c, eſt æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Conſtat enim pentagonũ d, eſſe diuiſibilẽ in quinq; triangulos æquales

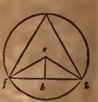
triangul

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes ſint æquales & ſimiles pentagono a) diuiſibiles ſunt in 60 triangulos, quorum quiſq; per 8 primi eſt æqualis triangulo a b c Quod autem fit ex a d in b c, eſt duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, eſt ſexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut ſimplum ad ſimplum ſic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri ſuperficies pariter acceptæ ſint etiam ſexagincuplum ad triangulum a b c, ſequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, ſit æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

QVadratum quoq; quod eſt triangulũ, alias trigincuplum tetragoni, qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus ſibi inſcripti triãguli figuræ uiginti baſium, atq; ſub ipſo latere trianguli continetur, æquale eſt omnibus ſuperficiebus figuræ uiginti baſium pariter acceptis.

CAMPANVS. Eſto enim hic trigonus e, una ex 20 baſibus figuræ icoſedri & unum ex eius lateribus ſit f g, ſibiq; ex 5 quarti circũſcribatur circulus ſuper centrum e, & protrahãtur lineæ e f, e g, & e h perpẽdicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, eſt æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis. Conſtat enim trigonũ eſſe diuiſibilẽ in tres trigonos, quorum quilibet per octauam primi, eſt æqualis trigono e f g Itaque omnes 20 trigoni icoſedri pariter accepti, (cum cuncti ſint æquales & ſimiles trigono e) ſunt tanquam ſexagincuplum trigoni e f g Et quia per 41 primi, quod fit ex e h in f g. eſt duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius eſt æquale ſexagincuplo illius, ſequitur ut trigincuplũ e h in e f ſit æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis: quod erat demonſtrandum.



CORRELARIVM. Manifeſtum igitur eſt, quòd proportio ſuperficierum figuræ duodecim baſium in aliqua ſphęra contentæ ad ſuperficies figuræ uiginti baſium in eadem ſphęra concluſæ. eſt tanquam proportio tetragoni contenti ſub latere pentagoni ipſius figurę duodecim baſium & ſub perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus pentagoni, ad tetragonum contentum ſub latere trianguli ipſius figurę uiginti baſium & perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum eſſe, ſiue figura duodecim baſium & figura uiginti baſium ſint ab eadem ſphæra circunſcriptibiles ut proponitur. ſiue etiam fuerint circunſcriptibiles à diuerſis ſphęris, proponitur autem prout hæ figuræ ſunt circũſcriptibiles ab eadem ſphæra quoniam hoc modo ualet & ſufficit ad propoſitum. Eius ergo communis ueritas ſic patet. Conſtat enim ex 6 huius, quòd trigincuplum a d in b c. æquum eſt omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus, a eſt una ex 12 ſuperficiebus. Et ex hac 7 conſtat ſimiliter, quòd trigincuplum e h in f g, æquũ eſt omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis, cuius trigonus e eſt una ex 20 baſibus, ſiue illud dodecedron & iſtud icoſedron eadem ſphęra circunſcribat, ſiue diuerſe, itaq; proportio trigincupli a d in b c ad omnes ſuperficies illius dodecedri pariter acceptas, eſt ſicut trigincupli e h in f g ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas: utrobiq; enim eſt proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, ſicut omnes ſuperficies illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplũ, eſt ſicut ſimpli ad ſimplum. Conſtat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri, eſt eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc eſt, quod ex correlario proponitur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

PRoportio cunctarum ſuperficierum corporis duodecim baſium pariter acceptarum ad cunctas ſuperficies corporis uiginti baſiũ pariter acceptas, quæ ab una ſphæra ambo circunſcribuntur, eſt tanquam proportio lateris cubi quem circunſcribit eadem ſphęra, ad latus trianguli ipſius corporis uiginti baſium.

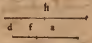
CAMPANVS.

CAMPANVS. Vt ab huius octauę demõſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat iſtud præſcire oportet. Quòd ſi aliqua linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq́ extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquam dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur, ipſa quoq́ medietas ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tãquam dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia: Sit a b diuiſa ſecundum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quòd d e diuiſa eſt in f ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti, quod proportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplum, tanquam ſimplum ad ſimplum. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtq́ c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totam d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium, duoq́ extrema, linea diuiſa in f, quemadmodum proponitur.



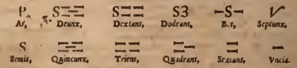
Nunc igitur demõſtrationi eius quod propoſitum eſt inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b c circulus, cuius centrum d, circunſcribens pentagonum dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circunſcribit & concludit. nam ex 5 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circunſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitq́ linea h, tanquam latus cubi ab eadem ſphæra circunſcripti. Dico itaque quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, eſt ſicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſque ad circumferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f. hanc autem perpendicularem conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum. chordam quidem a b per ſecundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circunferentiæ. Subtendatur itaq́ ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, eſt æqualis dimidio f, dimidioq́ f a in longum directumq́ coniunctis. Sit igitur d g perpendicularis ad a c, eritq́ ex correlario 8 tredecimi g d, tanquam dimidium d f. Itaq́ ſi à linea d e quæ eſt tanquam dimidium d f a, cum d f, & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonſtratione autem 17 tredecimi cõſtat, quòd ſi linea h, quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaq́ per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primam partem 15 ſexti, quod prouenit ex h in g d, æquum eſt ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdem, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omniũ ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes eius icoſedri. At uerò huius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod ꝓuenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaq́ per 11 quinti proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c: quod eſt propoſitum. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.



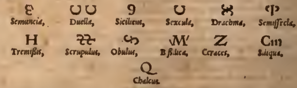


Si circulo cuilibet pentagonus ęquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextãte ipſius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquum eſſe ex neceſsitate oportet.

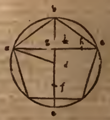
Maiores noſtri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiſerunt: omnesq́ eas ſimul, hoc eſt ipſum totum, Aſſem uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt deuncem: decem autem, Dextantem: nouem Dodrantem: octo uerò Beſſem: at ſeptem, Septantem uel ſeptuncem: ſex autem, Semiſſem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uerò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easq́ per ordinem talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſsimè inueniuntur in antiquis libris.



Vnciam quoq́, quam duodecimam partem Aſsis fore diximus, in alias duodecim fractiones, ſed alia uia diuiſerunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò Duellam: quartam, Sicilicum: ſextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semiſſeclam: decimamoctauam, Tremiſſem: uigeſimamquartam, Scrupulum: quadrageſimamoctauam. Obulum: ſeptuageſimamſecundam, Biſiliquam: nonageſimamſextam, Ceracem: ultimam uerò quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. Has autem duodecim fractionibus Vnciæ, poſteriores adiunxere Chalcum: eſt autem Chalcus, centeſima nonageſimaſecunda pars Vnciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſq́ ad minimum extremum diateſſeron & diapente ſymphoniarum tonorum ſemitonorumq́ interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet: & ipſas omnes ſecundum ordinem talibus annotauere figuris.

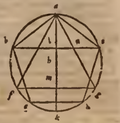


Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt: Quòd ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq́ ſextas lineas ſubtēdentis unum ex angulis inſcripti pentagoni æquale eſt pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, ſicut centrum d, eiq́ ex undecima quarti, inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex ſuis angulis continentia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in puncto g, ſitq́ d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq́ b f dodrans diametri: eſt enim tres quartæ ipſius, & a h erit dextans uel ſextans a c: eſt enim quinta ſextæ eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, eſt æquale pentagono inſcripto circulo. Cum enim a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex quadrageſimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoq́ quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum. & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cum itaque totus pentagonus quintuplus ſit ad eundem triangulum, conſtat quòd iſtud quod fit ex b f in a h, eſt æquale pentagono. Et illud erat demonſtrandum.



Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq́ circulo, cuius centrum h inſcripti pentagonus figuræ duodecim baſium, & trigonus figuræ uiginti baſium, quas eadem ſphæra circunſcribit. Conſtat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illus icoſedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, ſitq́ pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea

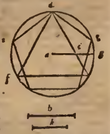
tur linea b e, quæ ex demonſtratiooe 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per ęqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnea icoſedri, quorum pẽtagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quę eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi, ad lineam f g quę eſt latus trigoni icoſe ri. Cõſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineę a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinque eius ſextæ. Ita quòd per præmiſſum antecedẽs, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pẽtagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigiucuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantea, coęquant 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplom uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies Icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.



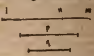
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiuſq; maiorem portionẽ ad lineã potẽtem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pẽtagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphęra circunſcribens dodecedron cuius pẽtagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron, cuius triãguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potẽs ſuper totum a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur k potẽs ſuper totam a b & minorem eius portionẽ b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus triãguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra cõtenti, eſt ſicut h ad k. Conſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tãquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 9 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tãtum eſt quãtum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquã d e, erit per ſecunda huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, ſicut h ad k, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut

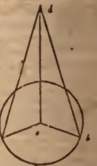


h ad k:quod eſt propoſitum. Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus triangu li icoſedri ſicut h ad k,immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecuodum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema,& ſuper eius maiorem portionem,altera uerò ſuper totam & eius mino rem portiooem.nam ſingularum linearum talium eſt proportio una. Verbi gratia,maneant prio res hypotheſes circa lineas a b,h & k,& ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportiooem habentem medium, duoq́; extrema in n,& portio maior ſit l n, ſitq́; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n,& linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n.Dico ergo quòd proportio p ad q,eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius,quòd b a ad a c,eſt ſicut l m ad l n,ergo per primam partem



21 ſexti,quadrati b a ad quadratum a c, eſt ſicut quadrati m l ad quadratum o l,quare cõiunctim quadrati h ad quadratũ a c,ſicut qoadrati p ad quadratum l n,& permutanm quadrati h ad quadratum p,ſicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodẽ argumẽtationis genere ſequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q,eſt ſicut quadrati c b ad quadratum n m.Et quia ex 2 huius & prima parte 21 ſexti,quadratum a c ad quadratum l n,ſicut quadratũ c b ad quadratum m n,erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p,ſicut quadratum k ad qoadratum q,quare per ſecundam partẽ 21 ſexti h ad q,ſicut k ad p. Et permutatim h ad k,ſicut p ad q:quod erat demonſtrandum. Et ne quiſquã dubitationis locus ea quæ demonſtranda reſtant obſuſcet, præmittenda adhuc duximus quædã, quibus ſequẽtia firmo demõſtrationis robore inconcuſſa permaneant.

Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quamlibet ſecet, commu nis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circunferentia continens circulum.



Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram, & ſit linea a b communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ,dico quòd linea a b eſt circunferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante,aut extra. Quòd ſi fuerit in ea,ponatur ubicunq; contigerit,& ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ, & quia omnes lineæ doctæ à centro ſphæræ ad ipſius circunferentiam ſunt æqoales,quemadmodum conſtat ex diffinitione ſphæræ,ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam cõtinet linea a b circulus, & eius centrum eſt c, uidelicet idem quòd centrum ſphæræ. Si autem centrum ſphæræ fuerit extra ſuperficiem ſecantem, ponatur ergo ubilibet quod ſit d,à quo ſecundum doctrinã 11 undecimi,ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem,& protrahantur ab eodem centro d,duæ lineæ rectæ quomodocunq; contingat ad lineam a b,quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b,eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipſæ ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad ſuperficiẽ manifeſtum eſt,quòd anguli d c a ad d c b ſunt recti,ideoq́; ex penultima primi,& iſta cõmuni ſcientia (quæ æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta,æqoalia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis.dempto itaq; utrinq; quadrato d c,erit quadratum c a æquale qoadrato c b,quare & linea c a,lineæ c b. Eodem argumentationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b,eſſe æquales.Ergo ex diffinitione circuli,ſuperficies quam continet linea a b,eſt circulus,& eius centrum eſt c,quod eſt propoſitum. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt,qoòd cum ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrum eius,ſector proueniens in ſuperficie ſphæræ eſt linea cõtinens circulum,cuius centrum eſt centrũ ſphæræ. Cum autẽ ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius,ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphæræ,eſt linea cootinẽs circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit peopendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem. Amplius autem dico:

Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpendiculares ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorum ſuperficies

protra-

protrahantur à centro ſphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, ſecundum quod docet 12 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c ſunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectę ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit, In hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq́ ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter ſtantis, uterq; duorum angulorum a b d, a c e rectos. At uerò ex ſecunda parte pręmiſsi correlarij manifeſtum eſt, quòd duo puncta b & c ſunt centra circulorum b c, ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorum, qui circuli cum ponantur æquales, ſequitur ex diffinitione æqualium circulorum



has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt ęquales, quia ſunt ductę à centro ſphærę ad eius ſuperficiem, erunt ex penultima primi duæ perpēdiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

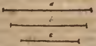
10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́ ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem 1 huius, autoritate Ariſtæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonſtratio ex ijs quæ pręmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifeſtum eſt, quòd circuli quorum alter circūſcribit pētagonum dodecedri, reliquus uerò trigonum icoſedri, quę ambo corpora ſphęra una coercet, ſunt adinuicem ęquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphærę ad ſuperficies omniū circulorum circunſcribentiū pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorum cētra cadentes, adinuicem æquales, ſicut ex pręmiſsis manifeſtū eſt. nam omnes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictū eſt, æquales ſunt ſibi adinuicem. Pyrāmides igitur quarum ſunt baſes pētagoni dodecedri, & coni earum ſimiliter cētrum ſphæræ, ac pyramides quarum baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earum ſimiliter centrum ſphærę, ſunt æque altę. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, menſurant uel determinant à conis ad baſes perpendiculares cadentes. Pyramides autem ęque altas, ſuis baſibus proportionales eſſe oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum eſt. Itaq; proportio pyramidis cuius pētagonus dodecedri, ad pyramidem cuius baſis trigonus icoſedri eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonū, ideoq; per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidē cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū, hę autē 12 pyramides quarū ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanquam totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pētagoni tāquam omnes ſuperficies eius, itaq; proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut proportio omniū ſuperficierum dodecedri ad trigonum icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplū illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omniū ſuperficierum dodecedri ad uigincuplū trigoni icoſedri. Cum igitur uigincuplum huius pyramidis ſit tāquam totum corpus icoſedri, ad uigincuplum iſtius trigoni tanquā omnes ſuperficies ipſius icoſedri, erit ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quę ambo una eademq; ſphęra cōcludit, ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autē eſt prædictorum philoſophorum de proportione horum duorum corporum ſentētia, fixa ſolidaq; demonſtratione roborata. Cui quoq; adijciendum eſt hoc, nam cū proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri unà cum ipſo cubo ab eadē ſphæra cōcluſi, ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſuperficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra concluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratum eſt, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema eſt proportio lineæ potētis ſuper totam & eius maiorem portionē, ſicut lateris cubi alicui ſphærę inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circunducti, ſicut ex 9 huius demonſtratū eſt, erit etiā ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecundum proportionē habentem medium duoq; extrema ſit proportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorē portionem ad lineam potentem ſuper totam & eius minorem portionē, uelut proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq; eadem ſphæra circūſcribit. Ex dictis igitur manifeſtū eſt quòd proportio lateris cubi alicui

Euclid.ex Camp. *Propoſitio 14.*

14 SI tetrachedron & octohedron una eadem͂ſp ſphæra circunſcribat,erit una ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad unam ex baſibus octohedri. Omnes autem baſes octohedri pariter acceptas,ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas,ſeſquialteram proportionem habere neceſſe eſt.

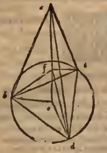
CAMPANVS. Sit aliqua ſphæra cuius diameter a,circunſcribens pyramidem cuius latus b, & octohedron cuius latus c. Dico itaq; quòd triangulus æquilaterus cuius latus b, ſeſquitertius eſt ad triangulum æquilaterum cuius latus c,& quod ſuperficies quam componunt octo trianguli ęquilateri cuiuſq;,quorum eſt latus c,ſeſquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiuſq; quorũ eſt latus b. Conſtat enim ex correlario 13 tredecimi,quòd quadratum a ad quadratum b,eſt ſicut 6 ad 4,igitur econuerſo quadratum b ad quadratum a,ſicut 4 ad 6.Ex correlario uerò 15 eiuſdem manifeſtum eſt,quòd quadratum a ad quadratum c, ſicut 6 ad 3.Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c,ſicut 4 ad 3.Quadratum autem b ad quadratum c,eſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum ęquilaterum cuius latus c,utrobiq; enim eſt, ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecũda parte 18 ſexti, igitur trigonus ęquilaterus cuius latus b,ad trigonum æquilaterum cuius latus c,ſicut 4 ad 3.Quare conſtat prima pars propoſiti.Ex quo euidenter elicitur ſecũda.Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonũ æquilaterum cuius latus b,ſicut tria ad quatuor, ideoq; octuplũ trigoni æquilateri cuius latus c,ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b,eſt ſicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij,hoc aũt ſicut 24 ad 16.Et quia octuplũ trigoni æquilateri cuius latus c,eſt oẽs baſes octohedri cuius latus c,& quadruplũ trigoni æquilateri cuius b, eſt oẽs baſes pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera, ſequitur ut ſuperficies quam componunt omnes baſes octohedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam componũt omnes baſes pyramidis cuius latus b,ſeſquialtera (ſicut diximus) in proportione reſpiciat.



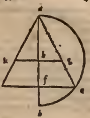
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 15.*

15 PYramide quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum intra ſphęram quamlibet collocata, ſi à quolibet angulorum,eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin ducatur, in centrum circuli baſin circunſcribentis eam cadere, atque eidem baſin perpendiculariter inſiſtere neceſſariò comprobatur.

CAMP. Sit pyramis a b c d,quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum , intra ſphæram aliquam cuius centrum ſit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum iſtius pyramidis poſsit eſſe conus eius,& quilibet quatuor triangulorum eſſe baſis,imaginemur nunc eius ſolidum angulum a eſſe conum,& triãgulum b c d imaginemur eſſe baſin, atq; huic baſi intelligamus circunſcriptũ eſſe circulum b c d. dehinc à puncto a,quẽ imaginari ſumus conũ pyramidis, ducamus ad baſin b c d,lineam rectam tranſeuntẽ per punctum f, qui eſt centrum ſphæræ circunſcribẽtis pyramidem de qua diſputamus, & occurrat hæc linea ſuperficiei b c d quam imaginati ſumus baſin pyramidis,ſuper punctum e. Dico igitur q punctum e eſt centrum circuli b c d,& quòd linea a f e eſt perpendicularis ad ſuperficiem b c d. Producam enim lineas f b,f c,f d. Et quia quatuor puncta a b c d,ſunt in ſuperficie ſphęræ cuius centrũ f, propter hoc quod illam ſphæram poſitum eſt circunſcribere hanc pyramidem,erunt oẽs quatuor lineæ f a, f b, f c f, d, adinuicem æquales, ſunt enim ductę à centro ſphęræ ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,



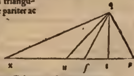
pyramides, & linea m n contineat dodrantem prędictum & eius quinque uigeſimasſeptimas, ſit p quadratū diametri a b. Dico itaque quod proportio pyramidis a c d ad octohedron e, eſt ſicut ſuperficiei l m in m n ad quadratū p. Imaginemur enim ſolidum angulum a eſſe conum pyramidis, & baſin pyramidis cuius unū latus eſt d c, ſecare diametrum ſphæræ in puncto f, eritque (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifeſtū eſt) a f dupla ad f b. Cūque etiā a b ſit dupla ad f h b h erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoque a f, quadrupla ad h h. f h Imaginemur igitur ſuperficiē ſecantem pyramidem a c d, ſuper centrū ſphæræ æquidiſtanter baſi ipſius, ſitque linea g k cōmunia ſectio huius ſuperficiei & trianguli a c d, eritque ex 17 undecimi proportio c a ad a g, ſicut f a ad a h, igitur c a ad a g, ſicut 4 ad 3, ſic enim eſt ex euerſa proportionalitate f a ad a h. Cōſtat etiam ex ſecūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiuſdē, & prima parte 2 ſexti, & diffinitione ſimiliū ſuperficierum & ſimiliū corporū, quod pyramia a g k. eſt ſimilis pyramidi a c d, ideoque ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, eſt ſicut c a ad a g triplicata, quare ſicut 4 ad 3 triplicata. Cōſtat autē ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, eſt ſicut 64 ad 27. Itaque proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, eſt ſicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r ſ ex linea æquali a g, quam conſtat eſſe dodrantē lineę a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r ſ, erit ex 11 huius linea q t potentialiter ſubſeſquitertia ad lineam q r, ideoque ęqualia l m. Adijciatur quoque linea r ſ lineę ſ x, ita quod ꝓportio r x ad r ſ, ſit ſicut 64 ad 27, diuidaturque r x per ęqualia in u, ut ſit r u 32 de partibus illiſ de quibus r ſ eſt 27, aut r x 64, eritque r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritque ex 1 ſexti, proportio trianguli q r x ad triāgulum q r ſ, ſicut 64 ad 27. Cumque per eandem triāgulus q r x ſit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoque ſit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipſum eſt ęquale ſuperficiei l n) ęquale triangulo q r x, quare proportio ſuperficiei l n ad triangulum q r ſ, eſt eſt ſicut 64 ad 27: ideoque ſicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifeſtum eſt autem ex 15 huius, quod linea a f eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d, ideoque per 19 undecimi linea a h eſt etiam perpendicularis ad baſin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, eſt ſemidiameter ſphærę. Diuidatur itaque octohedron e, quēadmodum proponit pręmiſſa, erit itaque utraque duarū pyramidum in quas ipſum e diuiditur, ęquè alta pyramidi a g k, nā ſingularum altitudo, eſt ſemidiameter ſphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonſtratū eſt, erit proportio pyramidis a g k ad utranque earum in quas diuiditur octohedron e, ſicut baſis eius ad baſes earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totum octohedron e, eſt ſicut ſuæ baſis quam conſtat eſſe ęqualem triangulo q r ſ, ad baſes ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas conſtat eſſe ęquales quadrato diametri ſphæræ per pręmiſſam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, eſt ſicut ipſius tetragoni l n ad trigonū q r ſ, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octohedron e, ſicut trigoni q r ſ ad quadratum p, erit per ęquam proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octohedron e, ſicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonſtrandum.







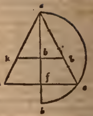




COROLLARIVM.

Ex præmiſsis igitur manifeſtum eſt, quòd perpendicularis ueniens à centro ſphergę ad pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum circunſcribentis ad quamlibet baſin ipſius pyramidis, ęqualis eſt ſextæ parti diametri ſphæræ.

Cum



Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes ſint ſimiles & æquales, erunt quoq; circuli ipſos circunſcribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorum centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autem cadentes ad circulos ſunt perpendiculares ad baſes pyramidis, itaq; perpendiculares ad baſes, ſunt adinuicem æquales. Linea autem h f, eſt perpendicularis ad baſin pyramidis a c d, quam h f, quia conſtat ex prædictis eſſe ſextam partē diametri a b, relinquitur ergo eſſe uerum quod per correlarium concluditur. ¶ Idem aliter demonſtrare contingit, ſi prius hoc antecedens fuerit ſtabili ratione firmatum.

In omni triangulo æquilatero linea deſcendens ab uno angulorū eius orthogonaliter ſupra baſin, tripla eſt ad perpendicularem quę à centro circuli trigonum ipſum circunſcribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus a b c, ęquilaterus, ſitq; d centrum circuli ipſum circunſcribentis, à quo ducantur lineę ad ſingulos angulos, quas manifeſtum eſt eſſe æquales, cum ſint à centro circuli ad circunferentiam. Sint enim tria puncta a b c, in circunferentia circuli ipſum trigonum circumſcribentis, protrahatur autem a d in continuum & directum, quouſq; obuiet lateri b c ſuper punctū e. Conſtat igitur ex 8 primi, quod angulus a d b eſt æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e eſt æqualis e c, & anguli qui ſunt ad e recti. Itaq; d e perpendicularis eſt ad b c, ueniens à centro circuli circunſcribētis trigonum a b c, & a e perpendicularis eſt etiam ad b c, ueniens ab uno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo quòd a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim quòd tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, ſicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.



Neceſſe eſt ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum, tranſeat per centrū circuli trigonum ipſum circunſcribentis.

Nunc itaq; quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum, cuius una ex quatuor baſibus eius ſit trigonus a b c, circunſcriptam eſſe à ſphæra cuius centrum d & protrahatur linea d e perdendicularis ad ſuperficiem trianguli a b c, quā conſtat cadere in centrum circuli dictū trigonum circunſcribentis. Dico igitur lineā d e, eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem circunſcribētis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpēdicularem ad lineam a b, quam c f, ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e, & ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autē ex 4 ſecundi quòd ſecundum quadratum diametri ſphęrę cuius centrum d, eſt 36 & quadratum ſemidiametri d c 9, ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratum b c 24, & per 11 huius quadratū c f, 18, & per pręmiſſam antecedens, quadratū c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratū d c eſt æquale quadratis duarū linearum d e & e c, eſt autem quadratum d c 9, & quadratum c e 8, prout quadratum diametri ſphæræ 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: itaq; linea e d eſt unū, prout diameter ſphæræ eſt 6, quod oportebat probare. Eodem demonſtrationis genere demonſtrabitur nobis quòd ſemidiameter ſphęrę circunſcribentis corpus 8 baſium triangularium atq; æquilaterarum tripla eſt in potētia ad perpēdicularem à centro ſphæræ circūſcribētis ipſum, ad quālibet ſuarū baſium deſcendentē. Conſtat quidē quēadmodū dictū eſt prius, quòd cū omnes baſes huius corporis ſint ęquales & ſimiles, erūt circuli ipſas circunſcribentes æquales, ideoq; perpēdiculares à cētro ſphæræ in ipſorum circulorū centra cadentes, erunt adinuicē æquales.



Cumq;

Cum perpendiculares ad circulos baſium, ſint quoq; perpendiculares ad baſes, ſequitur ut perpendiculares à centro ſphæræ ad ſingulas baſes, adinuicē ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam ſuarum baſium probetur, relinquetur uerum eſſe quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c, una ex baſibus octohedri circunſcripti à ſphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octohedri, ſequitur ut latus octohedri ſit potētialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ, ideoq; cùm quadratum lineæ b c eſt duodecim, quadratum lineæ d c, quę eſt ſemidiameter ſphæræ ſex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c eſt duodecim, quadratum c f eſt nouem Et ex præmiſſo antecedente, quadratum c e eſt quatuor. Itaque cùm quadratum d c, quæ eſt ſemidiameter ſphæræ eſt ſex, quadratum c e eſt quatuor. Et quia ex penultima primi, quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum c e & e d, ſequitur ut quadratum e d ſit duo, prout quadratum d e eſt ſex. Conſtat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18.*

18 DVplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circunſcribentis deſcribitur, æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quę à centro ſphæræ ad quamlibet ex ſuperficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiuſdem æqualis eſſe ex neceſsitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifeſtum eſt enim ex correlario decimæquartę tredecimi, quòd diameter ſphæræ cubum includentis, tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi, duplum quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi, ſex quadrata quę ex latere cubi in ſe producuntur. itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ, æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadrageſima undecimi libri probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergo euenire neceſſe eſt, ut ex medietate lateris cubi in b eſſe quadrati producti, ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis, cubi ſoliditas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM DEputatus liber *De regularium corporum proportione, traditore Hypſicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine eſt decimuſquartus.*

PROOEMIVM.

BASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriam petiſſet, patriq; noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet, cū eo, ipſo peſtilentię tēpore diu uerſatus eſt. Et quandoq; diſcutiendo, id quod ab Apollonio ſcriptū eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadē ſphæra deſcriptorū cōparatione, & quā inter ſe figurę huiuſmodi habeant rationē: uidebatur nanq; Apollonius hęc rectè minimè conſcripſiſſe, ipſi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego uerò poſterius alium comperi librum ab Apollonio conſcriptū, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationē: gauiſi ſunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanque editum uidetur communiter conſiderare, nam ſic

circumfertur,

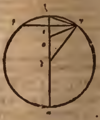
circumfertur. Quod uerò à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uſum eſt, ea quę ex commentatione deprehendi, tibi † diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quę in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur: ut promptè ea quæ dicentur poſsis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benignè igitur audies ea quę tibi trademus. Sed tempus iam eſto procœmio ſuperſedere, & conſtructionē exordiri.

προσφωνῆσαι, dedicare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

Camp. 1 Quæ ex cētro alicuius circuli in pētagoni latus in eodē circulo deſcripti perpendicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quę ex centro, & eius quę decagoni in eodem circulo deſcripti.

HYPSICLES ex Zamb. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo latus pentagoni æquilateri ſit βγ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam βγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δε, extendaturq; in rectas lineas ipſius δε recta linea δεζ. Dico quòd ipſa δε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorum. Connectantur enim δγ, γζ, & ponatur ipſi εζ æqualis ηε, & ab ipſo η in γ connectatur ηγ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circumferentia ipſius βζγ circumferentiæ, & totius quidem circumferentiæ circuli dimidia eſt circumferentia αγζ, ipſius autem βγζ dimidia eſt ζγ, igitur et circumferentia αγζ ipſius ζγ circumferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt αγ ipſius ζγ. Sicut autē αγ ad ζγ, ſic qui ſub αδγ angulus ad eum qui ſub ζδγ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub αδγ, eius qui ſub ζδγ. Duplus autem qui ſub αδγ, eius qui ſub εζγ, duplus igitur eſt qui ſub εζγ, eius qui ſub ηδε. Eſt autem qui ſub εζγ ei æquus qui ſub εηγ, duplus eſt igitur is qui ſub εηγ, eius qui ſub ηδε, æqualis igitur eſt δη, ipſi ηγ. Sed ηγ ipſi ζγ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δη ipſi ζγ. Eſt autem ηε ipſi εζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δε, ſimul utrique εζγ. Communis autem apponatur & ipſa δε. Vtraque igitur ſimul δζγ, dupla eſt ipſius δε. Eſt autem δζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζγ æqualis ei quod decagoni. Igitur δε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorum. Manifeſtū nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quòd ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.



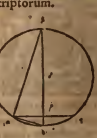
Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

Idem circulus comprehendit & dodecahedri quinquangulum, 2 & icoſahedri triangulum in eadem ſphera deſcriptorum.

HYPS. ex Zamb. Hoc inquam, ab Ariſtæo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarū comparatio, ab Apollonio autē in ſecunda † traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrū, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrū, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonum & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadē eſt. Deſcribēdum quoq; à nobis eſt, quòd idē circulus cōprehendit et dodecahedri pentagonū et icoſahedri triangulū in eadē ſphera deſcriptorū. Hoc † deſcripto, ſi in circulo quinquangulum æquilaterū deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo ſit latus pentagoni αγ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam αγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δζ: & extēdatur in βε, & connectatur αβ. Dico q̄ quæ ex βα, αγ quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δε quadrati. Connectatur αε, igitur αε decagoni eſt. Et quoniam βε, ipſius δε dupla eſt.

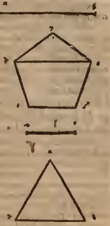
ἐκδόσει, editione.

περιγράφοντος.



quadruplum

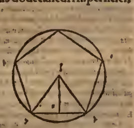
quadruplũ igitur eſt quod ex β ε, eius quod ex δ ε. Ei autem quod ex ϐ ε, æqua ſunt quæ ex β α, α ε: quadrupla igitur ſunt quæ ex β α, eius quod ex δ ε: quincupla igitur ſunt quæ ex α β, α ε, & δ ε, eius quod ex δ ε: quæ autẽ ex δ ε, ε α, æqualia ei quod ex α γ: quincupla igitur ſunt quæ ex β α, α γ, quod ex δ ε. Hoc oſtenſo demonſtrandum eſt quòd circulus idem cõprehẽdit & dodecahedri pentagonum, & icoſahedri triangulum, in eadem ſphæra deſcriptorũ. Exponatur ipſius ſphæræ diameter α ϐ, & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrũ & icoſahedrũ, & ſit quidẽ unũ dodecahedri pentagonũ, γ δ ε ζ η, icoſahedri uerò triãgulũ eſto κ λ θ. Dico quòd quæ à cẽtris circulorũ qui circũ ipſa, ſunt æquales, hoc eſt quod idẽ circulus cõprehendit & quinquãgulum γ δ ε ζ η, & ipſum κ λ θ triãgulum. Cõnectatur δ κ. Cubi igitur latus eſt δ κ (per 17 decimitertij & eius correlarium) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplũ ſit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Eſt autẽ & ipſius ſphæræ diameter, potentia quincupla eius quæ ex centro circuli, à quo icoſahedrum deſcribitur: eſt igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli, à quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur (per 30 ſexti) μ ν extrema & media ratione in ξ, ſitq; maius ſegmentũ μ ξ. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniã quod ex α ϐ, eius quod ex μ ν quincuplum eſt, triplũ autẽ quod ex β α, eius quod ex δ κ (per correlariũ 15 decimitertij) tria igitur quæ ex δ κ æqua ſunt quinq; quæ ex μ ν. Sicut autẽ tria quæ ex δ κ ad quinq; quæ ex μ ν, ſic tria quæ ex γ κ, ad qnq; quæ ex μ ξ: tria igitur quæ ex γ κ, quinq; quæ ex μ ξ ſunt æqualia. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, ſunt æqualia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quæ ex κ λ, æqua ſunt tribus quæ ex δ ν, & tribus quæ ex γ κ. Sed tria quidem quæ ex δ ν, et tria quæ ex γ κ, ſũt æqualia decẽ et qnq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi γ δ ε ζ η pẽtagono circumſcripti: patuit nãq; quod ex δ ν, unà cum eo qđ ex γ κ, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circumſcripti ipſi γ δ ε ζ η pẽtagono. Quinq; autẽ quæ ex κ λ, æqualia ſunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi κ θ λ triãgulo circũſcripti, patuit equidẽ (per 12 decimitertij) quòd quod ex κ λ, triplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipſi κ λ θ triãgulo circumſcripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex cẽtro, æqua ſunt eis 15 quæ ex ea quæ ex cẽtro: unũ igitur qđ ex ea quæ ex cẽtro, æquũ eſt uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiẽs igitur ipſi diametro eſt æqualis. Idem igitur circulus cõprehendit & ipſius dodecahedri quinquangulum, & ipſius icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 3.

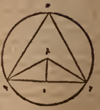
3 Si fuerit pẽtagonũ ęquilaterũ & ęquiãgulũ, & circũ ipſum circulus, & ex cẽtro perpẽdicularis in unum latus acta fuerit, qđ trigeſies ſub uno laterũ & perpẽdiculari, ęquũ eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.

HYPSICLES ex Zãb. Eſto pentagonũ æquilaterũ & æquiãgulum α β γ δ ε, & circũ quinquãgulũ ſit (per 14 quarti circulus & capiatur (per 1 tertij) centrum, ſitq; ζ, & ab ipſo ζ in γ δ perpẽdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico quòd quod ſub γ δ, η ζ trigeſies, æquum eſt 12 pentagonis quæ α β γ δ ε. Cõnectantur γ ζ, ζ δ. Quoniã quod ſub γ δ, η ζ, duplũ eſt ipſius triãguli γ δ ζ: quod igitur quinquies ſub γ δ, ζ η, decẽ triãgulis ſunt æqualia. Decẽ uerò triãguli bina ſunt quinquãgula, & omnia ſexies: quod igitur trigeſies ſub γ δ, η ζ, decem quinquangulis æquum eſt. Duodecim aũt quinquangula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub γ δ, ζ η, æquũ eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei. Similiter quoq; demonſtrabimus quòd & ſi fuerit triãgulum æquilaterum ſicut α β γ, & circum ipſum circulus, & cẽtrum circuli δ, perpendicularis uerò δ ε, quod trigeſies ſub β γ δ ε, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniam enim rurſus quod ſub δ ε, ϐ γ, duplum eſt ipſius δ β γ, bina igitur triangula æqua ſunt ei quod ſub δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triangula δ ϐ γ, æqua ſunt tribus eis quæ ſub δ ε, ϐ γ. Sex autem triangula δ β γ, æqua ſunt binis α ϐ γ. Tria igitur quæ ſub δ ε, β γ, æqualia ſunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigeſies ſub δ ε, β γ, Camp. 3.



æquum eſt uiginti triangulis α β γ, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic quod ſub γ δ, ζ ε, ad id quod ſub β γ, δ ε.

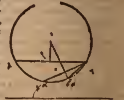
CORREL. Ex hoc nempe manifeſtum eſt, quòd ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiē, ſic quod ſub latere pentagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, ad id quod ſub latere icoſahedri, & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, in eadem ſphæra deſcriptorum icoſahedri & dodecahedri.



Euclid. ex Zāb. Theorema 4. Propoſitio 4.

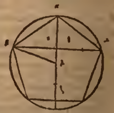
Camp. 8. Hoc demonſtrato oſtendendum eſt, ꝙ erit ut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic cubi latus ad icoſahedri latus.

HYPS. ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, ſitq; δ β γ, & in ipſo δ β γ deſcribatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uerò α γ, & aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ε, & ab ipſo ε in ipſas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ε ζ, ε η, & extendatur in rectas lineas ipſi ε η recta linea η β, & connectatur β γ, ponaturq; cubi latus κ θ. Dico quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiē, ſic eſt θ ad γ δ. Quoniā enim utraq; ſimul ε β γ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentū eſt β ε (per 9 decimitertij) & eſt quidē utriuſq; ſimul ε β γ dimidia ε η (per 1 decimiquarti) ipſius autē β ε dimidia eſt ε ζ, & ipſa igitur ε η extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ε ζ. Eſt autem & ipſius θ extrema & media ratione diuiſa maius ſegmētū γ α, ſicut in dodecahedro oſtēſum eſt: ſicut igitur θ ad γ α, ſic ε η ad ε ζ: æquū igitur eſt qđ ſub θ, ζ ε, ei quod ſub γ α, ε η. Et quoniā eſt ſicut θ κ ad γ δ, ſic quod ſub θ κ ζ, ad id quod ſub γ δ ζ ε, ei autē quod ſub θ ε ζ, æquum eſt quod ſub γ α ε η: & ſicut igitur (per 11 quinti) θ κ ad γ δ, ſic quod ſub γ α η ε, & ad id quod ſub γ δ ζ ε, hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic θ κ ad γ δ.



Camp. 8. Aliter oſtendere, quòd eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti.

Eſto circulus α β γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcribātur quinquāguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrū ipſius circuli, & ſit δ, & ab ipſo α in δ connectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipſi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipſius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipſius uerò θ, eſto tripla. Dico quòd ſub α ζ, β θ, æquum eſt ipſi quinquangulo. Ab ipſo enim β, in δ connectatur β δ. Quoniā dupla eſt α δ, ipſius δ ζ, hemiolia igitur eſt α ζ ipſius α δ. Rurſus quoniā tripla eſt η γ ipſius γ θ, dupla eſt η θ ipſius θ γ, hemiolia igitur eſt η γ, ipſius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, ſic γ η ad η θ, æquū igitur eſt qđ ſub α ζ, θ η ei quod ſub δ α, γ η. Ipſa autem γ η, ipſi β η eſt æqualis, quod igitur ſub α δ, β η, æquū eſt ei quod ſub α ζ, θ η. Quod autē ſub α δ, β η, bina ſunt triangula ſicut α β δ. & quod igitur ſub α ζ, η θ, bina ſunt α β δ, quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, decem ſunt triangula. Decem uerò triangula, bina ſunt pētagona: quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt η θ ipſius θ γ, quod ſub α ζ η θ, duplum eſt eius quod ſub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ ſub α ζ, γ θ, æqua ſunt uni quod ſub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ ſub α ζ θ γ, æqualia ſunt quinq; quæ ſub α ζ, η θ, hoc eſt binis pentagonis, quare quinq; quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt ei quod ſub α ζ, θ β, quoniam quincupla eſt θ β ipſius θ γ, & commune faſtigium eſt α ζ, quod ſub α ζ, β θ, igitur æquum eſt uni pentagono.



Camp. 8. Hoc demōſtrato, nūc exponatᷣ circulus cōprehēdens & dodecagoni pentagonū & icoſahedri triangulum, in eadē ſphęra deſcriptorū.

Deſcribātur in ipſo circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera β α, α γ, & cōnectatur β γ. & aſſumatur

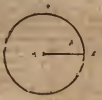
centrum

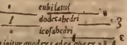
centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ζ: & ſit α η ipſius η κ dupla. tripla autem α γ ipſius γ θ. Et ab ipſo κ, ipſi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) κ μ: & extẽdatur in rectas lineas κ λ ipſi κ μ, trianguli ergo æquilateri eſt λ μ. Cõnectantur ipſæ α λ, α μ: æquilaterũ igitur eſt ipſum α λ μ triangulum. Et quoniam quod ſub α κ, θ α, æquum eſt ipſi quinquãgulo: quod autem ſub α κ λ, æquum eſt ipſi α λ μ triangulo: eſt igitur ſicut quod ſub α κ, θ β, ad id quod ſub λ θ α, ſic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod ſub β θ α κ, ad id quod ſub λ κ α, ſic β θ ad λ κ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) duodecim ζ θ, ad uiginti λ κ, ſic 12 quinquangula ad 20 triangula, hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et 12 quidem β θ, ſunt 10 β γ: nam ipſa β θ, ipſius α γ quincupla eſt, & β γ ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ, ſunt æquales 5 β γ & duplicia, 20 uerò λ κ, 10 ſunt λ μ: dupla nanq; eſt λ μ, ipſius λ κ. Sicut igitur 10 β γ ad 10 λ μ, hoc eſt ſicut β γ ad λ μ, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, & β γ quidem cubi eſt latus λ μ ipſius icoſahedri: & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic β γ ad λ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



Oſtendendum iam, quòd (recta linea ſecta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmẽto, ad potentẽ quod à tota & minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus. Comp. 9.

Eſto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum et icoſahedri triangulum in eadẽ ſphæra deſcriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli, & ſit γ, & extẽdatur quædã ab ipſo γ utcunq; recta linea β γ, ſeceturq; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in δ, & maius ſegmentum ſit γ δ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ δ, in eodem circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit ε, dodecahedri uerò & ſit ζ, cubi autem & ſit η. Igitur ε trianguli latus eſt æquilateri, & ζ pentagoni in eodem circulo deſcripti, & ζ ipſius η, extrema & media ratione diuiſæ, maius eſt ſegmẽtum. Et quoniam ε æqualis eſt ipſi æquilateri trianguli lateri, trianguli autẽ æquilateri latus (per 12 decimitertij) potentia ipſius β γ triplum eſt: triplum igitur eſt quod ex ε, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ε, ad id quod ex γ ζ, ſic ſunt quæ ex γ β, β δ, ad id quod ex γ δ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ε ad ea quæ ex γ β, β δ, ſic quod ex γ ζ, ad id quod ex γ δ. Sicut autem quod ex ζ γ, ad id quod ex γ δ, ſic eſt quod ex η, ad id quod ex ζ: maius nanq; ſegmentum eſt ζ, ipſius η. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ε, ad ea quæ ex γ β, β δ: ſic quod ex η, ad id quod ex ζ, & uiciſſim (per 16 quinti) Ac conuerſim ſicut igitur quod ex η, ad id quod ex ε: ſic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ β, β δ. Ei aũt quod ex ζ, æqua ſunt quæ ex β γ δ, quinquãguli nanq; latus (per 10 decimitertij) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η, ad id quod ex ε: ſic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ β. Sicut autem quæ ex β γ δ, ad ea quæ ex γ δ β, ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quæcunque) potens quod ex tota & ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex η, ad id quod ex ε, ſic (recta linea quæcunq; extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota, & ex maiori ſegmento, ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem η latus cubi, & ε icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit, erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum, ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.





Oſtendendum iam nunc eſt, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum. Camp. 10.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtant à centro (à centro nanq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares inquam: ☉ æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides, ☉ *iſοϋψεῖς, id eſt æquè altæ;*

habentes baſes dodecahedri pentagona, & baſes habentes icoſahedri triangula. Aequalis autem faſtigij pyramides, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, ſic pyramis, cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramida baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per 12 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Et 12 pentagona ſunt dodecahedri ſuperficies, & 20 triangula, icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic 12 pyramides pentagona baſes habentes, ad 20 pyramides triangula baſes habentes. Suntq; 12 quidem pyramides pentagona baſes habentes, ſolidum ipſius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, & quæ ſequuntur.

Camp. 11. Quòd ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.

Secetur enim (per 30 ſexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoque & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentum eius eſto δ ζ. Dico quòd eſt ſicut tota α β, ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ: quod autem ſub δ ε ζ, æquum eſt ei quod ex δ ζ: eſt igitur ſicut quod ſub α β, β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quod quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) ſicut quod quater ſub α β γ, unà cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ: ſic quod quater ſub δ ε ζ, unà cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraq; ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq; ſimul α β γ ad α γ, ſic utraque ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti) ſicut utraque α β γ, unà cum α γ ad α β, ſic utraq; δ ε ζ, unà cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex utraq; ſimul α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraque ſimul δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, & longitudine ſicut utraq; ſimul α β γ, unà cum α γ, hoc eſt binæ α β ad α γ, ſic utraq; ſimul δ ε ζ, unà cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia, ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. Hoc demonſtrato, quòd (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentē quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus: hoc etiam demonſtrato, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem in eadem ſphæra deſcriptorum, & hoc quoque percepto, quòd ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens, quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quòd ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum deſcripta fuerint, rationem habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum: ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptum, ſic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.



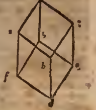
LIBRI XIIII
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE *principis, ex traditione Campani, Geometricorum elementorum Liber decimusquintus.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*

INtra propoſitum cubum, corpus habẽs quatuor baſes triangulas æqualium laterum deſignare.

CAMPANVS: Sit cubus cuius baſis eſt quadratum a b c d, ſuprema uerò eius ſuperficie quadratum e f g h. Ipſum autem hac arte fabricare conueniet. Quadrato baſis ſecundum quamlibet lineam ex quadrageſimaquinta primi deſcripto, ſuper ſingulos angulos eius ex duodecima undecimi catheti, ſecundum menſuram lateris ipſius quadrati erigantur, quos ex ſexta undecimi conſtat eſſe æquidiſtantes. Quinque ergo eorum bini & bini, corauſto eis impoſito æquidiſtanter lateribus quadrati continuentur. Conſtat igitur eſſe compoſitum cubum, nam quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ, ex trigeſima tertia primi, & ex trigeſimaquarta eiuſdem & diffinitione quadrati: de ſuprema autem ſuperficie manifeſtum eſt quoque quòd ipſa eſt quadrata ex uigeſimaquarta undecimi, & hac communi ſcientia, quæ æqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; ſunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaque huic cubo libeat corpus quatuor baſium triangularium & æquilaterarum inſcribere, in baſi & eius ſuperficie ſuprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorũ, & alia continuet ſupremas aliorum duorum, quas animo intelliges eſſe a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum ſuperficiei ſupremę, demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales ſuperficies diuidant, quas imaginaberis eſſe ab h quidem a h & h c, at uerò ab f, f a & f c. Has autẽ diametros in hac plana figura protrahere contempſi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor baſium triangularium eſſe perfectam, quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptam, huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe conſtat: eo quòd ex quarta primi, omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 2.*

INtra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atque ęquilateras, corpus octo baſium triangularium æqualium laterum diſtinguere.

CAMPANVS. Si intra pyramidem quatuor baſium triangularium & æquilaterarum, octoedron libeat inſcribere, prius conuenit pyramidem ipſam fabricare, quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur ſecundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus, qui ſit a b c, cui circunſcribatur circulus ſupra centrum d, & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiem ipſius trigoni, ex duodecima undecimi. quę ponatur dupla eſſe in potentia ad ſemidiametrum circuli circunſcribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenuſæ ſuper tria puncta a b c. Eſt itaque completa pyramis quatuor baſium trilaterarum & ęquilaterarum: protrahãtur enim



d a, d b, d c. Cum igitur anguli quos continet linea e d, cum ſingulis lineis d a, d b, d c, ſint recti ex diffinitione perpendicularis ad ſuperficiem, cumq́ quadratum lineæ e d ſit ex hypotheſi duplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuſcuiuſq; trium hypothenuſarum linearum e a, e b, e c, triplum ad quadratum ſemidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi, quadratum quoq; cuiuſq; trium laterum trianguli a b c, triplum eſt ad quadratum ſemidiametri eiuſdem circuli, igitur omnia latera ſtaturæ pyramidis ſunt adinuicem æqualia, quare ipſa eſt æquilaterarum baſium. Cum itaq; ſibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unumquodque ſex laterum eius in duo media æqualia, & continuabimus medium punctum cuiuſque laterum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum, cum quibus ipſum continet & angulum ſuperficialem: uerbi gratia, diuidam latera baſis in punctis f, g, h, & hypothenuſas cadentes ab e, in punctis k, l, m, & continuabo punctum f, cum puncto g & cum h & cum k & cum l, punctumq́ m, cum eiſdem h & l. Ecce itaque perfectum eſt corpus octo baſium triangularium ijs duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungētibus contentum. Has autem octo baſes ex quarta primi, quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt, ipſum quoque corpus ſtaturæ pyramidi ex diffinitione inſcriptum, quemadmodum iuſsi eramus, efficere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*

Intra cubum aſsignatum figuram octo baſium triãgularium æqualium laterum conſtituere. 3

CAMPANVS. Cubo intendimus inſcribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat, in prima huius ſufficienter dictum eſt. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor baſium triangularium & æqualium laterum in eo ex prima huius deſignetur, ac intra ipſam pyramidem ex præmiſſa octoedron diſtinguatur: quo facto, ſimul etiam factum erit quod uolumus. Cõſtat enim ex ratiocinatione primæ, latera cuncta ipſius inſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſium cubi, & ex ratiocinatione præmiſſæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis: quare manifeſtum eſt omnia angularia puncta huius octoedri eſſe in baſibus aſsignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propoſitum. ¶ Aliter idem. Centris cunctarum baſium cubi, quemadmodum in nona quarti fit, repertis, à centro ſupremæ ſuperficiei eius ad centra quatuor lateralium ſuperficierum quatuor hypothenuſas demitte, & à centro infimæ, & ad earundem lateralium ſuperficierum centra quatuor alias hypothenuſas eleua, centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem ſecant, continues. Verbi gratia, iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ, centrum quoq; ultimæ iunges cum eiſdem, hoc eſt cum centro dextræ & cum centro ſiniſtræ. Habes itaque corpus octo baſium triangularium, ijs duodecim lineis, quæ centra ſuperficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has baſes æquilateras eſſe, probare uolueris, à cẽtris baſium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe, quas neceſſarium eſt omnia latera ipſius cubi per æqualia diuidere, ex ſecunda parte tertiæ tertij. Quod planum erit, ſi unicuiq; baſium cubi circulum circunſcripſeris, atque ideo binas & binas ſuper idem punctum in lateribus baſium cubi conſtat, concurrere: eaſq; ex ſecunda parte 28 primi, ideoq; etiam ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi, manifeſtum eſt binas & binas earum ſuper idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere, eo quòd omnes ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra ſuperficierum cubi continuantes, quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binę continent, ſubtenduntur, ipſæ erunt ex quarta primi, uel etiam (ſi mauis) ex penultima primi, adinuicem æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatum corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum: quod oportebat facere.

Euclid. ex Campano. *Propoſitio 4.*

Intra datum corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare. 4

CAMPANVS. Non dubites, quin corpus octo baſium triangularium atque æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualiber recta linea ſuper aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide, & à puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ componant lineam unam, eruntq́ hæ duæ lineæ ſeinuicem ſecãtes, uidelicet prima, quæ ſuper poſitum planum eſt orthogonaliter erecta, & alia quæ ipſam ſuper eius medium punctum orthogonaliter ſecat in eadem ſuperficie ſitæ ſunt, per primam partem 2 undecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſæ ſitæ

ſitæ ſunt ſuper cõmunem punctum ſectionis earum(ut 12 docet undecimi)perpendicularem erige,quam facias eandem ſuperficiem in utranque partem penetrare,& pone cunctas ſex portiones harum trium linearum à puncto in quo ſeinuicem ſecant æquales: ſic enim quęlibet quamlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet,ita quòd cùm ſint tres quæque duæ earum, ſalutiferæ crucis uenerandum ſignum ad angulos rectos continebunt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitum planum puncto quatuor hypothenuſas ad extremitates duarum linearum ipſam ſecãtium demitte:deinde ab infimo eiuſdem erectæ puncto,quatuor alias hypothenuſas ad eaſdem duarum ſecantium linearum extremitates eleua:poſtremò quoq; harum hypothenuſarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ, uidelicet quatuor hypothenuſæ à ſupremo puncto erectę perpendicularis deſcendentes,quatuorq; poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ, & reliquę quatuor lineæ harum hypothenuſarum extremitates continuantes, ex penultima primi ſine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales, quare cõſtat corpus ab eiſdem terminatum,octo baſibus triangularibus æquilateriſq; contineri. Si igitur huic corpori cubum inſcribere delectat, centra octo triangulorum ipſum ambiẽtium inuenire ex quinta quarti labora, eaq; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua,ut centrum cuiuſque horum triangulorum cum centro cuiuſque trium ad ipſius latera terminatorum,per rectam lineam copuletur. Non eſt autem huius rei idoneum figuram in plano depingere:ideoq; reſtat,ut quod dicitur mente concipias,ipſumq; (ſi placet)actũ & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra, poſita lege continuantes cubum continere,quem reſtat ut æquilateris rectauguliſq; ſuperficiebus demonſtres eſſe concluſum.non enim erit cubus,niſi omnes eius ſuperficies ſint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum ſuperficierum octohedri, perpendicularem ad latus illi angulo oppoſitum,has autem perpendiculares ex prima quartidecimi, conſtat adinuicem ęquales,& diuidere latera quibus perpendiculariter inſiſtunt,per æqualia,ideoq; binas & binas ſuper idẽ punctũ lateris, cui ſuperſtant cõuenire.Eaſdemq; conſtat ex his quæ in decimaſeptima quartidecimi demonſtrata ſunt,tranſire per centra triangulorum,ideoq; per extremitates laterum incluſi corporis tranſire, ac eorum portiones quę intra centra trigonorum & latera ipſorum intercipiuntur,ex ijs etiam quę in eadem demonſtrata ſunt,conſtat eſſe æquales, angulos quoque ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos,ex octaua primi patet eſſe æquales. Et quia hæ perpendiculares, ſuæq; portiones inter centra & latera interceptę eoſdem angulos ambiunt. erunt quoque anguli.quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binę & binæ continent adinuicem ęquales.Cumq; latera illius corporis,de quo diſputamus,hos angulos ſubtendunt:ſequitur ex quarta primi frequenter ſumpta, corpus incluſum eſſe æquilaterum: at quoq; rectaagulum. Protrahãtur enim diagoni in ſingulis ſuperficiebus,hos diagonos ex quarta primi,omnes adinuicem ęquales eſſe conuinces, mediantibus angulis à duabus perpendicularibus per ipſarum diagonorum extremitates tranſeuntibus contentis,ſi prius hos augulos,ex octaua primi,æquales ſibi inuicem eſſe probaueris. Cùm igitur diameter tetragonarum baſium corporis huius ſint adinuicem ęquales: latera quoque earundem baſium æqualia, neceſſe eſt ex octaua primi multoties repetita,ipſas tetragonas baſes eſſe ęquiangulas. At quia ex duodecima primi,omnes anguli cuiuſque earum ſunt æquales quatuor rectis,ſequitur eas eſſe rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati,ipſæ ſunt quadratę. Igitur inſcriptum corpus manifeſtum eſſe cubum,ſicut intendimus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

5 PYramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum, aſsignato corpori octo baſium triangularium quoq; atq; ęquilaterarum inſcribere.

CAMPANVS. Aſsignato corpori octo baſium inſcribe,ſecundum præcepta præmiſſæ cubum,cuboq; inſcripto inſcribe(ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cùm igitur huius pyramidis anguli ſint etiam anguli cubi,quemadmodum ex demonſtrationẽ primæ manifeſtum eſt: cũcti autem anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſsignati octohedri:erũt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſium, cui eam iubemur inſcribere:quare ex diffinitione manifeſtum eſt,nos feciſſe quod quęritur.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 6.*

6 INtra datum corpus uiginti baſium & æqualiũ laterum, corpus duodecim baſium pentagonaliũ æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti baſium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi,qua conuenit arte,hoc fieri,ſatis euidens eſt. Eo igitur ut ibi docetur compoſito,ut ſibi

corpus duodecim baſium pentagonarum atqoe æquilaterarum includere delectat, hac oia procedendum eſt. Manifeſtum eſt enim uiginti trianguloa, ſexaginta ſuperficiales angulos habere, & quia ad conſtitutionem oniuſcuiuſque ſolidi angoli corporis icoſedri quinque ſuperficiales conueniunt, ſicut ex demonſtratione decimaſexta tredecimi colligitur, coſtat illud corpus duodecim ſolidia angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmiſſa, centris cunctorum triangulorum totum icoſedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiuſque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos conſtitui duodecim angulis ſolidis dati icoſedri oppoſitoa: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmiſſa feciſti, de baſibua cubi, æquilateroa eſſe probabis. Neceſſe eſt enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latua habentium, centra eodem ſpatio diſtent: reſtat ergo, ut eos etiam æquianguloa eſſe ſyllogizes. Manifeſtum eſt autem ex ratiocinatione decimaſexta tredecimi, datum corpus uiginti baſium ab eadem ſphæra, cuius diameter eſt, tanquam diameter huiua corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppoſitos continuat, eſſe circunſcriptibile. Si igitur hæc diameter per medium ſecetur, punctus ſectionis erit centrum ſphæræ circunſcribentis. Ab eo itaque ad ſuperficiea cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo ſingulis pẽtagonis obuiauerint, ad ſingulos eorum angulos rectaa lineas dirigito, deinde centrum ſphæræ cum ſingulis angulis ipſorum pentagoonrum continuato. Age ergo, eos proba eſſe æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumſcribentea trigonos icoſedri ſunt æquales, erunt omnes perpendiculares à cẽtro ſphæræ ad ipſos uenientes & in eorum centra cadentes æqualea: omnes ergo lineę à centro ſphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, ſunt æqualea: nam anguli pentagonorum ſunt centra circulorum trigonoa ipſos icoſedri circumſcribentium ex hypotheſi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationia genere, quo ſuperioa in decimoquarto ſyllogizauimus, ſectorem prouenientem in ſuperficie ſphæræ, cùm aliqua plana ſuperficies ſphæram ſecat non ſuper centrum eius, eſſe circumferentiam continentem circulum, neceſſe eſt quinque lineas uenientes à concurſu perpendicularis ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuſcunque pentagoni, eſſe adinuicem æquales, itaque omnibus duodecim pentagonis eſt circulus circunſcriptibilis. Cùm igitur ipſi ſint æquilateri, conuincitur eoa eſſe etiam æquiangulos: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*

INtra datum corpus duodecim baſium pẽtagonarum æquilaterarum atque æquiangularium, corpus uiginti baſium triangularium, atque æquilaterarum fabricare.

CAMPANVS. Qualiter corpoa duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atque ęquiangularium componere oporteat, ex decimaſeptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti baſium triangularium æquilaterarum ſibi conueniat inſcribi, hic addiſce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuſcuiuſque pentagoni centro, cuiuſque pentagoni ſecum in latere communicantia iungatur: ita uidelicet quòd uniuſcuiuſque pentagoni centrum, centris quinq; pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab ijs triginta lineis centra pentagonorum continuantibua contenti, eruntq; ij uiginti trianguli uiginti ſolidis angulis ipſiua dodecedri oppoſiti, amplectentes corpus uiginti baſium triangularium, quas æquilateras eſſe demonſtrabimus, & erunt duodecim ſolidi anguli huius corporis uiginti baſium in centria duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hoa itaque uiginti triangulos æquilateros eſſe ſic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binaa ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos anguloa continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulia à binis & binis perpendicularibus contentis ſubtenduntur, cùm omnes perpendiculares ſiut ęquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod eſt propoſitum.

Perpendiculares autem binas & binas æqoales anguloa continere, & omnes eaa adinuicem eſſe æquales, ſic collige. Ex quinta primi & ~~uigeſimaſeptima~~ eiuſdem, conſtat ſingulas earum diuidere latera pentagonorum ſuper quę cadunt, per ęqualia, eaſq; eſſe adinuicem æquales ductis lineis à centria pentagonorum ad ſingulos angulos eorum. Quare binæ & binæ ſuper idem latua cadentes in eodem ipſius lateris puncto coibunt, eo quòd utraque diuidit illud latua duobus

uigeſima ſexta

duobus pentagonis, à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas uſque ad angulos, quibus commune latus in quo coeunt, oppoſitum per centra pentagonorum producito, & eiſdem angulis duas lineas ſubtendito, quas ex demonſtratione decimaſeptima tredecimi, manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra, cum propoſito dodecedro circunſcriptibili: ideoq; patet eas eſſe æquales, eo quòd omnia latera cubi ſint æqualia, eaſdemq; liquet ex nona undecimi, eſſe æquidiſtantes: propter hoc quòd ambæ æquidiſtant communi lateri, in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipſas eaſdẽ conſtat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per trigeſimamtertiam primi, cunctæ lineæ continuantes puncta, in quibus binę & binæ perpendiculares ſuper has lineas, quas tanquam cubi latera fore diximus, concurrunt, ſunt adinuicem æquales: nam omnes ſunt, tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis & binis perpendicularibus, ſunt ęquales. Quare per quartam eiuſdem, lineæ quoq; continuantes centra pentagonorum ſunt ſibiinuicem ęquales: inſcriptum ergo eſt propoſito dodecedro corpus uiginti baſium triangularium & æqualium laterum, ſicut iuſsi eramus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8.*

SOlido duodecim baſium pentagonarum atque æquilaterarum propoſito, intra ipſum cubum diſtinguere.

CAMPANVS. Cùm dodecedron ſuper cubi latera fabricetur, ut conſtat ex decimaſeptima tredecimi, nimirum eo fabricato ſibi conuenit cubum inſcribi: nam cùm duodecim ſint pentagoni, ſi uniuſcuiuſque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam ſubtenderis, ex ijs duodecim chordis ſex ęquilateras rectangulasq; ſuperficies cubi & corpus amplectentes ſuperficies. Aequilateras quidem eas eſſe, conſtat ex quarta primi: rectangulas autem, eodem argumentationis genere, quo in ſexta huius baſes dodecedri, dato icoſedro inſcripti, demonſtrauimus eſſe æquiangulas, conſtat quidem ex decimaſeptima tredecimi. propoſitum dodecedron ſphęrę eſſe inſcriptibile. Ergo à cẽtro illius ſphęrę, ad omnes has quadrilateras ſuperficies, perpendiculares, ut docet undecima undecimi, protrahe & à puncto concurſus ad ſingulos angulos illarum quadrilaterarum ſuperficierum rectas lineas dirige, ac eoſdem angulos quadrilaterarum ſuperficierum cum centro ſphęræ iunge: eruntq; hæ lineæ centrum ſphæræ cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum continuantes, ſemidiametri ſphęræ, de quarũ quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circunſcriptibiles. ideoq; neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas, quum ſint ęquilaterę. Et quia ex trigeſimaſecunda primi, anguli cuiuſque earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis, ſequitur eas eſſe rectangulas: nihil ergo deeſt inſcripto corpori de ratione cubi.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

9 DAto dodecedro, ſibi demum octohedron includere

CAMPANVS. Compoſito dodecedro, ut in decimaſeptima tertij decimi, ſex latera ſuarum ſuperficierum, ea uidelicet quę cathetos ſuper ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecantes erectos, tanquam eorum coraustę iungunt, per ęqualia diuide, eaſq; bina & bina adinuicem compoſita, continua per tres lineas, quæ ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi, ex quadrageſimaoctaua undecimi, per æqualia ſecabunt: eritq;, ut quæque duæ earum trium ſeinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi, uel (ſi mauis) ex penultima primi: quod oportebat oſtendere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 10.*

10 INtra aſsignatum dodecedron, pyramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

CAMP. Aſsignato dodecedro inſcribe cubum, ex octaua huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi, ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ, erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaq; conſtat quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*

PRopoſito icoſedro, in eodem cubum figurare. 15

CAMPANVS. Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Conſtat autem ex demonſtratione ſextæ, quód omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrum baſium icoſedri, & anguli cubi ſunt in angulis dodecedri: itaq; anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*

ICoſedron datum pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi. 15

CAMPANVS. Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris, cuboq; ex prima pyramidem incluſeris, quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris, hæſitandum non erit. Scire autem oportet, quód cùm ſint quinque regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inſcriptione in hoc 15 libro determinetur, ſi unumquodq; eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile, 20 eorundem inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;, eſſent cætera quatuor inſcriptibilia, ideoq; quater quinq; inſcriptiones, quod eſt 20, neceſſarió prouenirent. At ueró pyramidi ſolùm octohedron conueniens eſt inſcribi. non enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiam dodecedri poſsint extrema ipſius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; ſolius pyramidis & octohedri, & octohedron ſolius pyramidis & cubi, receptioni ſunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icoſedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut ſinguli in eorũ ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſsit complecti, ſolius octohedri nequit eſſe receptaculum: nam octohedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt, lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidũt, ita quód illud glorioſum ſignum ad cuius intuitum conſternantur dæmones. ſub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; baſes, neq; anguli, neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere neq; enim in eó reperies ſex baſes, aut ſex angulos, aut ſex latera, hac diametrali orthogonalique óppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum ſuæ ambitionis denegauit hoſpitium, immó cunctorum receptorium exiſtit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis diſcipuli aſcripſere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quód ſurſum ſub pyramidali figura euolet. At octohedri, aeri: quippe ſicut aer ignem motus paruitate ſequitur: ſic octohedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti ueró baſiom figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipſa baſium pluralitate plus cæteris circuletur in ſphæram, fluentis rei motui magis quàm ſcandentis conuenire uiſa eſt. Cubum ueró figuram quidam dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motum uiolẽtia indiget quàm teſſera? at in elementis quid fixius cõſtantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inſcriptionibus, tres quas pyramis non ſuſtinet, binasq; à quibus natura cubi & octohedri aliena eſt, rurſusq; unam cui repugnat icoſedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inſcriptiones, pyramidis quidem, ſola, cubi ueró octohedriq; binæ, icoſedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) ſufficienter aliàs diſputatum eſt.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*

FAbricato quouis quinq; regularium corporũ, ſibi ſphæram inſcribere. 15

CAMP. Ex 13 libro itaq; manifeſtum eſt, unumquodq; quinq; horum corporum eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nunc itaq; cõſtabit uiceuerſa ſphæram unicuiq; ipſorum eſſe inſcriptibilem. A` circunſcribentis enim ſphæræ centro ad baſes uniuerſas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum baſes ipſas circũſcribentium cadere, neceſſe eſt. Cumq; omnes circuli eas circunſcribentes ſint æquales, eruntq; hæ perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundum quantitatem unius earum circulum ſuper centrum circunſcribentis ſphæræ deſcripſeris, eiusq; ſemicirculum quouſq; ad locum unde moueri cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipſum per extremitates cunctarum perpendicularium, neceſſe eſt tranſire, cõuinces ex correlarió 15 tertij, ſphæram iſtius ſemicirculi motu deſcriptam uniuerſas baſes aſsignati corporis in concurſibus perpendicularium contingere. Non enim plus poteſt ſphæra de baſibus corporis contingere, quàm circũductus ſemicirculus (dum mouebatur) cõtingit. Quare aſsignato corpori conſtat nos ſphæram: quemadmodum propoſitũ erat, inſcripſiſſe.

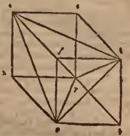
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex Hypſiclis Alexandrini, Græci philoſophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimuſquintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1.

1 IN dato cubo pyramida deſcribere. Camp. 1.

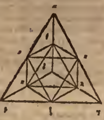
HYPSICLES ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inſcribere: connectantur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifeſtum iam, quòd ipſa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triangula æquilatera ſunt: quadratorum enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur eſt ipſa α ε γ θ, & deſcribitur in dato cubo: quod facere oportebat.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

2 In data pyramide octaedrũ deſcribere. Camp. 2.

HYPS. ex Zãb. Eſto data pyramis α β γ δ, ſeceturq́; bifariam ipſis ε ζ η θ κ λ ſignis, & connectantur ipſæ θ κ, θ λ, ε ζ, ζ κ, & reliquæ. Et quoniã κ β dupla eſt utriuſq; ipſarum θ κ, κ ζ, æqualis igitur eſt θ κ ipſi ζ κ & parallelus, ſimiliter & θ κ ipſi ζ κ eſt æqualis et parallelus: æquilaterum igitur eſt θ κ ζ κ. Dico quòd et rectangulum. Si enim ab ipſa κ λ perpendiculares agantur ad plana ε ζ β κ, ε ζ κ γ, ε ζ κ θ, θ κ ζ κ, ſimiliter oſtendemus quæ in ipſum θ κ ζ ε, quadrati æquilatera: quod facere oportebat.

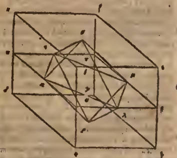


Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 In dato cubo octahedrum deſcribere. Camp. 3.

ἐγγραφομένων ſtantium.

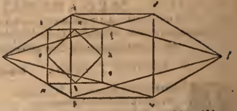
HYPS. ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ θ, & capiantur centra ε inſidentium quadratorum κ λ μ ν. Dico q; κ λ μ ν quadratũ eſt. Excitentur per ipſa κ λ paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniã igitur dupla eſt π ο ipſius ο κ, & ξ ο ipſius ο λ, id propterea quod ex ο κ: igitur et eſt æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ ipſi ο λ eſt æqualis. Quod igitur ex κ λ duplum eſt eius quod ex ο λ. Ac per hoc & quod ex μ λ, duplũ eſt eius quod ex λ ξ: quod igitur ex κ λ, æquũ eſt ei quod ex μ λ: æquilaterũ igitur eſt κ λ μ ν, manifeſtum eſt q; et rectangulũ. Aſſumantur ipſi β δ θ ε bina quadrata, & centra ρ σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quòd triangula efficientia octahedrum æquilatera ſunt, eadem nanq; oſtendemus ratione.



Eucl. ex Zãb. Problema 4. Prop. 4.

4 In dato octahedro, cubum deſcribere. Camp. 4.

HYPS. ex Zãb. Capiantur (per primam tertij) eorum qui circũ α β γ, κ γ δ, α β ε, κ δ ε triangula, circulorum centra κ θ, κ λ, & connectantur κ θ, κ κ, κ λ, λ θ. Dico q; κ θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa κ θ κ λ ipſis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterum eſt α β γ triangulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circum α β γ triangulum circuli, biſariam diſpeſcit eum, qui ad α ipſius α β γ trianguli: æqualis igitur eſt & ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ, ipſi κ ο: & ε κ, ipſi κ π eſt æqualis, Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi



μα & μο, ipſi ο ξ eſt æqualis: æqualis igitur & γ θ ipſi μ κ, & θ μ ipſi κ ο, & μ κ ipſi ε α, qui autem ſub θ μ κ & κ κ ο recti, ex quo manifeſtũ eſt, q. κ θ æqualis eſt ipſi κ κ. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniam igitur κ θ κ λ parallelogrammũ eſt, in uno eſt plano. Et quoniã dimidiũ eſt uterq; ipſorũ qui ſub μ κ θ, ο κ κ, recti: reliquus igitur qui ſub θ ο κ rectus eſt. Similiter et reliqui. Quadratũ igitur eſt κ θ κ λ, poſsibile aũt eſt quæ in principio aſſũpta κ θ κ λ, cẽtra & parallelos cõficiẽtia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipſas κ θ, θ λ, λ κ, κ κ, et dicere ipſũ κ θ κ λ quadratũ. Si uerò aſſumamus et reliquorũ triãgulorũ cẽtra, cõnectamusq; eadẽ, oſtẽdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubũ deſcriptũ, quod agendũ fuerat. Eucl. ex Zãb. Theor. 5. Prop. 5.

Camp. 6. In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere.

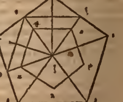
HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquãgulum ipſius icoſahedri α β γ δ ε, et centra circulorũ qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, ζ γ δ, δ ζ ε, triãgula, ſintq; κ θ κ λ μ, cõnectãturq; κ θ, θ κ, κ λ, λ κ, μ κ. Et rurſus cõnexæ ζ ο, ζ θ, ζ κ, extẽdãtur in ξ ν ο bifariã, nẽpe ipſæ ε α, α β, β γ, ſecabũtur in ipſis ξ ν ο ſignis. Et ſicut ν ξ ad ν ο, ſic κ θ ad θ κ, æqualis igitur eſt θ ν, ipſi κ ο. Similiter iã et reliqua ipſius κ θ κ λ μ pentagoni latera, æqualia demõſtrabũtur. Dico q. et æquiangula. Quoniã enim duæ ν ξ, ν ο ad binas κ θ, θ κ, æquos cõprehendunt angulos, & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo ζ ad ipſius α β γ δ ε pentagoni planũ perpẽdicularis acta quæ cadit in cẽtrũ eius qui circũ pẽtagonũ circuli. Si uerò ab ipſo ν in ſignũ in quod cõcurrit quæ ex ζ perpẽdicularis cõnectamus, ac per θ parallelũ agimus ad eã, manifeſtũ quod cõcurrit ei quæ ex ζ perpendiculari, et quæ ab ipſo θ parallelus rectũ cõprehendit angulũ, unà cũ ea quæ ex ζ perpẽdiculari. Rurſus ſi cõnectamus ab ipſis ζ κ in cẽtrũ eius qui circũ α β γ δ ε pẽtagonũ circuli, et in ſignũ in quod cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex κ cõnexa recta, quo cũ eadẽ cõprehẽdet. Ex quo manifeſtũ eſt q. quinquangulũ κ θ κ λ μ in uno eſt plano. Nos uerò ſcire oportet, q. ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahedrũ, ſic dicemus: Manifeſtũ q. icoſahedrum ſub 20 triãgulis cõprehẽditur. & q. unumquodq; triãgulum tribus rectis lineis cõſtat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triãgula in ipſa trianguli latera, fiunt 60. quorũ medietas ſunt 30. Similiterq; & in dodecahedro. Rurſus quoniã 12 quinquangula dodecahedrũ cõficiunt, et unũquodq; quinquangulũ quinq; cõtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rurſus eorum medietas ſunt 30. Cur autẽ dimidium efficimus? Quia quodlibet latus etiã ſi fuerit triãgulũ ſiue quinquãgulũ ſiue quadratũ ut in cubo, * ex ſecundo capitur. Itidẽ eadẽ diſciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadẽ efficiẽs latera cõperies. Si uerò uelis rurſus uniuſcuiuſq; figurarũ angulorũ numerum inuenire, rurſus eadẽ efficiẽs diuide per plana cõprehẽdentia unũ angulũ ſolidi. * Et quoniã icoſahedri angulũ quinq; triãgula cõprehendunt, diuide per quinq;, fiunt 12 icoſahedri anguli. In dodecahedro, tria pẽtagona angulũ cõprehẽdunt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecahedri angulos. Similiter autẽ & in reliquis angulos inuenies. Quæſitum eſt quomodo ab unaquaq; quinq; ſolidarum figurarũ uno plano cõprehẽdentiũ quomodocunq; dato, inuenitur et inclinatio, in quã adinuicẽ inclinãtur cõprehendentia plana unãquãq; figurarũ. Inuẽtio aũt (ſicut Iſidorus noſter magnus magiſter enarrabat) hunc habet modũ. Quod quidẽ in cubo per rectũ angulũ diſpeſcũt ipſi cõprehẽdentia plana adinuicẽ, manifeſtum. In pyramide uerò expoſito uno triãgulo, cẽtris terminis unius lateris, ſpacia uerò à uertice in baſin perpendiculari acta, ambitiones deſcriptæ inuicẽ ſe ſecent, & ab ipſa ſectione ad cẽtra cõnexæ rectæ lineæ cõprehendent inclinationẽ planorũ pyramidem comprehendẽtium. In octahedro uerò à latere trianguli deſcripto quadrato, cẽtris terminus diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, deſcribantur circumferentiæ, & rurſus à communi ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent deſinentem in binas rectas quæſitæ inclinationis. In icoſahedro porrò, à latere trianguli deſcripto pentagono connectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea, & centris terminis eiſdem, interuallo autẽ ipſius trianguli perpendiculari deſcriptis circũferentijs, quæ ex communi ſectione

παρὰ ἄλληλο, id eſt, paralleli.

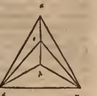
ἐκ λοιπῶν, id eſt, repetitus.

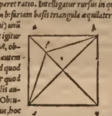
δηλ., ut.

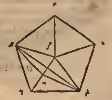
περιέχεσαι τὴν λείπουσαν εἰς δύο ὀρθὰς, id eſt, comprehendẽt eũ quo quæſita inclinatio à duob. rectis deficit.



ctione ad centra connexæ, cõprehendent deſinentẽ ſimiliter in binas rectas inclinationis icoſahedri plano rum. In dodecahedro uerò expoſito uno quinquangulo, connexa ſimiliter ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea, cẽtris terminis eiuſdem, interuallo autẽ acta perpẽdiculari à biſaria ſectione ipſius in parallelum ei latus pentagoni, deſcribantur circumferentiæ & quæ à ſigno in quod inuicẽ concurrunt ad centra connexæ, ſimiliter cõprehẽdunt κ deſinentẽ in binas rectas inclinationis planorũ dodecahedri. Sic quidẽ cla riſſimus ille uir de prædictis diſſeruit, clarã putans in quouis demonſtrationẽ. Sed ut manifeſta fiat illorum demonſtratio, uiſum eſt uerba ipſius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis ſub quatuor æquilateris triangulis comprehenſa α β γ δ, baſi α β γ, faſtigio uerò δ, & ſecto ipſo α δ latere (per 10 primi) biſariàm in ε, connectatur β ε, ε γ. Et quoniam α δ β, α δ γ, triangula æquilatera ſunt, & α δ biſariam ſecatur, ipſæ igitur α ε, ε γ, perpẽdiculares ſunt in ipſam α δ. Dico quòd angulus qui ſub β ε γ, eſt acutus. Quoniã enim dupla eſt α γ ipſius α ε, quadruplũ eſt quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ eſt eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorũ quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationẽ habet quam 4 ad 3, & eſt æqualis γ ε ipſi ε β: quod igitur ex β γ, minus eſt eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur eſt qui ſub β ε γ. Quoniã igitur binorũ planorũ α β δ, α δ γ, communis ſectio eſt α δ, & cõmuni ſectioni ad angulos rectos ſunt rectæ lineæ in utroq; ipſorũ planorũ actæ β ε, ε γ, & acutũ angulum cõprehendunt: angulus igitur qui ſub β ε γ inclinatio eſt planorum, et eſt datus, data enim β γ latus exiſtens trianguli, & utraq; ipſarum β ε, ε γ, perpẽdicularis, ſubſiſtẽs æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc eſt terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari deſcripti κ ambitus, ſeſe inuicẽ in λ ſigno diſpeſcunt. Et quæ ab ipſo in ipſa β γ connexæ rectæ lineæ, cõprehendunt planorũ inclinationẽ: id autẽ erat dictum. Et quod cẽtris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, deſcripti circuli adinuicem ſe ſecent, perſpicuum eſt, utraq; enim ipſarum β ε, ε γ, maior eſt dimidia ipſius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipſius β γ deſcripti circuli, ſeſe inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; ſe tangunt, neq; diſpeſcũt: ſi uerò maior, omnino ſecant: & ſic in pyramide hæc conſequens apertè apparet ratio. Intelligatur rurſus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipſam cõprehendentia κ biſariam baſis triangula æquilatera, erit autẽ α β γ δ ε pyramis dimidiũ octohedri, ſecetur (per 10 primi) unũ latus unius trianguli α ε biſariam in ζ, & connectãtur β ζ, δ ζ, æquales igitur ſunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quòd angulus qui ſub β ζ δ, obtuſus eſt, connectatur enim β δ. Et quoniã quadratũ eſt α γ, dimetiẽs autem β δ, quod ex β δ, duplum eſt eius quod ex δ α. Quod aũt ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (ſicut in præcedenti dictum eſt) quã 4 ad 3, & quod ex δ β igitur ad id quod δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem eſt δ ζ, ipſi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius eſt. Obtuſus igitur eſt qui ſub β ζ δ. Et quoniam binis planis ſeinuicem ſecantibus, hoc eſt α β ε, α δ ε, communis ſectio eſt α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipſorũ planorũ actæ ſunt, ipſæ autem β ζ, δ ζ, obtuſum cõprehendentes, qui igitur ſub β ζ δ, angulus κ deſinit in binas rectas inclinationes ipſorũ α β ε, α δ ε planorũ. Si datus fuerit igitur qui ſub β ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniã igitur datur triangulũ octahedri & unũ latus octahedri eſt α δ, & ab ipſa quadratum deſcribitur α γ, dataq; β δ, dimetiens exiſtens ipſius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipſius trianguli perpẽdiculares. Quare & qui ſub β ζ δ angulus datur. Deſcripto igitur quadrato ex latere trianguli ſicut α γ, & connexa diametro ſicut β δ, ſi centris β δ, interuallo autem trianguli perpendiculari circulos deſcribamus, ſeinuicem in ζ diſpeſcent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehẽdunt inclinationem eam quæ ſub β ζ δ, κ quæ deſinit in binas rectas (ſicut dictum eſt) ipſorũ planorũ inclinationis. Et hic perſpicuũ eſt quidẽ ſicut utraq; ipſarum β ζ, ζ δ, eſt dimidia ipſius β δ maior, ac per hoc in organica cõſtructione circulos ſeſe inuicẽ diſpeſcere neceſſe eſt. Et ex demõſtratione manifeſtum ſit ſicut β δ ad δ ζ. potentia rationem habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipſius β δ potentia quadrupla eſt, & proinde maior eſt utraq; ipſarum β ζ, ζ δ, dimidia ipſius β δ, & hæc quidem de octahedro. In icoſahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticẽ habens ζ, ut triangula ipſam comprehendentia æquilatera ſint, erit iam ipſa α β γ δ ε pyramis pars icoſahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ







ut ſuprà.

Δίχα τὰς ἕδρας, præter baſim.

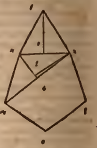
Eſt quo de ... à duobus ... inclinatio.

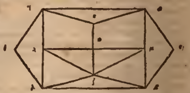
ut ſuprà.

*biſariã in κ, & connectantur β κ, κ δ, æquales exiſtentes & perpendiculares factæ in ipſum ζ γ. Dico quòd qui ſub β κ δ angulus obtuſus eſt, & ibidem manifeſtum eſt, nam connexa recta linea β δ, obtuſum quidem explicat eum qui ſub β γ δ ipſius pentagoni angulum, hoc autem maior qui ſub β κ δ, ipſæ namque β κ, κ δ, ipſis β γ, γ δ, ſunt minores: ſimiliter tam ut in præcedenti, quod qui ſub β κ δ angulus * deſinit in binas inclinationes ipſorum β ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipſius icoſahedri planorum. A latere nanq; trianguli icoſahedri deſcripto quinquangulo connexa ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni, ſicut in ipſa deſcriptione β δ data, ſimiliter autem & ipſis β κ, κ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui ſub β κ δ. Si enim centris limitibus eius quæ ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni, ſicut β δ, interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari circuli deſcribantur, ſecabunt ſe inuicem ſicut in κ, & quæ ex κ ad ipſa β δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent deſinentem ſub binis rectis ipſorum planorum inclinationis, & hic quidem ex deſcriptione manifeſtum eſt, quòd utraque ipſarum β κ, κ δ maior eſt dimidia ipſius β δ.*

* ὑποτείνει ſubtendit.

Inſtrumentali quoq; fabrica eſt oſtendere. Intelligatur ſeparatim æquilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipſo autem κ λ quinquangulum deſcribatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipſius θ κ λ trianguli, θ ο. Dico quòd ipſa θ ο maior eſt dimidia ipſius μ λ ſubtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipſo κ in ipſam μ λ, perpẽdiculari ipſa κ π quoniam qui ſub κ λ π maior eſt tertio recti, hoc eſt eo qui ſub κ θ ο, conſtituatur ei qui ſub κ θ ο æquus qui ſub π χ ρ, ipſa igitur π χ, perpendicularis eſt æquilateri trianguli cuius eſt latus ρ λ, quare quod eſt ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem eſt κ λ, ipſa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ π, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex θ ο, quàm 4 ad 3. Ipſa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationem habet quàm ad θ ο, maior igitur eſt θ ο ipſa λ π. In dodecahedro ſic intelligatur unum quadratũ cubi à quo dodecahedrũ deſcribitur, & ſit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc eſt α ε β ζ η, η δ θ γ ζ. Dico iam & hic datum eſſe, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ζ η biſariam in κ, & ab ipſo κ ipſi ζ η (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & connectatur μ λ. Aio primum quòd qui ſub μ κ λ angulus obtuſus eſt. Oſtenſum autẽ eſt in decimotertio Elementorum uolumine, ſiue ſtatu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimidia eſt lateris pentagoni, quare minor eſt dimidia ipſius μ λ





& id propterea qui ſub μ κ λ angulus obtuſus eſt. Simulq; oſtẽſum eſt in eodem theoremate quòd & quod quidem ex κ λ, æquum eſt ei quod ex dimidio lateris cubi & et quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniam eadem κ λ & κ μ ſunt æquales, & maiores ſunt dimidia ipſius μ λ: dato igitur angulo ſub μ λ κ, deſinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α β γ δ, quadrati ſubſiſtens eſt bina latera pentagoni, daturq; & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipſarum μ κ, κ λ, perpendiculares etenim ſunt à biſaria ſectione α β ſub binis ſubtenſa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ζ κ. Datur igitur qui ſub λ κ μ deſinens (ſicut dictum eſt) in binas rectas quæſitæ inclinationis. Binæ igitur in inſtrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere ſubtenſam ſub binis lateribus quæ æqualis ſit ipſius cubi lateri, & centris limitibus ipſius, interuallo uerò ab ipſa biſaria ſectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, ſicut in deſcriptione κ λ, κ μ, deſcriptæ circunferentiæ, & ab ipſo commiſſuræ circunferentiarum ſigno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes deſinentem in binas rectas inclinationis ipſorum planorum, quod enim ipſa κ λ, perpendicularis maior eſt dimidia ipſius μ λ: dictum eſt, ſicut in Elementis ſimul etiam eſt oſtenſum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO PAVLO PIſano, patritio Veneto, equiti Iurato, grauiſsimoque Senatori, fœlicitatem perpetuam.

LICET Mathematicę diſciplinæ,quę primum certitudinis faſtigium uno omnium philoſophantium iudicio obtinent, Paule Piſane uir grauiſsime,à priſcis illis philoſophãtibus ſemper excultæ fuerint, tamen Aſtrologiam cęteris longè præſtare cenſuerim,& hoc ſanè binis adductus rationibus : nam longè clariora & excellentiora ſunt,quæ ab aſtrologis in cœleſtium globorum cõuerſione,aſtrorumq́ʒ reuolutione,traduntur:hac ſiquidem diſciplina cœleſtia,quæ his inferioribus longè ſunt præſtantiora, homines intuentur,aſtra fixa errantiaq́ʒ pariter,diſtantias,ſolisq́ʒ & lunæ defectus coniectant,quæ Deus opt.max.mira ſapientia conſtruxit. Illud quoqʒ accedit quòd hæc diſciplina reliquas tres in ſeſe continet: nam cum in Aſtrologicis theorematibus ſpectantur circuli,anguli,quadrata,quæ ex cœleſtium globorum conuerſione fiunt, tunc Geometria eſt opus, cùm uerò numeri adhibentur,ut ſupputationes accõmodatius fieri poſſint,tam min'utorũ,quàm ſecundorum & reliquarum particularum (ſicut in magna conſtructione Mathematica Claudius tradit Ptolemæus,quam imperiti Almageſtum,neſcio quo belluoſo nomine appellant) tunc auxiliatur Arithmetica,ſi autem globorum motus alios celeriores,at alios tardiores inuenis, ubi eos ſimul cõparaueris, proportionalibus ſeſe mutuò correſpõdere cõperies, quas Muſica diſciplina oſtẽdit. Pythagoreus nanqʒ Nicomachus in globorũ cœleſtium reuolutionibus Harmoniã ſonosq́ʒ gigni in Muſicis tradit. Cuius diſciplinæ primordia quæ Phęnomena ſunt,hoc eſt apparentia,cum Euclides Megarẽſis clariſsimus mathematicus mira indagatione conſcripſerit,opuſculum illud ĳs,qui Aſtrologiæ diſciplinam ſibi uendicare contendunt,utile & ſcitu iùcundum,cum fortaſſe hiſce diebus ad noſtras manus perueniſſet, ne tanta utilitate ſtudẽtes carerent,illud Latinum fecimus. Quod opus quoniam Latinis hucuſque ignotum extitit,uoluimus ut ſub tuo nomine è Græcia in Italiam migraret,ſeſeq́ʒ Latinis præberet legendum (ut licet ex ſeſe au-

ctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè ſentiunt, qui Eucli- di plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior exiſtimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licet te pater meus, nos'que omnes ſemper excoluerimus, tuaq́ꝫ uetuſtiſsima fuerimus mancipia, hanc obſeruationem noſtram nullam eſſe cenſerem, niſi ea tibi hoc mune re certior fieret. Quod opus ubi abs te comprobatum fuiſſe cogno ſcam, communi utilitati conſulens, conabor ut aliorum præclariſsi- ma mathematicorum opera in lucem ueniant. Tu uerò uale in æter num, noſtriſq́ꝫ uotis da facilem curſum. In ædibus patrijs xij. Kal. Octobris, in XI. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philoſophi Platonici mathematiciq́ꝫ præſtantiſſimi Phænomena, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

QVONIAM *aſtra non errantia ex eodem oriri loco, in eundemq́ꝫ locum occidere ſpectantur, quæq́ꝫ ſimul oriuntur ſimul ſemper oriri, & quæ ſimul occidunt, ſemper ſimul occidere. Ab ortuq́ꝫ in occaſum uergentia eiſdem inuicem interuallis diſtare, ueluti Orionis, ad id quod obtigit à cingulo ad pedes uſq́ꝫ idem ſemper eſt interuallum. Id, inquam, fit in ijs ſolis quæ in gyrum feruntur, quoniam uiſus omnino à circunferentia æquè diſtat, quemadmodum in Opticis oſtenditur. Receptum ſiquidem eſſe oportet aſtra circuloſe ferri, in unoq́ꝫ corpore reuinciri, uiſumq́ꝫ à circunferentijs æquè diſtare: ſpectatur ſiquidem ſtella aliqua inter ſublimes loco, locum ex loco non permutans, ſed in qua eſt regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua aſtra feruntur, ubique æquè diſtare uidetur. Admittendum eſt ſanè circulos omnes parallelos eſſe, & id propterea aſtra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictam ſtellam. Horum autem nonnulla neque orientia neque occidentia ſpectantur, eo quia in ſublimioribus circulis feruntur, quos ſemper apparentes appellant. Hæc ſiquidem ſunt aſtra quæ polum apparentem ſequuntur uſq́ꝫ ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uerò quæ longius abſunt. At quæ in arctico circulo exiſtunt, horizontem radere uidentur. Quæ uerò ad meridiem omnia & oriri & occidere ſpectantur, eo quia eorum circuli non ſunt toti ſuper terram, ſed eorum pars ſupra, at reliqua ſub terra. Eorum uerò ſegmentorum quæ ſupra terram unumquodq́ꝫ quo propius ad ſemper apparentium circulum maximum acceſſerit, magis apparet: eorum uerò quæ ſub terra quo propius ad dictum circulum accedit, minus ſpectatur. Eo quia aſtra in ſegmento orbis, quod ſub terra exiſtunt inuehuntur tempore minimo: quæ uerò in eo quod ſupra terram maiori feruntur. Quæ uerò ab ijs longius abſunt, ſemper ſuprà terram tempus obtinent minus: quæ uerò ſub terra minus, minimum uerò tempus habebunt quæ ſuprà terram feruntur ea quæ in meridiem uergunt: quæ uerò infra terram maius, quæ uerò inter hos medij ſunt æquale tempus habent ei quæ ſub terra eſt parti. Quare orbem huiuſmodi æquinoctialem appellamus. Qui uerò ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtent, æquali tempore, & ſegmentis uiciſſim æqualibus inuehuntur, ſicut quæ ſuprà terram aut in ſeptentrionem uergunt, eis quæ ſuper terram in meridiem tendunt. Quæ uerò ſupra terram in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad ſeptentrionem commeant, utriuſque enim circuli & eius qui ſupra terram, & qui ſub terra in continuum tendit idem tempus. apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui exiſtentes circulos, ſeſeq́ꝫ inuicem in circunuectione diſpeſcentes ſemper hemicyclia ſuper terram habere uidentur. Iam ex his omnibus quæ dicta ſunt mundus ſphæricæ ſpeciei eſſe ſupponitur. Si enim cylindroides aut conoides eſſet. Quæ in obliquis circulis æquinoctialemq́ꝫ bifariam ſecantibus ſtellæ comprehenſæ in ambitu, neutiquam ſemper in æqualibus ſemicirculis prouehi apparerent, ſed quandoq́ꝫ in maiori ſemicirculi ſegmento, & quandoque in minori. Si enim conus aut cylindrus plano ſecetur, non autem ad baſim, ſectio fit oxygoni coni,*

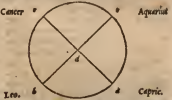
quæ

quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtum igitur quòd huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſſimilia ſegmenta efficiet. Manifeſtum autem quòd & ſi obliquè per medium ſecta fuerit, & ſic diſſimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, his igitur omnibus mundus eſt ſphæricus, æqualiterq́; circa axem uoluitur. Cuius unus quidem eſt polus ſupra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum noſtrum procidens in mũdo circulus finiensq́; ſupra terrã ſpectatum hemiſphæriũ, ſi ſphæra nãq; plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porrò circulus appellatur, qui per ſphæræ polos & rectè ad horizontẽ prouenit. Tropici uerò ſunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit, qui eoſdẽ cum ſphæra polos habent, ſed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt, biſariam enim inuicem ſeſe diſpeſcunt in principio arietis & libræ, ſunt namq; in diametro, & in æquinoctiali exiſtentes, coniugatè oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes 12 ſignorum ſex ſigna, æquinoctialis uerò circuli binos ſemicirculos, quãdoquidem utrunq; principium in æquinoctiali orbe exiſtens in eodem feratur tempore, & quæ ſupra & quæ infra terram eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuum æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipſius ſphæræ circunferentia conſiſtentia ſigna in æquali tempore ſimiles circunferentias circulorum per quos feruntur tranſibunt, ſimiles igitur æquinoctialis circuli circũferentias tranſibunt, eam ſcilicet quæ ſupra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur ſunt æquales, ſemicirculus etenim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum, ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem ſeſe biſariam diſpeſcunt. Si uerò in ſphæra bini circuli ſeſe inuicem biſariam ſecuerint, uterq; ſecantium maximus eſt. Igitur zodiacus orbis, & æquinoctialis maximi ſunt, & horizon quoque maximus eſt, zodiacum etenim & æquinoctialem orbem maximos exiſtentes ſemper biſariam diſpeſcit. Duodecim uerò animalium ſex ſemper ſupra terram, & æquinoctialis circuli ſemper supernè ſemicirculum habent: quæq; in eo ſunt aſtra ſimul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt, alterum ſiquidem ab ortu in occaſum, alterum uerò ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtum eſt quòd æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizonte eſt. Si uerò in ſphæra manens circulus biſariam maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum, & ſecans quoque maximus eſt, horizon igitur maximus eſt.

Theorema 1. *Apparens 1.*

TErra in medio mundo eſt, cẽtriq́ ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b, terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq́; orientales partes e, occiduæ uerò ſint a, ſpecteturq́; per dioptram iacentem ad d, ſignum cancer oriens in e ſigno, ſpectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, ſpectetur per a ſignum & quoniam ſigna a d e per dioptram ſpectantur, recta igitur eſt linea quæ per a d e, eſto a d e, manifeſtum iam eſt quòd a d e dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quãdoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcindit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpectetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidẽs, ſpectetur in e ſigno, & quoniam e d b ſigna per dioptram ſpectantur, recta eſt linea quæ per e d b, ſit e d. Igitur ipſa e d b diametros eſt, & non errantium ſphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d e. Igitur d ſignum centrum eſt, non errantium ſphæræ, eſtq́; ad terram, ſimiliter iam oſtendemus quòd ſi illud ſignum, in terra aſſumatur centrum eſt mundi, terra igitur in medio mundo eſt, centriq́; ordinem ad mundum obtinet.



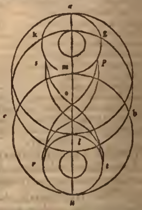
Theorema 2. *Apparens 2.*

IN uno mũdi ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizõtem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis fuerit inter æſtiuum tropicum circulum, ſi uerò in aliquo tropicorũ fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizõtem rectus erit: quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Eſto horizon circulus b e c, & maximus ſemper apparentium circulorum eſto a d, maximus uerò ſemper non apparentium eſto e f, æſtiuus uerò tropicus ſit g h k, hybernus autem tropicus ſit l m n, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat ſicut k l, poli autem ſphæræ ſint x o, ſigna, deſcribaturq́; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno ſphæræ ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minimè quando polus horizontis inter g h k, & a d, fuerit, quod quidem qui per polos ſphæræ ad b e c, horizontem bis eſt rectus oſtēditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in ſphæra bini circuli, a b c, g h k, ſeſe inuicem diſpeſcunt, perq́; polos eorum deſcribitur circulus maximus a b o, æqualis igitur eſt circunferentia k b, ipſi b k, & l p, ipſi p n, eſtq́; æqualis circunferentia g h k, ipſi circunferentiæ l p n, æqualis igitur eſt l p, circunferentia ipſi k h circunferentiæ. In quo igitur tempore k ſignum ab ipſo exordiens k, ipſam k h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l ſignum ambitum l p, percurrens in ipſum ſtabit, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut h b, p c. Nam quoniam in ſphæra bini orbes a g h k, h b p c, ſeſe inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus x h o b. Igitur ipſe x h o q, orbis ueniet & per ipſius h b p c, orbis polos, ad eum'que rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipſum x h o p, orbem rectus eſt. Rurſus quoniam ad circunferentiam ipſi m n, circunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut a b m c. nam quoniam in ſphæra bini orbes a b m c, a b ſeſe inuicem tangunt, perq́; unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus a x o b, rectus igitur eſt a x b o ad a b m c, orbem, quare & a x m c, orbis ad a d b o, orbem rectus eſt. Rurſus quoniam a k circunferentia ipſi l m, circunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tempore a, peruenit ad h, in eodem & m ad l uenit. zodiacusq́; circulus poſitionem habebit ſicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k, ipſamq́; k h, percurrens circunferentiam ad h, peruenit, quod temporis interuallum eſt unius ſphæræ ambitus, ipſe k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos.



Eiſdem expoſitis ſit polus ipſius b e c K, inter ſigna d x. Dico quòd K l, circulus zodiacus ad b e c K, horizōtem neutiquam erit erectus. Si enim orbis K l rectus eſt ad orbem b e c K, ipſum per polos diſpeſcit, trāſietq́; per polum exiſtentem inter d x, ſecabit quoq; ipſum g h K, tropicum quod eſt impoßibile, idq́; propterea K l zodiacus non erit rectus ad b e c K, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m ſigno. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam K m circunferentia, ipſi l n circunferentiæ, eſt æqualis. In quo igitur tempore K ipſam K m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut b K c. Quoniā igitur b m, ipſum n b c, horizōtē per polos ſecat, ipſumq́; bifariā ſecat & ad angulos rectos. Rectus igitur eſt zodiacus circulus ad horizontem. Eſto autem polus horizontis inter tropicos, ſitq́; o ſignū. Dico q. K l circulus ad horizōtē bis erit rectus. deſcribātur per polū o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipſum a g m K, tanget iam & ipſum t n r, & quoniam orbis p o r, ipſum g e K, per polos ſecat bifariam & ad angulos rectos ipſum ſecat, rectus ergo eſt circulus p o r, ad g e K. Idq́; propterea iā orbis s o t, ad g K e, rectus eſt. Et quoniā qui ex K ſemicirculus ſicut ad K l partes cōtactū nō admittit ipſi s ſemicirculo, ſicut ad s t, partes. Similis & K s, circunferen-

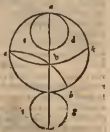


tia

tia ipſi l t circumferentiæ: in quo igitur tempore k in s peruenit, in eodem & l in t, & k l circulus coheret in ipſo s t circulo. at s t circulus ad g c k rectus eſt: & k l igitur ad c k rectus eſt. Rurſus quoniam s m p circumferentia ipſi t n r eſt ſimilis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r ad g c k rectus eſt, & zodiacus circulus rectus eſt ad g c k horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus eſt.

Theorema 3. Apparens 3.

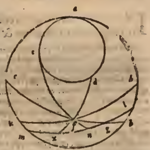
ASTrorum non errantium, ortus occaſusq́ efficientium, unumquodq; iuxta eadem horizontis ſigna oritur & occidit.



Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium eſto circulus a d e, non apparentium uerò maximus eſto b g s, aſſumanturq; ſignum b ortus & occaſus facientiũ. ſintq; orientales partes c, occiduæ uerò ſint k. Dico quòd b ſignũ ſemper iuxta eadẽ horizontis ſigna oritur & occidit euoluta ſphæra. ſit orbis per quem ſignũ b conuertitur, ſitq; k b c, igitur orbis k b c ipſum horizontem ſecat, eſtq; rectus ad ipſius ſphæræ axem. Ipſi autem axi ad angulos rectos exiſtentes circuli, horizontem diſpeſcentes, ortus & occaſus per eadem horizontis ſigna efficiunt. orbis igitur k b c, per c ſignũ oritur, & per k occidit. fertur autem b ſignũ in circumferentia ipſius k b c circuli, & b igitur ſignum per ſignum c oritur, & per k occidit.

Theorema 4. Apparens 4.

ASTrorũ in maximi circuli ambitu exiſtentium, maximumq́ ſemper apparentium non tangentis, neq; ſecantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

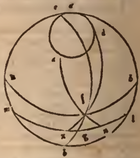


Sit in mundo horizon a b c, maximus autem ſemper apparentium ſit a d c, alius autem maximus orbis eſto c f b, non ſecans circulum a d e, neq; ipſum tangens. Aſſumantur q; in ipſius c f b circuli circumferentia bina contingentia ſigna, ſintq; f g. Dico quòd ipſorum f g ſignorum, quod prius oritur, prius & occidit: & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uerò ſint b, ſintq; paralleli circuli per quos ſigna f g inuehuntur b k, l m, & per f maximus deſcribatur circulus n f e, ipſum a d e circulum tangens, ut tamen non tangat ſemicirculum qui ex e ſicut ad partes c f n, ei qui ex a ſemicirculo ad a e. partes: ſimilis igitur eſt k f circumferentia, ipſi m n circumferentiæ: reliqua igitur f b circumferentia & continua ei ſub terram uſque ad k, ſignum ſimilis eſt ipſi n l circumferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore f n ſigna, ipſas f b, n l, & eis continuas uſque ad k m, ſigna circumferentias pertranſeunt. Ipſa igitur f n ſigna ſimul oriuntur, & g ipſo n prius oritur, & g igitur ipſo f. prius oritur. Dico quòd & prius occidit. deſcribatur per f ſignum maximus circulus x f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut a b d, ſemicirculus ad partes d f x, ipſi a, ſemicirculo ad partes a b, non concurrat. ſimilis igitur eſt f b, circumferentia ipſi x l. In æquali igitur tempore f ſignum, ipſam f b circumferentiam tranſit, & x ſignum ipſam n l circumferentiam. Igitur f ſigno in h ducto, & x, in l, ſtabit. Ipſa igitur f x, ſigna ſimul occidunt: & g, ipſo x, prius occidit, & g ipſo igitur f, prius occidit: ſimiliter iam demonſtrabimus, quòd & prius occidens prius & oritur.

Theorema 5. *Apparens 5.*

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum ſemper apparentium ſecat, exiſtentium, quæ in ſeptentrione ſunt prius oriuntur, poſterius uerò occidunt.

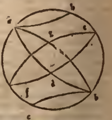
Eſto in mundo horizon a b e, maximus autem ſemper apparentium ſit a d e, alius autem maximus circulus eſto c f b, ipſum a d e, circulum deſpeſcens. Aſſumanturq́; in ipſius c f b, orbis ambitu bina contingentia ſigna, ſitq́; f ſignum ad ſeptentrionem. Dico quòd f ſignum ipſo g prius quidem oritur, poſterius autem occidit. Sint orientales quidem partes e, occiduæ uerò ſint b. ſintq́; circuli paralleli per quos f g, ſigna inuebuntur h k. l m, deſcribaturq́; per f ſignum maximus circulus n f e, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, ſemicirculum ad partes f g, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a c k, partes. Similis ergo eſt f k. circumferentia ipſi u m circumferentiæ. Reliqua igitur h f, circumferentiæ & continua ei ſub terram uſque ad k ſignum ſimilis erit ipſi u l, circumferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore ipſa f n, ſigna ipſas f h, u l, circumferentias & eis continuas uſque ad k m, ſigna percurrent. Igitur ipſa f n, ſigna ſimul oriuntur. Ipſum autem n ipſo f prius oritur, & f ipſo g igitur prius oritur. Dico quòd & poſterius occidit, deſcribatur per x ſignum maximus circulus f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, ſemicirculum ſicut ad partes d f, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a b partes. Similis igitur eſt f b, ambitus ipſi x l, ambitui. In æquali igitur tẽpore f, ipſum f b, ambitum, & x ipſum x l, perficit. Ipſo igitur f in b ſigno exiſtente, & x in l ſtabit, ipſa igitur x f, ſigna ſimul occidunt. Ipſum autem g prius ipſo x occidit. Igitur & g ipſo f prius occidit, quare et x ipſo g poſterius occidit, patuit autem quòd & prius oritur. Igitur ipſum f ipſo g prius oritur, poſterius autem occidit.



Theorema 6. *Apparens 6.*

IN zodiaco circulo aſtra conſiſtentia in diametro cõiugatè oriuntur & occidunt, ſimiliter & qui in æquinoctiali.

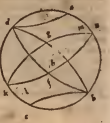
Sit in mundo horizon a b e, zodiacus autem circulus poſitionem habeat a d b, æquinoctialis autem eſto e f d, ſintq́; ipſorum quidem ſegmenta ſuper terram a g b, e g f, in diametro igitur eſt a, ſignum ipſi b ſigno, & e ipſi f. Dico quòd ipſa a b & e f, ſigna coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & ſint paralleli circuli per quos ſigna a b inuehuntur a h, b c, ſitq́; ſegmentum a h ſuper terram, at b c infra terram. Quoniam a ipſi b & e, ipſi f eſt in diametro, æqualis igitur eſt circumferentia e b, ipſi a f, circumferẽtiæ. Sed e b, ipſi f c, eſt æqualis, & a f igitur ipſi f c, eſt æqualis, eſtq́; maximus parallelorum e f d, æquus igitur eſt orbis a h ipſi b c orbi, ſuntq́; ipſorum ſegmenta quæ uiciſsim a h, b c, æqualis igitur eſt a h, circumferentia ipſi b c circumferentiæ, in æquali igitur tempore a ſignum ipſum a h, ambitum tranſiens in h ueniet, & b ipſam b c, circumferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipſam a h. percurrens in h proueniens occidit, at b ipſam b c, currens in c, quod proueniens oritur. Ipſo igitur a occidente, ipſum b oritur, ſimiliter demonſtrabimus quòd & a oriente b occidit. Rurſus quoniam uterque ipſorum e g f, f d e, ſemicirculus eſt, æqualis eſt ambitus f g e, ipſi f d e, ambitui, in æquali igi-



tur

tur tempore f, ſignum ipſum f g e, circumferentiam efficiens in e, ueniet & e ipſum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circumferentiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod proueniens oritur. Ipſo igitur f occidente e, oritur, ſimiliter iam demonſtrabimus quòd f ipſo oriente ipſum e occidit. Similiter autem & omnia in zodiaco & æquinoctiali aſtra conſiſtentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

Aliter ex impoſsibili.



Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit a d, hybernus uerò b c, zodiacus porrò poſitionem habeat ſicut d g b f, ſintq; in d g b f in diametro ſigna f g. Dico quòd ipſo f oriente, ipſum g occidit. Si autem eſt poſsibile, non occidat, ſed eſto h, occidens & per f h, paralleli deſcribantur circuli n h: f k, quare f ſigno oriẽte per k, ipſum h occidet per n, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut m n l k, & quoniam unuſquiſq; ipſorum a b c d, m n, l k, maximus eſt: in diametro igitur eſt k ipſi n, ſed & k ipſi f, eſt idem, & n ipſi h, igitur f, ipſi h, eſt in diametro, ſed & g, quod eſt impoſsibile. Igitur oriente ipſo f, ipſum g occidit.

Theorema 7. Apparens 7.

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locũ inter circulos tropicos oritur & occidit, quando maximus ſemper apparentium maior fuerit circulo tropico, cõuerſionesq; contrarias fecerit trãſmutatus. quãdo enim ortus ad meridiem cum ipſo ad ſeptentrionem occaſu immutatus fuerit, tranſmutatus apparet: quando uerò ortus ſeptentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit.



Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uerò tropicus b c, zodiacus circulus poſitionem habeat d e b, ſitq; d e b, ſegmentum infra terram, at d f b, ſupra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter tropicos oritur & occidit, conuerſionesq; efficit oppoſitò tranſmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad ſeptentrionem immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, & quandoque aliter ſupra nos ſtabit. Sint quidem partes orientales d c, occiduæ uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifeſtum eſt, quandoquidem maximos tangit orbes: fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuerſiones oppoſitæ immutatus efficit, aſſumantur æquales & ex oppoſito circumferentiæ d e, b f. Deſcribanturq; paralleli circuli per quos ſigna e f, inuehantur g e h, k f l. Quoniam circumferentia d e ipſi b f, circumferentiæ eſt æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f, eſt æqualis, ſemicirculus eſt autem d e b, ſemicirculus igitur eſt & e b f: in diametro igitur eſt per præcedentem e ſignum ipſi f ſigno, & quoniam circumferentia e d, ipſi d m, circumferentiæ eſt æqualis, & b f, ipſi b n. Sed d e ipſi b f eſt æqualis, & d m igitur ipſi b n eſt æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n eſt æqualis, ſemicirculus autem eſt d m b, ſemicirculus igitur eſt m b n, igitur per præcedentem in diametro eſt m ſignum ipſi n ſigno, & quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro ſigna exiſtentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur d ſigno oriente per ſignum d ipſum b, quod ei eſt in diametro ſignum occidit, & ipſo igitur e, oriente per b ſignum

f, quod

f. quod ei eſt in diametro occidit per k ſignum, & ipſo n ſigno oriente per l ſignum ipſum m, quod ei eſt in diametro ſignum, per g ſignum occidit, & inſuper ipſo b ſigno per e oriente, ipſum d, quod ei eſt in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, tranſmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad ſeptentrionem, occaſu eo qui ad meridiem permutatus fuerit, immutatus apparet. Oriente ſiquidem d e b ſemicirculo, zodiacus circulus poſitionem habebit a x c. Similiterq́; oſtendemus quòd in diametro eſt ipſum quidem x ſignum ipſi o ſigno & r ipſi p. Et quoniam ſigno c oriente per e, quod in diametro ipſi c, eſt a, ſignum occidit per a. Ipſo autem o, per l ſignum, oriente ipſum x, quod eſt ei in diametro per g ſignum occidit. Ipſo autem p ſigno per b, oriente ipſum r, quod ei eſt in diametro per k occidit Et inſuper ipſo a ſigno, per d oriente, ipſum c, quod ei eſt in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu ſeptentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit, permutatus apparet, patuit autem quòd & quando ortu meridiano occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifeſtum quòd & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in biſaria ſectione ſegmenti, quod ſupra terram tropici æſtiui ad nos erit rectus: quando uerò in biſaria ſectione ſegmenti, quod infra terram æſtiui tropici humilior ad nos erit, ſemperq́; longius factus à biſaria ſectione ſegmenti circuli, quod ſupra terram æſtiui tropici ualde erit proclinatus, ſimiliter autem erit inclinatus æquè diſtans ab utraq; biſaria ſectione.

Theorema 8. **Apparens 8.**

SIgna in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur, & occidũt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc ſequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus quę ab æquinoctiali circulo æquè diſtant.



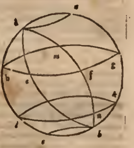
Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d, maximus uerò ſemper apparẽtium ſit q u, et zodiacus porrò circulus poſitionem habeat c b, æquinoctialis circulus ſit e f. Seceturq́; utraq; ipſarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, ſigna. Dico quòd ipſæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, circumferentiæ in æqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipſæ k g, g p, in minoribus autem k n, p t, in minimis uero c n, b t, in æqualib. k g, ipſi g p, & k g, ipſi p t, & n c, ipſi t b. Sunt per quos inuehũtur ipſa n k, p t, ſigna paralleli circuli m x, b l, o r, s y. Quoniã ipſæ g k, k n, n c, ſunt adinuicem æquales: ipſæ igitur f l, l x, x c, adinuicẽ ſunt maiores, incipientes à maxima f l. Idq́; propterea ipſæ quidem e b, b m, m a, inuicem ſunt maiores, incipientes à maxima e b, & inſuper ipſæ quidem f r, r y, y d. ab ipſa f r, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & inſuper ipſæ e o, o s, s b, ab ipſa e o, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & quoniam ipſæ c n, n k k g, g p, p t, t b, oriuntur quidem per c x, x l, l f, f r, r y, y d circumferentias, occidunt autem per a m, m b, b e, e o, o s, s b, quare in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt Et quoniam in ſphæra, paralleli circuli b l, o r, maximi alicuius circuli circumferentias ipſius c b, hoc eſt p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur eſt circulus b l, ipſi o r circulo. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli b l, o r maximi alicuius circuli circumferentias ipſius a b c d, ipſas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis eſt circumferentia l f ipſi f r circumferentiæ. Similiter autem oſtendemus, quòd circumferentia f x ipſi f y, circumferentiæ eſt æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Iam id propterea & c x, ipſi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea ſequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtant.

Theorema

Theorema 9. *Apparens 9.*

SIgnorum circuli ſemicirculi, qui exordiū in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uerò qui cū capricorno: quicunque autem exordium in eodem habuerint parallelo, in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uerò circulus poſitionem habeat, d e b f, ſintq́; orientales partes quidem c d, occiduæ uerò a b & d e b: ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f d ſit, qui poſt capricornum. Dico quòd ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minore qui hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunque uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circumferentiæ d e, b f. Deſcribanturq́; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipſa, e f ſigna. Sintq́; eorū quæ ſupra terram ſegmenta g m h, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quòd in diametro eſt e ſignum ipſi f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circumferentia, ipſa m h circumferētia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m h, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a d, ipſam d a circumferentiam ambit: quam e incipiens ab h, ipſam h m g circumferentiam ambit. Et e ab ipſo h incipiens in maiori tempore ipſam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k, ambit circumferentiam, & n ab ipſo l incipiēs in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circumferentiam. Sed in quo quidem tempore d ſignum ipſam d a, ambit circumferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum, ipſam b c ambit circumferentiam, & ſemicirculus d e b oritur. In quo autē tempore e incipiēs ab ipſo h ipſam h m g ambit circumferentiam in eo f, ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipſo l, ipſam l f k ambit circumferentiam, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g, ipſam g e h ambit, & ſemicirculus n b m oritur. In quo uerò tēpore b incipiēs ab ipſo c, ipſam c b ambit, in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a, ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cancro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uerò eo quod in d e b ipſe e b f, & inſuper ipſe n b m, in minori ipſo e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo huerint æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f, ſemicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m ſignum incipiens ab h, ipſam h m g, ambit circumferentiam, & e incipiens ab h, ipſam h m g ambit circumferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab h ipſam h m g ambit, in eodem quod ei eſt in diametro n incipiens a k, ipſam k n l ambit circumferentiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno, ipſam h m g ambit circumferentiam, in eodem quod ei eſt, in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n l, ambit circumferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur.

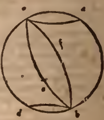


Theorema 10. *Apparens 10.*

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi communem quandam habentes circūferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circumferentiæ inæquali tēpore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tempore,

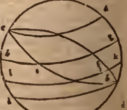
tempore, in quibus ſemicirculi & circumferentia quæ ex oppoſito oriuntur,& ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi ęquali tempore communem quandam habentes circumferentiam orti fuerint,& quæ ex oppoſito circumferentiæ ęqualibus temporibus orientur.



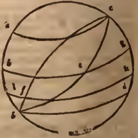
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a c, hybernus autem ſit b d, zodiacus porrò ſit b c. Aſſumanturq; æquales circumferētiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tēpore oriūtur. Dico quòd & ipſæ c e, b f, circumferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circumferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circūferentia eadem, ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tempore oritur, & manifeſtum quòd eodem ſunt differentiæ tempore, in quibus ipſi c e b, e b f, ſemirculi oriuntur, & quæ ex oppoſito circumferentiæ c e b, b f. Manifeſtum autem quòd ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circumferentiæ æquali tempore orientur.

Theorema 11. Apparens 11.

ZOdiaci circuli ęqualium & ex oppoſito circumferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.



Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æſtiuus ſit a e, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumāturq; in ipſo æquales circumferentiæ ex oppoſito c e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g h k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e, ipſa e h, ambiens circumferentiam uenit in h, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipſam e h ambiens ad h uenit, circūferentia e c, oritur: quando uerò f ipſam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circūferentia. In quo igitur tempore c e, circūferentia oritur in eodem f b, circumferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipſa c e. Immutetur enim in b a, ca ſu zodiacus circulus, habeatq; poſitionem ſicut c e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipſa c e occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriente, ipſum e occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circumferentiam ad l uenit. In eodē & e ipſam e g, circumferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipſam f l, circumferentiam ambiens peruenit ad l, ipſa b f oritur. Quando uerò e ipſam e g ambiens ad g uenit, ipſa c e occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



Theorema 12. Apparens 12.

SEmicirculi qui cum cancro æquales circumferentiæ inæqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ ſunt ad tropicorum

corum contactus, in minori autem quæ has ſubſequuntur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, æqualibus porrò qui æqualiter diſtant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Eſto horizon circulus a b c d, maxima autem ſemper apparentium ſit c f, tropicus uerò æſtiuus ſit a b, hybernus ſit c d, ſit porrò cum cancro ſemicirculus qui ſuper terram b d, æquinoctialis circulus ſit b g. Seceturq́; utraque ipſarum b x, d x, in tria æqualia per ſigna k l, m n. Dico quòd ipſæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipſæ b k, n d, in minoribus ipſæ k l, m n, in minimis uerò ipſæ l x, x m, in æqualibus porrò ipſa quidem l x, ipſi x m, ipſa k l, ipſi m n, & b k ipſi n d. Sint per quos inuehuntur ipſa k l, m n, ſigna paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Deſcribantur per k l, maximi orbes ψ a, ω b ipſum tangentes circulum c f. Quoniam ipſæ b k, k l, l x, adinuicem ſunt æquales, ipſæ igitur g a, a b, b x, ſunt adinuicem maiores incipientes ab ipſa g a maxima. Quoniam igitur g a ipſa a b maior eſt, ſed g a ipſi o k eſt ſimilis, & a b ipſi u l & o k, igitur ipſa u l maior eſt uel ei ſimilis. Ipſa autem l r maior fuerit uel ſimilis o k. Sit ipſi o k ſimilis l c. In quo igitur tempore k, ſignum incipiens ab ipſo k, ipſam k o, ambiens circunferentiam ad ipſum uſque peruenit o. In eodem & l, incipiens ab ipſo l,

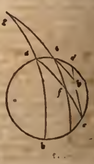


ipſam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipſi l c ſimilis eſt, ſed o k ipſi r u eſt ſimilis, & r u igitur ipſi l c eſt ſimilis, ſintq́; eiuſdem circuli. Aequalis igitur eſt r u ipſi c l, communis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipſi u l eſt æqualis, & o k ipſa u l eſt maior aut ei ſimilis, & o k igitur ipſa r c maior eſt aut ſimilis ei, in pluri ergo tempore k ipſam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm c, incipiens a c ipſam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipſam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipſa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipſam c r ambiens circunferentiam, peruenit ad r, occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rurſus quoniam minor eſt a b ipſa b x, ſed a b ipſi u l eſt ſimilis, & ipſa igitur u l ipſa b x, maior eſt uel ei ſimilis, multo igitur maior eſt r l ipſa b x, uel ei ſimilis. Ipſa autem g x minor, uel ei ſimilis, ſit ipſi r l ſimilis x e. In quo igitur tempore x ipſam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipſam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipſi e x ſimilis eſt, ſed r l ipſi g b eſt ſimilis, & g b igitur ipſi e x eſt ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli, æqualis igitur eſt g b ipſi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x eſt æqualis. Et quoniam u l ipſa b x, maior eſt aut ſimilis ei, æqualis autem eſt ipſa quidem u l ipſi r c, & b x ipſi g e, & r c igitur ipſa g e, maior eſt aut ei ſimilis. In maiori igitur tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipſam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipſam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipſa c o circunferentia occidit, hoc eſt ipſa k l circunferentia occidit. In quo igitur tempore e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipſa e r, hoc eſt l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rurſus quoniam t m ipſa n x, maior eſt aut ei ſimilis ſit ipſi g x, ſimilis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipſo x ipſam x g, ambiens circunferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipſam m x, ambiens circunferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut x g h. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiuſdem circuli ambitus ipſius b d, ipſos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorum orbem g h, æquus eſt r s ipſi t y. Quoniam igitur in ſphæra æqualis & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiuſdã circuli ambitus a b c d, ad

maximum parallelorum g b auferunt, æqualis eſt t g ipſi g r, eſt autem & x n ipſi g b æqualis. Quoniam l x ipſi x m eſt æqualis: æqualis igitur eſt & quæ ab b m r ei quæ ab t m ſ. Eſtq; orbis r s ipſi t y orbi æqualis, æqualis igitur eſt circunferentia b r ipſi t ſ circunferentiæ. Sed ipſa quidem b r ipſi g e ambitui eſt ſimilis, & ipſa g e igitur ipſi t ſ eſt ſimilis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipſo e ipſam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & ſ. ipſam ſ t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc eſt l x circunferentia. In quo autem tempore ſ ad t peruenit, occidit ſ g ambitus, hoc eſt x m. Igitur l x ambitus ipſi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam oſtendemus quòd & K x ipſi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipſi x m in æquali tempore occidit. Reliqua igitur K l ipſi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam oſtendemus quòd & b K ipſi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b K occidit quàm K l, & K l quàm l x. Sed in quo tempore b K occidit, in eodem & d n. In quo igitur tempore K l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipſa quidem d n, igitur ipſa n m in maiori occidit tempore, & n m ipſa m x. Dico quòd & ipſa l x ipſa x m, in æquali tempore oritur, & K l ipſa m n, & b K ipſa n d, inſpiciunturq; ea quæ in ſecunda deſcriptione dicta ſunt, ſitq; cum cancro ſemicirculus qui ſub a e, diuidaturq; utraque ipſarum a g, g e, in tria æqualia per b K l m, ſigna parallelis autem circulis ſint n x, o p, s r, t y, quoniam ſ g ipſa K p, maior eſt uel ei ſimilis. Sit ipſi K p ſimilis g q. In quo igitur tempore K, incipiens ab ipſo K ipſam K p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipſo g, ambiens ipſam g q circunferentiam, erit in q. Et zodiacus circulus poſitionem habebit, ſicut q p z. Rurſus quoniam l s ipſa g ſ, maior eſt aut ei ſimilis. Sit ipſi g ſ ſimilis l u. In quo igitur tempore g ipſam g ſ, ambiens peruenit ad ſ, in eodem & l ipſam l u ambiens peruenit ad ſ. In eodem & l ipſam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus poſitionem habebit, ſicut u ſ ω. Et quoniã in ſphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiuſdam orbis circunferentias ipſius, ac ipſas l n, g K æquas auferunt ad



maximum parallelorum e ſ, æqualis eſt o p ipſi r s. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiuſdam orbis circunferentias ipſius a b c d, auferunt ipſas s ſ, ſ p, ad maximum parallelorum e ſ, æqualis eſt s ſ ipſi ſ p, eſt autem & u ſ ipſi ſ ω æqualis, æqualis igitur eſt & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, eſtq; orbis o p ipſi r s orbi æqualis, æqualis igitur eſt ipſa p ω ipſi u s circunferentiæ. Quoniam autem ſemicirculus z, non coincidit ſicut ad partes z p ipſi ω ſemicirculo, ſicut ad partes u ſ, ſimilis eſt circunferentia p ω ipſi q ſ circunferentiæ. Sed p ω ipſi u s, eſt æqualis ipſis circulis æqualibus exiſtentibus. Similis eſt & q ſ, ipſi igitur u s. In quo igitur tempore q ipſam q ſ, ambiens circunferentiam ad ſ, peruenit in eodem, & u ipſam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad ſ peruenit, oritur p q circunferentia, hoc eſt K g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u ſ circunferentia, hoc eſt l g & K g, igitur ipſi l g, in æquali tempore oritur, & a b ipſi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur ſemicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt: & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ ſubſequuntur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur.

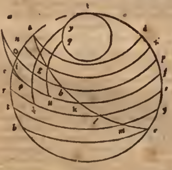


ALITER idem. *Eadem manente deſcriptione. Dico quòd*

quòd ipſa a b ipſi a c, in æquali occidit tempore. nam quoniam c d ipſa b e maior eſt, uel ei ſimilis ponatur ipſi b e, ſimilis c f, & zodiacus circulus poſitionem habeat f e g. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b c, æqualis eſt circulus a b ipſi c d circulo, æqualis igitur eſt a e ipſi e d, eſt autem & f e ipſi e g æqualis. Et quoniam c b ipſi b a eſt æqualis, eſt autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur eſt & a g, circunferentia ipſi d f circunferentiæ. Sed ipſa a g ipſi e b eſt ſimilis, & e b igitur ipſi d f eſt ſimilis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipſo b, ipſam b e ambiens circunferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiens ab f, ipſamq́; f d ambiens ciucunferentiam, peruenit ad d. Sed quando ipſum b ad e peruenit, occidit b a: quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc eſt c b. Igitur ipſa a b ipſi c b in æquali occidit tempore.

Aliter xij. eadem & manifeſtior.

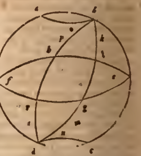
Semicirculi qui cum cancro æquales cicunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ ſubſequũtur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a d, hybernus autem tropicus ſit b e, zodiaci porrò ſemicirculus qui cum cãcro ſit ſupra terram a c, ſintq́; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem ſit e f. Seceturq́; a c ſemicirculus in ea quæ in ipſo ſigna per g h k l m, ſigna, deſcribanturq́; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehuntur ipſa g h l m ſigna. Dico quòd in pluri tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g h, l m, in minimo porrò ipſæ h k, l k, in æquali autem quæ ab æquinoctiali æquè diſtant. Sit maximus ſemper apparentiũ t y q. Deſcribãturq́; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipſum orbem t y q tangentes, ut non coincidant ſemicirculi qui ab ipſis y q, ſicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a ſemicirculo, ſicut ad partes t a. Similis igitur eſt g n, circunferentia utriq; ipſarum ω o, u e, a r, h ω, ipſi u z. In æquali igitur tempore g ipſam g n, ambit circunferentiã, & ω ipſam ω o. Sed tẽpus in quo g ipſam n g, circunferentiã ambit, id eſt in quo circunferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo ω ipſam ω o ambit, id eſt tempori in quo ipſa g a, circũferentia occidit. Rurſus quoniã tempus in quo h ipſam h o ambit, id eſt in quo ipſa h a occidit. A quibus auffertur tẽpus in quo ω ipſam ω o ambit, idem exiſtẽs tẽpori in quo ipſa h a occidit circunferentia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipſam h ω ambit, idẽ eſt tempori in quo ipſa g h occidit circunferẽtia. Similis autem eſt ipſa quidẽ o ω ipſi u e, & ω h ipſi u φ, & tempus igitur in quo u ipſam u e ambit, id eſt in quo ipſa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo ipſa h g circunferẽtia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipſum k ipſam k φ tranſit, id eſt in quo ipſa k h circunferentia occidit. Et quoniã in ſphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipſum a b c maximi orbes ſecant e f, a c, quorum e f maximus eſt parallelorum, & a c obliquus ad parallelos, & aſſumptæ ſunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales conſequenter ad eaſdem partes maximi parallelorum, & per g h ſigna deſcripti ſunt maximi orbes y φ, q g u, ipſum orbem t y q tangentes, maior eſt ipſa quidem e u circunferentia, ipſa u φ circunferentia, & u φ ipſa φ k. in pluri igitur tempore u, ipſam u e trãſit, quàm φ ipſam φ u, & u φ ipſam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipſam k φ. Sed tẽpus in quo u ipſam u e trãſit, id eſt in quo g ipſam g n circunferentiã perficit, hoc eſt in quo ipſa a g occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipſam φ u ambit, id eſt in quo h ipſam h ω perficit, hoc eſt id in quo ipſa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipſam k u tranſit, id eſt in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipſa a g circunferentia occidit, ipſa g h circunferentia, & g h ipſa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè diſtant ab æquinoctiali occidunt. Exiſtente iam k



ſigno in e, zodiacus orbis poſitionem habeat ω i φ, & quoniã æqualis eſt ω e, circunferentia ipſi e φ circunferentiæ, parallelorum autem maximus eſt e f: æquus igitur eſt b p, orbis ipſi r l s, orbi: æqualis igitur eſt o e, circunferentia ipſi e r, circunferentiæ: eſt autem & ω e ipſi e t, æqualis igitur eſt & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l, ſuntq́; æquales circuli ipſi ω b p, r l s. ſimilis igitur eſt ω o, circunferentia ipſi r φ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r ſignũ, ipſam φ r perficit. & o ipſum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipſam φ r perficit, id eſt in quo ipſa r e circunferentia occidit, tempus uerò in quo o ipſam o ω perficit, ei eſt æquum tempori in quo e ω circunferentia occidit. In æquali ergo tempore φ e, e ω, circunferentiæ occidunt, æqualis autem eſt φ e ipſi l h, & e ω ipſi k b. Ipſæ igitur l k. k b, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonſtrabimus quòd & ipſæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipſæ l k, k b, in æquali tempore occidunt. Reliqui igitur m l, b k in æquali tempore occidunt. Similiter iam oſtendemus quòd & ipſæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g b, & g b quàm b k, in pluri ergo tempore occidit c m, circunferentia quàm m l, & m l quàm l k. In pluri igitur tempore ipſæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipſæ g b, l m, in minimo uerò b k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali diſtant occidunt & oriuntur. eadem enim manente deſcriptione, ſi conuertamus zodiacum, efficiamus a c ſemicirculum zodiaci infra terrã, eadem demonſtratio eueniet, demonſtrabiturq́; æquè reſtantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. Apparens 13.

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ tẽporibus inęqualibus oriuntur, in maiori quidem quę ad tropicorum contactus, in minori autem quę has ſubſequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo diſtant, oriunt̃ & occidunt.



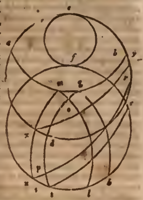
Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus uerò tropicus ſit a, b, hybernus autem tropicus ſit c d, ſitq́; cum capricorno ſemicirculus qui ſub terra d g, æquinoctialis uerò circulus ſit e b f g. Diuidantur utraq; ipſarum b g, g d, in tria æqualia per h l, m n, ſigna. Dico quòd ipſæ b k. k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipſæ b k. n d, in minori autem ipſæ k l, m n, in minimis autẽ ipſæ l g, g m, in æquali porrò ipſa b k. ipſi n d, & k l, ipſi m n, & l g, ipſi n m oritur. Sit enim cum cancro ſemicirculus ſuper terram b b d, ſeceturq́; utraq; ipſarum b b, b d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, ſed in quo tẽpore b o occidit, ipſa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipſa n d oritur quàm n m. Rurſus quoniam o p in maiori tempore occidit quàm p b. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipſa n m. In quo autem tempore p b occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipſa quidem b k, ipſa k l, in maiori tẽpore oritur, & k l ipſa l g, & quoniam in quo tempore p b occidit, in eodẽ & b r. Sed in quo p b occidit, ipſa m g oritur. In quo autẽ tempore b r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipſa g l, in æquali tempore oritur. Iamq́; id propterea & ipſa quidem k l, ipſi m g, in æquali tempore oritur: & b k ipſi d n. Rurſus quoniã in quo tẽpore p b oritur, in eodem b r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g: in quo autem tempore b r oritur, ipſa g l occidit. Igitur l g ipſi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipſa quidem k l, ipſi m n, in æquali tempore occidit, & b k ipſi g d.

Theorema 14. Apparens 14.

ZOdiaci circuli ęquales circũferentiæ inęqualib. temporibus permutãt apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri tempore quę propè cõtactum æſtiui tropici ea quæ lõgius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

Sit

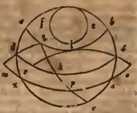
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentium ſit e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b a, ſitq; ipſius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulum quandoq; poſitionem habeat ſicut h g k, quãdoq; uerò ſicut l m n, aſſumaturq; n k m, maior ſemicirculo. Deſcribaturq; per k ſignum circulus maximus k n f, tãgens e f. Quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, quẽdam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum ſecat a b, eſtq; ipſius a b c d, orbis polus inter a b & e f, deſcriptiq; ſunt maximi orbes h g k, l m n, ipſum b a tangentes, maior eſt m x circunferentia, ipſa o d circunferentia. Rurſus quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, circulum quẽdam e f tangit, alium autem huic parallelũ b a ſecat, eſtq; ipſius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Deſcribiturq; maximus orbis f n k, ipſum e f tangens, & ipſius f n k, igitur circuli polus eſt inter b a et e f. Alius igitur polus ipſius eſt inter æquos & parallelos ipſis e f & b a, maior igitur eſt ipſa k o, ipſa o m, quorum x m o ipſa o d maior eſt. Reliqua igitur d k, ipſa x n maior eſt, ponatur ipſi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipſa n p ſigna paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e ſemicirculo, ſicut ad partes e r, ei qui ex f ſemicirculo, ſicut ad partes f n. Similis eſt r u circunferentia, ipſi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipſa c p maior eſt uel ſimilis ei. In pluri ergo tẽpore n, incipiens ab n, ipſam n r perficiens circunferentiã, peruenit ad r quàm p, incipiẽs ab ipſo p, ipſam p c ambiens circunferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipſam u r, circunferentiã ambiens, ad r uenit, ipſa n x, permutat hemiſphærium apparens. In quo autem tempore p incipiẽs à p, ipſamq; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c, ipſa p d permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tempore ipſa x n, permutat apparens hemiſphærium quàm d p. Dico quòd & propior eſt ipſa x n, cõtactui æſtiui tropici q̃ p d. Deſcribatur per x parallelus x y, æqualis igitur eſt x m, circunferentia ipſi d k, maior igitur eſt d g ipſa m x, & x n igitur propior eſt contactui tropici æſtiui quàm ipſa p d.



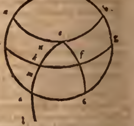
Theorema 15. Apparens 15.

SImiliter autẽ & in altero ſemicirculo, æquales circunferẽtię in inęqualibus temporibus permutãt apparens hemiſphęriũ, & in pluri quidẽ quæ propiores ſunt cõtactui æſtiui tropici, ea quę longius diſtat, in æquali uerò quæ æqualiter diſtant ab æſtiuo tropico in utroq; ſemicirculo.

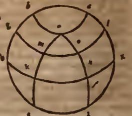
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentiũ e f, æſtiuus uerò tropicus ſit b g a, zodiacus autẽ circulus poſitionẽ habeat c g d. Dico q. in altero ſemicirculo qui ad g c partes, æquales circunferẽtiæ nõ permutãt æquali tẽpore apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri quæ propiores cõtactui æſtiui tropici ea quæ lõgius diſtat, in æquali uerò quæ æquè ab æſtiuo tropico diſtant in utroq; ſemicirculo. Deſcribatur per aſſumptionẽ parallelus circulus d b, æqualis igitur eſt k g ipſi g d, permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; poſitionẽ ſicut h l r. Quoniã k g, g d, à cõtactu æſtiui tropici æquè diſtãt, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodẽ k g occidit, hoc eſt k l. Sed tẽpus quidẽ in quo d g oritur, id eſt in quo g incipiẽs ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiã ad ipſum g uenit. Tẽpus autẽ in quo b occidit, id eſt in quo l incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circunferentiã ad ipſum uenit b. In quo igitur tẽpore g, ipſam a g ambiens, ad g peruenit, in eodẽ & l ipſam l b circunferentiã ambiens, ad ipſum uenit b. Commune apponatur tẽpus in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d k b ambiens circunferentiã, peruenit ad b, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipſo a, ipſam a g ambiens circunferentiã, ad ipſum g uenit, cum tempore in quo d



incipiens ab ipſo d, ipſam d h ambiens circunferentiã, ad ipſum uenit b, æquale eſt tempori in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circunferentiam, ad b uenit cum tempore in quo b, incipiens ab ipſo d, ipſam d k b, ambiens circunferentiam in b uenit. Sed tempus quidẽ in quo g incipiens ab a, ipſam a g ambiens circunferentiã ad g uenit, cũ tempore in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d b, ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem eſt in quo g d, circunferentia apparẽs hemiſphærium permutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l b, circunferentiã ambiens ad ipſum uenit b, cum tẽpore in quo b incipiens ab ipſo d, ipſam d r b, ambiens circunferẽtiã ad b uenit, id eſt in quo ipſa l b apparẽs hemiſphærium permutat, hoc eſt ipſa k b. In quo igitur tempore k g, circunferentia apparens hemiſphæriũ permutat, in eodẽ & g d. Aſſumatur iam quoddã ſignum m, ut g d ipſi d m ſit æqualis. Sitq́; per quẽ inuebatur m, ſignum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur eſt d m ipſi k p. Et ipſæ d m, k p, à contactu æſtiui tropici æquè diſtant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur, in eodem ipſa p k occidit, hoc eſt ipſa b o occidit. Sed tẽpus quidẽ in quo d m oritur, idem eſt in quo m incipiens ab ipſo m ipſam m x ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo b o occidit, id eſt in quo o, incipiens ab n, ipſam n o, ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipſo m, ipſam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit, idem eſt tẽpori in quo ipſum n, incipiens ab n ipſam n o ambiens circunferentiã ad ipſum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipſam x n. circunferentiã ambiẽs ad ipſum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiens ab ipſo m ipſam m n, circunferentiã ambiens ad ipſum n uenit, æquũ eſt tẽpori in quo incipiens ab ipſo z. ipſam x o ambiens circũferentiã ad ipſum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipſo m ipſam m n, ambiens circunferentiã ad n uenit, id eſt in quo ipſa d m, circunferentia permutat apparens hemiſphæriũ. At tẽpus in quo ipſum o incipiens ab ipſo x, ipſam x o ambiẽs circũferentiã ad o uenit, id eſt in quo ipſa o b, hoc eſt ipſa k p, permutat apparẽs hemiſphæriũ. In quo igitur tẽpore d m, permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodẽ & k p, & in maiori tẽpore ipſa g d, permutat apparẽs hemiſphæriũ quam d m. Sed in quo quidẽ tempore g d, permutat apparens hemiſphærium, in eodẽ & g k, permutat apparens hemiſphæriũ. In quo autem d m, in eodẽ & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparens hemiſphæriũ quàm k p.

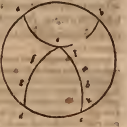


ALITER idem. Eiſdẽ expoſitis aſſumatur e f, nõ maior exiſtens quarta parte, eſtoq́; per quẽ fertur f ſignũ, ipſi f k b orbis, æqualis igitur eſt e f, ipſi e k. ponatur ipſi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l eſt æqualis. Dico q, ſi quarta pars eſt e f, ipſæ e f k, e k l, æquali tẽpore permutãt apparẽs hemiſphæriũ. Si autẽ minor eſt quarta parte ipſa e f. In pluri tẽpore f e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ, quàm ipſa e l. Eſto prius quarta pars e f & e k, ipſa quarta pars eſt, æquinoctialis igitur eſt g f b, & quoniam ipſæ e k, k l, æqualiter diſtãt ab æquinoctiali, in quo igitur tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ et k l. In quo aũt tẽpore ipſa e k occidit, in eodẽ e f oritur. & in quo igitur tẽpore e f oritur, ipſa k l occidit, cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e k, pmutat apparẽs hemiſphæriũ: tẽpus igitur in quo k l occidit, cũ tẽpore in quo ipſa e k, pmutat apparẽs hemiſphæriũ, æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur, & ipſa e k permutat apparẽs hemiſphæriũ, æquũ eſt tẽpori in quo e f oritur, et ipſa e k permutat apparẽs hemiſphæriũ. Sed tẽpus quidẽ in quo k l occidit, & ipſa k e pmutat apparens hemiſphæriũ, tẽpus eſt in quo ipſa e l, permutat apparẽs hemiſphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur, cũ tẽpore in quo e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ, tẽpus eſt in quo f e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ. Igitur ipſæ f e et k l, in æquali tẽpore apparẽs hemiſphæriũ pmutãt. Sed eſto e f circũferẽtia minor q̃rta parte, & ipſa e k igitur quarta parte minor eſt: ponatur quarta pars e m, ponaturq́; ipſi m K æqualis K n. Reliqua igitur e n reliquæ m l eſt æqualis, & e n ipſius æſtiui tropici cõtactu propior q̃ m l: in pluri ergo tẽpore ipſa e n occidit, q̃ m l. Idq́; propterea et n K, in pluri tẽpore occidit q̃ K m: & ipſa igitur e k, ipſa K l pluri tpe occidit. In quo aũt tẽpore e K occidit, ipſa e f oritur: in pluri ergo tpe ipſa e f oritur, q̃ K l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e K, permutat apparẽs hemiſphæriũ, in pluri ergo tẽpore f e K pmutat apparẽs hemiſphæriũ q̃



ipſa

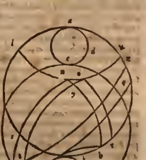
ipſa e l. Eiſdem ſuppoſitis aſſumatur e f, non maior 4. parte, aſſumaturq́; cõtingens ſignum n, ſitq́; per quẽ inuehatur n, ſignũ parallelus circulus h k, n l, ponaturq́; ipſi f n, æqualis k m, æqualis igitur eſt et k e n ipſi m e f. Dico q, in pluri tempore ipſa h e n circunferentia permutat apparens hemiſphæriũ quã ipſa m e f. Sit per quẽ fertur ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, et quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt quàm n f, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n f. In quo autẽ tẽpore o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur q̃ n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa e n permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa k e n permutat apparẽt hemiſphærium quàm ipſa m e f.



Eiſdem expoſitis aſſumantur æquales, & ex oppoſito circunferentiæ f g, b h, ſitq́; f g propior contactui ipſius æſtiui tropici quàm b h. Dico quód in pluri tẽpore f g permutat apparens hemiſphærium, quàm b h. Quoniam enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, quam b h, maior eſt b e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g æqualis l m. Quoniam igitur ipſa l m, f g æquè diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparẽs hemiſphæriũ, in eodem & f g: in pluri autem tempore l m permutat apparens hemiſphæriũ, quàm b h, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quam b h.

Altera traditio ſuper 14 propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in ęquali permutant apparens hemiſphæriũ, in pluri quę propius contactui æſtiui tropici, ea quę longius diſtat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & ęſtiuum tropicum fuerit.



Sit in mundo horizon a b c, & maximus ſemper apparentium ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentium f g h, tropicus autem æſtiuus ſit k l, hybernus uerò tropicus ſit b c. Sitq́; ipſius a b c circuli polus inter a d e & k l circulos. Sintq́; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq́; o p circunferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq́; per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur: ſitq́; e h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, et qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Compleanturq́; ipſi x n h, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcũt ipſi h n s, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circunferentias: maior igitur eſt s n y, circunferentia y t circunferentia. Ipſa igitur t y, circunferentia ipſa y n s minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, et ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, h n x, & ipſius e h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h orbes, maior eſt p y, circunferentia ipſa y n x circunferentia. Quarum y t ipſa y n s, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa s x maior eſt: ponatur ipſi s x, circunferentię æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq́; paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel et ſimilis. In pluri ergo tẽpore x ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit quàm u; ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circunferentiam ambit, id eſt in quo s x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.

Tempus autem in quo u ſignum ipſam u φ circunferentiam perficit, id eſt in quo ipſa t u permutat apparens hemiſphærium. In pluri ergo tempore ipſa s x, permutat apparens hemiſphærium quam t u, & eſt ipſa s x, propior ipſi æſtiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemiſphærium propinquior æſtiuo tropico, ea quæ longius diſtat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autē & in eo qui cū capricorno ſemicirculo æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus permutant apparēs hemiſphærium, & in pluri quæ tropico æſtiuo propinquior ea quæ longius diſtat, in æquali autem quę æquè diſtant ab utroq; contactu.

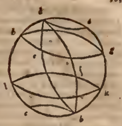
Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a d, zodiacus circulus autem poſitionem habeat b e c. Sitq; ipſa quidem b e circunferentia in ſemicirculo, qui cum capricorno, & e c ſit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Aſſumanturq; æquales circunferētiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tempore permutat apparēs hemiſphærium quam g h. Deſcribātur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipſa f g h ſigna, æqualis igitur eſt f g, circunferētia ipſi p r, circunferentiæ, & g h, ipſi r s. Sed f g ipſi g h eſt æqualis. & p r igitur ipſi r s eſt æqualis. Et quoniā in quo tempore p r occidit, ipſa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit, æquum exiſtens tempori, in quo f ſignum ipſam k l circunferentiam tranſit. Tempus igitur in quo p ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam & p r occidit, æquum eſt tempori in quo f g circunferentia oritur, & f ſignum ipſam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p ſignum ipſam k l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id eſt in quo ipſa p r. permutat apparens hemiſphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f ſignum ipſam k l, ambit circunferentiam, id eſt in quo f g, permutat apparens hemiſphærium. Ipſæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemiſphærium permutant. Similiter iam oſtendemus quòd ipſæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemiſphærium, & p r ipſa r s, pluri tempore permutat apparens hemiſphærium, & oſtenſæ ſunt ipſæ f g, p r, æquali tempore apparens hemiſphærium permutare, & f g, igitur in pluri tempore permutat apparēs hemiſphærium quàm g h: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparēs hemiſphærium. Sed in pluri quæ propinquior æſtiuo tropico ea quæ longius diſtat, & ſimul oſtenſum eſt quòd æquè diſtantes æquali tempore permutat.



Aduerte. Vniuerſaliter ſcire oportet, quod præcedentibus ſignis ſuper horizonte exiſtentibus circunferentia neq; oritur, neq; occidit: ſubſequentibus autem ſignis ſuper horizonte exiſtētibus, tota oritur & tota occidit. præcedentia nanq; ſigna prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipſius igitur p r circunferentiæ ſignum præcedens eſt p, ipſius autem g f præcedens eſt g. accipiens igitur ipſam p r occidentem, ipſam uerò g f orientem, neceſſariò permutationes earum quærens, eas in ſemper apparenti hemiſphærio accepit. Ipſius autem p r. occaſum, ipſius uerò g f ortum: quando enim p ad ipſum l uenit, ipſa p r nequaquam occidit, ſed adhuc ſuper terram eſt, quare accepit eius occaſum. ipſum enim p r, per k in oriente exiſtēte, tota p r ſub terra eſt, motaq; ſphæra tota ſuperfertur. Quare in quo p ab ipſo k ad l uenit cū occaſu ipſius p r, id eſt tempus in quo p r permutat apparens hemiſphærium. Rurſus ipſo f per k, in oriente exiſtente, ipſa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipſo k in l, uenit cum ortu ipſius g f, tempus eſt in quo g f permutat apparens hemiſphærium. Si autem ſicut habetur in alia traditione ipſius quidem p r ortum ipſius g occaſum, nequaquam accipient ipſa p f ſigna, ſed ipſa r g, & tempus in quo ipſum r ipſam r g, & n ipſam n m, perficit.

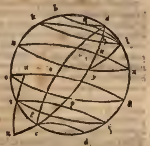
Theorema 16. Apparens 16.

ZOdiaci circuli ęqualium & ex oppoſito circunferentiarū, in quo tēpore permutat altera apparēs hemiſphærium, altera nō apparēs: & in quo tēpore altera nō apparēs, altera apparens.



Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uerò tropicus ſit b c, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat d e b f, ſitq; d e b ſemicirculus qui cum cancro ſub terra, ad b f d ſit qui cum capricorno ſuper terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò ſint b, aſſumanturq; binæ æquales & ex oppoſito circũferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e permutat apparens hemiſphærium, in eodem f b non apparens: & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Deſcribantur paralleli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipſa e f ſigna. Et quoniam in zodiaco circulo aſtra in diametro exiſtentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e ſigno occidẽte per g ſignũ, ipſũ f quod ei eſt in diametro oritur per l ſignũ. Sed ipſum quidẽ e, ipſam e h perficiens occidit, ipſum autem f, ipſam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipſam e h g ambit circunferentiam, & f ipſam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipſam e h g tranſit, id eſt in quo d e permutat apparens hemiſphærium. At tempus in quo e ipſam f k l tranſit, id eſt in quo ipſa f b, permutat non apparens hemiſphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemiſphærium, & f b non apparens, ſimiliter oſtendemus quòd & in quo tempore ipſa d e permutat non apparens hemiſphærium ipſa f b apparens.

ALITER idem. Sit horizon circulus a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b a, hybernus uerò ſit c d, zodiacus circulus poſitionem habeat ſicut a e, c f. Aſſumanturq; æquales et ex oppoſito circunferentiæ e g, f b. Dico quòd in quo tempore f b, permutat apparens hemiſphærium ipſa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipſa f b, e g, ſigna paralleli circuli k h l, m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat poſitionem y l q, at alius ipſam u s z. Et quoniam ipſæ f b, e g, circunferentiæ æquales ſunt, & ex oppoſito æquales ſunt & ipſi m n x, o p r circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum ſectiones, quæ per uices adinuicem ſunt æquales. Ipſius igitur m n x f, circuli ſegmentum m n x ſupra terram, æquũ eſt ei quod ſub terra ipſius o e p r, circuli o p r. Rurſus quoniam ipſæ f b, e g, æquales ſunt & ex oppoſito in quo tempore f b oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo h f oritur, hoc eſt ipſa y l, tempus eſt in quo y ſignum incipiens ab ipſo y ipſam y x, ambiens circunferentiam ad ipſum x, uenit tempus autem in quo e g occidit, hoc eſt ipſa u s, tempus eſt in quo u incipiẽs ab ipſo u ipſam o, ambiẽs circunferentiã ad o uenit: tempus autem in quo y incipiens ab ipſo y, ipſam y x, ambiens circunferentiam ad x uenit, æquum eſt tempori in quo u incipiens ab ipſo u, ipſam u o ambiens circunferentiam ad o uenit.

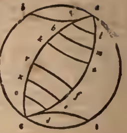


Commune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipſo x, ipſam x n m, circunferentiam ambiens ad ipſum m, uenit æquum exiſtens tempori, in quo u incipiens ab ipſo u, ipſam u o, circunferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipſo y, ipſam y x n m, circunferentiam ambiens ad m uenit, æquum eſt tempori in quo u, incipiens ab ipſo u ipſam u o p r, ambiens circunferentiam ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiens ab ipſo y, ipſam y x n m, ambiens circunferentiam ad ipſum m uenit, id eſt in quo y l permutat apparens hemiſphærium, hoc eſt h f. Tempus autem in quo u, incipiens ab ipſo u, ipſam u o p r, circunferentiam ambiens ad r uenit, tempus eſt in quo u s, permutat non apparens hemiſphærium, hoc eſt ipſa e g. In quo igitur tempore h f, permutat apparens hemiſphærium, in eodem ipſa e g non apparens.

Theorema 17. Apparens 17.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemiſphærium, ſed in pluri tempore quæ propinquior eſt tropico ea quæ longius diſtat, in æquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè diſtant.

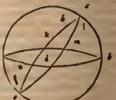
Sit in



Sit in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus ſit a b, hybernus uerò ſit c t, zodiacus uerò circulus poſitionē habeat a c e, aſſumanturq; æquales circūſerentiæ d e, e ſ. Dico quòd ipſæ d e, e ſ, æquali tempore non permutant nō apparens hemiſphærium. Sed in pluri tempore ipſa d e quàm e ſ. Aſſumantur ipſis d e, e ſ, circunferentijs æquales, & ex oppoſito circunferentiæ g h, h k. Ipſæ igitur g h, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemiſphærium Sed in pluri g h quàm h k. Sed in quo tempore g h permutat apparens hemiſphærium, permutat ipſa ſ e nō apparens. Ipſæ igitur d e, e ſ, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemiſphærium Sed in plu ri d e, ipſa e ſ. Dico quòd & in æquali tempore, quæ æquè diſtant ab utroq; contactu tropicorum, ſint n, per quos inuehantur ipſa d e ſ g h k ſigna circuli paralleli d o, e x ſ r, l g, h m, n k Ipſæ h k, l m, igitur circūſerentiæ in æquali tempore permutant apparens hemiſphærium. Sed in quo tempore h k apparens hemiſphærium permutat, ipſa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemiſphærium permutat, ipſa x o non apparens permutat. Ipſæ igitur e d, o x, circunferentiæ æquali tempore non permutant, nō apparens hemiſphærium.

Theorema 18. Apparens 16.

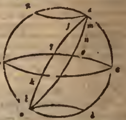
EArum quę in utracꝫ parte ęquinoctialis circūferentiarū ęqualium, & ab æquiñoctialiæ qualiter diſtantiū, in quo tēpore altera permutat apparēs hemiſphæriū, altera nō apparēs, & in quo tēpore altera permutat nō apparēs hemiſphæriū, altera apparēs.



Sit in mūdo horizon a b e, æquinoctialis autem circulus ſit b d e, zodiacus autem circulus poſitionem habeat ſicut a e b, & ipſum b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales et æquè diſtantes circunferentiæ ſint h k, ſ n. Dico quòd in quo tēpore h k permutat apparēs hemiſphærium, ipſa ſ non apparēs. ponatur enim ipſi ſ n, æqualis & ex oppoſito m l circunferētia. Ipſæ igitur m l, h k, circunferentiæ permutant apparens hemiſphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemiſphærium permutat, ipſa ſ n non apparens permutat: et in quo igitur tempore h k circunferentia permutat apparēs hemiſphærium ipſa n ſ circūſerentia non apparens permutat. Idq; propterea tam & in quo tēpore h k, circūſerentia permutat nō apparens hemiſphærium, ipſa ſ n non apparens permutat.

Theorema 19. Apparens 19.

IN ſemicirculo aſſumpto ſub æquinoctiali ad æſtiuum tropicū æqualium circunferentiarum exiſtentiū, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparēs, & cōtingens contingente.



Eſto in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus eſto a x, hybernus uerò ſit d o, æquinoctialis autem circulus ſit b e c, zodiacus porrò circulus poſitionē habeat a e o, & in ipſo a o, ſemicirculo æquales circunferentiæ ſint ſ g, h k. Si autem propinquior æſtiuo tropico ſ g. Dico quòd in pluri tempore g ſ, permutat apparens hemiſphærium quàm h k, non apparens & contingens ipſo contingente ponatur n ipſi h k, circunferentiæ æqualis, & ex oppoſito circunferentia m n, propinquior igitur eſt ſ g, æſtiuo tropico quàm m n, in pluri igitur tempore ſ g. permutat apparens hemiſphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemiſphærium, ipſa h k non apparens. Similiter iam demonſtrabimus, quòd &

contingens

contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero ſemicirculo aſſumpto, ſub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circumferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemiſphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS LODOVICO MOCENICO PATRITIO VEneto, *equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundiſſimo, gaudere & bene rem gerere.*

VIRTVS, *doctrina, morumq́; ſingularium tuorum claritudo, Lodouice uir integerrime, quibus in homine ſplendidius aut rutilantius nihil eſſe ſapientiſſimi Græcorum dicere conſueuerunt. ea ſemper inte extitit. ut omnes de te nil niſi clarum aliquid, nil niſi perſpicuum, nil niſi omni ex parte glorioſum ſemper conciperent, aut ſperarent. Idq́; propterea ego quoque, quem tibi deſtinatum tute ſcis ſemper habuiſſe mancipium, præclaras animi tui dotes, probitatemq́; ſingularem coniectans animoq́; perpendens, nil de te inquam aliud mihi perſuadere ſolebam, niſi quòd tibi tuæq́; familiæ præclariſſimæ immortalem gloriam & laudem afferre poſſet. Quod, inquam, ut aſſequeris iam tibi uirtute, quæ ſola ex omnibus poſſeſſionibus, Iſocratica ſententia, mortalitati minimè obnoxia eſt, aditus comparaſti. Factum eſt enim ut huiuſce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq́; ſingularem (habes enim, ut ingrati mancipij ſuſpicionem fugiam, in orando neſcio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate conceſſæ) uel magni æſtimantes, te oratorem Maximiliano Cæſari, Germaniæq́; principibus deſtinauerint. Quam legationem ita egiſti, ita tractaſti, ut Senatorem optimum par eſt facere, & adeò ut regi gratus, ſed huic grauiſſimo Senatui gratiſſimus extiteris. Illud, inquam, munera equeſtria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo, quem tibi comitia contulerunt, exactiſſimè comprobant. Neque id mirum: quippe quoniam omnia adſunt bona, quem penes eſt uirtus (ut eo utar Plauti familiaris noſtri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, nec cæteri magiſtratus deerunt, modò Dei Opt. max. munere tibi uita ſuperſtes. Verùm quid illud fuerit, quòd eam fidem, eam obſeruantiam quam erga te (licet exilis ſeruus) ſemper maximam habui, idq́; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucuſque: ſi ſcire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere cenſebam aliquo argumento, & eo ſanè quo tibi hæc fieri poſſent explicatiora. Cumq́; id propterea ſapientium Græcorum uolumina reuoluerem, ſeſe Catoptrica Euclidis Megarenſis præſtantiſſimi mathematici obtulerunt, opuſculum certè arduum, rariſſimum & Latinis hucuſq́;, aut ex toto, aut magna ex parte ignotum. ſpeculari nanq́; & indagare uoluit ſapientiſſimus philoſophus quæ in ſpeculis imagines. quas mirabili quadam diſciplina patefacit, dum humanum uſum, & oculi potentiam accommodat. Quod opus ſic reliqua Euclidis opuſcula excellit, ſicut cæteros humanos ſenſus uiſus, qui rationi & intellectui in eo quod ſub ſenſu cadit, obſequitur, exuperare cognoſcitur. Taceo de Elementis. nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos per multos dies ei accommodauimus, unà cum Theonis acutiſſimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus inquit Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus ſit adagium, Inuentis addere facillimum eſſe. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipſi Euclidi, ſiue etiam interpretibus magis tribuendum ſit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opuſculi quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum eſſe cenſui, tuoque nomini deſtinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq́; ſpeculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inſpicias,*

obſeruantiam

obſeruantiam ſpectes, amoris erga te ſui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortaſſe diceres quid ſic id uis mathematicis huiuſmodi diſciplinis aperire? Nec id propterea mireris uelim, ob id ſcias Lodouice uir grauiſsime, à me id conſultò factum fuiſſe. Nam cùm mihi ſit compertum te diſciplinas ſemper amaſſe & coluiſſe, earumq́; amatorem extitiſſe, facile propterea mihi perſuaſerim te eas in primis diligere, & colere, quæ primum certitudinis omnium philoſophantium decreto gradum obtineant. Hæ, inquam, ſunt mathematicæ diſciplinæ, quæ uno eodemq́; modo ſemper ſeſe habent, quemadmodum Ammonius interpres Ariſtotelicus, philoſophiæ diffinitionē Ariſtotelicam interpretans nos docuit. Has certè diſciplinas naturales ſequuntur, ſicut Auerrois Peripateticus Ariſtotelem nobis aperiens ſenſiſſe uidetur. Quas qui ignorant (ſicut Euclidis interpres, Proclus Lycius, inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi eſſe explicādum ſum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noſter Horatius dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex noſtra officina adiunximus, ac etiam nihil ſubſecuimus, ſed ſicut lectio ſeſe habet Græca, ſic ueritatem colentes, nuda, pura, ſyncera, & fideli ſumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & ſic hinc & inde ſumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm ſic auctorum illorum ueterum, quos uetuſtas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falſam & furto comparatam ſibi gloriam uendicare ſtudeant. Sed hi tandem ſunt quos unuſquiſque poſſit deridere. Nam ſi forte ſuas repetitum uenerit olim Grex auium plumas, moueat cornicula riſum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti ſunt qui aliena pluma ſeſe obtegere quærunt. Accipias igitur uir clariſsime opuſculum huiuſmodi iam in nulla ſede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obſecro legere uelis, ubi quid tibi ocij ſuperfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philoſophus, cuius ſi id opuſculi tibi placuiſſe cognoſcam, ſunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem, Optica & Data, quæ quandoque me interprete è Græcia in Italiam uenient, & ſic ſe Latinis legenda tradent, & is auctor priſcam auctoritatem penè amiſſam, philoſophantiū ſcholas petēs ſibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par eſt, uerbis tecum agere uidear, ſupereſt iam ut ipſum audias Euclidem De ſpeculorum imaginibus, ſic per nos Latinè loquentem. Vale æternum noſtri memor, equeſtris ordinis rariſsimum ornamentum, & his audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IX II. III VII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

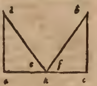
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI *philoſophi Platonici mathematiciq́ præſtantiſsimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.*

VISVM lineam rectam eſſe, qua media cuncta extremis correſpondent, quęq; uidētur per rectam ſpectari lineam, planū ac receptum eſſe oportet. Speculo in plano collocato, inſpectoq; aliquo ſublimi, quod & ipſi plano ad angulos rectos exiſtat, fiant proportionalia, ut inter ſpeculū & ſpectantem recta linea ad eam quæ inter ſpeculum & id quod ad angulos rectos faſtigium, ſic aſpecti faſtigij ad id quod ad angulos rectos in plano faſtigiū obiectum eſt. In planis nanq; ſpeculis loco aſſumpto, in quē ab inſpecto perpendicularis cadit, non amplius ſpectatur uiſibile. In conuexis uerò ſpeculis aſſumpto loco per quē ab inſpecto in cētrum ſphæræ ducitur, uiſibile non amplius ſpectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum ſit, acceperitq; interuallum ut minimè uideatur, eodem exiſtente interuallo ſi aqua infundatur, iniectum ſpectabitur.

Theorema

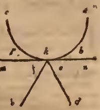
Theorema primum.

A Planis, conuexis, cauisq́; ſpeculis uiſus inæqualibus angulis refringuntur.

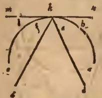


Sit oculus b, ſpeculum autem planum ſit a c, uiſus uerò feratur b K & refringatur in d. Dico quòd angulus e ipſi angulo f eſt æqualis. Excitētur per 11 primi elementorum perpendiculares in ſpeculum b c d a: eſt igitur ſicut b c ad c k, ſic eſt d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur eſt triangulum b c K triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elemētorum. Igitur angulus angulo e f eſt æqualis: nam quæ ſimilia, æquiangula ſunt.

In conuexis.



Sit iam conuexum ſpeculum a k c, uiſus uerò ſit b k, refractus in d. Dico quòd angulus e b, æqualis eſt angulo f l. appoſui planum ſpeculum n m, æqualis eſt angulus e angulo s per præcedentem. Sed & b ipſi l, connectitur nanque m K, totus igitur e b, toti l f eſt æqualis.

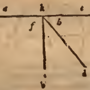


In cauis.

Sit rurſus cauum ſpeculum a k e, uiſus autem b k refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus eſt angulo f. collato enim plano ſpeculo m n æqualis eſt per primam angulus b e angulo f l. Aequalis autem eſt b ipſi l: reliquus igitur e reliquo f eſt æqualis.

Theorema ſecundum.

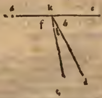
IN qualiacunq; ſpecula inciderit uiſus æquos efficiens angulos, ipſe per ſeſe refringetur.



Sit planum ſpeculum a k c, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b k, cadatq́; æquos efficiens angulos f h. Dico quòd b k refractus in ſeipſum, hoc eſt in b reuertetur. Nō enim ſed ſi poßibile eſt agatur in d: & quoniam per primam uiſus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus eſt ipſi angulo h, oſtenſum quoq; eſt quòd e f angulus ipſi h eſt æqualis, & angulus igitur e f, ipſi e angulo erit æquus maior minori, quod eſt impoßibile. Igitur b K in ſeipſum refringetur. eadem quoq; demonſtratio in conuexis, & in cauis ſpeculis conueniet.

Theorema tertium.

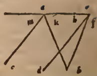
IN qualecunq; ſpeculum procidēs uiſus in æquales efficiens angulos, in ſeipſum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.



Sit planum ſpeculum a K c, uiſus autem b K procidat maiorem efficiens angulum f ipſo h l. Dico quòd b K, refractus, non refringetur in ſeſe, neq; in angulo h l. ſi enim ueniet in b K angulus f, ipſi h l eſt æqualis, quod eſt impoßibile: maior enim ſupponitur. Igitur b K in maiori refringetur angulo f: à maiori nanq; minori æquale abſcindi eſt poßibile per 3 primi elementorum, eademq́; demonſtratio eſt & in conuexis, & in cauis.

Theorema quartum.

VIſus in planis ſpeculis, & conuexis refracti, neque concurrūt adinuicem, neque ſunt paralleli.



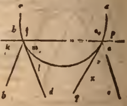
Sit planum ſpeculum a c, oculus ſit b, uiſus uerò refracti ſint b c d, b a e. Dico quòd c d, & a e, neque paralleli ſunt, neque concurrunt in d c. Nam quoniam angulus f æqualis eſt angulo h & K ipſi m, maior autem eſt per 16 primi elemen. f ipſo K, quoniam eſt extra ipſum triangulum h K c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipſi a e, parallelus non eſt, neque in e d, concurrunt.

In conuexis.

Sit rurſus conuexum ſpeculum a g f c, oculus uerò ſit b, aſpectus autem refractus ſint b f d, b g e. Dico quòd ipſi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neque ſunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq́; ex utraque parte, quoniam æqualis eſt K b, ipſi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipſo K & K ipſo n x eſt maior, ſed n x ipſo p o maior eſt. Rurſus x, æqualis eſt ipſi o p, maior igitur eſt l m ipſo o p, multo igitur maior eſt l m ipſo o, non concurrunt igitur ipſæ f d, g e, rectæ lineæ, neque paralleli.

Theorema quintum.

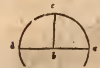
IN cauis ſpeculis ſi ad centrum, ſiue ad circunferentiam, ſiue extra circunferentiam oculus extiterit, hoc eſt inter centrum & circunferentiam, uiſus refracti concurrent.

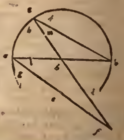


Sit cauum ſpeculum a c d, centrum autem ſphæræ ſit b, ponaturq́; oculus in b & procedant ex b uiſus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur ſunt qui ad ſigna a c d, ſunt anguli: ſemicirculi enim ſunt per 27 tertij element. uiſus igitur refracti per ſeipſos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b concurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rurſus cauum ſpeculum a b c, oculus autem eſto b, ponaturq́; in eius circũferentia, & ab ipſo b, incidant uiſus b c, b a, refracti in d e ſignis. Quoniam maius eſt a c b ſegmentum ipſo b c, ſegmento, maior eſt angulus f, angulo h per 21 tertij elementorum, & g per a igitur ipſo K maior. Ipſi igitur f K, ipſis h K ſunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipſæ c d a e, in f ſimuliter oſtendetur, & ſi extra circunferentiam ceciderit oculus, ſicut in ſequenti theoremate.



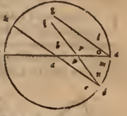


Theorema ſextum.

IN cauis ſpeculis, ſi ad medium centri & circunferentiæ poſitus fuerit oculus, quandoq; uiſus refracti concurrent, & quandoq; non concurrent.

Sit ſpeculum cauum a c, centrum autem ſit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uiſus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturq́; uiſus uſq; ad ſpeculum a b, c K. Ipſa a b, iam ipſa c K aut maior eſt, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uiſus, a b æqualis eſt ipſi c K æqualis eſt & a c b, circunferentia ipſi c b K, circunferentiæ. Quare & m angulus ipſi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem ſunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipſis n x, ſunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p eſt æqualis: maior igitur eſt angulus r ipſo angulo o. Quoniã enim per 16 primi elementorũ angulus r ipſo

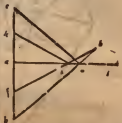
p maior eſt, quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o angulo eſt æqualis. Igitur angulus r, ipſo angulo o maior eſt, cõmunis apponatur qui ſub o r ſ, igitur ipſæ c ſ, a g, concurrunt ſicut ad g ſ. Idem quoq; erit & ſi maior ſit uiſus a b, ipſo c K maiores enim erunt ipſi l m anguli ipſis n x, & angulus p angulo o maior, & r ipſo o. Si uerò a b rectâ lineam: nor fuerit ipſa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipſo o eſſe æqualem uel ipſo o minorem, & non concurrere a g ipſi f. Manifeſtum eſt autem quòd et ſi maior fuerit a b, circunferentia ipſa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum, neq; in circuli circunferentia, neq; extra utiq; fiet, ſed intus tantum.



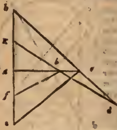
Theorema ſeptimum.

CElſitudines & craſsitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autem planum ſit a l, oculus uerò ſit b, uiſus porrò ſint b c, b d, refracti, in c K. Igitur oportet deductis uiſibus in rectam lineam e. quidem ſupra eſſe, ipſo b infra exiſtente, & K infra exiſtens in f, quod ſupra eſt, ac perinde conuerſa ſunt in phantaſia.



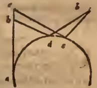
In craßitudinibus.



Sit rurſus craßitudo quidem e a ſpeculum autem planum ſit a e, oculus uerò ſit d. uiſus porrò ſint d c, d b refracti in e f. ſimiliter eductis uiſibus ad h K, apparet quidem e infra exiſtens ſuper b ſuperius exiſtente, & f, ſupra exiſtens ſuper K infra exiſtente.

Theorema octauum.

FAſtigia & craſsitudines à conuexis ſpeculis conuerſa uidentur.



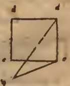
Sit celſitudo a e, ſpeculum autem cõuexum ſit a d c, uiſus uerò ſint b d, b c, refracti in e h: patet quòd non concurrunt, reliqua uerò ſicut & in planis.

In craßitudinibus.

Sit rurſus craßitudo a e, ſpeculum uerò conuexum ſit a d e, oculus autem ſit b, uiſus autem refracti in e h, ſint b c e, b d b, reliqua uerò ſicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis ſpeculis ſicut ſe habent, ſic & uidentur.

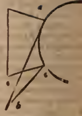


Sit oculus b, lõgitudo autem obliqua ſit d e, ſpeculum uerò ſit a c, igitur refractis uiſibus uidentur quidem d in a & e, ſuper e ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uerò ſe habet, propius propius, & remotius remotius.

Theorema decimum.

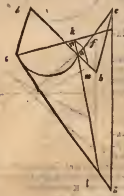
OBliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uere, ſic ſpectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uerò conuexum a c, aſpectus porrò refracti in c d, ſint b a, b c, reliqua uerò eadem.



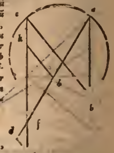
Theorema undecimum.

CElſitudines & craſsitudines à cauis ſpeculis quæcunq; ſunt intra coincidentiã uiſuũ, conuerſa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quęcunq; autẽ extra coincidentiam ſicut ſunt, ſic & ſpectantur.



Sit cauum ſpeculum a c, oculus aũt ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c: eorũ coincidentia porrò ſit f, celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam ſit t a, d e ſit extra coincidentiam: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet k ſuper m. & n ſuper l quare conuerſæ uidẽtur, rurſus ſuper exteriorem coincidentiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper h, ſicut ſe habet, ſic ſpectatur.

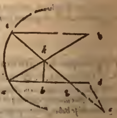
In craßitudinibus.



Rurſus craßitudo quidem ſit d e, & k h, cauũ autem ſpeculum ſit a c, oculus uerò ſit b, uiſus autem refracti ſint & concurrentes in f b a, b c, igitur productis uiſibus ſimiliter k h, conuerſæ apparent, k quidem per è & h per a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e, infra per a & d ſuper c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis, quæcunq; intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt, ſic ſpectantur, quæcunq; uerò extra, conuerſæ.



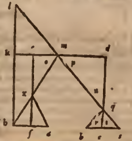
Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h k. cauum uerò ſpeculum ſit a c, oculus autem ſit b, uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d b c e, & ipſa quidem h k obliqua longitudo ſit intrà. Igitur h k iuxta naturam apparet, ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d, conuerſa: nam ipſum quidem d, ſuper a apparet, & e ſuper, c.

Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis, eſt poſsibile.

Sit quod uidendum eſt a, oculus uerò ſit b, ſpecula autem tria ſint c d, d e, e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipſo b in c d ſpeculum b c, æqualis autem ſit b c, ipſi c s, & rurſus per

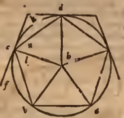
per eandē ab ipſo a in e f, perpēdicularis excitetur a f & ipſi a f æqualis eſto f b, & per eandē ab ipſo b, in ſpeculum d e, perpendicularis excitetur b k, ſitq; ipſi b k, æqualis k l, & ab ipſo l in s connectātur l m x s, ab ipſo autem m in b connectatur m r b. Connectantur autem & a r & b x. Quoniā igitur æqualis eſt b c ipſi c s & qui ad c anguli recti ſunt: binæ igitur b c, c q, ipſis binis s c, c q, ſunt altera alteri æquales, & angulus q ſub b c q, rectus exiſtens, angulo qui ſub s c q, recto exiſtēti eſt æqualis per 4 poſtulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidē qui ad b angulo qui ad t, & angulus x angulo t. Sed t ipſi n eſt æqualis per 15 primi elemētorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uiſus b x in m refringitur. Rurſus quoniam æqualis eſt b k, ipſi k l, & qui ad k recti ſunt, angulus o æqualis eſt ipſi p. Refringitur ergo idem uiſus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis eſt qui ſub f r a, angulus ei qui ſub e r m, ſimiliter & in reliquis demonſtrationibus. Inſpice igitur ab ipſo b oculo uiſus a, per tria ſpecula plana exiſtentia c d, d e, e f.



Theorema decimumquartum.

EST autem & in quibuslibet ſi quis conſtituat ſpeculis idem inſpicere. oportet autem iuxta ſpeculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum conſtituere binis lateribus excedens ſpecula.

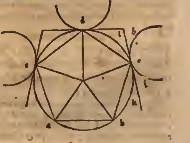
Eſto enim quod ſpectari debeat a, oculus autem ſit b & connectatur a b & ab ipſo a b, deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipſa ſpecula, & ſit a b d polygonum, & ſumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipſi polygono circunſcripti, & ſit b, & ab ipſo connectantur, b e, b e, b d, b b, b a, in angulis, & proponantur ſpecula plana ad angulos rectos ipſis conuexis. Quoniam igitur per quartum poſtulatum æqualis eſt f l, angulus ipſi n k angulo: uterq; enim rectus eſt, quorum n ipſi l eſt æqualis, reliquus igitur f, ipſi k eſt æqualis. Quare refractio ipſius b uiſus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema. Similiter iam oſtendetur quòd qui ad d e ſigna ad omnia ſpecula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoque & in conuexis & in cauis ſpeculis uideri poteſt.

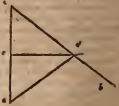
Si namq; ſpectare oportet a, oculus uerò ſit b, & ſimiliter deſcribatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad ſigna c d e, ſint ſpecula plana à quibus ſpectatur a ſicut oſtenſum eſt, adijciantur his ſpecula aut caua aut conuexa ad uiſuum contactus. Igitur æqualis eſt f ipſi h, et k ipſi l, totus igitur k f, æqualis eſt ipſi l h: refringetur ergo uiſus à ſpeculo conuexo e



c in d, & ab ipſo d in e, & ab ipſo e in a: manifeſtum igitur eſt quòd conuexis aut cauis exiſtentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri poteſt.

Theorema decimumſextum.

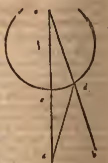
IN planis ſpeculis unũquodq; eorũ quæ ſub aſpectũ cadũt, per illius quod ſub aſpectũ cadit perpendicularẽ uidetur.



Sit ſpeculum planum c d, oculus autem ſit b, res uerò uiſa ſit a, ſitq; perpendicularis k, re uiſa in ſpeculum a c: igitur quoniam ſupponitur in Phænomenis quòd aſſumpto loco c, ipſum a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipſi b d, uiſus per e igitur: poſitum nanque eſt nobis rectum, cuius medium extremis correſpondet. Quare a e & b e recta linea erat.

Theorema decimumſeptimum.

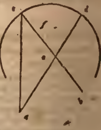
IN ſpeculis cõuexis, unumquodq; eorum quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in ſphæræ cẽtrum deducitur, rectam lineam ſpectatur.



Eſto conuexum ſpeculum c. d, oculus autem ſit b, uiſus uerò ſit b d, refractus in a, aſpiciaturq; a, centrum autem ſphæræ ſit f, & connectatur a f, extendaturq; b d in e: igitur quoniam ſupponitur in Phænomenis, quod aſſumpto c ipſum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a e, per id quod euenit ex b d uiſu, & ab ipſo a e in e, ſicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.

IN cauis ſpeculis unumquodq; eorũ quæ ſub aſpectum cadunt, per eam quæ à re uiſa in centrum ſphæræ deducitur, rectam lineam ſpectatur.



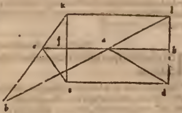
Sit cauum ſpeculum c d, aſpectus autem refractus ſit b c, in a uiſum, centrum autem ſphæræ ſit e, connectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd aßumpto loco d, ipſum a non uidetur. quare agetur in rectam lineam a c, aſpicietur ergo per congreſſum ipſius a d rectæ lineæ & b c uiſus per f.

Theorema decimumnonum.

IN planis ſpeculis quæ dextra ſunt, ſiniſtra apparent: & quę ſiniſtra, dextra, & ſimulacrum æquum eſt rei uiſæ, & diſtantia à ſpeculo æqualis eſt.

Sit planum ſpeculum a c, oculus autem b, uiſus uerò ſint b a, b c, refracti in d c: quod autem ſpectatur ſit d e, & ab ipſis e d, per 12 primi elementorum in ſpeculũ perpendiculares excitẽtur e f, d h & extẽdantur. Extẽdanturq; & b c, b a, uiſus & cõcurrant parallelis in k l, & cõnectatur l k. Igitur e apparet

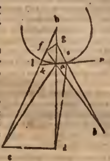
paretſuper k & d ſuper l: hoc enim prius oſtẽſum eſt, ergo ſiniſtra dextra apparẽt, & dextra ſiniſtra: et quoniam æqualis eſt qui ſub k e f, angulus ei qui ſub f e e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipſi f e. Idq́ propterea & d h, ipſi h l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrũ k l & æquum eſt uiſum e d ſimulacro k l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f k, & d h ipſi h l, communis autem & ad rectos angulos ipſa h f.



Theorema uigeſimum.

IN conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, & interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt.

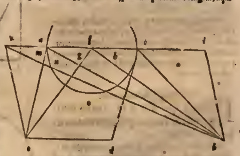
Sit ſpeculum conuexũ a e, centrum autem ſphæræ ſit b, oculus porrò h, uiſus autem ſint h a, h e, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo b cẽtro excitentur in d e ipſæ b d, b e, & extendantur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum. Igitur ipſum quidem d apparet ſuper g, & e ſuper f, dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectãtur. Dico quòd maior eſt e l ipſa l f, excitetur per a ipſam tangẽs circunferẽtiam r a k, quoniam igitur h a, a e ad ipſam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionẽ tangit ipſa k a r, bifariam fuerit ſectus qui ſub e a f angulus, & obtuſus eſt angulus k, maior igitur eſt e k, ipſa k f, multò maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.



Theorema uigeſimumprimum.

IN conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

Sit ſpeculum conuexũ a o c, oculus autem ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a c b, apponatur iam ſpeculum planum a c tangens, uiſus in a c. Igitur uiſus uiſurus e à plano ſpeculo nõ eſt b a c, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neq; refringetur intra a c, refringatur ſi poßibile eſt, et eſto b f, uiſus: æqualis igitur eſt angulus g angulo b propter refractionem, & b maior eſt ipſo n et m ipſo g: quare et m ipſo n maior eſt, quod eſt impoßibile. Ipſe nãq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q ad circũferẽtiã: extra igitur ipſũ m a refringatur, refringatur eſto b k e. Similiter aũt

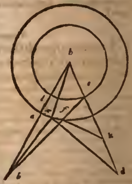


& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano: manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimumſecundum.

IN cōuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis mínora ſimulacra ſpectantur.

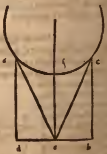
Sit ſphæra maior a c, minor uerò e l, circa idem centrum h, oculus uerò ſit b & connectatur b a h, et ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico q; uiſus refractus à minori ſphæra in d. neq; per e, neq; extra ipſum e cadit. Cadat enim prius ſi poßibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & connectatur ab h in e & refringatur in k. Igitur h e k, biſariam ſecat eum qui ſub b e d, angulum: quoniam ipſos b e d angulos æquos ad circumferentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab h in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d biſariam ſecat. Secet ſitq; h e f. Quoniam angulus cōprehenſus ſub b e d, angulo comprehenſo ſub b e d maior eſt, & ſimidius dimidio maior eſt qui ſub b e k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoßibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minimè ueniet. Supponantur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum e cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis e d, hoc inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc inquam, ſuperius impoßibile patuit. Intra igitur e a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoque oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.



Theorema uigeſimumtertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

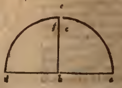
Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius à ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.



Theorema uigeſimumquartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

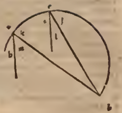
Eſto cauum ſpeculum a e d, cētrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b e refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.



Theorema

Theorema uigeſimumquintum.

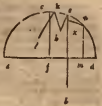
IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferentiam oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.



Eſto cauum ſpeculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius, & ſit b, aſpectus autẽ procidãt b a, b c & refringãtur: igitur angulus m b angulo k maior eſt, et e l ipſo f. Quare non refringuntur b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æquales ipſa a c, ſigna. Oſtẽdetur autem & quod ſi extra circunferentiam ſit oculus, idem eueniet: ſcilicet quòd non ſpectabitur oculus, quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimumſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centroq́; ad angulos rectos ducatur. & in altera parte poſitus fuerit oculus, nihil eorum quæ inſunt parte in aqua oculus ſpectabitur: hoc eſt neq; eorum quę ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.



Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c circulus, aut e mẽſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b e. Igitur uiſus b e refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus namq; angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e b. Similiter quoq; & ſi introrſum cadat oculus ſicut b, ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut b k, m n: uenient enim ſicut k l, n x. Igitur eorũ quæ in ea ſunt parte in qua oculus ſpectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrſum.

Theorema uigeſimumſeptimum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uerò ſit a d, centrum autem ſit f, ad rectos angulos ſit f c, oculi porrò ſint b e à centro æqualiter diſtãtes, uiſus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b h. Connectantur b e, b f, igitur angulus qui ſub b b e b. ſariam ſecabitur ab ipſa f b, et proportionale erit ſicut b b ad b e ſic b f ad f c, quod eſt impoſſibile. Nam b b, ipſo b e maior eſt, & b f, ipſi f e eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e: unus igitur uiſus refringetur in utroq; oculorum, & ipſe non ſpectabitur. Nam b c, extenſa ipſi b d, non concurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodq; propter ſpectatorum congreſſum, neq; e c, ipſi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; ſpeculis unumquodq; ſpectatorum per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductam rectam lineam ſpectatur.

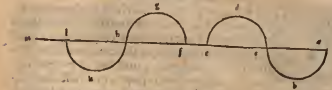


Theorema uigeſimum octauum.

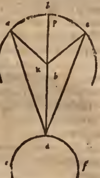
IN cauis ſpeculis ſi eam quę ex centro bifariam ſecans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipſa quę ad rectos angulos, ipſorũ oculorum nullus ſpectabitur.

erum ſepoſitum ab ipſo b c, poſitum, ſimiliter igitur ab ipſo m in f, centrum conuexa & extenſa ſuperius cadit in h ſicut l: quæ uerò ab n in f ſuperius in c, uſque b. Igitur m n ſpectatur ſicut b l & minus eſt b l, ipſo c k & ſpeculo propinquius.

Theorema trigeſimum.



SPeculum cōſtruere eſt poſsibile, ut in ipſo ſpectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lōgius, & aliæ dexteræ, & aliæ ſiniſtræ.



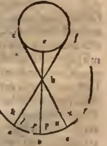
Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri poſſunt conuexa ſpecula ſicut a b c, h k l. Caua autem qualia ſunt c d e, f g h, plana porrò qualia ſunt e f l m, poſita uerò facie ſicut g ſpectantur à planis æqualia ſimulacra æque diſtantia, à conuexis uerò minora & minus diſtantia, à cauis porrò omnino ſicut manifeſtum eſt.

Theorema trigeſimum primum.

EX cauis ſpeculis ad ſolem poſitis ignis accenditur.

Eſto cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit e f, centrum autem ſpeculi ſit b. & à quodam ſigno d conuexa quidem in b centrum d b, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem ſuper b centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor eſt eo qui ad circunferentiam ſub b c d, & ſit a b circunferentia æqualis ipſi b c, & ab ipſo d alia acta cadat d a, manifeſtum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis eſt ipſi b c. ſimiliter autem oſtendetur quòd omnes ab ipſo d incidentes in ſpeculum & æquos ſuſcipientes in idem coincidunt ipſi b k ſuper ipſo b.

Aliter.



Eſto rurſus cauum ſpeculum a b c, ſol autem ſit d c f & à ſigno quodam c per h centrum ſit c h b & a b d f, ſint d b c, f b a. Igitur demonſtrauimus quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in ſe ipſas per p r, angulos æquos exiſtētes, diametri enim ſunt. Quæ uerò a b f in b a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in h c. quoniam n x anguli ſunt æquales, quod autem omnes in ſe ipſas refringuntur, manifeſtum: ex centro nanque exiſtentes ſemicirculos faciunt: qui uerò in ſemicirculis anguli ſunt æquales, per uigeſimam ſeptimam tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in ſe ipſos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus ſignis in eas quæ per centrum & in centro aguntur. his igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi ſtupa appoſita accendetur.

Catoptrices, hoc eſt de imaginibus quæ in ſpeculis

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS IOANNI ZAMBERTO VENETO, FRATRI *humaniſsimo, ſalutem perpetuam.*

CVVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis di-
ſciplinis mirũ in modũ delectari tibi exploratiſsimũ
eſſet, Ioannes frater chariſsime, cũꝗ ſępius, me quaſi
ad pugnã prouocãs, aliqua abs te mechanico artificio
ſtructa oſtẽderes, quæ opticęs, hoc eſt perſpectiuæ
ſpeculationibus cõpacta plurib. lineis ſeſe inuicẽ di-
ſpeſcẽtibus, multiplicibusꝗ angulis, mirandã ingenij tui ſolertiã al-
tamꝗ indaginem præ ſe ferrẽt: efficere nõ poteram quin etiã theore
mata maximẽ nõ comprobarẽ: quãdoquidẽ niteris lineis & angulis
efficere, ut ea quæ plana ſunt, quãdoꝗ cõuexa: at quãdoꝗ ſeſe in inti
ma penetralia extẽdere, aliquãdo uerò ſolida & trib. dimenſionibus
conſtare uideãtur. Cuius quidẽ diſciplinę rationẽ quandoꝗ cùm a-
pud Socraticũ Euclidẽ in uetuſtiſsimis & tineis ac carie cõtritis Grę
cis codicib. legerẽ, quodã ſtupore perfuſus, hominis ingeniũ arduũ
& ſublime inde dijudicans, opus illud mira ſolertia, ſed maximo ſtu
dio nõ legi, ſed relegi trãſcripſiꝗ pariter, ut tãta doctrina quoꝗ inter
noſtros codices ſumma ueneratione ſeruata reperiri poſſet. Quod
quidẽ opuſculũ cum quãdoꝗ tibi demõſtraſſem, auidiſsimè, ut qui
hiantibus ſaucib. ſitibundi fontis frigidam aquã æſtiuis ardoribus
ingurgitãt, petijſti, ut illud tibi Latinũ efficerẽ, exiſtimãs eſſe aliquid
cęteros homines quos diuerſa inutilia oblectamẽta iuuãt diſciplinis
excellere. Quód ſanè ut tuis uotis frater chariſsime ſatisfactũ eſſet,
quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſe
dulò curaui, opusꝗ ipſum ſublimi, & mirãdo iudicio ab Euclide ip-
ſo exquiſitũ Latinũ feci, ut tibi ſatisfaciẽdo, cõmuni quoꝗ ſtudẽtiũ
utilitati conſulerẽ. Quod ſanè opuſculũ tibi id propterea deſtino, ut
tibi neceſsitudinis noſtræ amorisꝗ & beneuolẽtiæ ſit exploratiſsi-
mũ pignus, tũ quia hiſce ſtudijs & ſpeculationib. delectaris: idꝗ pro
ptera iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quãdoquidẽ ea illis
ſunt dedẽda, qui eorũ peritiã tenent. Sub tuo igitur nomine perſpe-
ctiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex Gręcorũ illis diſciplinarũ ingeniorũ
& doctrinæ mũdæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterũ tu fra-
ter chariſsimè hæc leges, uidebisꝗ quantum fuerit Euclidis iudiciũ,
quantũ ingeniũ, quãta doctrina, ut hæc optica theoremata eo exami
ne ſtruxerit, ut eorũ nullũ rectè ſentiẽtes negare poſsimus, in quib. ſi
quid fortaſſe cõperies minus obuiũ & tibi notũ, teſtatim ad elemen
torũ ſpecularia & apparentiũ Euclidis doctrinã conferes. inde nãꝗ
omnia tibi plana fiẽt, & luce meridiana clariora. uerùm ne me Criſpi
ni ſcrinia lippi cõpilaſſe putes, uerbũ nõ amplius addam. Vale XI.
IV. XIX. elemento cõciliatę diuinitatis. Venetijs VI. Calẽd. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI, INSIGNIS'QVE

mathematici, incipiunt Optica, ex traditione Theonis, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS *ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, rei'que huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, de'que foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum etenim unumquodque neutiquam fieret, ſicut & nunc factum ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoque ex ignibus noſtris emiſſam, inquit, lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacentium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores, aliæ porrò ſuppoſitis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucentibus illuſtrantibusq; ignibus ſunt æqualia. extremi nanque radij in his in parallelis conueniunt, fit'que ut umbræ neque concurrentes imminuant, neque his umbræ creſcant, ſed ſicut ſe habet offenſio corporis, talem quoque umbræ commenſurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipſis concurrunt, id'que propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratam'que maiorem partem perficere. Id minimè fieret, niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarum quoque hoc & alijs affectibus deprehendi contingit. Lucerna etenim utcunque iacente ſi appoſita fuerit portula ſubtilem habens rimulam ut fere, proueniatq; rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cum igitur manifeſtum ſit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus conſtat in recti aſpectum euenire ab ipſo erumpētes radios, eiuſdē eſſe rationis, hoc eſt per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionem attulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſæpius in pauimentū delapſo aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſæpius nullo corpuſculū quæſitum prohibēte tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acū perſpexerunt. Manifeſtum nempe quòd id quod inuentum eſt, neq; etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæſito ſub aſpectum expoſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitū quoq; aſpiceretur, nō aſpicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè aſsiſtunt neq; omnes literas in margine exiſtentes intueri poße dixi. Sæpius nanque coactos oſtendere rarò deſcriptas literas, minimè ipſas oſtēdere poße, eo quia ad omnes literas uiſus non efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi non poſſunt: proinde manifeſtum eſt quòd neq; totius marginis locus aſpicitur, itidem quoq; in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunq; ſpectantur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc eſt in continuum delatorum, minimeq; ſalientium. Sub uiſum nanq; cadit ſpectatæ rei imago, ut inde motus uiſus rē uiſam pcipiat, cauſamq; hās attulit. In quæſito nāq; corpore, & in eo qui accuratè libro ſtudet, dubium ſumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus paßio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore cōtinuè imagines profluunt quæ noſtros ſenſus commouent, qua de cauſa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur, nihil minus ratiocinationēs quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aſpectū iudicantur, & qui nam cauſa iudicata permanent, dixerunt, inquam, naturam eſſe iuxta animalia. Eorum uerò quæ ſenſus habēt aliqua ad receptaculum recta linea ſunt conſtructa, aliqua uerò nō. auditum etenim & guſtum & olfactum conuexa conſtruxit intrinſecus, ut extrinſecus procidētia corpora eiſdem ſenſus huiuſmodi mouerēt,*

auditui ſiquidem uox procidẽs locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è ueſtigio tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum. at de guſtu aliquid dicere oportet, et maximè quomodo ipſi ſenſus conuexi, & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint constructi: ad hoc, ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uiſu quoq;. igitur ſi extrinſecus eidem ceciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadem aliquid ſit emiſſum, illius conſtructionem conuexam beneq; compoſitam, ad receptaculum corporum præcedentium eſſe oportuit: nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habens, ſed potius ſphæricus uiſus apparet, ſidemq; huiuſmodi efficiũt in præſentia radij effuſi, paſſionemq; uiſiuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exiſtenti plano ſuperficies iacẽtes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quoniam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neq; ſublimior, neq; humilior, eo quia in eodem ſitus eſt plano: ſi igitur neq; ſublimior, neq; humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferentia, in partes aliquas ſublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè tranſfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios tranſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquet, et in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit: at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt. Inquit enim quòd eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoque cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum. efficit nanq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expoſitarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſim uerò ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata, maiora apparent.

Suppoſitio quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Aequalia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uerò ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

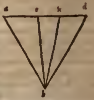
Quæ uerò ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur, ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur, expeditius uidentur.

Theorema primum.

EOrum quæ ſub aſpectum cadunt, quicquam ſimul totũ aſpici minimè poteſt.



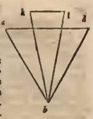
Sit nãq; uiſile quoduis a d, oculus uerò ſit b, à quo procidãt uiſus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniã in interuallo ferũtur procidẽtes uiſus nõ procederent continui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uiſus non ueniunt, ea non ſpectantur per 3 ſuppoſitionem: totum igitur a d, ſimul minimè ſpectabitur, uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrimè delatis.

Theorema

Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinib. interuallo poſitis, propius poſitæ euidētius ſpectātur.

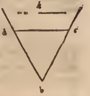
Sit oculus b, quod autem ſpectatur ſit c d, & k l: oportet, inquā, ipſa æqualia & parallela eſſe, propius uerò ſit c d, procidantq; uiſus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipſo b, oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniāt per c d, ſigna, fuerint nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipſum k l, maius q̃ ipſum c d, atqui poſitū eſt quod & æquale, igitur ſub plurib. uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.

Sit, inquam, oculus n, ſpectatum uerò c d, ſitq; in aliqua diſtantia, non amplius ſpectabitur, fiat nanq; c d, inter uiſuū interuallū in quo k, igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uerò ad quod uiſus nō addunt non ſpectatur. Eorum igitur quæ ſpectantur, unumquodq; longitudinem diſtantiæ habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea exiſtētibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur, minora apparent.

Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò ſit k, ex quo procidant uiſus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g, & g angulus ipſo angulo b: maius igitur apparet b c ipſo c d, & c d, ipſo d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ, inæquales apparēt, & maior ſemper ea quæ propius oculum adiacet.

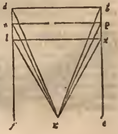
Sit æqualis c d ipſi k l, oculus uerò ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, ſub maiori ſpectatur angulo quàm ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.



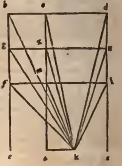
Theorema ſextum.

PArallela interualla in diſtantia ſpectata inæqualis latitudinis apparent.

Sit, inquam, b e ipſi d f parallelum interuallum, oculus uerò ſit k. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nēpe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniā igitur angulus qui ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis: parallela igitur interuallorū ex diſtantia ſi ſpectētur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nēpe in eodē plano ſpectato fuerit oculus ſic. eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſubie

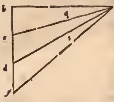


ctum planum perpendicularis k b: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementor & extendatur per ſecundum poſtulatum in o, procidantq́; radij K b, K g, K f, K d, K n, & K l, & connectantur per primum poſtulatum K m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipſo K. ſublimi in ipſum m annectitur K m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & K x, in ipſa g n, & ipſa K o, in ipſa b d. Igitur triangula K m l, K x n: K o d, rectangula ſunt, & æqualis eſt ipſa quidem x n ipſi m l, parallelogrammum, in quo n, eſt ipſum m n, utraq; ipſarum x K, K n, maior eſt utraque ipſarum m K K l, maior igitur eſt & angulus qui ſub m K l, eo qui ſub x K n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idq́; propterea & l s, ipſa b d, inæqualis igitur latitudinis ipſæ magnitudines apparent.



Theorema ſeptimum.

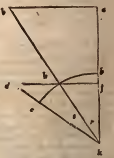
IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem poſitæ, inæquales apparent,



Sint æquæ magnitudines b c, & d f, oculus uerò ſit K, & ab ipſo K, oculo procidāt uiſus K b, K c, K d, K f, rectus uerò ſit angulus qui ſub K f b, igitur angulus s angulo q maior eſt, quare & d f ipſa c b, maior apparet. Igitur ipſæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.

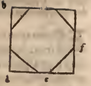
AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ interuallis, proportionaliter minimè ſpectantur.

Eſto enim b c ipſi d f æqualis, & ei parallelus apponatur. K oculus, & ab ipſo procidant radij, K f c, K b b, K f, & K e d: quorum K c, ipſi b c, eſto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipſæ b c, & d f magnitudines ipſis c K, & K f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui ſub d f K, rectus eſt, acutus igitur eſt angulus qui ſub f K b, quare & ipſa b K ipſa K f maior eſt, centro igitur K, interuallo uerò K b, per tertium poſtulatum circulus deſcriptus extra ipſam K f cadit, deſcribatur & eſto e b g: & quoniam b d K, triangulum maiorem habet rationem ad b K e, ſectorem, quàm f b K, triangulum ad g b K, ſectorem: uiciſſim igitur b d K, triangulum ad f b K, triangulum maiorem habet rationem, quàm e b K, ſector, ad g b K ſectorē. Cōponendo igitur per decimāoctauam quinti elemētorū triāgulū f d K, triangulum f b K, maiorem habet rationem, quàm e g N ſector, ad g b K, ſectorem, ſed ſicut f d K triangulum, ad f b K triangulum, ſic d f ad f K: ſicut autem g e K, ſector ad g b K, ſectorem, ſic qui ſub d K f angulus, ad eum qui ſub b K f angulum. In maiori ergo ratione eſt d f ad f b, quam s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f b, ſic c K, ad K f, & K c, igitur ad K f, in maiori eſt ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, ſpectatur d f: ex r uerò angulo ſpectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè ſpectantur.



Theorema

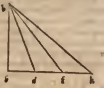
Theorema nonum.



REctangulę magnitudines ex interuallo ſpectatæ, circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; longitudinem habet aliquã interualli, qua aduentante nõ amplius ſpectatur, ſicut per 3 theorema apparet, igitur angulus e non ſpectatur. At ſigna d f, ſolũ apparent. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorũ angulorum hoc eueniet, quare totum circunductum apparebit.

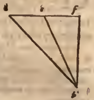
Theorema decimum.



SVb oculo poſitorũ planorum, quæ remotiora, ſublimiora apparent.

Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d, b f, & b k: perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d, ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k: quæ uerò ſub ſublimioribus radijs ſpectantur, ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.

Theorema undecimum.



PLanorum ſuper oculo poſitorum, quæ remotiora, humiliora apparent.

Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidãt ut b c, b d: et b f humilima omniũ quæ ex b ad ipſum d f prodeũt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

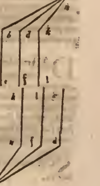
Theorema duodecimum.



QVę obijciuntur lõgitudinem habẽtium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur: quæ uerò in ſiniſtris, in dextra.

Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uerò ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtram magis quàm g. ſimiliter quoq; b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.



AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſubliminores apparent.

Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, ſub oculum n poſitæ, & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. igitur b c ipſa d f, ſublimior apparet, & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, ſublimiores apparent.

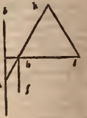
Theorema decimumquartum.

AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitarum, quæ longè poſitæ ſunt, humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculum poſitæ, quæ ſit et ab b ipſo

ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc e d, humilior apparet ipſa l f, & l f ipſa h n.

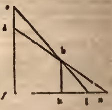
Theorema decimumquintum.



EOrum quæ ſub oculũ poſita ſunt, quę ſeſe inuicem excedunt adhęrente oculo maiore ſupra ſpectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.

Sit nempe maius b c ipſo b f, ponaturq́; ut oculus ſit k, ſemper ipſa b c, & b f, procidatq́; radius per h, ſitq́; k d, igitur b c ipſo b f maius apparet ipſo b d. æquum enim apparebat b f ipſi d c, quoniã iam ſub eodem oculo k & radio k d aſpiciebatur. Rurſus iam permutetur oculus k, ſitq́; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rurſus b r ipſo b f maius apparet ipſo b n minore, igitur ipſum b c, ipſum b f, uidetur excedere abeunte oculoq́; adhærente.

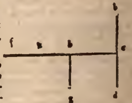
Theorema decimumſextum.



QVæ ſeſe inuicem excedunt inferius oculo poſito, adhęrente oculo minore minus ſuper ſpectatum apparet, recedente uerò maius maiore.

Eſto, inquam, maius b f ipſo h k, & oculo l inferius poſito cadat radius l c: per h, igitur b f ipſo h k maius apparet ipſo c b. Immutetur iam l oculus, ſitq́; oculus n, cadatq́; radius n d, per h igitur rurſus b f ipſo h k maius ipſo b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipſum b f, ipſum h k uidetur excedere.

Theorema decimumſeptimum.



QVæcunq; ſeſe inuicẽ excedũt, oculo poſito in recta linea minori magnitudine exiſtẽte, adhęrẽte et recedẽte oculi æquali ſemper ſuperius ſpectatum minus uidebitur excedere.

Excedat, inquam, b d ipſum h g ipſo b c & connexa c h per 2 poſtulatum extendatur, ſitq́; oculus in f. Igitur ab ipſo f radius procidens per f c, annectetur. Rurſus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipſo k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipſum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.



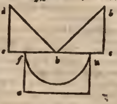
DAtam altitudinem cognoſcere quanta ſit.

Sit, inquam, quam oportet cognoſcere, quanta ſit data altitudo b c, cadatq́; radius ſolis ab ipſo b ut b d, igitur umbra erit ut c d, eſpe magnitudinem quampiam notam, ſitq́; k f annectatq́; per trigeſimamprimam primi elementorum ſub angulo d, parallelum b c. Igitur eſt ſicut d c ad c b, ſic d f ad f k, & nota eſt ratio ipſius d f, ad ipſam f k, nota igitur eſt ipſius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non eſt ipſa, igitur c b altitudo nota eſt.

Theorema decimumnonum.

SOle non apparente datam altitudinem quanta ſit cognoſcere.

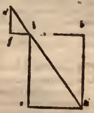
Sit quam cognoſcere conuenit quanta ſit data altitudo b c, exponaturq́; ſpeculum k a, oculus uerò ſit d, & ab ipſo procidat radius d b, refringaturq́; ut b b, ſiniens, & ab ipſo d oculo perpẽdicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad b ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorũ uterq;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c b, ipſi d b f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 6 elementorum. Eſt igitur ſicut b c ad c b, ſic b f ad f d. Ipſius autem f b ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur b c ad c b, ratio nota eſt: at nota eſt c b, nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b h, ponaturq́; oculus d, procidatq́; radius d l h in deiectum, exciteturq́; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b h ipſa d f, quoniam parallelus eſt b h ipſi d f, prociditq́; d h, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b h l, & l d f, inuicem efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales, per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b h l triangulum ipſi l d f triangulo: eſt igitur ſicut l f ad f d, ſic l b ad b h. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b h. Data autem eſt l b. Data quoq; eſt ipſa b h.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinẽ quãta ſit cognoſcere.

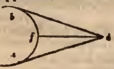
Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur, per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f k ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt et c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

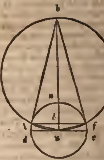
SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d, in eodẽ exiſtens plano ipſi b c, à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorũ ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus, ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebũtur, ſimiliter quoq; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

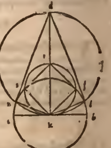


Sit enim ſphæra cuius centrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum c i ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquam, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uerò k b dimetiẽtem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k f. f b, b l, l k, & igitur quoniã per 31 tertij elementorum, anguli qui ſub k f b, b l k recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterq; qui ad b, ſunt angulorum rectus eſt, eò quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f b, ipſi b l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa b b ipſum b f b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in ſ, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphere quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum namq; f in l, minus eſt hemiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.

Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

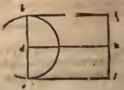
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b c, circum uerò d k circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectantur d n, n k, d l, l k, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt, per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadũt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundũ poſtulatũ connectantur r f, f k, r s, s k: igitur ipſo r f, r s, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r f, r s cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f s. & ſub angulo d ipſum n f s l, ſpectatur, ſed f n s l, ipſo f s, maius eſt: apparet autem minus. angulus enim qui ad r maior eſt eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elemẽtorum: quæ uerò ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidentur: maius ergo apparet f s, ipſo n f s l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphęræ æquus fuerit rectę lineę diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphæriũ ſpectabitur.

Sit ſphæra cuius dimetiẽs ſit b c, et ab ipſo b c per 11 primi elementorũ excitentur ad angulos rectos b f, c l, et ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elemẽtorum excitetur f l, et ponatur oculus unus in f, alter uerò in l: ab ipſo uerò cẽtro d, per 31 primi elemẽtorũ ad ipſã b f parallelus d k. igitur ſi manẽte d k ipſum b k parallelogrammũ, circũagatur in idẽ rur-

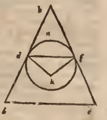


ſus

ſus unde cœpit agi conſiſtet, & circumſcripta ab ipſa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, oculorum uerò interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro, & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulũ d f n, procidantq; radij b d, c f, in uno ſigno tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt, congrediantur iam in h, ſignum. Igitur quoniam ab ipſo ſigno h ipſæ h f, h d, per unum ſignum tangentes cadunt, minor eſt ipſe f n d, ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema, anguli enim h f k, h d k ſunt recti. Ipſius uerò ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

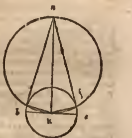
SI oculorum interuallũ minus fuerit ſphæræ diametro, id ſphæræ quod ſpectatur, hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſphæra cuius centrũ ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtẽs ipſius ſphæræ diametro: & per k & b c, extendatur planum, efficiatq; in ſphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamſeptimam tertij elemẽtorum ab ipſis b c oculis in uno ſigno tangentes b f, & c g, quæ in h inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inequales. Igitur ab ipſo h ſigno procidẽtes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient. per uigeſimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt. Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum.

CYlindro utcunq; inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitur.



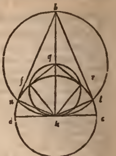
Eſto nanq; cylindri circa baſin circuli centrum k, ab ipſo n, oculo excitetur ad k ipſa n k, per primũ poſtulatum, et per k: per ſecundam primi elementorum excitetur b e, & circum k n, deſcribatur circulus, cõnectanturq; n f f k, n d, d k. Igitur qui ad f d recti ſunt. In uno igitur ſigno f n, n d, tangũt per correlarium decimæſextæ tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d, tantum ſpectabitur ſed f l d, minor eſt ipſo e l b ſemicirculo. Igitur f l d, ſemicirculo minor uidebitur, hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demonſtrabimus, quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur.

Theorema uigeſimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ poſito, minus quidem erit aſſumptũ cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur aũt maius aſpici.

Eſto

Eſto enim cylindri circa baſin circuli centrum k, & ab ipſo k oculo in k centrum per 1 poſtulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, & circum k b circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & connectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta ſunt l f n, minus eſt ſemicirculo, & ſimiliter baſi cylindri minus eſt, & dimidium ſpectabitur. Sed propius excitetur oculus, ſitq; q & circum f k, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq; q r, r k, k s & s q. Igitur qui ab ipſo q radij procidentes per q r & q s cadunt, qui verò ab ipſo b ſcatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r s, uidetur aut minor r f s, ipſo n f l: maior enim eſt angulus q, angulo b, per 20 tertij elementorum, quare cylindri minor pars ſpectabitur, uidetur autem maior aſpici.



Theorema trigeſimum.

COno circulum baſin habente ſub uno oculo perſpecto, minus hemiconio ſpectabitur.

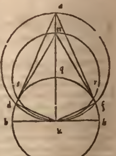
Eſto enim coni baſis circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo b oculo excitetur in centrum per primum poſtulatum b k, et per k, per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipſi k b excitetur n l: circum uerò k b, per 3 poſtulatum deſcribatur circulus. Connectanturq; per 2 poſtulatū b f, f k, b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti ſunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipſæ b d, b f in uno ſigno tangunt per correlarium 6 tertij elementorum, & radij qui ex b per b d, b f procidunt. igitur ambitus f r d, perſpectus minor exiſtens ipſo n r l. At n r l ſemicirculus eſt. Igitur ambitus f r d ſemicirculo minor eſt. Quare & coni quod ſpectatur minus eſt hemiconio: ſimiliter enim & in reliquorum circulorum ipſius coni ſuperficie oſtendemus.



Theorema trigeſimumprimum.

OCulo propius poſito in eodem plano minor, inquã, erit uiſibus aſſumpta pars, at maior perſpicij uidebitur.

Eſto coni baſis circulus cuius centrum ſit k, oculus uerò ſit a, & ab ipſo a per primum poſtulatum in k connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipſa b b. Deſcribaturq; per tertium poſtulatum circum a k circulus, & per primum poſtulatum connectantur a f, f k ad d k, permuteturq; oculus a in n, & circum K n, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur, connectanturq; n r, r K, n s, s K. Igitur qui ex a oculo radij ſcatent, per a d, a f, cadũt. Quare ambitus f q d apparet. Idq; propterea & qui ab ipſo n, oculo radij ſcatent per n r, n s cadunt, ſpectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipſo r q s. At minor apparet, maior enim eſt angulus n eo qui ad a eſt angulo.

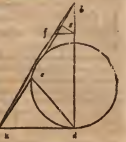


Theorema trigeſimumſecundum.

COno circulũ baſin habẽte, ſi à cõtactibus q ab oculo in coni baſin procidẽtib. radijs rectę lineę deducãtur per ſuperficiẽ

coni

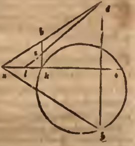
coni ad uerticem eius per'q; deductas, & eis quę ab oculo in baſin coni procidentibus plana educta fuerint, in communi'q; planorū ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariā æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.



Sit conus cuius baſis quidem ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum. oculus uerò ſit k à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectātur'q; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b, & c b, & per c b & c k, quidem planum extendatur quod ex ipſorum d b, d k. Similiter'q; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum. nam ipſæ c d b, concurrunt, & c k, d k concurrunt, ueniant in congreſſum igitur ipſa plana, & ſit eorum communis ſectio b k. Dico quòd ubi in b k, poſitus fuerit oculus, quo ſpectātur coni, æquum eſt, ponatur in b k oculus, ſit'q; f, excitetur'q; per 11 primi elementorum per f ad ipſam quidem k d, ipſa f n, ad ipſam autem c k ipſa f s, igitur ipſæ f n, f s coni ſuperficiem in ſignis f s tangunt. In ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. Igitur in ipſa b d c, coni ſuperficiei interualla ſpectata æqualia apparent. Quoniam æqualis eſt quem ipſæ f s, s n comprehendunt, angulus ei qui ſub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in k b, recta linea poſitus fuerit, æquum ſemper ſpectatum apparet.

Theorema trigeſimumtertium.

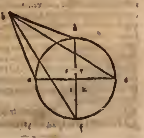
AEqualiter autem ſemper oculo à cono diſtante, ſublimis quidem oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uerò maius.



Eſto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autem circulus, excitetur'q; per 11 primi elementorum k b, ipſi b d, ponatur'q; oculus in b. Dico iam quòd id quod ſpectatur coni oculo poſito in b minus ſpectabitur quam in s. Connectantur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in b s ſigno ipſæ b d, d s, et per ſecundum poſtulatum extēdantur in n l, igitur in n & l. ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebūt, et minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uerò id quod ad n, ei quod ad b. Id autem quod ad l ei quod ad s, ſicut in praecedēti patuit: oculo igitur in b, ſigno exiſtēte ſpectatum coni minus apparet quam in ſigno.

Theorema trigeſimumquartum.

IN circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetiētes ęquales apparent.

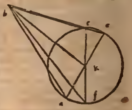


Eſto enim circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo k, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa k b, oculus uerò ſit in b: excitentur'q; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d, per primum poſtulatum. Igitur bina b k, k f binis b k, k c, ſunt altera alteri

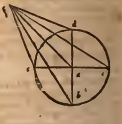
teri æquales, eſt autem & angulus r angulo s æqualis, æqualis igitur eſt per 4 primi elementorum baſis b f, baſi b c. Idq; propterea iam & b d ipſi b a eſt æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, ſunt æquales, eſt autem & d f ipſi c a æqualis: angulus igitur qui ſub d b f, angulo qui ſub c b a eſt æqualis. Sed ea quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis, æqualia apparent: æqualis igitur per ſuppoſitionem ſextam c a, ipſi d f apparet.

Theorema uigeſimumquintum.

ET ſi quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipſi plano, æqualis autem fuerit ei quę ex centro, dimetientes ipſi æquales apparent.

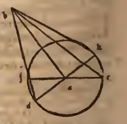


Sit circulus cuius centrum k, & ab ipſo k, excitetur non ad angulos rectos ipſi plano ipſa k b, æqualis autem eſto ei quæ ex centro circuli, & per primum poſtulatum connectantur ab ipſo b ſigno eæ quæ prius: quoniam igitur ipſæ d k, k b, k f, inuicem ſunt æquales, rectus eſt angulus contentus ſub f b d. Idq; propterea iam & qui ſub a b c, angulus rectus eſt, æquales igitur ſunt ipſi adinuicem per quartum poſtulatum. Sed quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis æqualia apparent per ſuppoſitionem 6. æqualis igitur apparet d f ipſi a c. Sed iam a f, neque ſit æqualis ei quæ ex centro, neque ſit ad angulos rectos ipſi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos ſub d a f, f a c, & c a f & f a b. Dico quòd & ſic dimetientes ipſi æquales apparent. Quoniam enim æqualis eſt d a, ipſi a c, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a f, & æquos comprehendunt angulos. Baſis igitur d f, per quartam primi elementorum baſi c f, eſt æqualis, & angulus d f a angulo a f c, eſt æqualis. Similiter iam oſtendemus quòd & angulus c f a, angulo a f b eſt æqualis, totus angulus igitur qui ſub d f b, toti angulo ſub c f c, eſt æqualis, quare per ſuppoſitionem 6 perſpectiuæ ipſæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigeſimumſextum.

SI uerò quę ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipſius circulo plano, neq; etiã ei quę ex cẽtro fuerit æqualis, neq; æquos cũ his quæ ex centro comprehendet angulos, ſed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipſæ inæquales apparebunt.

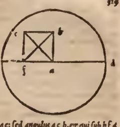


Sit enim circulus cuius centrũ ſit a, & ab ipſo b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, ſit autem neq; ad angulos rectos ipſi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehẽdat angulos. Dico quòd ipſæ diametri circuli inæquales apparebunt. excitetur, inquam, c f, dimetiens ad angulos ſubſiſtens rectos ipſi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipſi a b, & per primum poſtulatum connectantur b c, b d, b f, & b k. Sit, inquam, prius b a ipſa a k maior: igitur maior eſt angulus comprehenſus ſub c b f, eo qui comprehenſus eſt ſub k b d, ſicut in theorematibus oſtenſum eſt. Quæ uerò ſub maiori angulo ſpectantur, maiora apparent. Igitur c f ipſa d k maior apparet.

Theorema trigeſimumſeptimum.

SI autem b a, ipſa a k, minor fuerit, maior apparet d k ipſa c f.

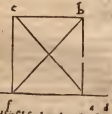
Eſto circulus cuius centrũ ſit a, oculus uerò ſit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, ſed exterius, ſitq; b c, connectaturq; per primum poſtulatum ex c in a, ipſi c a, inſuper ab a in b, ipſa a b per idem poſtulatum. Dico q omnium per a actarũ rectarum linearum, ad ipſamq; b a angulos efficientium minimus eſt qui ſub e a b. excitetur enim recta linea d a, & ab ipſo c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipſi plano c f, connectaturq; b f, per primum poſtulatũ: igitur ipſa b f, ſuper d e perpendicularis eſt. Quoniam igitur angulus e f a rectus eſt, qui ſub a c f, igitur minor eſt recto: maius igitur eſt per 18 primi elemen. latus a e, latere a f. Igitur b a ad ipſam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a e: ſed anguli a c b, & qui ſub b f a recti ſunt, & c a, & a f, ſunt inæquales, & reliquus igitur qui ſub f a b, eo qui ſub c a b maior eſt. ſimiliter autem oſtendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipſam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus eſt qui ſub e a b.



Theorema trigeſimumo ?auum.

SEd quod f b ipſi d e ad angulos rectos exiſtat, ſic oſtendemus.

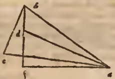
Quoniam b c, ipſi circuli plano ad angulos eſt rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipſi circuli plano per 3 diffinitionem 11 elemen ad angulos rectos exiſtunt. Vnum autem eorum quæ per b c extẽduntur planorum eſt ipſum b e f, triangulum. Igitur triangulũ b e f, ipſius circuli plano ad angulos rectos exiſtit. Quoniam igitur bina plana, hoc eſt & id quod ipſius e d, circuli, & id quod ipſius b e f, trianguli adinuicem ſeſe diſpeſcũt, & ipſi e f, quæ ipſorum communis eſt ſectio ad angulos rectos eſt ipſa f d, in ipſius circuli plano: perpendicularis nanq; agitur e f, in e d, & f d igitur ipſius b e f, trianguli plano ad angulos rectos eſt. Quare per 3 diffinitionẽ 11 element. ad omnes ipſum tangentes rectas lineas, & in ipſo e trianguli e f b, plano exiſtentes ad angulos rectos ſubſiſtit. Igitur d f ipſi b f, ad angulos rectos eſt.



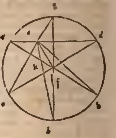
Theorema trigeſimumnonum.

RVrſus igitur b f ipſi e f d, dimetienti ad angulos rectos eſt.

Eſto bina triangula b e a, & b f a, rectos habentia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad e a. Dico quòd angulus f a b, eo qui ſub e a b eſt, angulo maior eſt. Quoniam enim b a ad a f, maiorẽ habet rationem quàm ad c a: & rurſus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a ad a b, maiorem habet rationem quam f a, ad a b. Fiat igitur ſicut e a, ad a b, ſic f a, ad maiorem ipſa a b, hoc eſt ad ipſam a d, æquiangula igitur ſunt triangula b c a, & d f a, quare angulus e a b angulo f a d eſt æqualis. Igitur angulus f a b, angulo e a b, maior eſt. Eſto circulus a b, c d, excitenturq; binæ diametri a b, e d, ſeſe inuicem ad angulos rectos diſpeſcentes, oculus uerò eſto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidem rectos eſto ipſi c d, ad ipſam autem a b contingentem angulum comprehendat, eſtoq; e f, utraq; ipſarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur e d, utriq; ipſarum a b & e f, ad angulos eſt rectos, & omnia igitur plana per e d, protecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos ſubſiſtũt. excitetur perpendicularis igitur ab ipſo e, ſigno ad ſubiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum ſectionem a b cadit. Cadat igitur & ſit c k, extẽdaturq; dimetiens g b, ponaturq; ipſi dimetienti circuli æqualis l m, ſeceturq; per 10 primi element. biſariam in n, & ab ipſo n, ipſi l m, per 11 eiuſdem excitetur ad angulos rectos in ſublimi recta linea n x. ſitq; ipſa n x, ipſi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, deſcriptum, tanſiensq; per 10 ſemicirculo maius erit. Quoniam n x, maior eſt utraq; ipſarum l n, n m, ſit ipſum l x m. Connectanturq; ipſæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehenſus ſub l x m, ei eſt æquus qui ad e, ſignum, cõprehenſo ſub continen



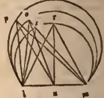
tibus ipſum e, & c d, ſigna. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, & f g, æquus qui ſub l n, n o, auferaturq́; ipſa e f, æqualis ipſi n o, connectanturq́; ipſæ l o, m o, deſcribaturq́; circum l o m, triangulum ſegmentum circuli comprehēſum ſub l o, o m, hoc eſt ipſum l o m. Erit iam qui ad o, ſignum angulus comprehenſus ſub l o m æquus ei qui ſub g e b. Inſuper ponatur ei qui ſub e f g, æqualis qui ſub l p n, auferaturque c f, æqualis ipſi n p, connectāturq́; ipſæ l p, p m, deſcribaturq́; circum ipſum triangulum ſegmentum circuli, erit iam angulus qui ad p, ſignum angulo cōprehēſo ſub a e, & e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior eſt, ſed angulus x, angulo s, eſt æqualis, & qui ad s, per 32 primi element. maior eſt eo qui ad o, extra enim triangulum eſt l s o, & qui ad x igitur eo qui ad o maior eſt, & qui ad x, ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ad o, ei qui ſub g c b, igitur per 4 ſuppoſitionem perſpectiuæ c d, ipſa g h, maior apparebit. Rurſus angulus s, angulo g c b, eſt æqualis, & qui ad p, ei qui ſub a e b: maior autem eſt angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per ſuppoſitionem 4 perſpectiuæ g b, ipſa a b recta linea.



Theorema quadrageſimum.

NOn ſit autē maior quę ab oculo in cētrum annexa eſt ea quæ ex cētro, ſed minor, erit iam circa diametros cōtrarium: nam ipſorum dimetiētium maior, minor, & minor, maior, apparebit.

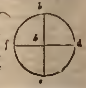
Eſto circulus a b c d, extēdanturq́; bini dimetientes a b, c d, ſeſe inuicem ad rectos angulos ſecantes, altera uerò quæpiam extendatur n b, oculus uerò ſit e, à quo in centrum f, connexa eſto e f, minor exiſtens utraque earum quæ ex centro, ad angulos uerò rectos eſto e f, ipſi c d, ponaturq́; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. ſecetur bifariam in n, excitetur q́; per 11 eiuſdem ad angulos rectos ipſi l m, ipſa n x. Deſcribaturq́; circum l m x, ſegmentum circuli, ſit que l x m. Erit iam minus ſemicirculo, quoniam n x, minor eſt ea quæ ex centro, eſto, inquam, l x m, connectanturq́; per primum poſtulatum ipſæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehenſus ſub l x, x m, æquus eſt ei qui ad e, comprehenſo ſub c e, & e d. Inſuper ponatur ei qui ſub e f, f g, æqualis qui ſub l n, l o, angulus, auferaturq́; e f, ipſi n o, æqualis, connectanturq́; l o, m o. Deſcribaturq́; circa l o m, triangulum ſegmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, ſignum comprehenſus ſub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenſo ſub b e n. Inſuper ponatur ei qui ſub a f, f e, æquus qui ſub l p, p n, auferaturq́; n p, ipſi e f, æqualis, connectanturq́; l p, p m, deſcribaturq́; circum l p m, triangulum ſegmentum circuli, ſitq́; l p m, erit iam angulus qui ad p, ſignum comprehenſus ſub l p, p m, æqualis ei qui ad c, angulo comprehenſo ſub a c & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor eſt, æqualis autem eſt angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenſo ſub b e, e n, & qui ad a, ei qui ad e, comprehenſo ſub c e d, minor igitur apparebit c d, ipſa n b. Rurſus quoniam angulus qui ad e. comprehenſus ſub b e n, minor eſt eo qui comprehenſus eſt ſub l c b, minor igitur per ſuppoſitionem 5 ſpecularia apparebit & n b, ipſa a b.



Theorema quadrageſimumprimum.

CVruū rotę quādoq; circulares, & quādoq; cōtractę apparēt.

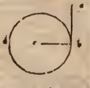
Eſto enim rota cuius dimetientes ſint d f, & b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos, ipſi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparent, ſicut in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare rota currus his exiſtentibus circulares apparet: producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus eſt ad rectos angulos non ſubſiſtente radio ipſius rotæ plano, neq; æquale ei quæ ex ipſius centro, dimetientes inæquales apparent, quod ſimiliter in præcedenti oſtenſum eſt, quare rota contracta apprebit.



Theorema

Theorema quadrageſimumſecundum.

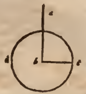
SI magnitudo quæpiam ſublimis ad ſubiectum planum ad angulos rectos extiterit, poſitusq́ fuerit oculus in aliquo ſigno ipſius plani, & permutatum fuerit uiſile in circuli circunferentia, uiſile ſemper æqualiter ſpectabitur.



Eſto, inquã, ſpectata aliqua magnitudo a b, ſublimior plano, oculus autẽ eſto c, cõnectaturq́; b c, & cẽtro c, ſpacio uerò c b, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur b d. Dico quòd ſi in circuli circunferentia permutabitur ipſa a b, ab ipſo c, oculo æqualiter ſpectabitur. Quoniam enim a b, recta eſt et ad ipſam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipſam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per ſecundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uiſile ſpectabitur, ſimiliter quoq; & ſi à centro c, ſublimis excitetur recta linea, & in ipſa poſitus fuerit oculus in parallelum exiſtens ſpectatæ magnitudini, commotaq́; fuerit magnitudo, ſpectatum æqualiter ſemper apparet.

Theorema quadrageſimumtertium.

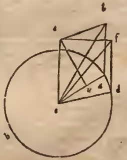
SI uerò uiſile ad ſubiectum planũ ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, cẽtrum habẽte ſignum circum quod conuertitur magnitudo ipſi plano, uiſile ſemper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo a b, ſublimis & ad angulos rectos exiſtens ad ſubiectum planum, oculus uerò ſit c, & centro quidem b, ſpacio uerò b c, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur c d. Dico quòd ſi c permutetur in circuli circunferentia ipſa a b, magnitudo æqualiter ſemper apparebit: hoc, inquam, eſt manifeſtum. omnes enim ab ipſo c ſigno ad a b, cadẽtes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus eſt. Aequaliter igitur ſpectata magnitudo apparebit.

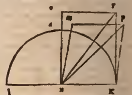
Theorema quadrageſimumquartum.

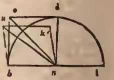
SI autem ſpectata, à magnitudo ad ſubiectum planũ neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq́ fuerit uiſile in circuli circunferentia, inæqualiter ſemper ſpectabitur.



Eſto circulus a b, & ſuſcipiatur in ipſius circunferentia ſignum, ſitq́; illud d, & conſtituatur non ad rectos angulos ipſi circulo ipſa d f, oculus uerò ſit e. Dico quòd ipſa d f, ſi in ipſius circuli circunferentia permutabitur quandoque maior, & quandoque minor apparebit. Iam ipſa d f, uel eſt maior eo quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: ſit in primis maior, excitetur´que per 31 primi elementorum per e, centrum ipſi d f, parallelus e c, ſitq́; æqualis d f, ipſi c e. Exciteturq́; per 11 undecimi element. ab ipſo c, ſignum ad ſubiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipſi plano, in n, ſignum, & connexa e n, per 2 poſtulatum extendatur, & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipſi c e, parallelus excitetur a b, ipſi d f æqualis: dico quòd a b omnibus in circuli circunferentia ſtantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum poſtulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autem in præterito 36 theoremate, quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum, efficientiumq́; a d, e c angulum, minimus eſt qui ſub

c e a. Quoniã igitur e e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & ea igitur ipſi e b, æqualis eſt & parallelus: parallelogrãmum igitur eſt b e, idq́; propterea iam & f e, parallelogrãmũ eſt. Et quoniã oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniam igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum actarum rectarum linearum ad e e, anguloſq́; efficiẽtium minimus eſt qui ſub e e a, minor igitur eſt & ipſo e e d, is qui ſub e e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum k a l, accipiaturq́; illius centrum & ſit n. ponaturq́; ei angulo qui ſub e e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei autẽ qui ſub e e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq́; ipſi d f, utraq; ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq́; per primum poſtulatũ p k, parallelogrãmum igitur eſt n p & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per trigeſimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrãmum æquũ eſt & ſimile ipſi ſ e. Cõnectanturq́; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq́; qui ſub k n p, et æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa ſ d, minor eſt ipſa ſ d, minore exiſtente & æquale ei quæ ex cẽtro. Sed iã eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõſtruãturq́; omnia eadem quæ ſuper, ponatur circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus b d l, accipiaturq́; illius centrum, & ſit n: & quoniã d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi b n: ponatur anquã, ei qui ſub e e a, angulo, æqualis angulus qui ſub b n K. excitetur q́; ipſi b n, parallelogrammũ n x, & ipſi b n, auferatur æqualis K x, cõnectaturq́; x b, ei autem qui ſub c e d, æqualis ponatur qui ſub b n d, & ipſi b n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq́; b n, æqualis auferatur d o, cõnectaturq́; o b: parallelogrammum igitur eſt utrunq; ipſorum b d, b K, & ſunt æqualia & ſimilia ipſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub c e d, & qui ſub b n K, eſt æqualis ei qui ſub c e a, minor autem eſt qui ſub e e a, eo qui ſub e e d, minor igitur eſt & qui ſub b n K, eo qui ſub b n d, connectanturq́; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub b n K, eo qui ſub b n o, æqualis autem eſt qui ſub b n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d ſ, magnitudine, quod oſtendere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq́; eadem que ſupra, ponaturq́; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus, ſitq́; b m, accipiaturq́; centrum illius, ſitq́; n, auferaturq́; ab ipſa b n, ipſi d f æqualis n x, ponaturq́; ei angulo qui ſub e e a, æqualis angulus qui ſub b n K, ei autem qui ſub e e d, æqualis qui ſub b n l. Sit autem utraque ipſarum n K, n l, æqualis & ipſi d f, exciteturq́; per K. ipſi n x, per 31 primi elementorum, æqualis parallelus K o, connectanturq́; o x, & per l, ipſi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturq́ue p x, parallelogrammum igitur eſt utrunque ipſorum K x, x l, & eſt quidem ipſum K x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l ipſi e f. Quare & angulus qui ſub b n K, æquus eſt ei qui ſub e e a, & qui ſub b n l, ei qui ſub e e d, maior autem eſt angulus qui ſub e e d, eo qui ſub e e a, maior igitur eſt angulus qui ſub b n l, eo qui ſub a n K, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo qui ſub x n p, minor eſt, æqualis autem eſt qui ſub x n o, ei qui ſub a e b, & qui ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f, perſpicitur aũt ſub a e b, magnitudo





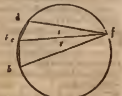




gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

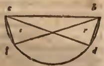
EST aliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato æquum ſemper uiſile apparet.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq́; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in deſcripta circuli circumferẽtia æqualiter ſemper apparebit. permutetur enim b c, in c d, connectaturq́; d f. igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemẽtorum æqualis eſt angulus r, angulo s: quæ uerò ſub æqualibus ſpectantur angulis per 6 ſuppoſitionem optices, æqualia apparent, æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.

Theorema quadrageſimũſextũ conuerſum præcedẽtis.

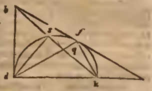
EST aliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uerò manẽte, æqualiter ſemper uiſile apparet.



Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipſius circuli b f c, ſegmento, permuteturq́; oculus f, ſitq́; in d, procidantq́; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo s, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmento: quæ uerò ſpectantur ſub æqualibus angulis, æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadrageſimumſeptimum.

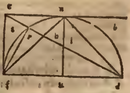
EST aliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanẽte, inæqualiter uiſile apparet.



Sit, inquam, uiſile k d, recta autẽ linea b e, in ipſam k d, procidens, accipiaturq́; per 13 ſexti element. ipſius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, ſegmentum deſcribatur, acutum habens angulum q, tangat autem rectam lineam b c. Quoniam eſt ſicut d c, ad c f, ſic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b ſigno, protendaturq́; d b, b k. connectatur s d, igitur angulus q, æqualis eſt per 21 tertij elementorum, angulo s. in eodem namq; eſt ſegmento, & angulus s, angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b maior eſt, oculo igitur in f exiſtente, maior apparet k d, quàm ſi oculus in b poſitus fuerit.

Theorema quadrageſimumoctauum.

IDem continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

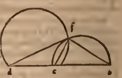


Eſto enim parallelus b c ipſi ſpectato d f, ſeceturq́; per 10 primi element. d f, biſariam in k, excitetur q́; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq́; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiens eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmẽtum tangit. permutetur autem oculus in c, extendaturq́; c f, c d, cõnectaturq́; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo e, maior eſt: igitur & angulus q l, angulo s maior eſt. At

quæ ſub maiori ſpectantur angulo, maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in a exiſtente quàm in c: oculo igitur in b c permutato parallelo exiſtenti ipſi d f, ſpectatum inæquale apparet.

Theorema quadrageſimumnonum.

EST aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit nanq; æqualis b c ipſi c d, & circum quidem b c ſemicirculus deſcribatur b f c, circum uerò d, deſcribatur ſegmentum maius ſemicirculo. Cõnectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui ſub ſemicirculo per 31 tertij element. maior eſt eo qui eſt in maiori ſegmento: at quæ ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionẽ opticæ maiora apparẽt, oculo uerò poſito in f, maior igitur apparet b c, ipſa c d, erat autẽ & æqualis: eſt igitur cõmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquageſimum conuerſum præcedentis.

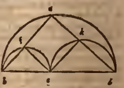
EST aliqs locus cõmunis à quo inæquales magnitudines ęquales apparent.



Eſto, inquam, maior r b c, ipſa c d. & ſuper b c, maius ſemicirculo ſegmetum deſcribatur, & ſuper c d, ſimile ei quod ſuper b c, hoc eſt ſuſcipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniã p 27 tertij element. in ſimilibus ſegmentis anguli conſtituti inuicem ſunt æquales, æquales quoq; ſunt & in b f c, c f d, ſegmentis anguli ſibi inuicem. Quæ uerò ſub æquis ſpectantur angulis, æqualia apparent, per 6 ſuppoſitionem opticæ: oculo igitur poſito in f ſignò, æqualis apparet, b c ipſi c d, eſt autem maior. Eſt igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquageſimumprimum.

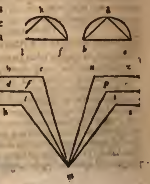
ALiqui ſunt loci in quibus binę magnitudines inæquales in idem compoſitæ, utriq; inæqualium æquales apparent.



Eſto nempe maior b c, ipſa c d, & ſuper ipſis b c & c d, ſemicirculi deſcribãtur, ſuperq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in ſemicirculo b a d, æqualis eſt ei qui in b k c: uterq; enim ipſorũ rectus eſt. Igitur b c ipſi b d, æqualis apparet, itidem quoq; & b d ipſi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, ſemicirculis poſitis. ſunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compoſitæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum. Propoſitio 52.

LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiũ apparet, ſiue quarta pars, & uniuerſaliter in data ratione, in qua & angulus ſecatur.



Sit enim recta linea l f, & ſuper l f, deſcribatur ſegmẽtum cõtingens, & inſcribatur in eo angulus k. Ipſi autẽ l f, æqualis eſto b c, et ſuper b c, deſcribatur ſegmẽtũ quod ſuſcipiet angulum ipſius k. anguli dimidium: igitur angulus k, ipſius d, anguli duplus eſt, dupla igitur apparet l f, ipſius b c, oculis in l k f, & b d e, circunferẽtijs tacẽtibus.

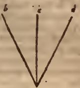
Theorema 52. Propoſitio 53.

AEquali celeritate delatorum, in eademq; recta linea exiſtentiũ, propinquũ oculo poſtremum præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferantur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidāt radij m c, m f, & m l, igitur ſublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentium eſt ipſum m c. Igitur b c, præcedere putabitur: permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ poſitis procidant radij m n, m p, & m s, omniū igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior eſt ipſe m s. Siniſterior uerò m n: quare & s t præcedere putabitur, ſubſequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitum ſubſequi & l k, ſubſequens in s t, poſitum præcedere putabitur.

Theorema 53. *Propoſitio 54.*



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cōferatur uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquiceleriter delata ſtare: quę uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere exiſtimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c: ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequente. Semper c per c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere: plus nanq; ab ipſo c diſtat.

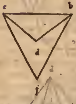
Theorema 54. *Propoſitio 55.*



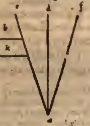
SI aliquibus delatis differat, quippiā aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidē delatum propius, eritq; c. At d diſcedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. *Propoſitio 56.*



OCulo prope ſpectatū accedente, ſpectatum augeri putabitur.

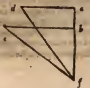


Spectetur, nequā, b c, oculo in f poſito ſub f b, f c radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

Theorema 56. *Propoſitio 57.*

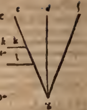
AEquali celeritate delatorū, quæ longius diſtant, tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij extitentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, quàm b, minus igitur tranſibit interuallū, et prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur. *Aliter.*



Ferant. bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas a d b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent: ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b c, Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

Theorema 57. Propoſitio 58.

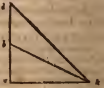


OCulo tranſlato quæ longius ſpectantur, deſtitui uidentur.

Sit, inquam, oculus b, à quo excitentur radij b e, b d, b f, ſpectentur uerò k et l. igitur oculo tranſlato ad partes c, celerius tranſibunt uiſus k quàm l, putabitur igitur k, deſtitui, & l, in contrarium ferri, hoc eſt ad partes f.

Theorema 58. Propoſitio 59.

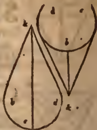
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit ſpectatum b e, ſub k b, k c radijs, augeaturq́; b c, ipſa b d, & ab ipſo k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui ſub d k c, maior eſt angulo qui ſub b k c: qui uerò ſub maiori ſpectantur angulo, per 4 ſuppoſitionem opticæ maiora apparent: maior igitur apparet c d, ipſo c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59. Propoſitio 60.

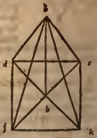
QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis poſita, neq; inuicem poſita medijs, neque in rectas exiſtentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uerò curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k poſito, procidantq́; radij k b, k c, k d, igitur tota figura conuexa eſſe putabitur, permutetur iam rurſus ſpectatum, ponaturq́; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum eſſe putabitur.

Theorema 60. Propoſitio 61.

QVadrato exiſtente, ſi à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipſius quadrati planũ, in ipſaq́; poſitus fuerit oculus, latera & dimetiẽtes ipſius quadrati æquales apparent.



Eſto, inquam, quadratum c f, excitenturq́; dimetientes c f, k d, & ab b, ad angulos rectos, excitetur per 12 undecimi elementorum b b, oculus uerò ponatur in b, procidãtq́; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f b, b b, duabus c b, b b, ſunt æquales, & æquales ſunt anguli qui ſub ipſis cõprehenduntur, hoc eſt anguli qui ad b. Aequalis igitur eſt per 4 primi elementorum f b, baſis ipſi b c, baſi. Idq́; propterea & k b, ipſi b d, eſt æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, ſunt altera alteri æquales. Et diametri ſunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uerò ſub æqualibus angulis ſpectantur, æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent: ea uerò quæ ab oculis in dimetientium contactum ad angulos rectos ipſi plano exiſtente, neq; æquali utriq; eorum quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ ſunt, neq; angulos comprehendente æquos cum ipſis, diametri inæquales apparent: ſimiliter enim oſtendemus contingentiam, quemadmodum & in circulis.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTONIO ABIOSIO RAVENnati, *artium ac Medicinæ doctori eximio ſocero patriꝗ humaniſſimo, fœlicitatem perpetuam.*

PHILOSOPHANTES illi ueteres, Antoni uir clariſsime, eorum opera, aut magnis, aut doctiſsimis uiris deſtinare conſueuerunt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi poſſe autoritatem cenſebant, aut quoniam eis eorum obſeruantiam explicatiorem fieri poſſe arbitrabantur, aut quòd ab illis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabant. Idꝗ propterea nos qui cùm aliquid ocij ſupereſt, illud omne Græcorum operibus ſapiẽtium ſtudendis accommodauimus, & maximè his mathematicis, quæ tute ſcis qualem'nam gradum certitudinis obtineant, ex hisꝗ ſtudijs pinguibus & multiplici diſciplina ſcatentibus, noſtris laboribus (ut ſcis) eduximus illius Megarenſis Euclidis mathematici præſtantiſsimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſigni illo Socratico philoſopho ſtructa & compacta, ut ſtudẽtes eis miro quodam ſtupore detineant. Scalam enim quandam uenerandus ille uir compegit, qua ad omnes mathematicas diſciplinas percipiẽdas aſcendere poſsimus, qua ſine ad eas non ſit acceſſus: quæ opera cùm à me nonnullis emancipata fuerint, uererem, ſinceram ac puram illam beneuolentiam tuam, qua patrem meum noſtramꝗ familiam iam pluribus annis complexus es, & quam poſtea inuicem ſanximus conciliauimusꝗ cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem facillimè perpeti poſſe cẽſerem, niſi aliquo noſtrorum ſtudiorum munere amoris noſtri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm tibi uellem fieri explicatiorem, cumꝗ nollem Euclidis opera in lucem uenire, niſi tuum quoꝗ nomen aliquem eius partem ſibi uendicaret, cũꝗ ad manus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialectici præſtantiſsimi Protheoria in data Euclidis conſtructa perueniſſet, eam à me Latinã eſſe cenſui faciẽdam, tibiꝗ dedendam: non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim (nã tute ſcis te & nos iam unum eſſe) ſed ut eam tua autoritate ſtudẽtes cumulatius exiſtiment, & tu obſeruantiam amoremꝗ noſtrũ ſingularem perpendas, ac ut beneuolentiæ tuæ erga nos pari lance correſpondeam. Futurum etenim ſcias, quòd ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe, gratosꝗ fuiſſe perſpexerimus, conabimur efficere, ut noſtris uigilijs aliqua in intimis Græcorum penetralibus recondita, ſcitu iucunda & utilia Latinam ueſtem induere non aſpernentur: nam quid poſſum agere melius, cùm ocium ſupereſt, quàm illud omne ad linguam Latinam illuſtrandam conuertere, & inde curare ut uiui poſt mortem noſtræ poſsimus intereſſe poſteritati? Sed iam ipſius Marini Protheoriam doctiſsimè inſpicito. Philoſophè æternumꝗ ualeas, in X I. I V. X I X. elemento ſalutis, nonis Octobribus.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAESTANTISSIMI *mathematici, protheoria ex uoce Marini philoſophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete,*

Caput primum.

IN primis quid ſit Datum, ponere oportet: poſtmodum, quæ nam huius ex tractatu utilitas, dicendum eſt: tertium uerò, ad quam diſciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter, aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera aßignatio difficilis ſit. Nonnulli ſiquidem nullam ipſius diffinitionem tradunt: propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta ſunt complicantes, ipſum diffinire auſi ſunt, neque hi cum illis congruè. Videntur ſiquidem omnes ex una eademq; ſententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: aſſumptum enim quid datum eſſe perceperunt, ac per hoc ſimpliciori, ac una quadam differentia datum deſcribere proponentibus illis: hi quidem ordinatum, ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuerſali tractatu. Notum ſicut Diodorus, ſic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & ſi rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipſum rationale eſſe dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum menſura nota eſt ad certitudinem uel prope. In ſuppoſitione autem à proponente propoſitum, datũ nonnulli eſſe contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datũ & datam rectam lineam, hoc eſt qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiuſmodi perceptionem quandam ſignificare uolũt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis aſſumptum manifeſtè oſtendunt. In præſentia uerò ipſius dati naturam non ſolum tenui, et uno aliquo aßignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, cùm horum modi bene enumerati ſint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum eſſe diffiniũt. Alij uerò ordinatum ſimul & notum. Nonnulli porrò ordinatum ſimul & porimon. Hi ſiquidẽ omnes apprehenſionem, ſiue perceptionem & inuentionem ipſius dati reſpicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiuſmodi ſententiam oſtendamus, inſuperq; ut uerã propoſitæ diffinitionis ex multis propoſitis comprehendamus, inquirendum prius eſt ſimplicis uniuſcuiuſq;, & ei oppoſitum ſignificatũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur ſiquidem hæc ad præſentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas diſciplinas. Deſcribunt ſiquidem ordinatum, quod idem obſeruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel ſpeciem, ſiue aliud quidpiam huiuſmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur: ſed tantummodo in diffinito aliquo eſt loco, ut ſi dicatur, per bina ſigna exiſtentia deſcripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus eſt qui per bina angulus, multipliciter ſiquidem & inordinatè deſcribitur maioris, ſcilicet, & minoris circuli infinities deſcriptorũ per bina ſigna. Rurſus ordinatus eſt qui per tria ſigna angulus. Sunt autem & hæc ordinata, ſicut ſuper data recta linea triangulum æquilaterum conſtituere, ſed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem diſpeſcere, tantummodo ſiquidẽ hoc fieret, in utraq; biſaria ſectione. Inordinata ſunt quæ his contrariò ſeſe habent, ſicut ſcalenum conſtituere, & rectam lineam infinities ſecare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem exiſtens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum eſſe poteſt, ſicut æquilaterum triangulum, ſiquidem æquilaterũ eſt, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem eſt quod cognitum eſt, ſicut nobis manifeſtum & perceptum: ignotum uerò, quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum eſt, ſicut quadrati lõgitudo nota eſſe dicitur, quæ percipitur quotnam ſit ſtadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis ſunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis eſt, inſuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum eſſe ab exterius dato ſigno curuam tangentem ad utraſq; partes: ſi enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent: quod abſurdum eſt. Ignota uerò irrationala non ſunt: ſed quæ non ſunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem eſt

tem eſt quod neq; efficere, neq; conſtruere, hoc eſt in opinionem ducere non poſſumus. Aliter uerò rurſus porimon diffiniunt, uel quòd per demonſtrationem exhibetur, uel quando quidpiam abſq; demonſtratione manifeſtum fuerit, ſicut centro & interuallo circulum deſcribere, & triangulum conſtituere non ſolum æquilaterum, ſed & ſcalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum commenſurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata ſunt, ſicut per bina ſigna circulum deſcribere. Aporon uerò eſt quod porimo ipſi ſeſe contrario habet, ſicut circuli tetragoniſmus: nondum enim in uia eſt, & ſi illum exhiberi poſſe putent: at ſcire eum poſſumus, eius ſiquidem eſt diſciplina, nondum tamen percepta. In præſentia uerò iam de eo quod in uia eſt ratio aſſignatur. quare & propriè porimon id appellant, quod nondum in diſciplinæ uia eſt: quod autem perceptum exhiberi poteſt, poriſton propriè appellant. Aporon autem, ut dictũ eſt, quod ipſi porimo contrarium eſt, hoc eſt cuius inquiſitio dijudicata non eſt. Rationale eſt, de quo dicendum eſt, magnitudo, uel ſpecies, ſiue poſitio: ſed diffinitio huiuſmodi quidem communior eſt, propriè uerò & ex ſeipſo rationale eſt, quod per aliquam dimenſionem poſitione cognoſcimus, aut palæſta ſiue cubito, aut digito. His ſic diffinitis, quod reliquum ſupereſt facile eſt, eorum quæ dicta ſunt communicantiam, & differentiam coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & his oppoſita ſeſe inuicem habent. Eorum quæ cõnectuntur eadem non ſunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus eſt. Et ſi eis plura communia exiſtant, ſicut per bina ſigna rectam lineam ſcribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum conſtruere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò eſt, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno ſigno tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter ſe habere eſt, ſiquidem & illius demonſtratio & conſtructio cognoſcitur. Rurſus quæ in infinitum fit ſectio, & ſcalem conſtructio cognoſcitur quidem, ſed nondum ordinatur. Quare manifeſtum eſt, quod ipſius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum: & rurſus ipſius noti aliud ordinatum, at aliud inordinatum eſt, & ſic ſe hæc habent adinuicem ſicut rationale, & quod incedit: neq; huiuſmodi coæquant ſeſe, neq; alterum alterum excedit. Similiter ordinatum & inordinatũ ſeſe habet, ac porimon & aporon. Communicant ſiquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum eſt. Curuatura ſiquidem ordinatur, ſed his qui Archimedem præceſſerunt, in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem ſunt, ſi quis eorum conſtructionem ac conſtitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut ſcalenum triangulum intelligere, in ipſiusq; conſtructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficile id eſt, ſed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum ſeſe habet: communicant ſiquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minimè ſunt æqualia, neque alterum altero percipitur. nam quæ ex binis nominibus, & ſic aſſumptæ irrationales, ordinatæ quidem ſunt ſed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad coſtam quadrati eſt ratio. Rationalium quidem plura inordinata ſunt, ſicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: poſſumus enim & ſcalenum triangulum menſura diffinita rationali propoſita metiri, & ſiquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon ſimilitudinem omnino inſpicere facile eſt, differentiam uerò elicere difficile: natura namq; propè ſunt adinuicem, quare ſeſe inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam ineſſe uidebitur differentia. Quod quidem una ſit inflexionem ab uno ſigno tangens, manifeſtum ac notum eſt. Non tamen id propterea iam id problema porimon eſt, nondum enim perceptum, quare omne notũ non omnino porimon eſt: porimon ſiquidem omne notum eſt. Maius igitur eſt notum ipſo porimo. Rurſus notum porimum & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicuntur, notæ ſunt, non tamen rationales: numerus enim omnis rationalis quidem eſt, non tamen omnis notus eſt. Et rationale ex ſuipſius more ſimiliter rationale eſt, nec ſic rationalis erit longitudo, in idem ſiquidem deducunt dimenſionẽ, nota ſiquidem eſt longitudo, at quandoq; minimè, etſi in eadem fuerint conſuetudine. Fortaſſe autem & inuenire difficile eſt. Rationali quidem, at ignotum, uidetur ſiquidem & rationali notum eſſe aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex his eſt manifeſtum: porima enim eſſe poſſunt & irrationaliũ aliqua. At rationalium irrationale nullum. affinitas autem horum ſicut & aliorum omnino manifeſta. hæc adinuicem ſic ſe habent, quare porimon rationali plus eſſe uidetur. operæ etiam precium eſt & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimenſionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ noſtram minimè uenientis. poteſt enim quidpiam rationale exiſtens nobis minimè notum eſſe, quatenus rationale eſt, neq; percipi quod rationale ſit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam ſpeculati naturam eſt, & ſi à nobis minimè percipiatur: plura igitur ordinata natura poſterius Archimedes ex Sereni ſermonibus, quod ordinantur demonſtrauit. Notum autem & ignotum, quo ad noſtram relationem

tionem dicitur, quare prædicta inuicem differũt. Siquidem hoc ad nos habet relationem, illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimenſionem. Cum iam præpoſitorum ſocietas & differentia diffinita ſit, reliquum ſuperfuerit, quid nam ſit datum indagare. Quicunq; in præſentia à proponente quid per hypotheſin datum, id datum eſſe putant, à quæſito aberrant. elementa namq; datorum omnia ſimul ordinantur, & nõ de eo quod per hypotheſin, ſicuti ex his quæ in eorum tractatu ſunt licet intueri. Quare perceptionem huiuſmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypotheſin datum, id quod poſt principia ſpeculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes. Sicut in principio dictum eſt, omnes autem fermè ut communem ſentẽtiam de dato retinere uideãtur. perceptũ enim quid illud eſſe aſſumpſerũt, quemadmodum & ipſius dati nomen oſtendit, & in primis illi qui per hypotheſin datum deſcribunt. Nonnulli uerò cõceſsionem reſpexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipſius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifeſtum autem quod coæquatione aut conuerſione ipſum indiget ad diffinitum, & hoc ſubſiſtere oportet eis quæ rectè datæ ſunt diffinitionibus. eſt & propoſiti hæc in illis diffinitionibus quæ ſimplicius dictæ ſunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum ſimul & porimon: reliquæ uerò omnes imperfectæ ſunt. neq; enim ordinatum diffiniens eueſtigio ad dati comprehẽſionem extenditur, eo quia neq; in notum, neq; ſolum ordinatum perceptum eſt. ſed inordinatorum nonnulla, ſicut oſtenſum eſt. Neq; illa idonea eſt quæ totum ipſum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum eſt, & ſi tantum ignotum enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipſum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit. nam hoc ſolum perceptum non eſt, quoniam & irrationalium aliqua, forſitan autem neque omne rationale perceptum eſt, ſicut & hoc diffinitum eſt prius. Deficit iam in nominatiuè aſsignatis porimon, quare uidetur maximè perceptionem oſtendere. nam omne porimon percipi poteſt & ſolum. huiuſmodi autem diffinitione uſus eſt Euclides, ſpecies omnes dati deſcribens. Compoſitarũ diffinitionum perfecta eſt quæ notum ſimul & porimon datum eſſe diffinit, genere quidem proportionale habens ipſum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem ſimul & porimon dicens imperfecta eſt. nam non ſolum huiuſmodi data ſunt & qui datum, & rationale ſimiliter defectiuè datum comprehendit. Quæ uerò notum ſimul & ordinatum, eo quia propoſitum excedit, neq; ſana eſt, neq; enim omne huiuſmodi datum eſt. Soli iam reliquum dati ſententiæ attingere uidentur, qui illum notum eſſe dixerunt. nam tale omne percipi poteſt & ſolum: bina autẽ hæc ſubſiſtere oportet in diſciplinaribus diffinitionibus datis. His autem propè ſunt compoſitæ & ſic. Datum eſt cui exhibere poſſumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; ſuppoſitionibus dicta ſunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens notum prætermittit, tanquam porimon iuxta ſequens. Accuſaret autem quiſpiam ipſum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minimè diffinientem, ſed immediatè unamquanq; ipſius ſpeciem. At qui in geometria elementari prius ſimplicem lineam quàm lineæ ſpecies, & alia huiuſmodi diffiniuiſſe uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput ſecundum.

Cum forſitan quoad præſentaneum uſum ipſum datum dijudicatum ſit, ſubſequens fuerit ipſius tractatus utilitatem præbere: eſt ſiquidem hoc ad aliud habentium reductionem: ad locum enim qui reſolutus dicitur, neceſſaria eſt admodum huius cognitio. Quantam namq; potentiam habeant in mathematicis diſciplinis, & alijs eiuſdem generis, ſicut perſpectiua & canonica locus reſolutus in alijs diffinitum eſt, & quòd demonſtrationis eſt inuentio ipſa reſolutio, et quòd ad inuentionem demonſtrationis ſimilium nobis confert. Et quòd maius eſt reſolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonſtrationes habere.

Ad quam diſciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes ſiquidem huiuſmodi diſciplinas, cum datorum ſpeculatio utilis ſit, quandoquidem ad reſolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipſam reduci ad aliquam unam diſciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuerſali mathematica dicitur, ea ſiquidem eſt quæ ſeſe habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiuſmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiuſmodi ergo datorum diſciplinari perceptione utiliſsima exiſtente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ diſciplinæ elemẽta, & tanquam introductoria ordinauit, ſicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & aſtronomiæ in phænomenis, muſicesq; & perſpectiuæ ſimiliter elementa præbuit. At dati tractatus in propoſito libro elementarè reſolutiuam fecit. Geometricus enim exiſtens ipſe uir diuiſim communes ipſius dati rationes propriè conglutinauit. Sicut in uniuerſalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine. Cõmuniter quidem quid

ſit datum

ſit datum dictũ eſt, & ad quam diſciplinã reducatur, ac quòd eius ſpeculatio utiliſsima eſt, his iam quæ dicta ſunt, adijciatur quoq; ipſius deſcriptio diſciplinæ: erit ea ſiquidem, ſicuti ex prædictis eſt manifeſtum, Datorũ perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: propriè uerò et ſicut ex propoſito uolumine dicatur eſſe methodus totius Datorũ diſciplinæ elementa cõprehendens: habebit autem & ipſa conſequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipſum datum. Diuidatur autem ipſum uolumen in Dati ſpecies: & in primis, primum ſegmentum ea quæ ratione data ſunt comprehendit: ſecundum autem ea quæ poſitione, & demum ea quæ ſpecie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: diſſeminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maximè in his quæ ſpecie data ſunt. Orſus autem eſt ab his quæ ratione & poſitione data ſunt: quandoquidem ex his quæ ſpecie dantur conſtant. Aliter facta etiam ipſius libri diuiſio, in uniuerſales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theoremata: ſimili namq; ordine & in diffinitionibus ſiue uoluminis ſuppoſitionibus uſus eſt. Secutus autem eſt modum doctrinæ non per compoſitionem, ſed per reſolutionem, quemadmodum & Pappus ſatis in libri huius commentationibus demonſtrauit.

FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS CLARISSIMO VIRO MARINO GEORGIO, PATRITIO

Veneto, artium ac ſacræ Theologiæ doctori eximio, Brixienſiumq́; præfecto deſignato, S. D.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philoſophe doctiſsime, quòd in humanis ita ſit comparatum homines abſque diſsidijs, contumelijs, iurgijs, tumultibus, bellis'que atrocibus quaſi uiuere neſciant. Ac ſi eorum miſera conditio foret, ſi amore pace'que mutua ſibi inuicem correſponderent. Idq́; magis mirum uideri ſolet, cum hi qui ab humanitate nomen ſibi uendicarunt, non niſi inhumaniter uitam agere curent. Quod quidem uir clariſsime nobis enucleatiſsimè conſtat: nam ſi uelimus ueterum memorias altius recenſere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed nec à memoria noſtra longè diſtantia repetamus, quid de noſtra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus, in qua ea obtigerunt, quæ ſi à nobis ſic ſicut uiſa ſunt legerentur, procul dubio ſomnia & phantaſtica machinamenta eſſe putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq́; ac qualia euerſa, immutata, ſubuoluta, radicituſq́; conuulſa noſtris oculis conſpeximus? Tu optimè noſti qui ob ſingularem doctrinam tuam, erga patriamq́; uel maximam fidem, à ſenatu legatus miſſus hos turbines uidiſti, & ingenij tui libramine ponderaſti. Teſtis heu teſtis eſt Neapolitana ciuitas, quæ plures ſtrages perpeſſa, uno anno, rem nullis ſeculis auditam regale ſceptrum quinquies commutauit. Teſtis heu teſtis eſt illa Roma, quæ cum alias, ſubacta Italia, ferociſsimas infreneſq́; nationes domuerit, lõgè lateq́; fines imperij propagauerit, ſæpius in præſentia non in Italia, ſed apud urbis muros: non apud muros urbis, ſed in ipſa urbe: non hominũ tumultus, ſed enſes euaginatos: non enſes euaginatos, ſed multas cædes, & funera paſſa eſt. Teſtes heu teſtes ſunt Fluentinorum, Felſinenſiumq́; agri toties à militibus diſsipati. Teſtis demum tota Italia tranſpadana toties bellis atrocibus, cædibus miſerandis, ignibus maximis conquaſſata. Sed quid de illa quæ citra Padũ eſt Italiæ regione dicemus? nil niſi laborioſum, nil niſi flebile, nil niſi illachrymabile, & quod potius ſilẽtio tranſeundum ſit, quàm ea quæ obtigerunt cõnumerare. Nam ſi Tarrhenſes agri uocem attollere poſſent, ſe hominum cæde uel maxima cõtabuiſſe, humaniq́; ſanguinis copia affatim effuſi inundaſſe quererẽtur.

Si tota Italia loqui poſſet, eam ad funeſtum deplorabilemq; ſtatum perueniſſe intelligeremus. Sed hæc in præſentia miſſa faciamus: quandoquidem in præſentia hiſtoriam non conſcribimus, & quæ apud poſteros non paruam, ſed nullam fidem ob rei magnitudinem ſit habitura. Quæ omnia licet quodam nictu oculi obtigerint, non eſt tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam ſi à cauſis exordiri atq; ad huiuſmodi effectus nos ipſos deuoluere uelimus, ſiue etiam ab his effectibus incipiẽtes cauſas altius repetere uoluerimus, bella huiuſmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerſo oriuntur, quem diuerſa hominũ ſortita eſt qualitas, quam illi quatuor humores efficiũt, qui cum ab illis elementis toties celebratis ſcateant, iuxta temporum qualitatem, ſtellarumq; in humana huiuſmodi uires ſuas transfundentium motum & influxum, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi ſolent. Fitq; nimirum ut uniuſcuiuſq; loci & regionis exigit diſpoſitio, quemadmodum in Aphoriſmis medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij nanq; ſunt influxus in ſeptentrionalem plagam uergentibus, at alij his qui auſtralem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At aliſ aliter ſeſe habet, & ſic ſicut regio ſepoſita fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniũt, non ſint æqualia, ſed diſsideant, ſicut in elementis præſtantiſſimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduerſæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, ſed mira quadam diſcrepantia diſsideant, ſupereſt igitur ut contrariæ remaneant. Quod cum ita ſeſe habeat, ſi priſcis illis temporibus ſacrorũ uatum monumenta multa bella, & funera facta fuiſſe commemorant: ſi Aſſyriorum, Perſarum, ac aliarum nationum horrendos tumultus Dionyſius Halicarnaſſæus, Diodorusq; Siculus, ac Iuſtinus narrãt: ſi Thucydides Atheniensium: ſi T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & non ſine magna copia ſanguinis, & non niſi totius mundi trementibus quaſi cardinibus, explanant: ſi Quintus Curtius Alexandri Macedonis in Perſarum Darium delicatiſſimum regem expeditionem terribilem, expugnationemq; ac uictoriam ſubactis Perſis explicat: ſi ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt ſanguine muri: ſi demum quoq; noſtra tempeſtate priſcis illis tẽporibus exorta bella, ac nõ extincta, ſed uſq; in id tẽporis propagata in præſentia horrẽdis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occultè odijs feruéant: non eſt id propterea, clariſſime philoſophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius eſt ingemiſcendumq; plurimũ, quandoquidem bella quæ inter eos qui ſub Chriſti glorioſi uexillo uiuunt, tam atrociter fiunt, non externa, ſed ciuilia ſunt, ac ſi in præcordijs, in inteſtinis ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctiſſime poſſamus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia ferri, Gentibus inuiſis Latium præbere cruorem. Cumq; ſuperba foret Babylon ſpolianda trophæis Auſonijs, umbraq; erraret Craſſus inulta, Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quantum terræ potuit pelagiq; parari, Hoc quem ciuiles auxerũt ſanguine dextræ, Vnde uenit Titan, et nox ubi ſidera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æſtuat horis, Et qua bruma rigens ac neſcia uere remitti, Aſtringit Scythicum glaciali frigore pontum. Sub iuga iam Seres, iam Barbarus iſſet Araxes, Et gens ſi qua manet naſcenti conſcia Nilo. Tum illud accedit, quòd his bellis noui emergunt ritus, noui mores: nam nunc prætextatos referũt Artaxata mores, & ſi quid uſpiam eſt bonarum literarum illud interit. Nam adſunt adhuc in Italia illa fœdiſſima Vãdalorum, Gothorumq; ueſtigia, quæ poſtea quàm Italiam flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiuſmodi ſæuientium belluarum peruerſis moribus fœdarunt, maximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipſæ contremiſcentes pluribus annis inuiſæ, ritu ferino uiuentibus delitescerent. Quibus beluis in uniuerſum ſæuientibus, multa priſcorum illorum ueterum præclara opera interierũt, multa occæcata & ſubuerſa, multa fœdiſſima barbarie obſita in lucem exierunt. Perijt, inquam, tunc perijt illa priſca mathematicè diſſerendi conſuetudo & adeò ut quæ priſcis illis temporibus adoleſcentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præſentia uelut alta caligine demerſa, difficillima nimisq; recondita eruditiſſimis uiris etiam eſſe uideantur. neq; id mirum. Euclides nanq; Megarẽſis mathematicus præclariſſimus, qui omniũ mathematicarum diſciplinarum unus eſt qui nobis fores reſerat, in primis nimis peruerſe interpretatus ſtudentiũ animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quod illius eſſe aſſeritur uolumen ſtudẽtes legerent, miris laruis, ſomnijs, & phãtaſmatibus quibus ille interpres barbariſſimus illud referſit, offenſi, neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi detrahere audebant. Quare cum nos his diſciplinis operam per plures annos accommodauerimus, uolentesq; noſtris laboribus ſtudentiũ communi utilitati cõſulere, ipſius Euclidis elementorum uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus, quibus per ſeptennium inſudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto ſuperatis, decreueramus, ut qui ex fluctuanti procelloſoq; mari portum quietum cupit, nos alicui amœno ſtudio emancipare, animumq; his ſtudijs feſſum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam ſublimis Homeri poeſim uidere, uim Demoſthenis ſuſpicere, ſuauitatem Iſocratis mira quadam ſanctitudine mixtam

guſtare,

guſtare, Pindaricos fontes libare. Tum illa ruſticana Theocriti in præſentia in aliqua grata umbra æſtuanti corpori relegere. Quandoquidem, ut optimè noſti, in præſentia ſol demum eſt leoninam ingreſſus, radijq; ad rectos angulos procidunt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à ſubiecto conuelli poteſt, diſpoſitionem huiuſmodi difflauit. factum nanque eſt ut cum me accingerem, ut ipſius Euclidis opera ſeponerem, ecce ut euenire ſolet, ad manus ipſius Euclidis Data peruenerunt, opus ſanè præter id quod iucundum, ſtudentibus etiam neceſſarium, quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi, quod toties Euclides ipſe in elementis Datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum, utile, neceſſarium, ſcitu iucundum, & quia ex his laqueis mathematicis me eximere neſcio, tum quoniam hucuſq; Latinis ignotum extitit, Latinum id à me propterea faciendum eſſe cenſui, tuoq; nomini humaniſſime philoſophe deſtinandum. Eo ſanè argumento ut meam erga te obſeruantiam, amoremq; ſingularem inde cognoſceres. Tum quoniam cum hiſce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magiſtratum ſanè in ciuitate grauiſſimū, à quo ſicut uirtutes benigniſſimè fouentur, ſic uitia & ſcelera ſeueriſſimè uindicātur, quem cum per pauculos dies mira integritate, ſed miranda te adeuntium ſatisfactione exercueris, & adeò ut Brixientium præfectus omnium penè comitiorum ſuffragijs deſignatus extiteris, tu te meo patri neſcio qua liberalitate te me uel libēter cognoſcere uelle dixiſti. Cognoſces igitur me, & quid tui uetuſtiſſimum mancipium, quale uerò quis neſcit, ineruditum, indoctum, incultum, philoſophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidiſſimè ſequi cupiat, ita tamen ut quandoq; uelut transfuga & explorator caſtra philoſophantium petat. Sed quoniam ſi uelis binas lōgè inæquales magnitudines componere: id, inquam, haud facile factu tibi fuerit, niſi medius quidem ſit propoſitus limes quo analogico medio extrema conueniant, coaleſcant, ſeq; mutuo pulſent. Nam ſi ſexdecim ad quaternarium comparare uolueris, quippe quoniam longè diſtant, medio indigent: octonario ſanè, ad quem eam ſexdecim habent, quam ipſe ad quatuor habitudinem, duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternariū conficiunt, ex ea igitur analogia ipſorum ſexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea ſecat ratio quadrupla qua & ſexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cum ita ſeſe habeat, cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur mediū adhibēdum, quo tibi uir clariſſime fuiſſet ſatisfactum, & id ſanè quod tuæ illi rariſſimæ doctrinæ correſponderet. Data igitur ipſius Euclidis ea erunt quibus me cognoſces, quibus meam erga te fidem, & obſeruātiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præſentia Græca ueſte repoſita, Latina induta ſint, te petūt, te adeūt, te uir doctiſſime uidere geſtiūt, tuoq; ſublimi iudicio cōprobata, ſub tuo nomine in manus ſtudentium uenire cupiunt. Tantum igitur hoſpitem philoſophe præſtantiſſime, hilari fronte ſerenoq; uultu accipies, & eo ſanè quo uiros doctos aſpicere, & tibi beneuolentia deuincire ſoles. Verùm quoniam priſcorum fuit conſuetudo, ut maximos uiros abſq; munere adire nulli liceret, id propterea, tibi non orientalium gemmas, non Arabum munera uulgo precioſa, non id quod plures hominum præclariſſimum bonum exiſtimant, aurum ſcilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euaneſcit, afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rariſſimum ſit, idq; propterea omni theſauro fœliciſq; Arabiæ ditiſſimis muneribus longè precioſius, lōgeq; præclarius, hæc igitur noſtra tibi erūt tradita munera: quæ ſi talia fuerint, quæ tua excellens doctrina amplexetur, tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus noſtris laboribus, præclaris illorum ueterum operibus, & huic noſtræ ætati ignotis nomen tuum illuſtrare, ut tu multis annis etiam poſt mortem uiuere poſſis. Sed hoc iam ſatis eſt, hoc libello: iam peruenimus uſque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione: quæ ne, quàm par eſt, prolixior euadat, iam te ad ſublimem Datorum doctrinam, philoſophe doctiſſime tranſmittam. Valeas æternum philoſophantium exemplar rariſſimum.

Venetijs, M. D. V. VIII.
Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATONICI, MATHEMA-

ticiq́ præſtantiſſimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicuntur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia poſſumus exhibere.

Diffinitio ſecunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem poſſumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ ſpecie dari dicuntur, quarum anguli dati ſunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Poſitione dari dicuntur ſigna, lineæ, & anguli, quæ eundem ſemper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio ſexta.

Poſitione magnitudineq́ circulus dari dicitur, cuius centrum poſitione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio ſeptima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati ſunt, & ſegmentorum baſes magnitudine.

Diffinitio octaua.

Poſitione & magnitudine ſegmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati ſunt magnitudine, & baſes ſegmentorum poſitione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quando ſublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor eſt, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor eſt quàm in ratione, quando appoſito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta eſt quæ à dato ſigno in poſitione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum ſignum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato ſigno ad poſitionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta eſt.

Diffinitio decimaquinta.

Appoſitione eſt quæ per datum ſignum poſitione rectæ lineæ parallelus acta eſt.

Interpres.

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiuſmodi tranſcripſimus, in Latinumq́ conuertimus, quod ſanè uetuſtiſſimum eſt, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licet breues & conciſæ ſint, quoniam ad Datorum intelligentiam plurimum cōferunt, ut ſeſe habent, ſic eas ſumus interpretati, ſtudentes uerò iudicabunt. Apud Græcos id obſeruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes autorum

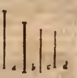
autorum ſcribant aut conficiant, ſed hi tantum qui inter autores nominari poßint, ut fuerunt Homerici & Pindarici interpretes, et alij plures uiri ſanè grauißimi in diſciplinis humanioribus. Itidem quoque in Phyſiologicis. ut ſunt interpretes Ariſtotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grãmaticus, Themiſtius, & Platonici: ſic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypſicles, Pappus, Heron Alxandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem ſcripſerunt, factumq; eſt id propterea ut apud Græcos non uideamus iſta immẽſa nugarum uolumina, quorum nos Latini pleni ſumus. Videmus enim unumquẽq; autorem tribus et quatuor cõmentationibus eſſe non interpretatum, ſed laceratum, & adeò ut crebeò ſtudentes neſciant ubi nam ſit incipiendum, quippe quoniã ſunt adeò nugis & laruis neſcio quibus obſiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent. illud, inquam, Horatianum ſi unquam, nunc mirum in modum uerum eſt, nam ſcribimus indocti doctiq; poemata paßim. nolim tamẽ detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauißimorũ autorum, qui linguã Latinã illuſtrarũt. de illis uerò aliis quid dicendum ſuperſit, ignoramus. Ecce iam plurima uideas opuſcula in grãmaticis compoſita, quæ in eum creuerint numerum, ut ſtudentes ſuperauerint. Miramur plurimum quòd in hac noſtra ætate tanta ſit audacia, ut quaſi Priſcianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauißimi non ſatis exquiſitè ea quæ in grammaticis erant dicenda cõſcripſerint, neſcio qui inſurrexerint, conantes ut ſuæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & his aſſueſcãt adoleſcentes, qui his nugis cura præceptorũ iudicio carentium ſtudentes ſcholis ignorantißimi exeũt. ſed hos iam miſſos faciamus, cum cuilibet audendi ſemper æqua fuerit poteſtas: redeamusq; ad rem noſtram. Vbicunq; igitur in datorum theorematibus lector humanißime, uidebis aliqua dicta per Scholiũ, ea omnia ex Græcis adiectionibus ſumpta eſſe cenſeto. Ea enim à Græcis Scholia nuncupantur, quæ à nobis Latinè Poſtilla dicuntur.

Scholium.

Datorum aliqua poſitione, & alia magnitudine data ſunt. Datum ſiquidẽ quadrupliciter dicetur. a ut enim magnitudine, aut ſpecie, aut ratione, aut poſitione dari dicitur: quid uerò horum unũquodq; ſignificet, ipſe Euclides docet. Cõmuniter autem dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere eſt poſſibile. Datorum uerò traditionem in plano uno poſitam accepimus, ſicut in ſex prioribus libris Elementorum. Data ſunt definita, hoc eſt quorum finis datur aut intellectu aut ſenſu, his enim æqua poſſumus exhiberè, ſimiliter autem ſiue intelligentia, ſiue ſenſu. poteſt autem rationale & irrationale datũ eſſe, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem ſcripſit, rationale nanq; datum eſt: ſed non omnino datum rationale eſt. ſed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt eſſe Apollonij.

Theorema 1. Propoſitio 1.

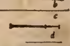
DAtarum magnitudinũ ratio adinuicẽ datur.



Sint datæ magnitudines a b, dico quòd ipſius a ad b, ratio data eſt. Quoniam enim datur a, poßibile eſt per primam diffinitionem ei æquam exhibere, exhibeatur & eſto c. Rurſus quoniam data eſt b, poßibile eſt per eandem eidem æquam, exhibere: exhibeatur & eſto d: quoniam igitur a eſt æqualis ipſi c, & b ipſi d: eſt igitur ſicut a ad b, ſic c ad d. Ipſius igitur a ad b ratio data eſt, eadem nanq; eidem exhibetur ipſius c ad ipſam d.

Theorema 2. Propoſitio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.



Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipſa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a, poßibile eſt eidem per primam diffinitionem eandem exhibere: exhibeatur ac eſto c. Et quoniã ratio ipſius a ad b datur, ſic enim ſupponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere eſt poßibile: exhibeatur, eſtoq; ipſius c ad ipſam d ratio: & quoniã eſt ſicut a ad b, ſic eſt c ad d: uiciſsim igitur per 16 quinti Element. eſt ſicut a ad c, ſic b ad d: æqualis autẽ eſt a ipſi c: æqualis igitur eſt & b, ipſi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipſa b magnitudo, æqualis ſiquidem ei exhibetur d.

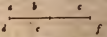
Scholium.

Hoc præcedentis conuerſum eſt quodammodo, ſed non uniuerſaliter id eſſe cõuerſum dicendũ eſt: eſſet enim uniuerſaliter id præcedentis conuerſum, ſi magnitudines inuicem rationem haberent datã. dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut oſtendant eſſe conuerſum præcedentis, inquiuntq; quòd ſi magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint, dantur magnitudine.

Theorema 3. Propoſitio 3.

SI datæ magnitudines quæcunq; compoſitæ fuerint, & ex ipſis compoſitum datum erit.

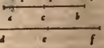
Componantur enim quelibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc eſt ipſum a c conflatũ datum eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, ſitq; d e. Rurſus quoniam datur b c, poßibileq; eſt eidem eandẽ exhibere, exhibeatur per eandem & ſit e f. Quoniam igitur æqualis quidem eſt a b, ipſi d e & b c, ipſi e f. Tota igitur a c toti d f, eſt æqualis, per 2 cõmunem ſententiam. Datur igitur ipſa a c: eidẽ ſiquidem in eadem exhibeatur d f.



Theorema 4. Propoſitio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatũ, reliq̃ data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b data eſt. Quoniam enim datur a b, poßibile eſt eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & ſit d f. Rurſus quoniã datur a c, poßibile eſt ei æquam exhibere: exhibeatur per candẽ et ſit d e. Quoniã æqualis eſt a b ipſi d f, & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, eſt æqualis per tertiam communem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



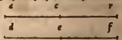
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minimè eſt conuerſum, propriè ſiquidem eſſet conuerſum, ſi data magnitudo in quaſcũq; diuiſa fuerit, & unaqueq; earum in quas diuiditur data eſt, quæ eidẽ eædem & adinuicẽ ſunt eædẽ: hoc, inquã, patet in 11 quinti elementorũ.

Theorema 5. Propoſitio 5.

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationẽ habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

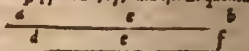
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquã ſui partẽ a c, rationẽ habeat datam, dico q & ad reliquã b c, rationẽ habet datã, ponatur ſiquidẽ data magnitudo d f, & quoniã per primã propoſitionẽ ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadẽ eidem per 2 diffinitionẽ exhibeatur, ut ipſius d e ad d f: poßibile enim eſt tribus datis magnitudinib. quartam proportionalem inuenire per 12 ſexti element. Ipſius igitur f d, ratio data eſt, data igitur eſt et f d. Igitur et d e data eſt, et reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autẽ & d f data. Ratio igitur ipſius d f, ad f e data eſt. Et quoniã eſt ſicut d f ad d e, ſic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 8. quint. elemen. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio autẽ ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6. Propoſitio 6.

SI binæ magnitudies cõpoſitæ fuerint adinuicem rationem habẽtes datã, & tota ad ipſarum utranq; rationẽ habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datã rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipſarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniã per primam propoſitionem ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autem utraq; ipſarum d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utranq; ipſarũ d e, e f, data eſt. Et quoniam eſt ſicut a c ad c b, ſic eſt d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum, ſicut a b ad b c, ſic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlarium, decimæoctauæ quinti elementorũ ſicut b a ad a c, ſic d f, ad d e, & quoniam ſicut d f, ad utranq; ipſarũ d e, e f, ſic a b, ad utranq; ipſarũ a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranq; ipſarũ a c, c b data eſt.



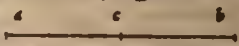
Scholium.

Datarũ ſiquidem magnitudinũ ratio inuicẽ datur, æquã enim ipſius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7. Propoſitio 7.

SI data magnitudo ĩ datã rõnẽ diuiſa fuerit, utrũq; ſegmẽtũ datũ eſt.

Data enim magnitudo a b, in datã rationẽ ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico q utrunq; ſegmentũ & a c & c b datum eſt: quoniam enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ratio igi-

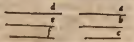


tio igitur ipſius a b ad utrãq; ipſarum a c, c b data eſt. Data eſt a b, data igitur utraq; ipſarum a c, c b.

Theorema 8. Propoſitio 8.

EAndem ad idem rationem datam habẽtia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat ſiquidem utraq; ipſarum a c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c, rationem habebit datam. Sit, inquam, data magnitudo d, & quoniam ratio ipſius a b data eſt, eadem eidem fiat que ipſius d a d e. Data, inquã, eſt d, data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b ad c data eſt, eadem eidẽ fiat que ipſius e ad f, data eſt e, data igitur eſt & f. Eſt autem & d, data. Ratio igitur ipſius d ad f, eſt data. Et quoniam eſt ſicut d ad e, ſic a ad b, & ſicut b ad c, ſic eſt e ad f: ſed ratio ipſius b ad f, data eſt, ratio igitur & ipſius a ad c data eſt.



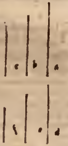
Scholium.

Aequa eſt ratio ſicut in 17 diffinitione & 22 propoſitione 5 Elementorum, patet.

Theorema 9. Propoſitio 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationẽ habuerint datam, habuerint autem eædem magnitudines inuicem ad alias quaſdam magnitudines rationes datas, neq; eaſdem, & ipſæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ, inquam, ſiue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationẽ habeant datam, habeant autem ipſæ a, b, c magnitudines ad alias quaſdam magnitudines d, e, f, datas rationes, non autẽ eaſdem. Dico quòd & ipſæ d, e, f magnitudines adinuicem rationem datam habebũt. Quoniam ipſius a ad b, ratio eſt data, & ipſius a ad d, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad b ratio eſt data. Sed ipſius b ad e ratio eſt data, & ipſius igitur d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam ipſius b ad c ratio eſt data, ipſius autem b ad c, ratio eſt data, & ipſius igitur e ad c ratio data eſt. Ipſius autem c ad f ratio eſt data, & ipſius igitur e ad f ratio eſt data, ipſæ igitur d, e, f, adinuicem rationem datã habent.



Scholium.

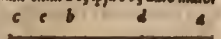
Si enim de ſubſtantia ſe habet oſtenſio quando hoc fuit eadem, uel ratio propoſitarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationem habebunt datam, in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propoſitio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione, & ſi utraq; eadem dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadẽ uel dato maior eſt quàm in ratione, uel reliqua cũ conſequenti ad quam altera rationem habet datam, data eſt.

Magnitudo, inquam, a b, magnitudine b c dato maior eſto quàm in ratione: dico quòd & utraq; a c, eadem c b, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniã enim a b, ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propoſitionem ratio eſt data, & componendo, per 18 quinti ele. & 3 datorum ipſius d c ad b c, ratio data eſt, & eſt data a d, igitur ipſa d a ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione. Rurſus iam a c, ipſa c b, dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b, eadem b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipſa a b, conſequenti ad eam ad quam ipſa b c, rationem datam habet, data eſt. Quoniam enim a c, ipſa c b, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipſa a b minor, aut maior eſt. Sit prius minor, ſitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propoſitionẽ data eſt. Diſtribuendo igitur quòd ipſius d b ad b c, ratio data eſt, per 7 propoſitionẽ, eſtq; data ipſa a d. Igitur a b ipſa b c dato maior eſt quàm in ratione. Sed iam da





ta maior eſto ipſa a b, ponaturq;, per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a c. Ratio igitur reliquæ c c ad c b data eſt. Quare & econtra ipſius b c ad e c, ratio data eſt, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipſius b c ad b e, ratio data eſt, & eſt e b, cum ipſa b a, data. Tota enim a e data eſt. Igitur b a, cum conſequenti ad quam b, rationem datam habet, data eſt.

Scholium.

Hoc eſt componendo maior eſt quàm in ratione, ſicut magnitudo 10 & altera magnitudo 23 data. autem ſit 3 & utraque 13, & ipſa 10 in ipſa c d, eſt data quàm in ratione. Auferantur ſicut à data cap. 10 ad 20 data ſicut nunc in ſecunda ratione, & ſicut in diffinitionibus dictum eſt, ſicut magnitudo a b, per hypotheſin 23 magnitudine b c, exiſtente per hypotheſin 10 dato maior eſto quàm in ratione. Sitque data ad 33, ſi igitur ab ipſa a b, abſcindis datum a d, hoc eſt 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationem habet datam. patuit autem in diffinitionibus. dato enim maior eſt quàm in ratione hoc patet, & manifeſtum quod & reliqua eſt, & tota a c, maior eſt dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rurſus datam habet rationem: poſſum ſiquidem eandem eidem exhibere, ſicut in diffinitionibus. Datur ſiquidem e c, per 4 theorema, & quoniam datur utraque ipſarum c a, a c, & ipſarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipſius a c ad c e. Sed ipſius a c ad c b, ſic ipſius b c ad c e. Quoniam enim eſt ſicut a d ad d e, ſic c d ad d b, & uiciſsim, per 16 quinti Elemẽtorum ſicut a d ad d e, ſic c d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti Elementorum, ſicut a c ad e d, ſic e b ad d b, & uiciſsim per 16 quinti Elementorum, ſicut a c ad e b, ſic c d ad d b: datur autem ipſius a d ad d b, ratio. Datur igitur & ipſius a c ad e b, ratio. Sed potius conciſius dicendum eſt, ſicut unũ antecedentium ad unum ſequentiũ, hoc eſt ſicut c d ad d b, ſic omnia antecedentia, ad omnia ſequẽtia, hoc eſt a c ad c b.

Theorema 11. Propoſitio 11.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit, quàm in ratione: & ſi eadem & utraq; dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipſa b c dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & ipſa a c, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniam enim a b ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio eſt data, & econtra, & componendo per 18 quinti Elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipſius a d ad d e. Ratio igitur ipſius a d ad d c data eſt. Data eſt a d, data igitur & d e. Quare per quartam propoſitionem reliqua e a data eſt. Eſt autem totius a c ad totam ratio, quare & ipſius c b ad a c, ratio eſt data & a e, data eſt. Igitur b a ipſa a c, dato maior eſt quàm in ratione. Dico quòd eadem



a b reliqua b c, dato maior eſt igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipſa a c dato maior eſt quàm ratione, auferatur data magnitudo a c, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data eſt. Quare & ipſius a e, hoc eſt econtra a d, e b, ratio eſt data. Eadem eidem fiat, ipſius a d ad e d, & ipſius d a igitur ad c d, ratio eſt data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti Elementorum, ipſius d a ad a e, ratio eſt data, & econtra ipſius e a ad a d, ratio eſt data & data eſt a c, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam c b, ratio data eſt, quarum ipſius a d ad d e, ratio data eſt, erit & per 19 quinti Elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et diſtribuendo per 7 propoſitionem ipſius c b ad b d, ratio eſt data. Quare & ipſius d b ad b c, ratio eſt data. Ipſa enim d a data eſt, igitur a b ipſa b c maior eſt dato, quàm minor.

Scholium.

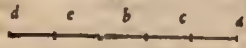
Quoniam enim eſt ſicut a c ad c b, ſic ablata a b ad ablatam d e, et reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, eſt ſicut a c ad c b, per 19 quinti Elementorum: data autem eſt ipſius a c ad e b, ratio data igitur & ipſius c d ad d b.

Theorema 12. Propoſitio 12.

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum ſecũda data fuerit, fuerit autem & ſecunda cum tertia data, prima tertiæ aut eſt æqualis, uel altera dato maior eſt.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data ſit ut a c. At b cum c d, data ſit ut d b. Dico q. a b ipſi

a b ipſis c d, aut eſt æqualis, uel altera altera dato maior eſt. Quoniam enim data utraq; ipſarum a e, b d. Data iam aut ſunt æqualia aut inæqualia. Sint primum æqualia, æqualis igitur eſt a e ipſi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ e d eſt æqualis.



Non ſint autem æqualia, ſed eſto maior a e, ipſa b d & ipſi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipſa b d, data eſt, data igitur eſt & c e, eſt autem & tota a e data, & reliqua a c data eſt. Et quoniam æqualis eſt c e ipſi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d eſt æqualis. Eſt autem data a c. Igitur a b ipſa c d, dato maior eſt.

Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipſa a e dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonſtrabimus, quòd c d ipſa a b dato maior eſt: hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior eſt.

Theorema 13. Propoſitio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad ſecundam rationē habuerit datam, ſecunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, & ipſa quidem a b ad c b, rationem habeat datam, at c d ipſa e dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & ab ipſa e dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f ad e ratio data eſt, & quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius a g ad c f data. Data eſt c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data eſt, & ipſius d f ad e, ratio data, & ipſius g b ad e, igitur ratio data eſt. Eſt autem data a g. Igitur ipſa e dato maior eſt quàm in ratione.



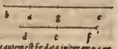
Scholium.

Si enim fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit ſicut totum ad totum, ſicut patet per 10 quinti element. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior ſit quàm in ratione.

Theorema 14. Propoſitio 14.

SI binę magnitudines adinuicē rationē datam habuerint, appoſitaq́ fuerit earū utriq; data magnitudo, totæ adinuicē aut rationem datā habebūt, aut altera altera maior eſt quàm in ratione.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo, hoc eſt a e & c f. Dico quòd totæ e b, f d: adinuicem aut rationem habent datam uel altera altera, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam data eſt utraq; ipſarum e a, c f. Ratio igitur ipſius e a ad c f, data eſt, & ſiquidem eadem quæ ipſius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio eſt data. Non autem ſit eadem. Fiatq; ſicut a b ad c d. ſic g a ad c f. Ratio igitur & ipſius g a ad c f data eſt. Data autem eſt f c data igitur & g a & ipſius f c ad g a, ratio data eſt. Et reliqua igitur e g, data eſt. Eſtq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c. Ratio igitur ipſius g a ad f c eſt data. Data autem & f c. Data igitur eſt & g a. Eſt autem et e a data, & reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c, ratio igitur ipſius g b ad f d data eſt. Eſt autem data & e g. Igitur e b ipſa f d, maior eſt dato quàm in ratione.



Scholium.

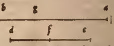
Si uerò efficiemus ſicut a b ad c d, ſic a e, ad id quod ex c, ſicut in 7 inuenietur f d ipſa e b, dato maior quàm in ratione.

Theorema 15. Propoſitio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationē datam habuerint, & auferatur ab earū utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem

aut

aut rationem datum habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



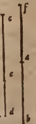
Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, auferaturq; ab earum utraq; data magnitudo: ab ipſa, inquam, a b ipſa a e, ab ipſa uerò c d, ipſa c f. Dico quòd & reliquæ e b, f d, adinuicem aut rationem habebunt datam, uel altera, altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam utraq; a e, c f, data eſt, ratio igitur ipſius a e ad c f, data eſt, per primam propoſitionem. Et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a b, ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquam f d ratio data. Non ſit autem eadem, fiatq; ſicut a b ad c d, ſic a g ad c f. Ratio autem ipſius a b, ad c d data eſt. Ratio ipſius igitur a g, ad c f data eſt. Data igitur eſt & a g. Eſt autem & a e data. Et reliqua igitur e g data eſt. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquam f d, ratio data eſt. Eſt autem data e g. Igitur e b, ipſa f c, dato maior eſt quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuerſum eſt quodammodo præcedentis, oſtendens, quod ſi appoſitæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uerò auferatur eadem ab eiſdem idem oſtendit.

Theorema 16. Propoſitio 16.

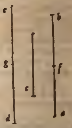
SI binę magnitudines inuicem rationem habuerint datã, & ſub una earũm data magnitudo auferatur, alteri uerò earum data magnitudo appoſita fuerit, tota dato maior eſt quàm in ratione.



Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipſa c d, data auferatur magnitudo, ipſi uerò a b data apponatur magnitudo f a. Dico quòd tota f b tota c d, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadem ei dem fiat, hoc eſt ipſius a g ad c e. Igitur ipſius a b ad e e ratio data eſt. Data autem eſt c e. data igitur & a g. Eſt autem & a f data. Tota igitur f g, data eſt per 3 propoſitionem. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d, ſic eſt a g ad c e, & reliquæ g b, ad reliquam e d, ratio eſt data per 19 quinti elemen. Et g f data eſt. Igitur f b ipſa c d dato maior eſt quàm in ratione.

Theorema 17. Propoſitio 17.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecũda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiã aut datã rationẽ habebit, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



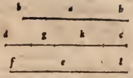
Sunt tres magnitudines a b, c d e, & utraq; ipſarum a b, d e, ipſa c dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd ipſæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationem, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio eſt data. Id propterea iam & ipſius f b ad c, ratio eſt data, & ipſius f b ad g e, igitur ratio eſt data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f, d g. Totæ igitur a b, d e; adinuicem uel rationem habent datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione.

Theorema 18 Propoſitio 18.

SI fuerint tres magnitudines, una autem earũ utraq; reliquarũ dato maior fuerit quàm in ratione, binę reliquæ adinuicẽ aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sunt tres magnitudines a b, c d, e f, earum uerò una c d, utraq; reliquarum a b, e f, dato maior ſit quàm

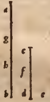
quàm in ratione. Dico quòd ipſa a b ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a h. Ratio igitur ipſius c g ad a h data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data eſt, eadem eidem exhibeatur quæ ipſius c k ad l e. Ratio igitur & ipſius c k ad l e data eſt. Data autem c k, data igitur & l e & totius c d ad totum l f, ratio eſt data. Ipſius autem c d ad h b, ratio eſt data. Et ipſius h b, igitur ad l f, ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipſa igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19. Propoſitio 19.

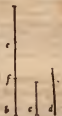
SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autē & ſecunda tertia dato maior q̃ in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, et a b ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd et a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g h ad c f. Ratio igitur ipſius g h ad c f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g h, eſt autem & g h data, & tota igitur h a, data eſt. Et quoniam eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt g h ad c f, & reliquæ h b ad reliquam f d ratio data eſt. Ipſius autem f d ad e, ratio eſt data, & ipſius h b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt h a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.



Aliter.

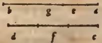
Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione, & c ipſa d, dato maior ſit quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniā a b ipſa c dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data, per 4 propoſitionem. At c ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione, & e b, igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem. At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 20. Propoſitio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eiſdemq́ ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferantur magnitudines a e, c f, rationem adinuicem habētes datā, dico quòd ipſæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nā quoniā utraq; ipſarū a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d data eſt, et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquā f d ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a ad c f, ſic a g ad c d. Ratio autem ipſius a e ad c f eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igi-



tur g b data eſt, & quoniam eſt ſicut a e ad c f, ſic eſt a g ad e d, & reliquæ g e ad reliquum f d ratio eſt data. Data autem eſt g b, igitur e b, ipſa f d, dato maior eſt quàm in ratione.

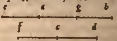
Scholium.

Quoniam enim eſt ſicut a e ad e f, ſic eſt a g ad e d, manifeſtũ quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorum, & in alijs eiuſmodi per ſcholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. *Propoſitio 21.*

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eiſdemq́; appoſitæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

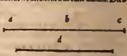
Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq́; eiſdem magnitudines c a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior eſt quàm in ratione. Quoniam enim data eſt utraq; ipſarum a b, e d. Ratio igitur ipſius a b ad e d, per primam propoſitionem data eſt, & ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e ad e f erit, & totius e b ad totam f d ratio data eſt. Si autẽ non fiat ſicut a e ad e f, ſic g a ad e d. Ratio igitur ipſius g a ad e d data eſt. Data autem eſt e d, data igitur eſt & g a. Eſt autem & a b data, et reliqua igitur g b data eſt. Et quoniam eſt ſicut e a ad e f, ſic eſt a g ad c d, & totius e g ad totam f d, ratio eſt data, & data eſt g b, igitur e b, ipſa f d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 22. *Propoſitio 22.*

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraq; ad eandem rationẽ habebit datum.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraq; a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraq; ipſarum a b, b c ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipſius a b ad b c data eſt. Et componendo per 17 quinti elementorum ipſius a c ad c b, ratio eſt data: ipſius autem b c ad d ratio eſt data, & ipſius a c, igitur a d ratio data eſt.



Theorema 23. *Propoſitio 23.*

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autẽ partes ad partes rationes datas, non autem eaſdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationem, habeant autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, non autem eaſdẽ. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipſius a e ad c f, ratio data eſt, eadem eidẽ fiat ipſius a b ad c g. Ratio igitur & ipſius rectæ lineæ a b ad c g, rectam lineam data eſt. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipſius autem e b ad f d, ratio data eſt. Et ipſius f d ad f g, ratio data eſt per 18 quinti elementorum, & cõuertendo, per correlarium eiuſdem ipſius f d ad d g, ratio data eſt. Et quoniam ratio ipſius b a ad utrunq; ipſorum d c, e g, data eſt, et ipſius d c, igitur ad e g, ratio eſt data, & conuertendo per idem correlarium & ipſius c d ad d g, ratio eſt data. Sed ipſius d c ad d f, ratio eſt data, & ipſius c d, igitur ad d f, ratio eſt data: quare & ipſius c f ad f d, ratio eſt data. Sed ipſius quidem c f ad a e, ratio eſt data, ipſius autem f d ad b e ratio eſt data. Quare omnium ad omnia ratio data eſt.



Scholium.

Receptum ſiquidem eſt, quod ipſius c f ad f d, ratio data eſt, ponitur autem & ipſius c b ad

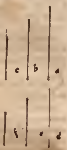
f d:

ad f d, ratio data, & ipſius igitur e f, ad e b, ratio eſt data per 8 propoſitionem. Rurſus quoniam ipſius a e, ad e b, ratio data demonſtratur, ponitur autem & ipſius e b, ad f d, ratio data, & ipſius igitur e a, ad f d, ratio eſt data, per 8 propoſitionem, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utranq; ipſorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & ſimiliter & e, ad utranque ipſarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad e d, rationem habet datam: habet autem & e d, ad utranq; ipſarum e f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranq; ipſarum e f, e d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

Theorema 24. Propoſitio 24.

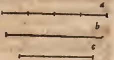
SI tres rectę lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiã rationẽ habuerit datam, & ad ſecundã rationẽ habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, ſicut a ad b, ſic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, et quoniam ratio ipſius a ad c, data eſt. Eadem eidẽ fiat ipſius d ad f. Igitur ipſius d ad f, ratio data eſt. Data autẽ eſt d, data igitur eſt & f, accipiatur per 13 ſexti elementorũ ipſorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiuſdem quod ſub d f, æquum eſt ei quod ex e. Sed quod ſub d f, datum eſt, utraq; enim earũ data eſt. Datum igitur & quod ex e. Eſt autem & d data. Ratio igitur ipſius d ad e, data eſt. Et quoniã eſt ſicut a ad c, ſic eſt d ad f. Sed ſicut a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c, ſicut autem d ad f, ſic quod ex d ad id quod ſub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod ſub a c, ſic quod ex d, ad id quod ſub d f. Sed et quidẽ quod ſub a c, æquã eſt id quod ex b per 17 ſexti elemẽt. ipſæ a b c, ſunt proportionales. Et autem quod ſub d f, æquum eſt id quod ex e, per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, ſic quod ex d, ad id quod ex e. et ſicut igitur a ad b, ſic d ad e. Ratio autem ipſius d ad e data eſt. Ratio igitur ipſius a ad b data eſt.



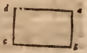
Alter idem.

Quoniam ratio ipſius a ad c data eſt, ſicut autem a ad c ſic quod ex a ad id quod ſub a c. Ratio igitur ipſius a ad id quod ſub a c data eſt. Et autem quod ſub a c æquum eſt id quod ex b, Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data eſt. Quare et ipſius a ad b, ratio data eſt: utriq; ſiquidem ipſarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

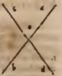
Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras ſpecie dari, quarum anguli dati ſunt, & laterum rationes adinuicem ſunt datæ, ſi efficimus parallelogrammum a b c d, rectãgulum æquum habens d, ipſi a b, habemus ſiquidem angulorum unumquẽq; datum, quoniam recti ſunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus ſiquidem à recto non differt, ſicut patet per quartũ poſtulatum, & manifeſtum quod rationes laterum ſunt datæ. Ratio ſiquidem ipſius a b, ad b c datur. Quoniam & ipſius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod ſub d f datur.



Theorema 25. Propoſitio 25.

SI binę rectæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicẽ ſecuerint, ſignum in quo ſeſe inuicem diſpeſcunt poſitione datur.

Binæ, inquam, lineæ poſitione datæ a b, c d, ſeſe inuicem ſecent in e, dico quòd datum eſt e ſignum. Si autem non intercidet e ſignum intercidet igitur & unius ipſarum a b, c d, poſitio, non intercidit autem. Datum igitur eſt ſignum e.



Theorema 26. Propoſitio 26.

SI rectæ lineæ fines fuerint dati poſitione, datur ipſa recta linea poſitione & magnitudine.

Rectæ ſiquidem lineæ a b fines a b dati ſunt poſitione. Dico quòd ipſa a b poſitione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipſius a b recta lineæ aut poſitio, aut ma-

AA gnitudo,

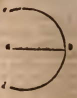
gnitudo, intercidet & b ſignum, non intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea poſitione & magnitudine.



Theorema 27. *Propoſitio 27.*

SI rectæ lineæ poſitione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ ſiquidem lineæ a b poſitione & magnitudine datæ, unum extremum a datum ſit. Dico quòd & b datũ eſt. Si enim manente a ſigno intercidit ſignum b, incidit igitur & ipſius a b rectæ lineæ aut poſitio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur eſt b ſignum, & centro a, interuallo uerò a b, per tertium poſtulatum circumferentia deſcribatur c b d: poſitione igitur eſt ipſa c b d, poſitione autem & ipſa a b, recta linea. Datum igitur eſt & b ſignum.



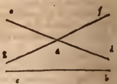
Scholium.

Siquidem enim b ſignum aut introrſum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non eſt: ſi autẽ intercidit, aut ſupra aut infra, nec poſitione data eſt igitur.

Theorema 28. *Propoſitio 28.*

SI per datum ſignum ad poſitionem datam rectam lineam, linea acta fuerit, datur quæ acta eſt poſitione.

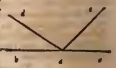
Per ſiquidem datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quòd ipſa d a e, poſitione datur: ſi autem non manente ſigno a intercidit ipſius d a e, poſitio permanente b c parellelo. Intercidat, & eſto f a g. parallelus igitur eſt c b, ipſi a f g, ſed b c ipſi d a c, eſt parallelus, & d a c igitur ipſi f a g parallelus eſt. Sed eſt coincidẽs, quod eſt abſurdum. Ipſius igitur d a c, poſitio non intercidit. poſitione igitur eſt ipſa d a e.



Theorema 29. *Propoſitio 29.*

SI additione data recta linea fuerit, ad ſignumq́ in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta poſitione datur.

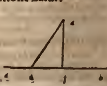
Additione ſiquidem recta linea a b, & ad ſignum ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui ſub b c d. Dico quòd ipſa c d, eſt poſitione data. Si autem non manente ſigno c intercidit ipſius c d poſitio, ſeruans ipſius b c d, anguli magnitudinem, intercidat & ſit c e: æquus igitur eſt angulus qui ſub d c b, ei qui ſub e c b, minor maiori, quod eſt abſurdum. Non intercidit ergo ipſius d c poſitio, poſitione igitur eſt ipſa c d.



Theorema 30. *Propoſitio 30.*

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam, linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta poſitione datur.

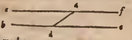
A' dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datum efficiens angulum ſub a d c. Dico quod poſitione eſt ipſa a d. Si autem non, manente a ſigno intercidit ipſius a d poſitio, ſeruans ipſius a d c anguli magnitudinem, intercidat & eſto a f. Aequus igitur eſt qui ſub a d c, angulus ei qui ſub a f c, maior minori, quod eſt alienum. Non intercidit igitur ipſius a d poſitio, poſitione igitur eſt ipſa a d.

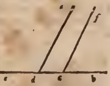


Excit-

Aliter idem.

Excitetur per 31 primi element. ab a ſigno ipſi b d c, recta lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b d c, recta linea acta eſt e a f, igitur per 28 propoſitionem ipſa e a f, poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, ipſi b d c, et in eas incidit d a: æqualis igitur eſt per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur eſt & qui ſub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad ſignum in ea datū a recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigeſimamnonam propoſitionem poſitione eſt ipſa a d. Aſſumatur in ipſa b c, datum ſignum e & per e ſignum ipſi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus eſt f e, ipſi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur eſt per 29 primi elementorum qui ſub f e d, angulus ei qui ſub a d c. Datus igitur eſt & qui ſub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datum in ea ſignum e linea excitata eſt e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propoſitionem poſitione data eſt ipſa e f. Quoniam per datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam d c linea excitatur a d: igitur per 28 propoſitionem poſitione eſt ipſa a d.





Aliter.

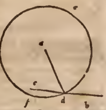
Aſſumatur in b c, contingens ſignum e, connectaturq́; e a, quoniam a ſignum datum eſt: igitur per 26 propoſitionem ipſa a e poſitione data eſt, poſitione autem & b c. Quoniam enim utraque ipſarum a e, b c, rectarum linearum poſitione datur. Datur qui ſub a e d, angulus magnitudine, ſicut in diffinitionibus, poſſumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur eſt qui ſub a e d angulus, eſt autem & qui ſub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus eſt. Quoniā igitur additione data recta linea e a & ad ſignum in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum eum qui ſub a e d, poſitione igitur eſt per 29 propoſitionem ipſa a d.



Theorema 31. Propoſitio 31.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectā lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudiue, datur etiam poſitione.

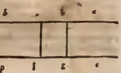
A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiā poſitione datur. Centro ſiquidem a interuallo uerò a d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur e d f, poſitione igitur eſt, per 6 diffinitionē ipſe circulus d f. Datur ſiquidem a centrum poſitione, & quæ ex cētro a d magnitudine, poſitione autem & b c, recta linea. Si uerò binæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicem ſecuerint, datur per 25 propoſitionem ſignum, in quo ſe diſpeſcunt poſitione. Eſt autem & a datum, igitur per 26 propoſitionem poſitione datur ipſa a d.



Theorema 31. Propoſitio 32.

SI in parallelas poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

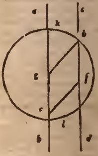
In parallelas enim poſitione datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos ſub b e f, & e f d. Dico quòd ipſa e f, magnitudine datur. Aſſumatur enim in c d, datum ſignum g. & per g ipſi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniā igitur parallelus eſt g h ipſi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus eſt igitur per 29 primi elementorum



angulus e f d, angulo h g d. Datus autem eſt qui ſub e f d, datus igitur eſt & qui ſub h g d. Quoniam igitur additione data recta linea c d, & ad in ea datum ſignum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulum h g f. Igitur per 29 propoſitionem, ipſa g h poſitione datur, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt h ſignum, eſt autem & g. Data igitur eſt g h, magnitudine per 26 propoſitionē, & ipſi e f eſt æqualis. Data igitur eſt e f magnitudine.

Theorema 33. Propoſitio 33.

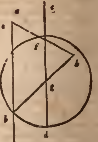
SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.



Si in parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet ſub b e f, e f d, aſſumatur enim in ipſa a b datum ſignum g & per g ipſi e f, per 31 primi elementorum parallelus excitetur g h, æqualis igitur eſt e f ipſi g h. Data autem eſt e f magnitudine. Data igitur eſt & g h; eſtq; g d datum. Centro igitur g, interuallo uerò g h, circulus deſcriptus erit poſitione. Deſcribatur, ſitq; k h l, poſitione igitur eſt circulus k h l, poſitione autem & c d, datum igitur & h ſignum, eſt autem & g datū poſitione, igitur eſt ipſa g h, per 22 propoſitionem, poſitione autem & c d. Datus igitur eſt qui ſub g h d angulus & ei eſt æquus qui ſub e f d. Datus igitur eſt & qui ſub e f d, & reliquus igitur qui ſub f e b, datus eſt.

Aliter.

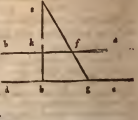
Aſſumatur in c d datū ſignum g, ponaturq; per 2 primi element. ipſi e f, æqualis g d, & centro quidem g, ſpacio uerò g d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d h, poſitione igitur eſt ipſe h d circulus. Datur ſiquidem eius centrum poſitione & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt h ſignum, eſt autem & g datum: poſitione igitur eſt ipſa h g, per 26 propoſitionem poſitione autem & c d. Datus igitur eſt qui ſub h g d angulus. Et ſi quidem parallelus eſt e f, ipſi g h erit, et qui ſub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui ſub f e b angulus datus eſt. Si autem non concurrunt ipſæ e f, h g in h. Quoniam æqualis eſt e f ipſi d g, hoc eſt ipſi g h, & parallelus eſt e b ipſi f g, æqualis igitur eſt f h ipſi h g. Quare & angulus qui ſub h g f, ei qui ſub h f g eſt æqualis. Datus autem qui ſub h g f. Datus igitur & qui ſub g f h, quare & conſequens qui ſub g f e, datus eſt, & reliquus qui ſub f e b, datus eſt.



Theorema 34. Propoſitio 34.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas à dato ſigno recta linea acta fuerit, in datam rationem ſecabitur.

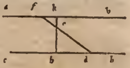
In parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, à dato ſigno e, recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipſius e f ad f g, data eſt, excitetur enim per 32 primi element. ab ipſo e ſigno in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato ſigno e in poſitione datam rectam lineam c d, recta linea excitata eſt e h, datum efficiēs angulum ſub e h g. Igitur per 30 propoſitionem ipſa e h poſitione datur, poſitione autem & utraq; ipſarum a b, c d. Datum igitur eſt utrunque ipſorum k h. Eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum e k, k h. Ratio igitur ipſius e k ad k h, per primam propoſitionem data eſt. Eſtq; ſicut e k ad k h ſic e f ad f g. Ratio igitur ipſius e f ad f g data eſt.



In paralle-

Aliter.

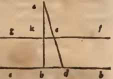
In parallelos ſiquidem poſitione datas a b, c d, à dato ſigno e, recta linea agatur f e g. Dico quòd ipſius g e ad e f ratio data eſt: excitetur ſiquidem ab e ſigno per duodecimam primi elementorũ in ipſam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato ſigno e, in poſitione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datum efficiens angulum qui ſub e h g, poſitione igitur eſt ipſe h e a, poſitione autem & utraq; ipſarum a b, c d. Datum igitur eſt utrunq; ipſorum h k ſignorum, eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum h e, e k. Ratio igitur ipſius h e ad e k data: ſicut autem h e, ad e k, ſic g e, ad e f. Ratio igitur & ipſius g e ad e f data eſt.



Theorema 55. Propoſitio 55.

SI à dato ſigno in poſitione datã rectam lineã, recta linea acta fuerit, & ſecta fuerit in datam rationẽ, & per ſectionẽ ad poſitionem datã rectam lineã recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

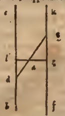
A' dato ſiquidem ſigno a in poſitione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d, ſeceturq; per præcedentem in datam rationem ipſius d e, e a. Exciteturq; per trigeſimamprimam primi element. per e ſignum ipſi b c parallelus f e g. Dico quòd poſitione eſt ipſa f e g. Excitetur enim per duodecimã primi element. ab ipſo a in ipſam b c, perpendicularis a b, quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a b, datum efficiens angulum qui ſub a b d, poſitione igitur eſt per trigeſimam primam propoſitionem ipſa a b, poſitione autem & b c. Datum igitur b ſignum. Eſt autem & a datum. Data igitur eſt per uigeſimamſextam propoſitionem & a b. Et quoniã ratio ipſius d e ad a e, data eſt: ſicut aũt d e ad e a, ſic b k ad k a. Ratio igitur & ipſius b k ad k a, data eſt. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elementorum, ratio ipſius b a ad a k, data eſt: data autem ipſa b a, data igitur & a k. Sed & poſitione, eſtq; a datum, datum igitur & k. Quoniam igitur per datum ſignum k, ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, poſitione igitur eſt & f g.



Theorema 56. Propoſitio 56.

SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad poſitione datam rectam lineam linea acta fuerit, datur acta poſitione.

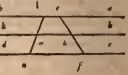
A' dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, et apponatur ipſi a d, ipſa a e, rationẽ habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi element. ipſi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd poſitione eſt ipſa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in b c, perpendicularis a b, extendaturq; in g. Quoniam à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta excitata eſt linea a b, datum efficiens angulum a b c, poſitione igitur datur per 31 propoſitionem b a g, poſitione autem & b c. Datum igitur eſt b ſignum, eſt autem & a datum. Data igitur eſt ipſa a b per 26 propoſitionem. Et quoniã ratio ipſius d a ad a e. data eſt, ſicut autem d a e, ſic b a, ad a g. Ratio igitur & ipſius b a ad g, data eſt, data autem b a. Data igitur & a g. ſed & poſitione, eſtq; a datũ, datum igitur & g. Quoniã igitur per datum ſignum g ad poſitione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, poſitione igitur eſt per 28 propoſitionem ipſa f g k.



Theorema 37. Propoſitio 37.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, ſectaq́ fuerit in ratione data, ac per ſectionem ad poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

In parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f, & ſecetur per 34 propoſitionẽ in datam rationẽ ipſius f g ad g e. Excitetur per 31 primi element. per g utriq; ipſarũ a b, c d parallelus h k. Dico q. poſitione eſt ipſa h k. Aſſumatur enim in ipſa a b, datũ ſignum l & per 12 primi elemen. ab ipſo l excitetur in c d perpendicularis l n. Quoniã à dato ſigno l in poſitione datam rectã lineã c d, recta linea excitatur l n, datum efficiẽs angulũ l n d, poſitione igitur per 28 propoſitionẽ eſt ipſa l n, poſitione aũt & c d. Datum igitur n ſignum Eſt autem & l datum. Data igitur eſt ipſa l n, per 26 propoſitionem. Et quoniã ratio ipſius f g ad g e data eſt: ſicut autem f g ad g e, ſic n m ad m l. Ratio igitur ipſius n m ad m l data eſt. Quare & ipſius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data eſt. Data autem n l, data igitur & l m, ſed & poſitione, eſtq́; l datum: datum igitur & m. Quoniam igitur per datum ſignum m ad poſitione datam rectam lineam c d, recta linea acta eſt h k, poſitione igitur eſt h k, per 28 propoſitionem.



Theorema 38. Propoſitio 38.

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq́ fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam, ac per extremum ad poſitione datas parallelus recta linea acta fuerit, acta poſitione datur.

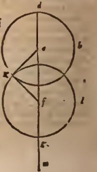
In parallelos poſitione datas, inquam, lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq́; eidem aliqua recta linea e g rationem habens ad e f, datam a c per g per 31 primi element. utriq; ipſarum a b, c d, rectarum linearum recta agatur linea b k. Dico quòd poſitione eſt h k, aſſumatur enim in a b datũ ſignũ n, excitetur q́; per 12 primi elemen. ab ipſo n, in c d perpẽdicularis n m extẽdaturq́; in l. Quoniam à dato ſigno n in poſitione datam rectam lineã c d, recta linea c d, recta acta eſt n m, datũ efficiens angulum n m d. Igitur per 30 propoſitionẽ poſitione data eſt ipſa l m, poſitione autem & c d. Datum igitur eſt m ſignum, eſt autem & n datum. Igitur per 26 propoſitionem poſitione datur n m. Et quoniam ratio ipſius f e ad e g, data eſt. Sicut autem f e ad e g, ſic m n ad n l. Ratio igitur & ipſius m n ad n l data eſt. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & poſitione datum eſt n, datum igitur eſt & l. Quoniam igitur per datum ſignum l ad poſitione datam rectam lineam a b recta linea acta eſt h k poſitione eſt ipſa h k.



Theorema 39. Propoſitio 39.

SI triãguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim a b c, unumquodque latus eſto magnitudine datum. Dico quòd & triangulum a b c, ſpecie datur, exponatur recta linea poſitione data d m, terminata quidem in d, infinita verò in reliquum, ponaturq́; per ſecundam primi elementorum, ipſi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur eſt & d e. Sed & poſitione, eſtq́; datum ipſum d, datum igitur & e. Ipſi autem b c æqualis e f data eſt b c, data igitur & e f, ſed & poſitione, datum eſt e, datũ igitur eſt & f, ipſi autem a c æqualis f g. Data eſt a c. Data igitur & f g, ſed & poſitione. Eſt autem datũ f, datũ igitur & g & centro quidẽ e, interuallo autem e d, per 3 poſtulatũ circulus deſcribitur d k b, poſitione igitur eſt ipſe d K b, circulus p 6 diffinitionem



nem datorum. Rurſus centro quidem f interuallo uerò f g, per idem poſtulatum circulus deſcribatur g k l, poſitione igitur eſt ipſe g k l, circulus per eandem diffinitionem, poſitione autem & circulus d k b. Datum igitur eſt & k ſignum, eſt autem & utrunq; ipſorum e f datum. Data igitur eſt unaqueq; ipſarum k e, e f, f k poſitione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum ſpecie, & æquum ac ſimile eſt ipſi a b c. Datur igitur a b c triangulum ſpecie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ ſunt ipſæ k e, e f earum adinuicem ratio data eſt per primum theorema datorum, ſimiliter autem & ipſarum e f, f k ratio data eſt, eſtq; ipſarum f k, k e ratio data. Rurſus quoniam ipſæ k e, e f, datæ ſunt poſitione, eundem igitur ſemper locum obtinent, ac per hoc qui ſub k e f magnitudine datur, ſimiliter autem & qui ſub e f k, datur magnitudine, & inſuper qui ſub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. *Propoſitio 40.*

SI trianguli unuſquiſq; angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum ſpecie.





Trianguli enim a b c, unuſquiſq; angulus datus ſit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum ſpecie datur, exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e, & cõſtruatur ad d e, ad ſignaq; in ea d e, per uigeſimamtertiam primi element. ei qui ſub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui ſub e d f, ei autem qui ſub b c a, æquus qui ſub d e f. Reliquus igitur qui ſub b a c, reliquo ei qui ſub d f e, eſt æqualis. Datus autem unuſquiſque eorum qui ad a b c ſigna. Datus igitur & unuſquiſque eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad ſignum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propoſitionem d f poſitione eſt, idq; propterea iam & e, f poſitione eſt Datum igitur eſt f ſignum, eſt autem & utrunq; ipſorum d e datum. Data igitur eſt unaquæque ipſarum d f, d e, e f, poſitione & magnitudine, datũ igitur d f e triangulum ſpecie, & ſimile eſt ipſi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

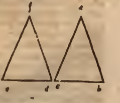
Scholium.

Quoniam igitur datur utraq; ipſarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipſarum e f, f d, ratio datur, & inſuper ipſorum f d, d e, datur. Inſuper & unuſquiſq; ipſorum d e f angulorum datus eſt magnitudine. Datur igitur d e f triangulum ſpecie, ſicut in diffinitionibus.



Theorema 41. *Propoſitio 41.*

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicẽ rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



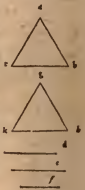
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datum eum qui ſub b a c, circum uerò b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecies datur. Exponatur enim in poſitione data recta linea d f, cõſtituaturq; per uigeſimamtertiam primi element. ad ipſam d f, rectam lineã, ad ſignũq; in ea f, ei qui ſub b a c angulo æqualis angulus qui ſub d f e. Datus autem qui ſub b a c, datus igitur & qui ſub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad ſignum datum in ea f, recta linea acta eſt f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propoſitionem ipſa f e, poſitione eſt. Et quoniã ratio ipſius b a ad a c data eſt, eadem eidem fiat, quæ ipſius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipſius d f ad f e data eſt. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & poſitione, & f datum eſt, datum igitur & e, eſt autem & utrunque ipſorum d f, datum. Data igitur eſt unaquæque ipſarum d f, f e, d e, poſitione &

magnitudine, datur igitur d f e triãgulum ſpecie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f, unum angulum uni angulo æquum habent, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d f e: ea uerò quæ circum eos qui ſub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, ſimile igitur eſt & æquale per primam diffinitionem & 6 propoſitionem ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e f triangulo. Datur autem d f e ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

Theorema 42. *Propoſitio 42.*

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

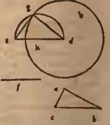
Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum datur ſpecie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniam ratio ipſius a b ad b c data eſt. Eadẽ eidem fiat ipſius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rurſus quoniam ratio ipſius b c ad a b, data eſt, eadem eidem fiat ipſius e ad f. Data autem e data igitur & f. & ex tribus rectis lineis quæ æquales ſunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque aſſumptæ ſunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum conſtituatur g h k. Quoniam æqualis eſt d ipſi g h, & e ipſi h k et f ipſi g k. Data autem unaquæque ipſarum d e f. Data igitur & unaquæque ipſarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k ſpecie, & quoniam eſt ſicut a b ad b c, ſic eſt d ad e. Aequalis autem eſt d ipſi g h. & e ipſi h k: eſt igitur ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c a, ſic e ad f. Aequalis autẽ eſt e ipſi h k, & f ipſi g k. Eſt igitur ſicut b c ad c a, ſic h k ad k g. Oſtenſum autem eſt ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, ſicut b a ad a c, ſic g h, ad g k. Simile igitur eſt per primã diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipſi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum ſpecie. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Theorema 43. *Propoſitio 43.*

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui ſub a b c angulum, circa unum acutorum eiuſdem angulorum qui ſub a b c latera c b, b a adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum datur ſpecie. Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e. Deſcribaturq; ſuper d e ſemicirculus d g e, poſitione igitur eſt d g e ſemicirculus, & quoniam ratio ipſius c b ad b a, data eſt, eadem eidem fiat ipſius d e ad f. Ratio igitur ipſius d e ad f data eſt. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior eſt c b ipſa b a, maior igitur eſt & e d, ipſa f. Congruat ipſi f, per primam quarti elementorum d g, connectaturq; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur h g k, poſitione igitur eſt circulus h g k. Datur enim ipſius centrum poſitione, & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & d g e ſemicirculus datum igitur, eſt & ſignum, eſt autem utrunq; ipſorum d e, datum. Data igitur eſt, per uigeſimamſextam propoſitionem unaquæque ipſarũ g d, d e, e g, poſitione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e ſpecie. Quoniam igitur bina triangula ſunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d g e. Circum uerò alios angulos qui ſub c b a, e d g. latera proportionalia. Reliquorum autem qui ſub b c a, d e g, utrunque ſimul minorem recto. Simile igitur eſt per ſeptimam ſexti elementorum triangulum a b c ipſi d e g, triangu-



lo

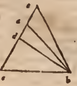
lo. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

Scholium.

Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quòd ſi circulus bifariam ſecetur, eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uerò, hoc eſt quæ ex centro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propoſitio 44.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



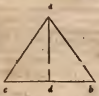
Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autem alium angulum eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, ſpecie datur. Nõ ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Exciteturq́; per 12 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus eſt, eſt autem & qui ſub b a d datus, & reliquus igitur qui ſub a b d datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt: ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur a d b c, ratio data eſt. Rectus autẽ eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, datus eſt. Datur igitur & a b c, triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus, extendaturq́; c a in e. Exciteturq́; per 12 primi elemẽtorum ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequẽs igitur qui ſub b a e, datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie. Ratio igitur ipſius e b ad b a data eſt, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c, ratio eſt data.



Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triangulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e; eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub a b c, angulus datus eſt. Datur igitur triangulum a b c, ſpecie.

Theorema 45. Propoſitio 45.

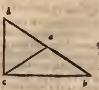
SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq;, ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.



Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulum latera utraq; hoc eſt b a c tanquam unum ad c b, rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur per 9 primi elementorum angulus b a c, biſariam à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d angulus, & quoniam eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c, uiciſsim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſq; b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſtq́; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d angulus eſt autem & qui ſub b a c angulus datus, et reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.

Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia, per 12 quinti element.



ALITER. Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c, ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidem eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulum b c d ſpecie. Da-

tus

tus igitur eſt qui ſub a b c, angulus eſt autem qui ſub b a c datus, & reliquus qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur a b c, triangulum ſpecie.

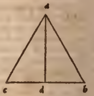
Scholium.

Quoniam enim angulus qui ad a datus eſt, & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus eſt æqualis, & oppoſitio per 32 primi element. & anguli d b, quare & anguli a c, dati ſunt.

Theorema 46. Propoſitio 46.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uerò alium angulum latera utraq; ſicut unum ad reliquum rationem datam habuerint, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub a b c, circulum uerò alium angulum b a c, latera utraq; hoc eſt b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quòd ipſum a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur enim per 9 primi element. angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Eſt igitur utrunq; b a c ad c b, ſicut a b ad b d. Ratio autem utriuſq; b a c ad c b, data eſt. Ratio igitur & ipſius a b ad b d, data eſt. Eſtq́; datus qui ſub a b d, angulus. Datur igitur triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d angulus, eſt autē duplus eius qui ſub b a c. Datus igitur eſt & qui ſub b a c. Eſt autem & qui ſub a b c datus, & reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur a b c triangulum ſpecie.



Aliter.

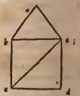
Ponatur ipſi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniam ratio utriuſq; b a c ad c b data eſt. Aequalis autem eſt c a ipſi a d. Ratio igitur & ipſius d b ad b c data eſt. Et qui ſub d b c angulus datus eſt. Datur igitur triangulum d b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b d c angulus. Et eius eſt duplus qui ſub b a c. Qui ſub b a c, angulus igitur datus eſt. Datur igitur a b c triangulum ſpecie.



Theorema 47. Propoſitio 47.

DAta rectilinea ſpecie, in data triangula ſpecie diuiduntur.

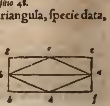
Eſto datum rectilineum ſpecie a b c d e. Dico quòd ipſum a b c d e, rectilineum in data triangula ſpecie diuiditur. Connectantur enim a e, e c. Quoniam rectilineum a b c d e, ſpecie datur. Igitur angulus qui ſub b a e, datus eſt, & ratio data eſt. Quoniā igitur angulus b a e, datus eſt, & ratio data eſt. Quoniam igitur angulus b a e datus eſt, & ratio ipſius b a ad e a, data eſt. Datur igitur triangulum b a e ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b e, angulus. Eſt autem & totus qui ſub a b c, angulus datus, & reliquus igitur qui ſub e b c datus eſt. Eſtq́; ratio ipſius a b ad b c data, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius igitur e b ad b c, ratio data eſt, & datus eſt qui ſub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum ſpecie. Ac per hoc iam & c d e, triangulum ſpecie datur. Data igitur rectilinea ſpecie in data triangula ſpecie diuiduntur.



Theorema 48. Propoſitio 48.

SI ab eadem recta linea deſcripta fuerint triangula, ſpecie data, adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula ſpecie data deſcribantur a b c, & a b d. Dico ꝗ ratio ipſius a b c ad a b d, data eſt. Excitētur per undecimam primi elementorum ab ipſis a b ſignis, ipſi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a c, b g. Extendanturq́; in f b, ac per c d ſigna per 35 primi elementorum ipſi a b paralleli excitentur c e, d h. Quoniā datur a b c, triāgulum ſpecie. Ratio ipſius



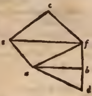
a c ad

b a, data eſt. Quoniam igitur angulus qui ſub c a b, datus eſt, eſt autem & qui ſub e a b datus. Reliquus igitur qui ſub e a c, datus eſt, datur igitur triangulum a c e ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a e, data eſt, ipſius autem c a ad a b, ratio eſt data, & ipſius e a ad a c igitur ratio data eſt. Idq; propterea & ipſius f a ad a b ratio eſt data, eſtq; ſicut a e ad a f, ſic b g ad b h. Quare & ipſius b g ad b h ratio eſt data. Eſtque ipſius quidem a g, dimidium triangulum a b e, per 41 primi element. Ipſius autem a b, per eandem dimidium eſt triangulum a b d, & ipſius igitur a b c ad a d b, ratio eſt data.

Theorema 49. Propoſitio 49.

SI ab eadē recta linea, bina rectilinea utcunq; data ſpecie deſcripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

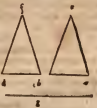
Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunq; ſpecie data deſcribantur a c e f b & a d b. Dico quòd ratio ipſius a c e f b ad a d b, eſt data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq; ipſorū c e f, e f a, f a b, triangulorum ſpecie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula ſpecie data e f c, & e f a deſcribuntur. Ratio igitur ipſius c f e ad f e a, data eſt per præcedentem, & componendo igitur per 18 quinti elementorū ratio ipſius c e a f data eſt. Ipſius autem f e a ad f a b, ratio eſt data. Quoniam ab eadem recta linea a f, deſcribitur. Et ipſius f e c, e a f, igitur & a f b, ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti elemēt. ipſius c e a b f ad b f a, ratio eſt data. Ipſius autem f b a ad a d b, ratio eſt data, & ipſius igitur c e a b f ad a d b, ratio eſt data.



Theorema 50. Propoſitio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipſis rectilinea ſimilia, ſimiliterq; deſcripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ ſiquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, deſcribanturq; ab ipſis a b, c d, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea e f. Dico quòd earum ratio data eſt. Aſſumatur enim ipſis a b, c d, per 11 ſexti element. tertia proportionalis g. Eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c d ad g. Ratio autem ipſius a b ad c d data, ratio igitur & ipſius c d ad g data. Quare & ipſius a b ad g, ratio eſt data. Sicut autē a b ad g, ſic e ad f. Ratio igitur ipſius e ad f data eſt.

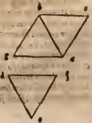


Scholium.

Quoniam enim ipſius a b ad c d, ratio eſt data, eſt autē & ipſius c d ad g, ratio data, manifeſtum eſt quod & compoſita ex binis datis rationibus ratio data eſt, uel & per octauum theorema, quod & melius eſt.

Theorema 51. Propoſitio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipſis rectilinea utcunq; deſcripta, ſpecie data rationem adinuicem datam habebunt.



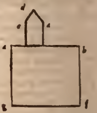
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationē habeant datam, deſcribanturq; ab ipſis a b, b c, rectilinea utcunq; ſpecie data e f. Dico q. et ipſius e ad f, ratio eſt data. Deſcribatur enim per uigeſimam quintā ſexti ele. ab ipſa a b ipſi f, ſimile ſimiliterq; poſitū rectilineū a g b. Datur autem f ſpecie, datur igitur & a g b ſpecie. Sed & e, ſpecie

cie datur & ab eadem deſcribitur recta linea a b. Ratio igitur ipſius e ad a g b, data eſt. Et quoniam ratio ipſius a b ad c d, data eſt. Deſcribunturq; ab ipſis a b. c d, ſimilia ſimiliterq; poſita a b ſ g, ratio igitur ipſius a g b ad f data eſt. Ipſius autem a g b ad e, ratio eſt data. Et ipſius igitur e ad f, ratio eſt data.

Theorema 52. Propoſitio 52.

SI à data recta linea magnitudine data ſpecie ſpecies deſcripta fuerit, datur quæ deſcripta eſt magnitudine.

A' data enim recta linea magnitudine a b data ſpecie ſpecies deſcribatur a c d e b, dico quòd a e, d e b, datur magnitudine. Deſcribatur enim ab ipſa a b, per 46 primi element. quadratum a f. Datur igitur a f, ſpecie & magnitudine, & quoniã ab eadem recta linea a b, bina rectilinea deſcribuntur ſpecie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propoſitionem ipſius a c d e b, ad a f, ratio data eſt. Datur igitur & ipſum a c d e b, magnitudine.



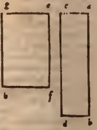
Scholium.

Omne enim quadratum datum eſt ſpecie quandoquidem ipſius anguli dãtur, omnes enim ſunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim ſunt æqualia: & enim non ſolum inæqualium eſt ratio, ſed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: deſcribitur enim poſſum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. Propoſitio 53.

SI binæ ſpecies ſpecie datæ fuerint, & unum latus unius ad unũ latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ ſpecies ſpecie datæ a d, e b, ratio autem ipſius b d ad f b, eſto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio eſt data. Nam quoniam ipſius d b ad f b, ratio eſt data, ipſius autem d b ad b a, ratio eſt data, et ipſius igitur d b ad f b, ratio data eſt, ipſius autem f b ad f e, ratio eſt data, & ipſius a b, igitur ad e f, ratio eſt data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio eſt data.

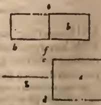


Scholium.

Oſtenſum eſt in ſcholio 20 propoſitionis quòd ſi a ad b, rationẽ habet datam: fuerit autem & c datum, & fiat ſicut a ad b, ſic c ad aliud quid, ut puta d, non tamẽ & uiciſſim rationẽ habebunt datam, quoniam & hic non per uices eſt eorum rationem datam inuenire, ſed aliter ſicut nunc.

Theorema 54. Propoſitio 54.

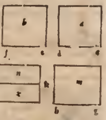
SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicẽ rationem habebunt datam.



Binæ, inquã, ſpecies ſpecie datæ a b, adinuicem rationem habeãt datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationẽ habent datã. Ipſum enim a ipſi b aut eſt ſimile, aut non, ſit prius ſimile. Accipiaturq; per 11 quinti element. ipſorum c d, e f, tertia proportionalis g: eſt igitur ſicut c d ad g, ſic eſt a ad b. Ipſius autẽ a ad b ratio data eſt. Ratio quoq; igitur c d ad g data eſt, et ſunt c d, e f, g proportionales, & ipſius c d igitur ad e f, ratio eſt data. Simileq; eſt a ipſi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non ſit autem ſimile a ipſi b, & deſcribatur a b, e f, per 29 ſexti element. ipſi a, ſimile ſimiliterq; poſitũ e b, datur igitur et e b, ſpecie.

ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e b. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per præcedentem ratio eſt data.

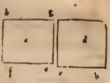
Aliter.



Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq; ſicut e d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq; poſita m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut e d ad e f. ſic eſt g h ad k l. Deſcribantur ab ipſis e d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datũ autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidẽ magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratũ x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datũ igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq; ſicut g h ad k l, ſic e d ad e f. Ratio igitur ipſius e d ad e f, data eſt. Simile eſtq; a ipſi b & latera quoq; reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebũt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.

Theorema 55. Propoſitio 55.

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erunt.



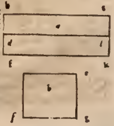
Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b e, deſcribaturq; per 25 ſexti elemẽt. ex ipſa b e ipſi a ſimile ſimiliterq; poſitũ d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b e data. Data autem & b e, data igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data igitur e g. Idq; propterea iã & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq; propterea tam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.

Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogrãma, adinuicem rationem habuerint datã, erit ſicut primi latus ad ſecũdi latus, ſic reliquũ ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

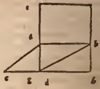


Bina enim æquiangula parallelogramma a b, adinuicẽ rationem habeãt datam. Dico quòd eſt ſicut e d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationẽ habet datã, quã parallelogrammũ a ad parallelogrãmũ b, extẽdatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatq; ſicut e d ad e

f. ſic e g ad c k. Compleaturq́; c l parallelogrammum. Quoniam igitur eſt ſicut c d ad e f, ſic e g, ad c k, æqualis autem eſt c d ipſi k l. Eſt igitur ſicut k l ad e f, ſic e g ad c k, circum æquales angulos qui ſunt ſub c k l g e f. latera ſunt reciproca, æquum igitur eſt per 14 ſexti elementorum k d ipſi g f. Et quoniam ratio ipſius a ad b eſt data, eſt autem æquale b ipſi c l. Ratio igitur ipſius b d ad c l data eſt. At ſicut b d ad c l, ſic b c ad c k. Et ipſius igitur b c ad c k ratio eſt data: & quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c k, at ipſa c b ad c k rationem habet datam, quam area a ad ipſam b: eſt igitur ſicut c d ad e f: ſic eſt e g ad quod b c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propoſitio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo exceſſus.



Datum enim a g ad datam b a, proiectum ſit in angulo dato qui ſub e a b. Dico quòd ipſa c a data eſt. Deſcribatur per 46 primi element. ex a b quadratum e b. Datum igitur eſt e b, excitentur e a, f b, c g ad ipſa d h, & quoniam utrunq; ipſorum e b, a g datum eſt. Ratio igitur ipſius e b ad a g data eſt, æquum autem eſt e b ipſi a b. Ratio igitur & ipſius e b ad a b, data eſt. Quare & ipſius e a ad a d ratio eſt data, æqualis autem eſt e a ipſi a b. Ratio igitur ipſius b a ad a d, data eſt, & quoniã qui ſub c a b datus eſt, & qui ſub d a b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub a c d datus eſt. Datur igitur triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius c a ad a d data eſt, ipſius autem d a ad a b ratio eſt data, & ipſius c a ad a b, igitur ratio eſt data, eſtq́; data ipſa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipſius comparationis.

Scholium.

Quoniam binæ ſpecies e a, a d ſpecie datæ ſunt, adinuicem rationem habent datam & ipſarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

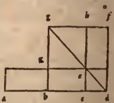
Scholium.

Ipſius, inquam, a g b latitudo parallelus eſt, & a b ad rectam exiſtens ipſi a b, ipſius autem a c g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine exiſtente ipſa a b latitudo erit ipſa a c: in quatuor ſiquidem propoſitis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia eſt præter quatuor, ſicut a c.

Theorema 58. Propoſitio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit ſpecie deficiens à dato ſpecie, dantur latitudines defectus.

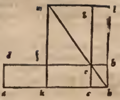
Datum enim a c ad datam a d proiectum ſit ſpecie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipſarum b c, b d data eſt. Secetur enim per decimam primi element. ipſa a d bifariam in e ſigno: data igitur eſt e d. Deſcribatur ab ipſa e d per 25 ſexti element. ipſi e d ſimile, ſimiliterq́; poſitum rectilineum e f. Deſcribaturq́; e f. Datur igitur e f ſpecie. Et quoniam à data recta linea e d data ſpecie ſpecies deſcribitur e f, datur igitur ipſum e k magnitudine, et æquum eſt ipſis a c k b. Dantur igitur, ipſa a c k b magnitudine, eſt autem a c datum magnitudine: ſupponitur enim. Reliquum igitur k b, datum eſt magnitudine, eſt autem & ſpecie datum ſimile, ſiquidem eſt ipſi e d. Ipſius b k, ergo latera data ſunt, datum igitur k c: & eſt æquũ ipſi e b. Ipſa igitur e b data eſt. Eſt autem & e d, data, & reliqua igitur b d data eſt, & ratio ipſius b d ad b c data eſt. Data igitur eſt & b c.



Theorema 59. Propoſitio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens ſpecie dato ſpecie, dantur latitudines exceſſus.

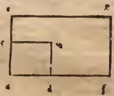
Datum ſiquidem a b ad datam a c proiectum ſit excedens ſpecie data e b, dico quòd utraq; ipſarum b c, e c data eſt. Secetur enim per 10 primi element. ipſa d e biſariā in f ſigno. Deſcribaturq; per 25 ſexti element. ex e f ipſi e b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundem dimetientem eſt f g ipſi e b, excitentur per 26 ſexti element. eorū dimetiens h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniam e b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem e b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi h a, ſunt aequalia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo h a latera ſunt data, data igitur eſt k b: & k c data eſt, & ipſi e f aequalis, reliqua igitur c b data eſt, & ad h b rationem habet datam. Data igitur eſt & h b.



Theorema 60. Propoſitio 60.

SI parallelogrammum ſpecie & magnitudine datum dato gnomone auctū aut imminutū fuerit, dātur latitudines gromonis.

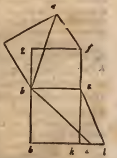
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie et magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g. Dico quòd datae ſunt utraeq; ipſarū c e, d f. Nam quoniam a b datum eſt, eſt autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a e, a f, eſt autem utraque ipſarum e a, a d data, reliqua igitur utraq; ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrammum a g datum ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quòd utraque ipſarum e e, d f, data eſt. Quoniam igitur datum eſt a g cuius gnomon e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datum eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraq; ipſarum e a, a d, eſt autem & utraq; ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſarum e e, d f data eſt.



Theorema 61. Propoſitio 61.

SI data ſpcie ſpecie, ad unū latus parallelogrāma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogrāma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrāmum data. Dico quòd datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidē per 31 primi element. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b e, parallelus f g, extendāturq; f e g b, in h k ſigna. Quoniam datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f e ad e b ratio data eſt. Datum eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autem ſpecie a f e b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea e b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrammum per 49 propoſitionem ratio data eſt. Ipſius autem f b ad e d, ratio eſt data, quoniam ian ipſius a b, a d ſupponitur. aequum autem eſt e d ipſi k b, per 35 primi element. ratio igitur ipſius k b ad e g, eſt data. Quare & ipſius f e ad e K, ratio eſt data, ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b e ratio data eſt. Et quoniam angulus qui ſub b e K datus eſt & qui ſub b e l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l e K datus eſt. Eſt autem & qui ſub l K e. datus angulus, aequus ei qui ſub K c b. Reliquus igitur qui ſub e l K datus eſt. Datur igitur l e K triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l e ad e K data eſt. Ipſius autem c K ad b e ratio eſt data. Et ipſius igitur l e ad c b ratio eſt data, & qui ſub l e b angulus datus eſt. Datur igitur e d, parallelogrammum ſpecie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifeſtè, quoniam angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea e f, efficiens interiores & ad easdem partes binis rectis æquales. Quorum qui sub f e b, datur: & reliquus qui sub e f g datur. Quare & reliqui dati sunt: & quoniam datur ratio e f ad c b, æqualis autem ipsa g b ipsi e f & c b ipsi f g, quare & laterum ratio dicatur.

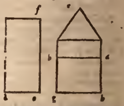
Scholium.

Quoniam enim ipſius f b parallelogrammi ad a f c b, ſpeciem ratio eſt data, ipſius autem a f c b, ſpeciei ad c d, ratio eſt data, & ex æquali per 22 quinti element. ipſius b f ad c d, ratio eſt data.

Theorema 62. Propoſitio 62.

SI binę rectę lineę adinuicē rationē habuerint datā, deſcriptaq́ fuerit ab una quidem data ſpecie ſpecies, altera uerò area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem ſpecies ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum ſpecie.

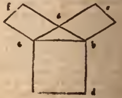
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationē habeant datam, & deſcribatur ab ipſa quidem a b, data ſpecie ſpecies a e b & ab ipſa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem ſit ipſius a e b ſpeciei ad f d parallelogrāmum data. Dico quòd datur d f. parallelogrammum ſpecie. Deſcribatur enim ab ipſa a b ipſi d f, per 25 ſexti element. ſimile ſimiliterq; poſitum a g. Quoniam ratio ipſius a b ad c d data eſt. Deſcribanturq; ab ipſis a b c d ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipſius a g ad f d, data eſt. Ipſius autem f d ad e b ratio eſt data, & ipſius e b igitur ad a g, ratio data eſt, & angulus qui ſub b a b, datus eſt, æquales enim ei qui ſub f c d. Quoniam igitur data ſpecie: ſpecie c b ad unum latus a b proiectum eſt in a g dato angulo b a b, & ratio ipſius c b ſpeciei ad a g, parallelogrammum data eſt. Datur igitur a g ſpecie, eſtq; ſimilis ipſi f d, datur igitur f d ſpecie.



Theorema 63. Propoſitio 63.

SI triangulum ſpecie datum fuerit, quod ex unoquoq; latere ipſius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

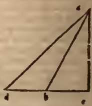
Eſto triangulum ſpecie datum a b c. Deſcribaturq; ex unoquoq; ipſius latere quadratum e b, a d, c f. Dico quòd unumquodq; ipſorum e b, c d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b c, rectilinea data ſpecie deſcribūtur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propoſitionem, ratio ipſius a b c ad c d data eſt. Idq; propterea id, & utrinſq; ipſorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio eſt data.



Theorema 64. Propoſitio 64.

SI triāgulum obtuſum habuerit angulū datū, qua maius quod obtuſum angulum ſubtendit latus, area lateribus obtuſum angulū comprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulum obtuſum habens angulum eum qui ſub a b c datum, extendaturq́ue in rectas lineas ipſius b c, recta linea b d, exciteturq́ue per 12 primi elementorum, ab ipſo a in c d, perpendicularis a d. Dico quòd quod maius eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub d b, b c, area ad a b c, triangulum datam rationem habebit. Quoniam nanq; angulus qui ſub a b c, per hypotheſim datus eſt, & qui ſub a b d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d, d b, datus.

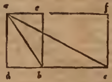


Reliquus

Reliquus igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a. b c, ad id quod ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c, ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quae ex a b, b c, igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

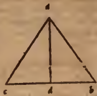
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi element. aequis & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem aequis & parallelus excitetur d c, & connectatur c c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b c ipſius b a c trianguli duplum eſt: ſuper nanq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehenditurq; parallelogrammum ſub f c, c c, aequalis autem eſt c c, ipſi a d & f c ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio eſt etiam dupla. Quod verò bis ſub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam: eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65. *Propoſitio 65.*

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.

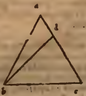
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq; ab ipſo a per 12 primi elementorum perpendicularis a d. Dico quòd qua minus eſt quod ex d c, eis quae ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt, & qui ſub a d b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt: & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quae ex a b, b c: quo igitur minus eſt quod ex a c eis quae ex a b, b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam.



Theorema 66. *Propoſitio 66.*

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triãgulum rationem habebit datam.

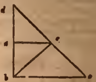
Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam. excitetur enim per 12 primi elemẽt. ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c. ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d, ad a b c triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.



Theorema 67. *Propoſitio 47.*

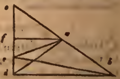
SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſsint datum angulum cõprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Eſto triangulum a b c, datum habens angulum b a c Dico quòd quo maius eſt quod ex utraq; b a c, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim recta linea ipſius a b ipſa a d, ponaturq; ipſa a c æqualis ipſi a d per 2 primi elementorum, & connexa recta linea d c extendatur in e, excitetur q; per 31 primi elementorum ab ipſo b ipſi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis eſt a d ipſi a c, æqualis igitur eſt & d b ipſi b e, extendatur q; quadam b e. Quod igitur ſub d e e, unà cum eo quod ex b c, æquum eſt ei quod ex b d, æqualis autem eſt d a ipſi a c. Quod igitur ex utroque b a c, æquum eſt ei quod ſub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius eſt eo quod ſub d c e. Dico iam quòd eius quod ſub d c e ad a b c triangulũ ratio eſt data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus eſt, & conſequens igitur qui ſub d a c, datus eſt, eſt autem & uterq; ipſorum a b c, d e a datus. Dimidia nanq; ſunt eius qui ſub b a c. Datur enim qui ſub b a c, datur igitur triãgulũ d a c ſpecie. Ratio igitur ipſius d a ad d c, data eſt. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data eſt. Et quoniã eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt e c ad c d, ſed ſicut quidẽ b a ad a d ſic quod ſub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, ſic quod ſub e c, c d ad id quod ex e d, & ſicut igitur per undecimã quinti elementorũ, quod ſub b a ad id quod ex d a, ſic quod ſub e c d, ad id quod ex c d. Et uiciſsim igitur per decimanſextam quinti elemẽtorum quod ſub b a d ad id quod ſub e c d, ſic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a d ad id quod ſub e c d data eſt. Aequalis autem eſt d a ipſi a c. Ratio igitur eius quod ſub b a c, ad id quod ſub e c d, data eſt, eius autem quod ſub b a c, trianguli ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et eius qui ſub d c e, igitur ad a b c ratio eſt data. Eſtq; quod ſub d c e, eo maius quod eſt ex utraq; b a c, eo quod ex b c. Quo uerò maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.



Aliter.

Conſtruantur enim eadem quæ prius, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in e c perpendicularis a f, connectatur q; a d, & quoniam datus eſt angulus b a c & eius dimidium eſt angulus a c f, eſt autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c ſpecie. Ratio igitur ipſius a f ad f c, data eſt, ipſius autem f c ad e c, ratio data eſt. Dupla ſiquidem eius eſt, & ipſius igitur e c, ad a f ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d ad eum qui ſub a f c d ratio data eſt. Duplum ſiquidem illius eſt & eius qui ſub e c d, igitur ad eum qui ſub a c d, ratio data eſt, æquum autem eſt a c d, triangulum ipſi a b c triangulo per trigeſimamſeptimam primi elementorum, in eadem ſiquidem baſi a c, & in eiſdem ſunt parallelis a c, b d, & eius qui ſub e c d, igitur ad a b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quæ ſub e c d, qua maius eſt quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius eſt quod ex utroque b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

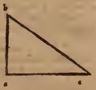


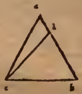
Aliter.

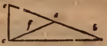
Angulus a aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus. ſit prius rectus: quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis ſub a b c, & eius quod bis ſub b a c ad a b c triangulum ratio data. Eſto autem acutus qui ſub b a c, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipſo c in ipſam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium eſt, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua ſunt & ei quod ex b e, & eis quod bis ſub b a d. Commune adiungatur quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cum eo quod bis ſub b a c, quod eſt ex utroq; b a c, æqua ſunt ei quod

ex b c

ex b c & ei quod bis ſub b a d, & inſuper ei quod bis ſub b a c, hoc eſt ei quod bis ſub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq; b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius eſt eo quod ex b c, eo quod bis ſub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus eſt, & qui ſub a d c quoq; datus eſt. Et reliquus igitur qui ſub d c a datus eſt. Datur igitur triangulum a d c, ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad a c data eſt, quare & utriuſque d a c ad a c, ratio eſt data. Et eius igitur quod ſub utroq; d a c & a b, ad id quod ſub b a c, ratio eſt data. Et eius quod bis ſub utroque d a c & a b ad id quod ſub b a c ratio eſt data. Eo quia qui ſub b a c, angulus datus eſt, & eius quod bis ſub utroque d a c & a b igitur ad a b c, triangulũ ratio data eſt. Sed iam eſto angulus qui ſub b a c obtuſus, & producta b a in eam per duodecimã primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per ſecundam primi elementorum ipſi a c æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, eſt obtuſus excitaturq; perpẽdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c. Commune proiectum ſit quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis ſub b a c, hoc eſt, ex utroq; b a c, unà cum eo quod bis ſub b a f, æqua ſunt ei quod ex b c, unà cum eo quod bis ſub b a c. Commune auferatur quod bis ſub b a f, quod igitur ab utroq; b a c, æquũ eſt ei quod ex b c, & ei quod bis ſub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis ſub b a c f. & quoniã angulus b a c, datus eſt, & qui ſub e a c, igitur datus eſt. Sed et qui ſub c e a datus eſt: & reliquus igitur qui ſub a c e datus eſt. Datur igitur a e c, triangulũ ſpecie. Ratio igitur ipſius c e ad a e data eſt, hoc eſt ad a f. Quare & ipſius a c ad c f, ratio eſt data. Ipſius autẽ a c ad c e ratio eſt data, & ipſius e c ad c f, igitur ratio eſt data. Quare & eius quod ſub e c, a b, ad id quod ſub c f a b ratio eſt data. Ipſius autem quod ex a b, c e ad a b c, triangulũ ratio eſt data, quare & eius quod ſub c f, b a, ad b c, triangulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub f c b a, quo maius eſt quod ex b c: eo igitur maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

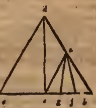






Aliter.

Excitetur b a et ipſi a c æqualis ponatur d a, cõnectaturq; d c. Quoniam igitur angulus a b c datus eſt, & eius uterq; qui ſub a d c, a c d, dimidium eſt. Datur ergo uterq; eorum qui ſub a d c, a c d, & reliquus igitur qui ſub d a c, datus eſt. Datur ergo triangulum a c d ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c d, data eſt. Et quoniam qui ſub a d c, datus eſt, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui ſub d e c, a f c, per uigeſimamſecundam primi elemẽtorum. Et quoniam angulus b d c, ipſi d e c æquus eſt. Communis autem qui ſub a b c ipſius d b e trianguli exiſtens, & ipſius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b d e, triangulum ipſi d b c triangulo. Eſt igitur ſicut e b ad b d, ſic eſt d b ad c b. Quod igitur ſub e b, b c, hoc eſt quod ſub c e b, unà cum eo quod ex e b ei æquũ eſt quod ex b d, hoc eſt ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim eſt d a ipſi a c. Quod igitur ſub e c b, unà cum eo quod ex c b, æquum eſt ei quod ex utroq; b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id quod ex b c excedit, eo q. ſub b c e. Dico igitur q. ratio ipſius qui ſub b c e ad a b c, triangulum data eſt. Quoniam æqualis eſt angulus b d c, angulo b c d, quorũ qui ſub a d c, ei qui ſub a c d, eſt æqualis. Reliquus ergo qui ſub c d c, reliquo qui ſub a c b eſt æqualis. Eſt autẽ & qui ſub d c c, ei qui ſub a f c, æqualis: reliquus ergo qui ſub c a f, reliquo qui ſub d c e, eſt æqualis, æquiangulũ igitur eſt triangulum a c f, triangulo d c e. Eſt igitur ſicut c a ad a f, ſic d c, ad c e: & uiciſſim igitur per 16 quinti

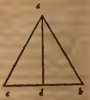


BB 4 elemento-

elementorum ſicut e a ad d c, ſic a f ad c c. Ratio autem ipſius a c ad c d data eſt. Ratio igitur ipſius a f ad c c data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipſo a in b c, perpendicularis a g. & quoniam angulus a f c datus eſt, eſt autem & qui ſub a g f datus, & reliquus ergo qui ſub g a f datus eſt. Datur ergo a g f triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a g data eſt, ipſius autem f a, a c, c c ratio data eſt. Quare & quod ſub a g b c ad id quod ſub b c, e c, ratio data eſt. Eius autem quod ſub a g, b c, ad id quod ſub a c b, triangulum ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c c ad a b c ratio eſt data. Eſt autem quod ſub b c, c e, qua maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Qua igitur maius eſt quod ex utroque b a c, eo quod ex d e, ea area ad triangulum rationem habet datam.

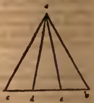
Scholium ſuper prima demonſtratione 63 propoſitionis.

Si in triangulo iſoſcele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in baſim, quod ex acta unà cum eo quod ſub baſis ſegmentis, æquum eſt ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe iſoſceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipſo a in b c agatur quædam recta linea utcunque a d. Dico quòd ex a d unà cum eo quod ſub b d c, æquum eſt ei quod ex a c, ipſa a d in b c, aut perpendicularis eſt, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c ſecatur biſariam in d. Quod igitur ſub c d b, æquum eſt ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d: quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquum ei eſt quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b, æquum eſt quod ex a b. Quod verò ſub d b unà cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a b. Sed iam non ſit perpendicularis a d, exciteturq; ab ipſo a in b c, perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea ſecatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam ſecundi elementorum quod ſub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei eſt æquum quod ex b e, commune apponatur quod ex a e, igitur quod ſub c d b, unà cum eo quod ſub a e, e d, æquum eſt ei quod ex a e, e b, æquum eſt autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis eſt æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, eſt æquũ, quod autem ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



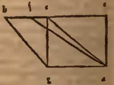
Scholium in ſecundam demonſtrationem.

Quoniam autem quod ſub a f c d, trianguli duplum ſit, ſic demonſtrabimus. excitetur per a ipſi c d, parallelus per trigeſimam primi elementorum, ipſa a g, & per eandem ipſi a f, per g, parallelus excitetur g b. Bina igitur ſunt parallelogrãma ipſa a b, a d. ſupponitur autem a c ipſi d g. parallelus ſuper eadem baſi a g exiſtentes & in eiſdẽ parallelis a g, e b, parallelogrammũ igitur a b, per trigeſimamquintam primi elementorum, ipſi a d, parallelogrammo æquũ eſt, & quoniam quod ſub a f, a g, eſt ipſum a b. æqualis autem eſt a g ipſi c d, & quod igitur ſub a f, c f d, eſt quod a b. Duplum autem eſt a b ipſius a c d trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur ſub a f, c d, duplum eſt ipſius a c d trianguli.



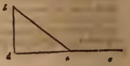
Item ſcholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipſi a c, ſicut d a c, & per d ipſi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifeſtum quòd manente quidem æquali d a ipſi d c, ipſa autem d c, ipſi a c, ipſa verò b a ipſi d a, manifeſtum erit quod dictum eſt. Quoniam enim ſicut ſe habent baſes, ſic & parallelogramma ſub eodem faſtigio exiſtentia.



Super tertia demonſtratione ſcholium.

Eſto recta linea d c, & ipſi quidem d c, ponatur d a, ipſi autem a c, ipſa a c, et ab ipſo a ipſi d c, per 11 primi elemẽt. ad angulos excitetur rectos a b, & ipſi a b æqualis



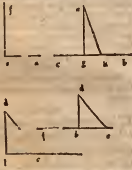
qualis eſto d e. Quoniam igitur ipſius d a e ad e a, ratio data eſt, ſicut autem d a e ad e a, ſic quod ſub d a e, a b, ad id quod ſub e a, a b, & eius quod ſub d a e, a b, ad id quod ſub e a, a b igitur ratio eſt data: eſt autem & eius quod ſub e a, a b ad a b e, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod ſub d a e, a b: igitur ad id quod ex a b e triangulum ratio eſt data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuſo.

Si enim per c ipſi e b, per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipſi e c agamus parallelos, manifeſtum enim q. quod ſub e c, a b eſt ipſum a b & a g ipſius a b e, trianguli duplũ eſt, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: ſi enim per c ipſi e b, & per a b ipſi e e, per eandem parallelos agamus, manifeſtum igitur, quae enim ex a ipſi e c, eſt aequalis, ſicut in ſuperiori ſcholio habetur.

Super quarta demonſtratione 67.

Quoniam autem ipſam d e c, ipſi a d e, aequalem conſtituere poſſimus: ſeorſum a b Apollonio ſic demonſtrabimus, quoniam enim angulus a c d aequus eſt angulo a d e, maior eſt qui ſub b e d, eo qui ſub a d c: ponatur, inquam, ipſi b e d, aequus angulus qui ſub b d e, & extendatur b e, eſt autem angulus qui a d b, communis & ipſius d b e, & ipſius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui ſub b d e, reliquo qui ſub d e e eſt aequalis. Quoniam autem uniuerſaliter ſit poſſibile a dato ſigno ſicut a, in datam rectam lineam b e, deducere rectam lineam aequum efficientem angulum dato angulo d e f, ſic oſtendemus. Angulus enim d e f, aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus Siquidẽ igitur rectus eſt, manifeſtum, ago enim ab ipſo a perpendicularem a g, aequus igitur eſt angulus e ipſi g. Sed iam eſto angulus d e f, acutus, excitetur que per duodecimam primi elementorum ab ipſo d in e f, perpendicularis d h, ab ipſo autem a in b c, ipſa a g, conſtituatur que ad ipſam a g rectam lineam, ad ſignum que in ea a ipſi e d h, per 23 primi elementorum, aequus angulus g a k. Reliquus igitur qui ſub d e f, ei eſt aequus qui ſub a k g. Sed iam eſto obtuſus angulus qui ſub d e f, extenſa igitur d e, in k acutus igitur qui ſub f e l perpendicularis excitetur, per duodecimam primi elementorum d l, & ipſi l d e, aequalis ponatur g a k. Sic igitur qui ſub d e l, ei eſt aequus qui ſub a k g. Quare & ex conſequenti qui ſub d e f, et qui ſub a k b, eſt aequalis.



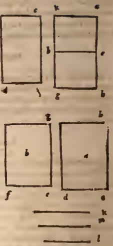
Theorema 68. Propoſitio 68.

SI bina aequiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina ſiquidem parallelogramma a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, ſit autem ipſius b e ad f d ratio data. Dico quòd & ipſius a e ad f c, ratio eſt data: comparetur enim ad ipſam e b, parallelogrammum aequum ipſi c d, ſitque per uigeſimamquintam ſexti elementorum e g, ponatur que ut a e ipſi e b. ſit in rectas lineas, in rectas igitur lineas eſt h b, ipſi b g. Quoniam igitur ipſius a b ad c d, ratio eſt data, aequũ eſt autem c d ipſi e g. Ratio igitur ipſius a b ad e g, eſt data: quare & ipſius a e ad e h, ratio eſt data. Et quoniã aequũ eſt e g,

ipſi

ipſi c d, eſt autem & æquiangulum. Igitur per 14 ſexti elementorum latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca, eſt igitur ſicut c b ad f d, ſic eſt e f ad e b. Ratio autem ipſius c b ad f d data, et ipſius igitur e f ad e b, ratio eſt data, ipſius autem e b ad a e, ratio eſt data, & ipſius igitur a e ad e f, ratio eſt data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipſius a ad b data eſt, eadem eidem fiat quæ ipſius k ad l. Ratio autem ipſius a ad b data, & ipſius igitur k ad l ratio eſt data. Data autem eſt k, data igitur & l per conuerſionē primæ diffinitionis. Rurſus quoniā ipſius c d ad e f, ratio eſt data, eadē eidem fiat quæ ipſius k ad m. Igitur ratio ipſius k ad m data eſt. Data aūt & k, data igitur & m, eſt autem & l data. Ratio igitur & ipſius l ad m data eſt, & quoniam æquiangulum eſt a ipſi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compoſitam, per 23 ſexti element. hoc eſt ex ea ratione quam habet c d ad e f, et b c ad e g. Sed & k ad l rationem habet compoſitam ex ea quam habet k ad m, et m ad l. Ratio igitur compoſita ex ea quam habet c d ad e f, & b c ad g e eadem eſt compoſitæ rationi ex e a quam habet k ad m, & m ad l. Quantum ipſius c ad e f, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipſius b c ad g e, ratio eadem eſt ei quæ eſt ipſius m ad l, ipſius autem m ad l ratio eſt data. Igitur & ipſius b c ad e g, ratio eſt data.

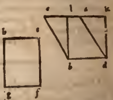
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, aſſumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compoſitam ex ea quam habet prima ad extrinſecus utcunque ſumptam, & quam aſſumpta ad alteram.

Theorema 69. Propoſitio 69.

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & adinuicem rationem datam, unumq́; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquū latus rationem datam habebit.

Bina ſiquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationem datam habeant. Ipſius autem d b ad f g, ratio ſit data. Dico quòd & ipſius a d ad e f, ratio data eſt. Siquidem igitur æquiangulum eſt a b, parallelogrammum ipſi d g parallelogrammo, manifeſtum eſt. Si autem non. Conſtituatur per 23 primi element. ad ipſam d b, ad ſignumq́; in ea d ei qui ſub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq́; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipſorum d a c, a k d, angulorum datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a d k, datus eſt. Datur igitur triangulum a d k ſpecie. Igitur ipſius a d ad d k, ratio data eſt. Et quoniam ipſius d c ad f b, ratio eſt data, ſupponitur enim & eſt æquum d c ipſi d l, per 35 primi elementorum. Ratio igitur ipſius d l ad f b data eſt. Et æquiangulum eſt d l ipſi f b, & ratio ipſius d l ad f b, data eſt. Eſtq́; ipſius d l ad e g, ratio data, & inſuper ipſius d b ad f g, id enim eſt receptum. Ratio igitur & ipſius d K ad e f data eſt, & ipſius d K ad d a ratio eſt data, & ipſius igitur a d ad e f, ratio eſt data.



Scholium.

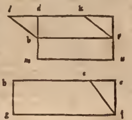
In uniuerſum enim ſi parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato neceſſario et conſequentes dabuntur, quare & econuerſo.

Theorema 70. Propoſitio 70.

SI binorum parallelogrammorū quæ circum æquales angulos

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum ſiquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeăt datam, hoc eſt ſit ratio ipſius quidem a c ad e f, data itidemq́; ipſius b c ad f g. Dico quòd & ipſius c d ad f b, ratio eſt data: eſto enim æquiangulum c d ipſi f b. Compareturq́; per uigeſimam quintam ſexti element. ad c b, rectam lineam ipſi f b, parallelogrammo æquum parallelogrammũ c m, ponaturq́; ut a e ipſi c n, ſit in rectam lineă. Igitur & d b ipſi b m, erit in rectam lineam. Et æquum eſt b n ipſi f b, eſt autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam ſexti elementorum ipſorum b n, b f, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur c b ad f g, ſic f e ad c n. Ratio autem ipſius c b ad f g, data eſt. Ratio igitur & ipſius e f ad c n data eſt, ipſius autem e f ad a c ratio eſt data: et ipſius igitur a c ad c n ratio eſt data. Quare & ipſius c d ad c m, ratio eſt data: eſt autem c m ipſi f b, æquale. Ratio igitur & ipſius c d ad e g, data. Non ſit iam æquiangulum a b, ipſi f b. Conſtruaturq́; per 23 primi elementorum ad ipſam b c, rectam lineă, ad ſignum in ea c ei qui ſub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq́; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt, eſt autem & qui ſub c a k datus, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt. Datur ergo triangulum a c k ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data, ipſius autem a c ad e f, ratio eſt data, ipſius autem a c ad e f, ratio eſt data, & ipſius c k igitur ad e f, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c b ad f g, ratio data, æquum autem eſt c l ipſi c d. Ratio ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad f b, data eſt.



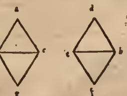
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum eſt a b ipſi e g, æqualis eſt qui ſub a c b, ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f, eſt æqualis, ſimiliter quoq́; et alij a c b, in rectum igitur eſt d b, ipſi b m. Quoniam enim parallelus eſt a g. ipſi d m anguli qui ſub d b c, b c n, inuicē ſunt æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt m b ipſi a c, qui ſub m b c, a c b, ſunt inuicem æquales, qui ſub a c b, b c n, eis qui ſub d b c, c b l ſunt æquales. Recti enim duo, qui ſub a c b, b c n, & qui ſub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad ſignum & quæ ſequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71. *Propoſitio 71.*

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

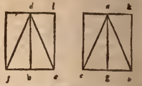
Duorum, inquam, triangulorũ a b c & d e b, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq́; ipſius b a ad d c ratio data, & ipſius a c ad d b. Dico quòd & ipſius a b c trianguli ad d e b triangulum ratio eſt data. Cōpleantur enim a g, d f, parallelogrāma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habēt datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebũt. Ratio igitur ipſius a g ad d f, data eſt, ipſius autem a g dimidiũ eſt per conuerſionē quadrageſimamprimam primi elementorum, triangulum a b c, ipſius autem d f, per eandem ipſum d e b. Ratio igitur a b c trianguli ad d c b triangulum data eſt.



Theorema 72. Propoſitio 72.

SI duorum trianguloru͂ baſes in data ratione fuerint, & quæ in ipſas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad baſin, adinuicem ratione͂ habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

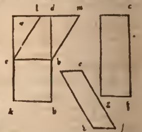
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq́; a g, d h, aut æquos angulos efficientes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Eſtoq́; ratio ipſius quidem b c ad e f, data ipſius autem a g ad d h, itidem data. Dico quòd & ipſius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio data eſt. Cōpleantur enim ipſa k c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamē: æqualis autem eſt angulus a g c, angulo k b c, & qui d h f, ei qui ſub l e f. Et qui ad b c, igitur anguli aut æquales aut inæquales ſunt tamen dati. Et quoniā ratio ipſius a g ad d h data eſt, æqualis autem eſt a g, ipſi k b & d h, ipſi l e. Ratio igitur ipſius k b ad l e, data eſt: eſt autem & ipſius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, ſigna anguli aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen. Et ipſius igitur c k, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio eſt data. Quare & ipſius a b c, trianguli ad d e f, triangulum ratio eſt data.



Theorema 73. Propoſitio 73.

SI binoru͂ parallelogrammoru͂ quæ circu͂ ęquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera ſic ſe habuerint ſicut latus ad aliquid aliud, habuerit au͂t & reliquu͂ primi latus ad idem ratione͂ datam, & ipſa parallelogramma adinuice͂ ratione͂ datam habebunt.

Binorum, inquam parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera ſic adinuicem ſe habeant, ut ſit ſicut c b ad f g, ſic e f ad c k. Ipſius autem a c ad c k ratio eſto data. Dico quòd & ipſius c d, parallelogrammi ad e g parallelogrammu͂ ratio eſt data. Sit enim prius a b ipſi e g, æquiangulu͂, cōparetur q́; per 25 ſexti elementorum ad ipſam c b, rectam lineam ipſi e g, parallelogrammo æquum c h, ponaturq́; ut a c, ipſi c k ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam & d b, ipſi b h: et quoniam c h, ipſi e g, eſt æquale, eſt autem & æquiangulum c h ipſi e g. Ipſorum igitur c h e g, latera quæ circu͂ æquales angulos per 14 ſexti elementoru͂ ſunt reciproca: eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic eſt f e ad c h. Sicut autem c b ad f g, ſic e f, ad quam a c, rationem habet datam. At a c uerbi gratia ad d aut quāpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data. Quare et ipſius a b ad c h, hoc eſt e g, ratio data eſt. Non ſit autem æquiangulum. Conſtituaturq́; per 23 primi elementorum ad ipſam c b rectam lineam, ad ſignúq́; ad ipſam c ei qui ſub e f g, angulo, æquus angulus qui ſub b c l, compleaturq́; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui ſub a c b, l c b, angulorum datus eſt, et reliquus igitur qui ſub a c l eſt datus. Datur autem & qui ſub c a l, & reliquus ergo qui ſub c l a datur. Quare triangulum a c l ſpecie datur. Ratio igitur ipſius a c ad c l data eſt. Et quoniam eſt ſicut b c ad f g, ſic eſt e f, ad quam ipſa a c, rationem habet datam. Ipſius autem a c ad c l, ratio eſt data: eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic f e ad c l. Eſtq́; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipſius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data eſt. Aequum autem eſt c m ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad h g data eſt.

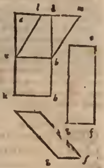


Theorema 74. Propoſitio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuice͂ datam habuerint, aut in angulis ęqualibus, aut inęqualibus datis tame͂, erit ſicut

primi

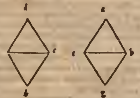
primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.



Bina ſiquidem parallelogrāma a b, e g, adinuicem rationē habeāt datā, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamē, eis qui ad e f. Dico q; eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationē habet datā. Ipſum inquam, a b, ipſi e g, aut eſt æquiangulū, an non. Sit prius æquiangulum, comparetur q; ad rectam lineam c b ipſi e g, parallelogrammo per 25 ſexti element. æquum parallelogrammum c b, ponatur q; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam d b ipſi b b, & quoniam ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c b, ratio igitur ipſius a b ad c b, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquum eſt c b, ipſi e g, eſt autē & æquiangulum. Ipſorum igitur c b, e g, per 14 ſexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non ſit autem æquiangulum, conſtituatur q; per 23 primi element. ad ipſam c b rectam lineam ad ſignum q; in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleatur q; c m parallelogrammū. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquum eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g, data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.

Theorema 75. *Propoſitio 75.*

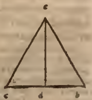
SI bina triangula adinuicē rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.



Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, ſint q; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quòd eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c rationē habet datam. Compleantur enim a g d h, parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g, parallelogrammi ad d h parallelogrammum data eſt. Quoniam igitur bina parallelogramma a g d h, adinuicem rationem habent datam aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationem habet datam.

Theorema 76. *Propoſitio 76.*

SI à uertice trianguli ſpecie dati in baſin perpendicularis acta fuerit, acta ad baſin rationem habet datam.

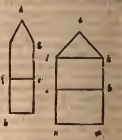


Sit ſpecie datum triangulū a b c, excitetur q; ab ipſo a in b c, perpēdicularis a d. Dico quòd ratio ipſius a d ad b c data eſt. Quoniā enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt, & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

Theorema 77. *Propoſitio 77.*

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus ſpeciei ad quoduis alterius ratione͂ datā habebit.

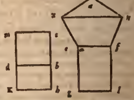


Binæ, inquam, ſpecies a b c, d e f ſpecie datæ adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & unumquoduis latus ipſius a b c, ad unumquoduis latus ipſius d e f, rationem habet datam. Deſcribantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ ſpecies deſcribuntur, quæ utcunque ſpecie ſunt datæ, ſcilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propoſitionem ratio ipſius a b c ad b n, data eſt. Itaq; propterea iam rurſus & ipſius d e f, ad e g, ratio eſt data. Quoniam igitur ipſius a b c ad d e f, ratio eſt data, ſed ipſius quidem a b c ad b n, ratio eſt data: quare & ipſius b c ad e f, ratio eſt data.

Theorema 78. Propoſitio 78.

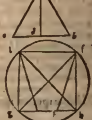
SI data ſpecies ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum ſpecie.

Data enim ſpecies a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam. ſitq; ipſius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d ſpecie datur. Deſcribatur per 46 primi element. ex f b, quadratum f g. Cōparetur q; per 25 ſexti element. ad ipſam e d, ipſi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipſi e b, ſit in rectam lineam, in rectam igitur lineam eſt & m d, ipſi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcunq; ſpecie data ſunt deſcribuntur a f b, f g. Ratio igitur ipſius a f b, ad f g per 49 propoſitionem data eſt. Ipſius autem a f b ad c d ratio eſt data, & ipſius ergo f g ad c d, ratio eſt data. Sed f b ipſi e k eſt æquale, & ipſius c d ergo ad e k ratio eſt data. Quare & ipſius c e ad e b ratio eſt data. Et quoniam f g ipſi e k, æquum & æquiangulum eſt, eſt autem & rectangulum. Igitur per 14 ſexti element. ipſorum latera reciproca ſunt, eſtq; ſicut f b ad e d, ſic e b ad f l. Ratio autem ipſius f b ad e d ſupponitur data. Ratio igitur & ipſius e b ad f l data eſt. Ipſius autem e b ad c e, ratio eſt data, & ipſius ergo c e ad f l ratio eſt data æqualis autem eſt f l ipſi f b quadrati enim. Ipſius ergo f l ad e d, ratio eſt data: componatur enim, & ipſius igitur c e ad c d, ratio eſt data, et angulus qui ad e rectus eſt. Datur ergo c d ſpecie.



Theorema 79. Propoſitio 79.

SI bina triāgula unum angulum uni angulo æquale͂ habuerint, & ab æqualibus angulis in baſes perpendiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit aute͂ ſicut primi trianguli baſis ad perpendicularem, ſic alterius trianguli baſis ad perpendicularem, æquiangula erunt ipſa triangula.



Sint bina triangula a b c, b f g, æquos habentia angulos qui ad f b, excitēturq; per 12 primi element. ab ipſis f b perpendiculares b d, f k, ſit autem ſicut a c ad b d, ſic g b ad f k. Dico q; æquiangulum eſt b c triangulum ipſi b f g triāgulo. Deſcribatur per 5 quarti element. circum triangulum f g b circulus, cuius ſegmentum ſit b f g. Conſtituaturq; per 23 primi element. ad

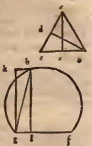
ipſam

ipſam b g rectam lineam ad ſignumq; in ea b ei qui ſub b a c angulo æquus angulus qui ſub g b l. Connectanturq; ipſæ f l, l g, exciteturq; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l b g eſt æqualis, & qui ſub b l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub b g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulum b c a ipſi b l g triangulo & perpendiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic b g ad l m, per 7 a propoſitionem. Erat autem ſicut a c ad b d, ſic b g ad f k, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti element. b g ad m l: ſic b g ad f k, æqualis igitur eſt f k ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi b g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l b ipſi l b g angulo. Sed qui ſub l b g ipſi b a c eſt æqualis, qui uerò ſub f l b ipſi f g b eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g b eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f b g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f b g, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triangulum ipſi f b g triangulo.

Theorema 80. Propoſitio 80.

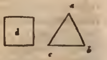
SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c datum habẽs angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipſum a b c triangulum ſpecie datur, excitẽtur enim per 12 primi elementorum, ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpendicularis b d, a e. Quoniam igitur angulus b a d, datus eſt, eſt autem & qui ſub a d b datus. Datur ergo triãgulũ a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Ei autem quod ſub a c, b d, æquũ eſt id quod ſub b c a e, utrũq; enim eorum ipſius a b c trianguli duplum eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c, ad id quod ſub b c a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & eius quod ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribaturq; ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij elementorum, datum habens angulum æquum ipſi b a c. Datus autem eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmento angulus, poſitione igitur eſt ſegmentum f h g, excitetur per 11 primi element. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k: poſitione igitur eſt g k, fiatq; ſicut b c ad a c, ſic f g ad g k Ratio autem ipſius b c ad a c data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſtq; datum ipſum g, datum igitur & k, excitetur per 31 primi element. per ipſum K ipſi f g, parallelus K h, poſitione igitur eſt K h, poſitione autem ipſum f h g. Datum igitur eſt ſignum h. Connectatur f h, h g, exciteturq; per 12 primi element. perpendicularis h l. Data igitur eſt h l, eſt autem & h ſignum datum. Et utrũq; ipſorum f g, Datur igitur unaquæq; ipſarum h f, f g, g h poſitione & magnitudine. datur ergo f h g, triangulum ſpecie. Et quoniam eſt ſicut b c ad a c, ſic f g, ad g K, æqualis autem eſt g K, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a c, ſic f g ad h l, eſtq; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c triangulum ipſi h f g triangulo. Datur autem h f g triangulum ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Aliter.

Sit triãgulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id quod ex c b ratio eſt data. Dico quòd triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus eſt, qua igitur maius eſt quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam: qua aũt eſt maius quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod ex b c ſit area d. Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt. Ipſius autem a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et ipſius igitur d. areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c ratio eſt data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipſius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio eſt

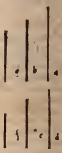


data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c eſt id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data eſt, quare & utriuſque b a c ad b c ratio data eſt, eſtq; angulus qui ſub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c ſpecie.

Theorema 81. *Propoſitio 81.*

SI tres rectę lineę proportionales, exiſtentes tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & ſi extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales exiſtentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus exiſtentibus d e f, extremas in data ratione habeant, ſitq; ipſius quidẽ a ad d ratio data, ipſius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipſius b ad e, ratio eſt data, nam quoniã ipſius a ad d ratio quidem data eſt, ipſius autem c ad f, ratio quoq; eſt data. Ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f, data eſt. Sed ei quidem quod ſub a c, æquũ eſt id quod ex b, per 17 ſexti element. ei autẽ quod ſub d f per eandẽ: æquum eſt id quod ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data eſt, quare et ipſius b ad e, ratio data eſt. Eſto iam rurſus ipſius quidem a ad d ratio data, ipſiusq; b ad e, ratio eſt data. Dico quòd & ipſius c ad f ratio eſt data. Nam quoniam ratio ipſius a ad d eſt data, ipſius autẽ b ad e, ratio eſt data: ratio quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ eſt id quod ex a c per 17 ſexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquũ eſt id quod ex d f: ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f eſt data, & unius lateris a ad unum latus d ratio eſt data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio eſt data.



Theorema 82. *Propoſitio 82.*

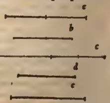
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quam ſecunda rationem habet datam, ſic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, ſicut a ad b, ſic c ad d. Dico quòd eſt ſicut a ad quã b rationẽ habet datam, ſic c ad quam d rationẽ habet datã: eſto enim ad quã b rationem habet datã e, fiatq; ſicut b ad e, ſic d ad f. Ratio aũt ipſius b ad e data, ratio igitur ipſius d ad f data. Et quoniã eſt ſicut a ad b, ſic c ad d. Eſt autem & ſicut b ad e, ſic d ad f, ex equali igitur p uigeſimãſecundã quinti element. ſicut a ad e, ſic c a d f. Eſtq; e ad quã b rationẽ habet datam, et f ad quã d: eſt igitur ſicut a ad quam b rationem habet datam, ſic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83. *Propoſitio 83.*

SI quatuor rectæ lineæ ſic ſe adinuicẽ habuerint, ſicut tribus aſſumptis ex ipſis quomodocunq;, & quarta eiuſdẽ proportionali aſſumpta, ad quam reliqua earum quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipſas quatuor rectas lineas, erit ſicut quarta ad tertiam, ſic ſecunda ad quam primam rationem habet datam.



Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, ſic ſe habentes adinuicem, ut tribus ex ipſis quomodocũq; aſſumptis, & quarta eiſdẽ, hoc eſt e ad quã d rationẽ habet datam proportionales fieri ipſas a b c e, rectas lineas. Dico q. eſt ſicut d ad e, ſic b ad

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam eſt ſicut a ad b, ſic e ad c. Quod igitur ſub a c, ei eſt æquum quod ſub b e, per 14 ſexti element. Et quoniam ratio ipſius e ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a e data eſt. Quod autem ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c ſic b ad quã a rationem habet datam.

Theorema 84. *Propoſitio 84.*

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a dato maior ſit. Dico quòd utraq; ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis: compleatur a c. Et quoniam æqualis eſt a b ipſi b d. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniam a c data eſt, ad datam d c adiungitur excedens ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorum. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eſt.



Theorema 85. *Propoſitio 85.*

SI binæ rectæ lineæ datam areolã comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraq; ſimul data, & ipſarũ utraq; data erit.

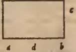
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quòd & utraq; ipſarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq́; per 2 primi element. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipſi b a parallelus excitetur d e. Compleaturq́; a d, & quoniam æqualis eſt d b ipſi b a. Et angulus a b e datus eſt, quoniam & qui ex utraq; parte datus eſt. Datur igitur e b ſpecie. Et quoniã a b c ſimul data eſt, æqualis autem eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniam igitur a c data eſt, ad datam d c comparatur deficiens ſpecie dato e b, igitur per 58 Datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ a b, b d. Sed & utraque ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraq; ipſarum a b, b c.



Theorema 86. *Propoſitio 84.*

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraq; dato maius quàm in ratione, & ipſarum utraq; data erit.

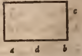
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipſarum a b, b c, data eſt. Nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt quàm in ratione. Auferatur datum, ſitq́; quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub c d, c b ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem quod ſub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b c ad id quod ſub c b, b d, data eſt. Sicut autem quod ſub a b, b c, ad id quod ſub c b, b d: ſic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius aũt quod ex a b ad id quod ſub b c, c d ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare & eius quod quater ſub b c, c d ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d unà cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utroque ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſq; ſimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſque b c, c d, ad b d, ratio data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b, ad b d, ratio eſt data. Sicut autem c b ad b d, ſic quod ſub c b, b d ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eſt data. Datum autem quod ſub c b d, datum igitur & quod ex b d. Data igitur eſt b d, quare & b c data eſt, ipſius enim c b ad b d ratio



eſt data. & datur b d. Datur igitur & b c, eſt autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur eſt a b, utraq; igitur ipſarum a b, b c, data eſt. Theorema 87. Propoſitio 87.

SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipſarum utraque data erit.

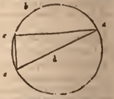
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehendant a c in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius eſto, eo quod ex b c, dico quòd utraq; ipſarum a b, b c data eſt. Nam quoniã quod ex a b, eo quod ex b, dato maius eſt. Auferatur datum, ſitq; quod ſub a b, b d. Reliquum igitur quod ſub b a, a d, æquum eſt ei quod ex b c. Et quoniam quod ſub a b, b c, datum eſt, eſt autem & quod ſub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b d, ad id quod ſub a b, b c data eſt. Eſtq; ſicut quod ſub a b, b d ad id quod ſub a b, b c, ſic d b ad b c. Ratio igitur ipſius d b ad b c, data eſt. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data eſt. Ei autem quod ex b c, æquum eſt id quod ſub b a, ad a d. Ratio igitur eius quod ſub b a, a d, ad id quod ex d b, data eſt. Et eius igitur quod quater ſub b a, a d unà cum eo quod ex d b ad id quod ex d b ratio eſt data. Sed quod quater ſub b a, a d, una cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utraque ſimul ipſarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraque ſimul b a, a d, ad id quod ex d b data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a ad b d data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti elementorum, utriuſq; ſimul b a, a d, unà cum ipſa d b hoc eſt binarum a b ad b d, ratio eſt data, & unius igitur a b ad d b, ratio eſt data. Ipſius aũt d b ad b c, ratio eſt data. Et ipſius igitur a b ad b c, ratio eſt data. Et quoniã ipſius a b ad b d ratio eſt data, eſtq; ſicut a b ad b d, ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod ſub a b, b d data eſt. Datum aũt eſt quod ſub a b, b d, ſic enim datum aufertur. Datũ igitur eſt & quod ex a b. Data igitur eſt a b, eſtq; ratio ipſius a b ad b d data: data igitur eſt & b c.



Theorema 88. Propoſitio 88.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit aſſumens ſegmentũ capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

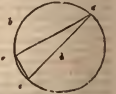
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c aſſumens ſegmentum a e c, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Aſſumatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, ſitq; illud d, & connexa a d ſet extendatur in e & connectatur c e. Datus igitur eſt qui ſub a c e. Rectus enim eſt, eſt autem & qui ſub a e c, datus, & reliquus igitur qui ſub c a e. datus eſt, datur igitur triangulum a e c ſpecie. Ratio igitur eſt ipſius a e ad a c data, data autem eſt ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur eſt a c magnitudine.



Theorema 89. Propoſitio 89.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur ſegmentum capiens angulum datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur ſegmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrũ circuli, ſitq; illud d & connexa a d extendatur in e, & quoniã utraque ipſarum e a, a c eſt data. Ratio igitur ipſius e a ad a c, data eſt. Et angulus qui ſub a c e, rectus eſt. Datur igitur a c e triãgulum ſpecie. Datus igitur eſt angulus a e c.



Theorema 90. Propoſitio 90.

SI in circuli poſitione dati circunferẽtia aſſumptũ fuerit ſignum datũ, ab hoc autem ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim poſitione dati a b c in circunferentia accipiatur datum ſignum b, ab ipſo autem b refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quod c ſignum datur. Aſſumatur

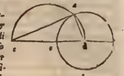
tur per 1 tertij elementorum ipſius circuli centrum d, & connectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipſorum b d, datum eſt poſitione igitur eſt ipſa b d. Et quoniam angulus b a c datus eſt. Datus igitur eſt angulus b d c. Quoniam igitur ad poſitione rectam lineam b d ad ſignumq; d recta linea excitatur d c datum efficiens angulum b c d. Data igitur ipſa d c poſitione, datus eſt autem & circulus a c b. Datum igitur eſt c ſignum.



Theorema 91. Propoſitio 91.

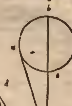
SI à dato ſigno, poſitione datum circulum tangens recta linea acta fuerit, datur acta poſitione & magnitudine.

A' dato enim ſigno c poſitione datū circulū a b tangens recta linea excitetur c a. Dico q. c a recta linea datur poſitione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipſius circuli centrum d, & cōnectatur d a, & quoniam datū eſt utrunq; ipſorum d c, data eſt igitur d c, eſtq; angulus d a c, datus igitur ſuper c d, deſcriptus ſemicirculus ueniet per a, ueniat ſitq; d a c, poſitione igitur eſt d a c, poſitione autem eſt a b circulus. Igitur a datum eſt. Sed & c datum eſt. Data igitur eſt a c poſitione & magnitudine.



Theor. 92. Prop. 92.

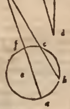
SI extra circulū poſitione datū aſſumptum fuerit aliquod datū ſignum, ab ipſo autem ſigno in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod ſub acta & ea quæ inter ipſum ſignum & curuam circunferētiam comprehenſum rectangulum datum.



Extra enim circulum poſitione datum a b c aſſumatur ſignum aliquod d, ab ipſo autem d ſigno extendatur recta linea d b ſecans circulum. Dico quòd quod ſub b d, d c datum eſt, excitetur enim ab ipſo d ſigno ipſum a b c, circulū tangens, recta linea d a, per 17 tertij element. Data igitur eſt d a poſitione & magnitudine. Quoniam igitur data eſt a d, datum igitur eſt & quod ex a d, & eſt æquale ei quod ſub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur eſt quod ſub b d d c.

Aliter.

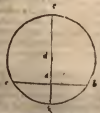
Aſſumatur per 1 tertij element. ipſius circuli centrum e, & connectatur d e, extendatur in a & quoniam datum eſt utrunque ipſorum e d. Data igitur eſt e d poſitione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur eſt utrunque ipſorum a f, eſt autem ipſum d datum. Data igitur eſt utraq; ipſarum a f, f d. Datum igitur eſt quod ſub a d, d f, & ei eſt æquum quod ſub b d, d e, et quod ſub a d, d f. Datum igitur eſt quod ſub b d, d c.



Theorema 93. Propoſitio 93.

SI in circulo poſitione dato, aſſumptū fuerit aliquod datū, ac per ſignū illud acta fuerit aliqua recta linea in ipſo circulo, quod ſub actæ ſectionibus comprehenſum rectangulum datum eſt.

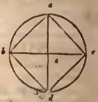
In circulo enim dato poſitione b c accipiatur ſignū aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico q. quod ſub b a, a c datum eſt. Aſſumatur enim per primam tertij elemen. ipſius circuli centrum, ſitq; d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrūq; ipſorum d a, datum eſt, poſitione igitur eſt d a, poſitione autem & c b f circulus. Datum igitur eſt utrunque ipſorum f e, eſt autē & a datum. Data igitur eſt utraq; ipſarū f a, a e. Datum igitur quod ſub f a, a c, & ei eſt æquum quod ſub b a, a c, datum igitur eſt quod ſub b a, b c.



Theorema 94. Propoſitio 94.

SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, aſſumens ſegmentum capiens angulum datum, & qui in ſegmento angulus bifariam ſectus fuerit, utraque ſimul angulum datum comprehendens ad ſecantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod ſub utraque ſimul angulum datum comprehendente recta linea, & infra aſſumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam diſpeſcit, datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c aſſumens ſegmentum capiens angulum datum qui ſub b a c, ſeceturq; ipſe b a c, per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt: & etiam quod datum eſt id ſub utraq; ſimul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c aſſumens ſegmentum b a c, capiens angulum datũ b a c. Data igitur eſt b e magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data eſt magnitudine. Ratio igitur ipſius b c ad b d data eſt. Et quoniam angulus b a c, bifariam ſecatur à linea recta a d eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic b e ad e c, uiciſſim igitur per 16 quinti element. ſicut a b ad b e, ſic a c ad e c, & ſicut utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a c e, ei qui ſub b d e æqualis. Reliquum igitur qui ſub a e c, reliquo qui ſub a b d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a e c, triangulum ipſi a b d triangulo. Eſt igitur ſicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed ſicut a c ad c e, ſic utraq; ſimul b a c ad b c, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraque ſimul b a c ad b c, ſic a d ad d b, uiciſſim igitur per 16 quinti elementorum, ſicut utraq; ſimul b a c ad a d, ſic b c ad b d. Ratio autẽ ipſius b c ad b d data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a c ad a d data eſt. Dico quòd et quod ſub utraq; ſimul b a c, & d e, datũ eſt:



nam quoniam æquiangulum eſt triangulum a e c ipſi d e b, triangulo, eſt igitur ſicut b d ad d e, ſic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, ſic eſt utraq; ſimul b a c ad b e, & ſicut igitur per 11 quinti element. utraq; ſimul b a c ad b c, ſic eſt b d ad b e. Igitur quod ſub utraque ſimul b a c & d e, æquum eſt ei quod ſub c b & b d. Datum eſt quod ſub c b, & b d datum igitur & quod ſub utraq; ſimul b a c, & c d.

Aliter idem.

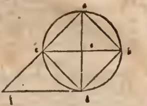
Extendatur a c in e, ponaturq; ipſi c b, æqualis c e. cõnectanturq; e b, b d. Et quoniam qui ſub a c b, duplus eſt utriuſq; ipſorum a c d, c e b, æqualis igitur eſt qui ſub e b e, angulus ei qui ſub a c d, hoc eſt ei qui ſub a b d. Communis ponatur qui ſub a b c. Totus igitur qui ſub d b c, toti qui ſub f b e, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub c a b, ei qui ſub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui ſub c e b, reliquo angulo qui ſub d c b, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt e a b, triangulum ipſi c d b triangulo. Eſt igitur ſicut e a ad a b. Sic c d ad d b. Ipſa autem utraq; d e eſt ipſa a c b, & ſicut igitur utraque ipſarum ſimul a c b ad a b, ſic e d ad b d. Et uiciſſim igitur per 16 quinti ele. ſicut utraq; ſimul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem eſt ipſius a b ad d b data: utraque enim ipſarum data eſt. Ratio igitur & utriuſque ſimul a c b ad c d data eſt. Et quoniam æquiangulum eſt triangulũ e a b, triangulo f b d: eſt igitur ſicut e a ad a b, ſic b d ad d f. Ipſa autem e a, utraq; eſt a c b, & ſicut igitur utraq; a c b ad a b, ſic b d ad d f. Igitur quod ſub utraq; ſimul a c b & f d, æquum eſt ei quod ſub a b, b d. Datum eſt autem quòd ſub a b, b d. Data igitur ipſarum utraque. Datũ igitur eſt & quod ſub utraque ſimul a c b & f d.



Aliter idem.

Extendatur a c, in f, ponaturq; ipſi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis eſt b a ipſi c f & d b, ipſi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub a b d, angulo qui ſub d c f, eſt æqualis, quandoquidem a b c d, quadratũ eſt: baſis igitur a d per quartam primi elementorum baſi d f, eſt æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f, eſt æquale, & reliqui

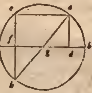
liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera ſubtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f e, eſt æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur eſt et qui ſub f d e ang. dus: eſt autem & qui ſub d a f, angulus datus. Datur igitur triãgulum a d f ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a d data eſt. At a f, utraq; eſt ſimul b a c, eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demonſtrabimus, quòd id ſub utraq; b a c, & e d datum eſt.



Theorema 95. Propoſitio 95.

SI in circuli poſitione dati diametro datum ſignum aſſumptum fuerit, ab ipſo autem ſigno ad ipſum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excitatę, à ſigno autem in quod concurrit quæ ad rectos angulos ipſi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatę. Datum eſt ſignum quod concurrit parallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehenſum rectangulum datum erit.

In circuli enim a b c poſitione dati diametro b c aſſumptum ſit datum ſignum d a c per ipſum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipſo autem a ipſi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum eſt, & quod ea quæ ſub a d, e f, area data eſt, extendatur e f in h, & connectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus eſt, & h a dimetiens eſt circuli a b c, eſt autẽ & b c dimetiens. Igitur cẽtrum g eſt circuli a b c. Datum igitur eſt ſignum g, eſt autem & d datum. Data igitur eſt d g, magnitudine: & quoniam a d ipſi e h, parallelus eſt. Et æqualis eſt h g ipſi g a, per 15 diffinitionẽ primi ele. & d g ipſi g f, & a d f g. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraq; igitur ipſarum g f. g d data eſt, & g datum eſt. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b c poſitione dato, aſſumitur ſignum f datum, & extenditur e f h. Datum igitur eſt per 91 datorum, quod ſub e f, f h, æqualis autẽ eſt h f ipſi d a. Datũ igitur eſt quod ſub a d, e f.



Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua.

2 Diuerſa magnitudine corpora ſunt, quæ loca replẽt nõ ęqua.

3 Grandiora magnitudine dicunt corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora ſunt, quorũ & tẽpore & aere aqua uę media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potẽtia corpora ſunt, quorum tempore diuerſo motus ſunt æquales. 6 Diuerſorũ potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouẽdo temporis inſumpſit minus: minus autem potentia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdẽ corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, etiam ſunt potentia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quæ cũ æqua magnitudine ſint, potentia nõ ſunt, per idem licet medium moueantur. 9 Diuerſorum genere corporũ, potẽtius id dicitur, quod eſt ſolidius.

Theorema primum.

DIuerſorum potentia corporum, quod ſpacium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

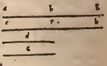
Sint a & b corpora duo, ſint g d & e f, ſpacia duo, g d maius per quod a e f minus per quod b mouetur, reſecabo à ſpacio g d, g r ſpaciū, ſicut ſit e f ſpacio ſpacium g r æquale. Cætera ſponte patent.



Theorema ſecundum.

EOrundem genere corporum ſi ipſa inter ſe erunt multiplicia, erunt æque ipſorum potentiæ multiplices.

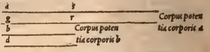
Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplū, dico etiam potentia duplum eſſe. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uerò & a g iuxta multiplicis exceſſum in a b & b g diuidatur, ſicut utriuſq; potentia, ipſius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rurſus ut a g corpus in partes a b, b g, corpori d æquas diuiſimus: ſic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potētia diuidamus. Liquidum eſt e h, potentiam duplum potentiæ c euadere.



Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia eſt eadem.

Sit a corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus eſt, ſic corporis a potentia g ad corporis b potētiam d eſſe. Patet ſi ut corpora ſic potentias æquè utrinq; multipliciter diuidamus.



Theorema quartum.

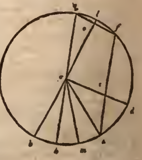
QVæ corpora, æqua potentia eiuſdem generis, corpori ſunt, eiuſdem ſunt inter ſe generis. ablatis enim æqualibus illi tertio, erunt ipſorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una eſt, ipſa generis eiuſdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, ſic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiuſdem eſſe. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia ſit r. Erunt igitur ut b ad a, ſic r ad potentiam ipſius a quæ eſt g. Reliqua patent.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta ſunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

Sit angulus datus c, uolo ipſum diuidere in tres æquales angulos, quod ſic facio. Pono primo c, centrum circuli deſcribendo circulum uſq; quo ſecent circunferētiam in punctis a & b, tum a puncto c, quod eſt cētrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d aßignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem c b uſque quo ſecet circunferētiam circuli in puncto f, & produco uſq; ad a, deinde protrabo lineam g h, æquidiſtantem f a, quæ ſcilicet g h, tranſeat per centrum, et duco lineam f g æquidiſtantē lineæ e c, & protrabo lineam c b in continuū & directum uſq; ad l quæ ſecat lineā f g orthogonaliter in pūcto o et per æqualia, dico ergo q, arcus l g eſt æqualis arcui b h, propter hoc quod angulus l c e, eſt æqualis angulo h



e b

c b cum ſint contra ſe poſiti. Cùm igitur arcus f g ſit duplus arcui l g, erit duplus arcui h b: ſed arcus f g eſt æqualis arcui h a cum ſint inter duas æquidiſtantes lineas quæ ſunt f a & g h. ergo arcus h a eſt duplus arcui h b, ergo et angulus a c b, eſt duplus angulo h c b. diuidam ergo angulum c b, per æqualia per lineam c, ut patet propoſitum.

INtra datum circulum non angulum æquilaterum atque æquiangulum deſignare.



Quod ſic fieri poteſt, iuxta doctrinam ſecundæ huius, inſcribo circulo aſsignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulũ qui ſit a b c, & unumquenq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protrabam lineas diuidentes angulos uſq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo ſunt æquales, de neceßitate arcus ſuppoſiti ipſis angulis ſunt æquales. protrabam enim cordas ſubtractas ſingulis arcubus, & habebo intentum.

BIBLIOTECA NAZ. ... V. EMANUELE

REGISTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn
Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz, AA BB
CC. Omnes ſunt terniones, præter † qui eſt duernio.

BASILEAE, PER IOANNEM HERVAgium & Bernardum Brand, Anno M. D.
LVIII. menſe Martio.



GOTTSCHER. L.
1971